



수평방향의 정현파 가진울 받는 강체 블록의 비선형 록킹진동특성

Nonlinear Rocking Vibration Characteristics for Rigid Block Subjected to Horizontal Sinusoidal Excitation

정만용* · 김정호** · 김지훈** · 정낙규*** · 양인영***

M.Y.Jeong · J.H.Kim · J.H.Kim · N.K.Chung · I.Y.Yang

(1999년 4월 10일 접수, 1999년 7월 8일 채택)

ABSTRACT

This research concentrates on the influence of non-linearities associated with impact for the nonlinear rocking behavior of rigid block subjected to one dimensional sinusoidal excitation of horizontal direction. The transition of two governing rocking equations, the abrupt reduction in the kinetic energy associated with impact, and sliding motion of block. In this study, two type of rocking vibration system are considered. One is the undamped rocking vibration system, disregarding energy dissipation at impact and the other is the damped rocking system, including energy dissipation and sliding motion. The response analysis using non-dimensional rocking equation is carried out for the change of excitation parameters and friction coefficient. The chaos responses were discovered in the wide response region, particularly, for the case of high excitation amplitude and their chaos characteristics were examined by the time history, Poincare map, power spectra and Lyapunov Exponent of rocking responses. The complex behavior of chaos response, in the phase space, were illustrated by Poincare map. The bifurcation diagram and Poincare map were shown to be effective in order to understand chaos of rocking system.

* Numazu College of Technology, Japan

** 조선대학교 수송기계부품 공장자동화 연구센터

*** 조선대학교 기계공학부

1. 서 론

강체 블록의 로킹진동에 관한 지금까지의 많은 연구에 의해 시스템 파라미터와 가진 파라미터의 미소변화에도 민감하게 변화한다는 것이 보고되었다. 저자 등¹⁾은 지금까지의 연구에서 정현파 가진에 의한 로킹진동 실험을 하여 일부의 가진 파라미터 영역에서 동일입력 조건에 대한 반복실험에서 응답의 재현성이 없다는 것을 확인하였다. 그 원인은 블록의 설치위치의 미소변화에 의한 것이고, 이 들 설치조건의 미소변화가 미끄럼운동에 의한 수평변위의 차이를 생기게 한다.

이와 같은 미끄럼운동을 포함하는 로킹진동계에서는 그 응답이 카오스로 되는 영역을 갖고 있다고 생각되어 진다. 또한, 실험에 의한 연구에 있어서는 미끄럼방지용 시트를 부착한 경우에도 고진폭 영역에서는 미끄럼이 발생하고 있고, 이것들로부터 로킹진동계에서 미끄럼에 대한 고려는 필수적이라고 생각된다. 따라서, 로킹진동에 있어서 미끄럼은 블록의 응답특성을 고찰하고 안정조건을 결정하는데에 중요한 인자라고 할 수 있고, 미끄럼 인자에 대한 특성의 규명은 매우 중요하다.

또한, 저자 등은 실지진파(real earthquake wave) 가진에 의한 로킹응답해석의 연구에서는 블록의 형상비, 크기와 미끄럼운동과의 관계를 검토하고 동일입력과 동일 블록크기에 대해서 지금까지 안정하다고 평가되어온 블록형상비가 작은 경우에도 미끄럼이 발생하면 블록이 전도(tumble)되는 경우가 있고, 형상비가 작다고 해서 항상 안정이 유지되지 않는다는 것이 밝혀졌다. 또, 일본의 고베지진에서의 블록형 구조물의 피해 예에서도 비교적 작은 형상비의 블록 구조물의 전도와 이동 등에 의한 피해가 많이 보고되었다²⁻⁸⁾.

비선형 로킹진동에 관한 최근의 연구는 1996년 S.C.S. Yim과 H. Lin^{9,10)}은 실험응답에 대한 비재현성 원인이 입력파에 있다고 생각하고 정현파에 미소진폭의 정상 랜덤 노이즈가 포함되어 있는 경우를 상정하고 응답해석을 하여 카오스응답(chaos response)의 존재를 확인하고 그

응답 특성에 대한 고찰을 하였다.

본 연구에서는 수평방향만의 입력에 의한 블록의 로킹진동에 있어서 카오스 응답이 되는 응답영역이 존재하고 그들 응답의 초기치에 대한 예민한 의존성을 규명하여 로킹진동 실험에 있어서의 비재현성의 원인이 초기조건 미소차에 의한 것임을 밝히고자 한다. 또한, 블록과 베이스 간의 마찰력과 충돌시의 에너지 소모율과 미끄럼운동이 로킹응답의 분포에 미치는 영향을 명확히 하여 정현파 가진에 대한 블록의 안정조건을 결정하는 자료를 확보하는 것을 목적으로 한다.

2. 로킹진동모델

2.1 블록의 회전운동

수직과 수평방향의 가진을 동시에 받는 블록의 로킹진동은 Fig. 1과 같이 베이스를 기준으로 한 블록중심의 수평방향의 상대변위 x , 수직방향의 상대변위 y 와 회전변위 θ 로 표현할 수 있다. 블록 밑면과 베이스 표면과의 접촉이 완전하고 블록은 점 O 와 O' 이외의 지점을 갖지 않는다고 가정한다. 베이스의 수평방향의 가속도 가진을 $a_h(t)$ 로 하면 로킹발생조건은 다음과 같다.

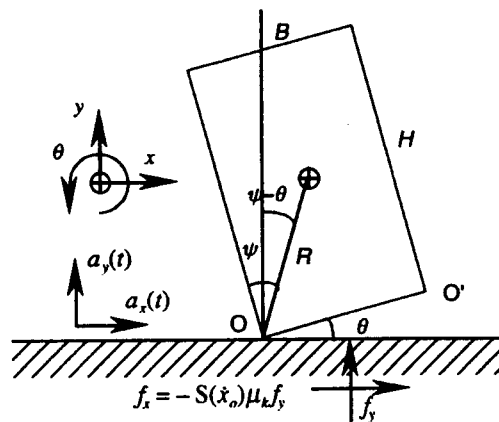


Fig. 1 Rocking of rigid block

$$a_h > \frac{B}{H} g \dots\dots\dots(1)$$

여기에서, g 는 중력가속도이다. 또 블록과 베이스 사이의 수평력의 총합 f_x 로 하고 수직력의 총합 f_y 로 하면 f_x 와 f_y 는 각각 다음과 같다.

$$f_x = m a_h(t) + m \ddot{x} \dots\dots\dots(2)$$

$$f_y = m \ddot{y} + m g \dots\dots\dots(3)$$

회전시의 블록에 미끄럼 발생조건은 식 (4)로 된다.

$$\mu_s \leq \left| \frac{\dot{x} + a_h}{\dot{y} + g} \right| \dots\dots\dots(4)$$

여기에서 μ_s 는 정마찰계수이다. 또, 블록이 미끄러지기 시작해서부터의 f_x , f_y 와 블록과 베이스간의 동마찰계수 μ_k 의 관계는 다음 식으로 표

현된다.

$$f_x = -S(\dot{x}_0)\mu_k f_y \dots\dots\dots(5)$$

또, 점 O와 O' 둘레의 회전운동에 대한 운동방정식은 다음 식으로 된다.

$$I\ddot{\theta} = -(m\dot{y} + m g R\{S(\theta)\sin(\psi - |\theta|) + S(\dot{x}_0)\mu_k \cos(\psi - |\theta|)\}) \dots\dots\dots(6)$$

식 (5)와 식 (6)에서 $S(\theta)$ 와 $S(\dot{x}_0)$ 는 부호함수이다. 이들 식에서 블록중심 둘레의 수평방향의 미끄럼운동과 회전운동에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{\theta} + p^2 f_1(\theta, \dot{\theta}_p, \dot{x}) = 0 \dots\dots\dots(7)$$

$$\dot{x} + p^2 f_2(\theta, \dot{\theta}_p, \dot{x}) = -a_h(t) \dots\dots\dots(8)$$

여기에서

$$f_1(\theta, \dot{\theta}_p, \dot{x}) = \frac{S(\theta)\{\sin(\psi - |\theta|) + S(\theta)S(\dot{x}_0)\mu_k \cos(\psi - |\theta|)\}}{\{1 + \gamma \sin^2(\psi - |\theta|) + \gamma S(\theta)S(\dot{x}_0)\mu_k \cos(\psi - |\theta|)\sin(\psi - |\theta|)\}} \times \{1 - \gamma \cos(\psi - |\theta|)\dot{\theta}_p^2\} \dots\dots\dots(9)$$

$$f_2(\theta, \dot{\theta}_p, \dot{x}) = \frac{\mu_k S(\dot{x}_0)S(\theta)}{\gamma\{1 + \gamma \sin^2(\psi - |\theta|) + \gamma S(\theta)S(\dot{x}_0)\mu_k \cos(\psi - |\theta|)\sin(\psi - |\theta|)\}} \times \{1 - \gamma \cos(\psi - |\theta|)\dot{\theta}_p^2\} \dots\dots\dots(10)$$

이다. I_o 는 블록의 양단에 대한 관성모멘트이고 p 는 록킹진동수이며, I_o , p , γ , θ_p 는 각각 다음과 같은 식으로 나타내진다.

$$I_o = \frac{4 m R^2}{3} \dots\dots\dots(11)$$

$$p^2 = \frac{m g R}{I_o} \dots\dots\dots(12)$$

$$\gamma = m \frac{R^2}{I_o} \dots\dots\dots(13)$$

$$\dot{\theta}_p = \frac{\dot{\theta}}{p} \dots\dots\dots(14)$$

블록이 베이스에 충돌할 때, 블록끝의 변위 x_o 와 속도 \dot{x}_o 는 다음 식으로 표현된다.

$$x_o = x - S(\theta)R \sin(\psi - |\theta|) \dots\dots\dots(15)$$

$$\dot{x}_o = \dot{x} + R \cos(\psi - |\theta|)\dot{\theta} \dots\dots\dots(16)$$

2.2 블록과 베이스의 충돌

블록과 베이스의 충돌을 생각할 때 가장 중요한 것은 미끄럼을 동반한 회전운동으로부터 충돌할 때의 충돌시의 미끄럼 발생유무와 에너지 소모이다. 이들 인자는 블록의 록킹응답에 큰 영향을 미치고 그 모델화에는 상세한 검토가 필요하다. 본 연구에서는 충돌시 순간적으로 행해지고 미끄럼에 의한 에너지소모를 고려한 Shenton의 충돌모델⁸⁾을 이용했다.

충분한 마찰을 갖는 경우 블록중심의 충돌전후의 속도관계는 다음 식으로 나타내진다.

$$\dot{x}_2 = -\frac{H\delta_i}{2} \dot{\theta}_1 \dots\dots\dots(17)$$

$$\dot{y}_2 = -S(\theta_1)\frac{B}{2}(\delta_i + 2e)\dot{\theta}_1 \dots\dots\dots(18)$$

$$\dot{\theta}_2 = \delta_i \dot{\theta}_1 \dots\dots\dots(19)$$

여기에서 첨자 1은 충돌전의, 첨자 2는 충돌 후의 물리량을 나타냈다. 또, δ_i 는 충돌시의 에너지 소모율이고, e 는 블록의 형상에서 계산되는 충돌시의 반발계수이다.

미끄럼 발생이 없는 로킹진동에서는 회전축이 되는 블록단(회전단)에서의 수평과 수직속도 성분이 모두 0이 되기 때문에 충돌시의 에너지 소모율은 반발계수와 블록형상각에 의해 결정된다. 에너지 소모율 δ_i 와 속도비 λ_x 는 각각 다음 식으로 표현된다.

$$\delta_i = -\frac{3}{4}(1 + \lambda_x)\cos^2\psi - \frac{3}{2}(1 + e)\sin^2\psi \dots\dots\dots(20)$$

$$\lambda_x = \frac{2\dot{x}_1}{H\dot{\theta}_1} \dots\dots\dots(21)$$

e 는 반발계수이고 식 (22)로 주어진다.

$$e = 1 - \frac{3}{2}\sin^2\psi \dots\dots\dots(22)$$

여기에서 e 는 반발계수이고, 자유로킹진동 실험에서 얻어진 값을 적용했다. 그리고, λ_x 는 수평방향의 속도와 회전속도의 비이다. 이 때 충돌전의 회전이 미끄럼을 동반하지 않는다면 충돌시의 에너지 소모율 δ_i 는 반발계수 e 와 같게 된다. 충돌시에 미끄럼발생을 방지하기 위하여 필요한 최소마찰계수는 다음과 같다.

$$\bar{\mu}_s \geq \frac{H}{B} \left| \frac{\delta_i + \lambda_x}{1 + 2e + \delta_i} \right| \dots\dots\dots(23)$$

$$f_1(\Theta, \dot{\Theta}_p, \dot{X}) = \frac{S(\Theta)\{\sin\psi(1-|\Theta|) + S(\Theta)S(\dot{X}_o)\mu_k\cos\psi(1-|\Theta|)\}}{\{1 + \gamma\sin^2\psi(1-|\Theta|) + \gamma S(\Theta)S(\dot{X}_o)\mu_k\cos\psi(1-|\Theta|)\sin\psi(1-|\Theta|)\}} \times \left\{ 1 + \frac{a_v}{g} - \gamma\cos\psi(1-|\Theta|)\dot{\Theta}^2 \right\} \dots\dots\dots(30)$$

$$f_2(\Theta, \dot{\Theta}_p, \dot{X}) = \frac{\mu_k S(\Theta)S(\dot{X}_o)}{\gamma\{1 + \gamma\sin^2\psi(1-|\Theta|) + \gamma S(\Theta)S(\dot{X}_o)\mu_k\cos\psi(1-|\Theta|)\sin\psi(1-|\Theta|)\}} \times \left\{ 1 + \frac{a_v}{g} - \gamma\cos\psi(1-|\Theta|)\dot{\Theta}^2 \right\} \dots\dots\dots(31)$$

으로 된다. 또, 블록끝의 변위와 속도를 $X_o=x_o/R$ 로 블록중심의 변위와 속도를 $X=x/R$ 로 일반화하면 블록끝 변위와 블록중심의 변위와의 관

여기에서 μ_s 는 충돌시의 정마찰계수이다. 미끄럼 발생의 경우 충돌전후의 속도의 관계식은 다음과 같다.

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_1 + S(\theta_1)S(\dot{x}_{i2})\bar{\mu}_k\frac{B}{2}(1 + \bar{\delta}_i + 2e)\dot{\theta}_1 \dots\dots\dots(24)$$

$$\dot{y}_2 = -S(\theta_1)\frac{B}{2}(\bar{\delta}_i + 2e)\dot{\theta}_1 \dots\dots\dots(25)$$

$$\dot{\theta}_2 = \bar{\delta}_i\dot{\theta}_1 \dots\dots\dots(26)$$

여기에서 에너지 소모율 δ_i 는 다음과 같다.

$$\bar{\delta}_i = \frac{1 - 3(1 - S(\theta_1)S(\dot{x}_{i2})\bar{\mu}_k\frac{H}{B})(1 + 2e)\sin^2\psi}{1 + 3(1 - S(\theta_1)S(\dot{x}_{i2})\bar{\mu}_k\frac{H}{B})\sin^2\psi} \dots\dots\dots(27)$$

여기에서 $\bar{\mu}_k$ 는 충돌시의 동마찰계수이다.

3. 로킹응답해석

비선형모델을 이용한 로킹응답해석에서는 우선 로킹운동방정식을 로킹주파수에 대해서 일반화하기 위해 $\theta = \theta/\psi$, $pt = \tau$, $\dot{\theta} = \dot{\theta}/\psi$, $\omega = p\Omega$ 를 이용해서 무차원화 했다. 일반화 로킹운동방정식은

$$\ddot{\Theta} + p^2f_1(\Theta, \dot{\Theta}_p, \dot{X}) = 0 \dots\dots\dots(28)$$

$$\dot{X} + p^2f_2(\Theta, \dot{\Theta}_p, \dot{X}) = -a_h(t) \dots\dots\dots(29)$$

이 된다. 여기에서

계식은 다음과 같이 되고,
 $X_o = X - S(\Theta)R\sin\psi(1-|\Theta|)\dots\dots\dots(32)$
 블록끝 속도와 블록중심의 속도와의 관계식은

$$\dot{X}_0 = \dot{X} + R \cos \psi (1 - |\theta|) \dot{\theta} \dots\dots\dots(33)$$

으로 된다. 수평과 수직방향의 일반화 가진력은 각각 다음과 같다.

$$a_h(t) = A_h \psi g \sin(\Omega \tau + \phi) \dots\dots\dots(34)$$

$$a_v(t) = A_v \psi g \sin(\Omega \tau + \phi) \dots\dots\dots(35)$$

4. 로킹응답에 대한 고찰

응답해석결과와 고찰에 있어서는 일반화 시간 35까지의 시계열, 가진 가속도 0에 대한 응답을 위상평면에 표현한 Poincare map, 시계열 응답의 3,000번째에서 7,096번째의 데이터에 대한 Power spectra 등을 사용했다. 또, 카오스 응답임을 증명하기 위해 각각의 응답에 대하여 최대 Lyapunov 지수를 계산했다. 일반적으로 최대 Lyapunov 지수가 0이면 응답은 주기 또는 준주기 응답이 되고, 최대 Lyapunov 지수가 양 (+)이면 응답은 카오스응답(chaos response)으로 된다. 여기에서 지수의 크기는 응답의 확산률을 의미하기 때문에 블록의 안정도를 평가할 수 있는 파라미터이다.

본 연구에서는 최대 Lyapunov 지수의 계산방법으로서 Sato 등에 의해 제안된 수법을 이용했다. 그리고, 일반화진폭의 변화에 대한 응답의 변화를 조사하기 위해 가진 가속도 0에 대한 Poincare점에 의한 분기도(bifurcation diagram)를 작성했다.

4.1 비감쇄계의 로킹응답

두 운동방정식으로 구성되는 로킹진동계의 기본 거동특성을 조사하기 위해 충돌시 에너지소모가 없는 비감쇄 로킹진동계를 우선 고찰하기로 한다. 비감쇄 로킹진동계는 실제로는 존재할 수 없지만 베이스가 탄성재의 경우등 충돌시 에너지 소모가 작은 비감쇄 로킹진동계에 가까운 계는 충분히 생각할 수 있다. 또한, 그 응답특성은 감쇄 로킹진동계를 이해하는데 있어서 중요한 의미를 갖는다.

강체블록이 수평방향만의 1차원 가진을 받는 경우 가진진폭의 변화에 대한 응답의 변화를 조사하기 위해 일반화 진동수 8과 10의 가진에 대

한 응답의 분기도를 Fig. 2에 나타냈다

Fig. 2에서 공백부분은 블록의 전도(tumble)를 의미한다. 이 분기도에 나타난 것과 같이 비감쇄 로킹진동계의 응답은 준주기 응답(sub-harmonic response), 카오스응답과 전도로 분포된다.

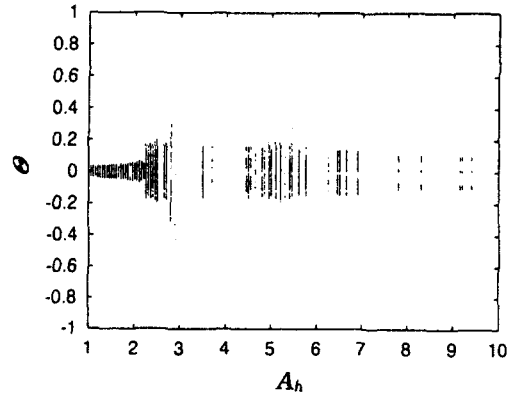


Fig. 2 Bifurcation diagram of undamped rocking response ($\Omega_n=10, A_h=1\sim 10$)

또한, 카오스응답의 경우에는 전도에 도달할 가능성이 높고, 거의 대부분의 경우 블록은 전도한다. Fig. 2의 분기도에 대한 대표적인 응답의 예를 Fig. 3과 4에 나타냈다.

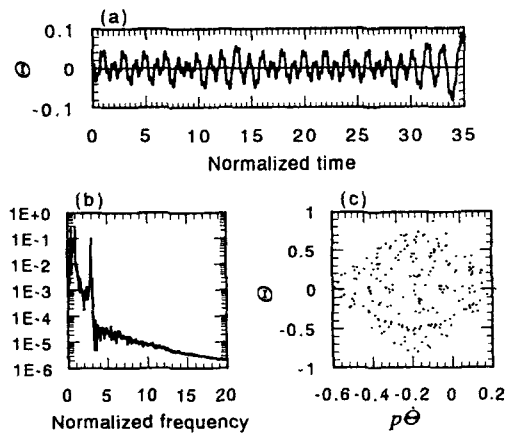


Fig. 3 Undamped rocking response ($\Omega_n=8, A_h=4.3$)

이하의 응답에 대한 그림에서 (a), (b)와 (c)는 각각 시계열, Power spectra와 Poincare map

를 나타낸다. Fig. 3의 경우의 응답은 카오스 응답으로 되고, 블록은 최종적으로 전도한다. 이 경우는 Attractor는 흡인영역(limit cycle)을 형성하지 않는 것이 특징이다. 또, Fig. 4의 응답은 준주기응답으로 되어 있다.

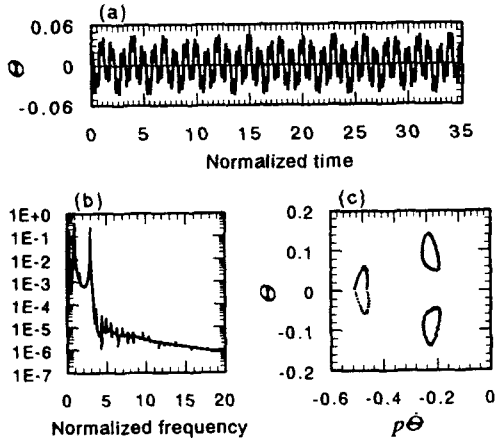


Fig. 4 Undamped rocking response ($\Omega_h=10, A_h=6.45$)

4.2 미끄럼이 없는 경우의 감쇄 로킹응답

여기에서는 블록과 베이스가 강체이고 충돌시의 에너지소모(energy dissipation)가 블록의 형상에만 의존한다고 가정하여 응답해석을 하여 그 특성을 조사하였다. 일반화 진동수를 8과 10으로 고정시키고 진폭의 변화에 의한 응답의 변화를 조사하기 위해 진폭 1에서 10까지의 분기도를 작성했다. 일반화 진동수 8에 대한 로킹 응답의 분기도를 Fig. 5에 나타내고, 일반화 진동수 10에 대한 로킹응답의 분기도를 Fig. 6에 나타냈다.

이들 그림에서 나타내어진 것처럼 극히 일부의 준주기 응답영역을 제외하면 모든 영역에서 (1,1)모드 또는 (1,3)모드의 주기 응답을 나타냈다. 이들 분기도를 Fig. 2의 비감쇄 로킹응답에 대한 분기도와 비교하면 충돌시의 에너지 소모에 의해 로킹응답이 거의 모든 영역에서 주기 응답이 됨을 알 수 있다. 또, 에너지 소모가 커지면 커질수록 응답의 주기성이 강해지고 고차모드의 영역이 좁게 되어진다는 것을 알 수 있다. (1,3)모드의 예를 Fig. 7과 8에 나타냈다.

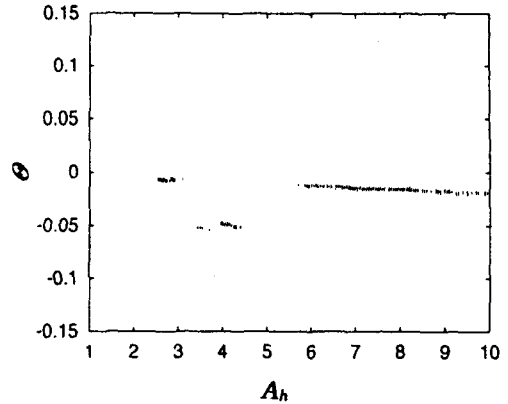


Fig. 5 Bifurcation diagram of damped rocking response ($\Omega_h=10, A_h=1\sim 10$)

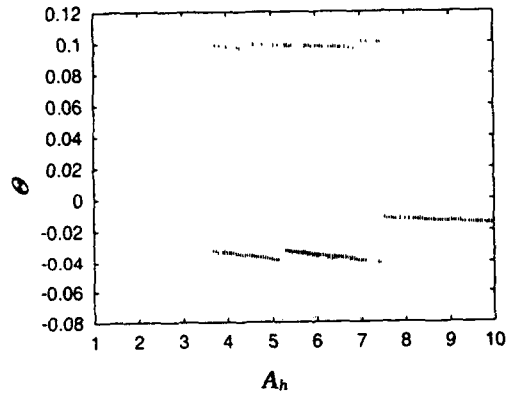


Fig. 6 Bifurcation diagram of damped rocking response ($\Omega_h=8, A_h=1\sim 10$)

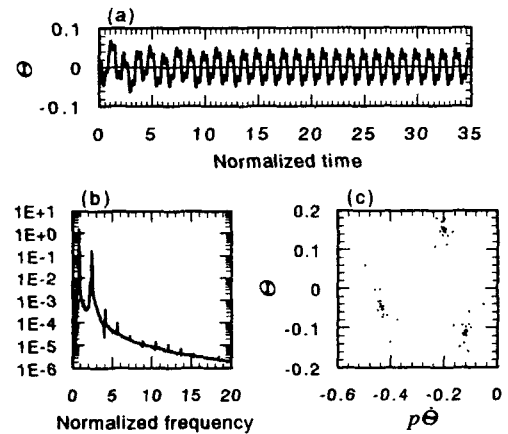


Fig. 7 Damped rocking response ($\Omega_h=8, A_h=4.3$)

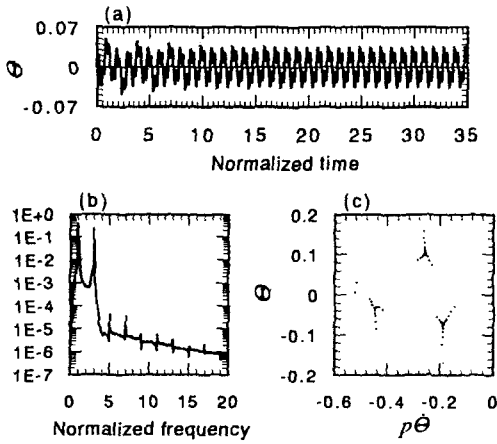


Fig. 8 Damped rocking response ($\Omega_h=10, A_h=6.45$)

4.3 미끄럼이 발생하는 경우의 감쇄 로킹응답

다음으로 미끄럼이 발생하는 경우의 감쇄 로킹진동계에 대해서 생각하기로 하자. 정마찰계수 0.35, 동마찰계수 0.3, 일반화 가진진동수 8에 대한 로킹응답의 분기도를 Fig. 9에 나타냈다. 또, 정마찰계수 0.4, 동마찰계수 0.35, 일반화 가진진동수 10에 대한 로킹응답의 분기도를 Fig. 10에 나타냈다.

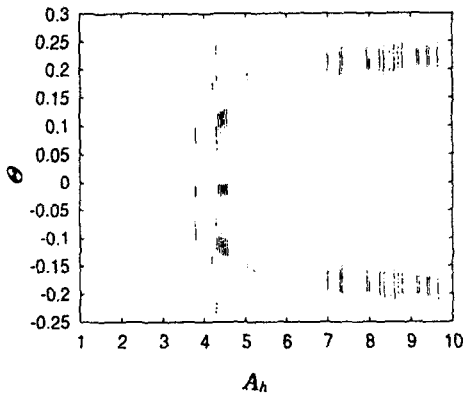


Fig. 9 Bifurcation diagram of damped rocking response with sliding ($\Omega_h=8, A_h=1\sim 10, \mu_s=\bar{\mu}_s=0.35, \mu_k=\bar{\mu}_k=0.3$)

이들 분기도를 Fig. 3과 4의 분기도와 비교하면 미끄럼이 로킹응답에 크게 영향을 미치고 넓

은 범위에서 준주기응답과 카오스응답이 나타남을 알 수 있다. 즉, 미끄럼이 없는 경우는 (1,3) 모드의 주기응답을 나타낸 것이 미끄럼발생의 경우에는 (1,1)모드나 준주기응답 또는 카오스응답으로 된다. 또한, 준주기응답과 카오스응답의 경우에도 기본적으로는 3개의 흡인영역을 형성하지만 예외의 경우도 있어 3개의 흡인영역이 다시 3개의 흡인영역을 형성하여 9개의 흡인영역이 되는 경우도 있다.

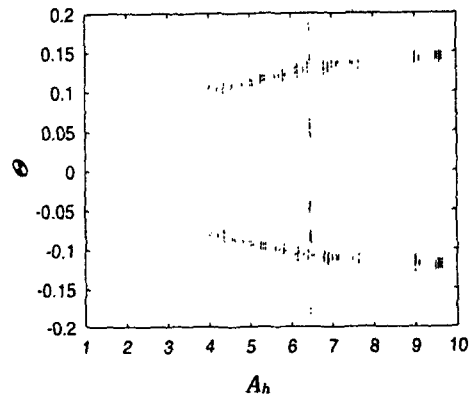


Fig. 10 Bifurcation diagram of damped rocking response with sliding ($\Omega_h=10, A_h=1\sim 10, \mu_s=\bar{\mu}_s=0.4, \mu_k=\bar{\mu}_k=0.35$)

Fig. 9의 분기도에 대한 한 예로써 일반화 가진진동수 8, 일반화 가진진폭 4.3, 정마찰계수 0.4, 동마찰계수 0.35의 경우와 정마찰계수 0.35, 동마찰계수 0.3의 경우의 응답에 대한 시계열, 미끄럼에 의한 수평변위의 시계열, Power spectra, Poincare map를 각각 Fig. 11과 12에 나타냈다. 이하의 그림에 있어서 (a)는 로킹응답 시계열이고, (b)는 미끄럼에 의한 수평변위의 시계열, 또 (c)는 로킹응답에 대한 Power spectra, (d)는 로킹응답에 대한 Poincare map이다.

Fig. 11과 12의 Poincare map을 보면 두 경우 모두 9개의 흡인영역으로 구성되는 일부모드의 카오스응답으로 되어 있다. 만약, 이들 영역이 한 점으로 수렴되면 일부모드의 주기응답으로 될 것이다. Fig. 12의 경우에도 같게 평가할 수 있지만 Fig. 11에 비교하면 미끄럼이 작은 만큼 흡인영역도 작게 되어 있음을 알 수 있다. 이

들 2가지 로킹응답에 대한 최대 Lyapunov지수는 각각 0.47과 0.3이었다. 최대 Lyapunov지수는 카오스응답에 대한 궤도확산율을 평가하는 값으로서 응답의 카오스성을 나타냈다. 즉, 최대 Lyapunov지수가 크면 클수록 응답의 카오스성은 증가되고, 응답이 주기응답이나 준주기응답이

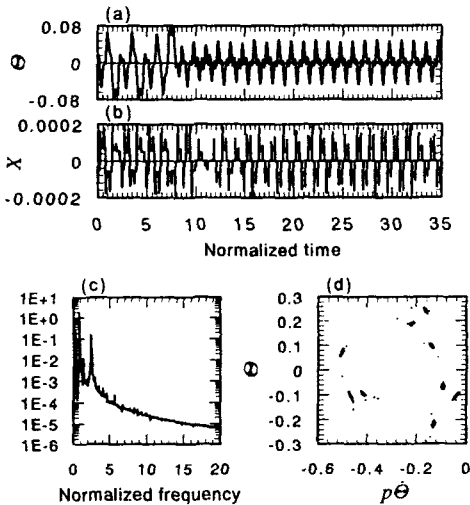


Fig. 11 Damped rocking response(Sliding occurrence) ($\Omega_h=8, A_h=4.3, \mu_s=\bar{\mu}_s=0.35, \mu_k=\bar{\mu}_k=0.3$)

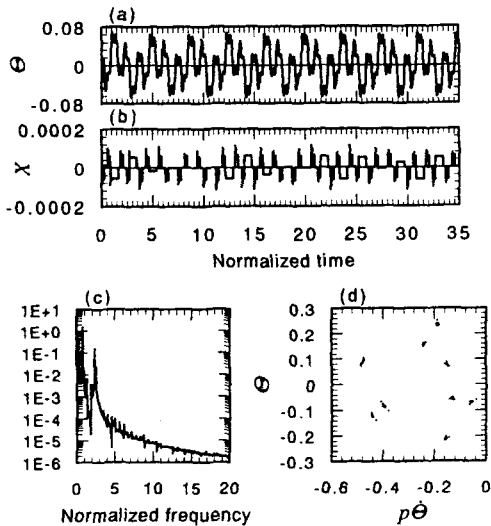


Fig. 12 Damped rocking response(Sliding occurrence) ($\Omega_h=8, A_h=4.3, \mu_s=\bar{\mu}_s=0.4, \mu_k=\bar{\mu}_k=0.35$)

면 최대 Lyapunov지수는 0이 된다. 이로부터 블록과 베이스간의 마찰력이 작으면 작을수록 응답의 카오스성은 커진다고 말할 수 있다.

다음으로 Fig. 10의 분기도에 대한 응답의 예로써 일반화 가진진동수 10, 일반화 가진진폭 6.45, 정마찰계수 0.4, 동마찰계수 0.35의 경우와 정마찰계수 0.35, 동마찰계수 0.3의 응답에 대한 시계열, 미끄럼에 의한 수평변위의 시계열, Power spectra, Poincare map를 각각 Fig. 13과 14에 나타냈다. 여기에서 (a), (b), (c), (d)는 Fig. 11, 12와 같다.

Fig. 13에 나타내어진 로킹응답의 시계열 전반부는 거의 주기응답에 가깝지만 시간의 경과와 더불어 흡인영역이 확산되고 카오스응답이 된다. 또, Fig. 14의 경우에도 Poincare map에서 알 수 있듯이 주기응답으로 되지 않고 카오스응답을 나타냈다. Fig. 13과 14의 응답에 대한 최대 Lyapunov지수는 각각 0.43과 0.35이다. 여기에서도 일반화 가진 진동수 8의 경우와 같이 블록과 베이스간의 마찰력이 작으면 작을수록 응답의 카오스성은 커진다고 말할 수 있다.

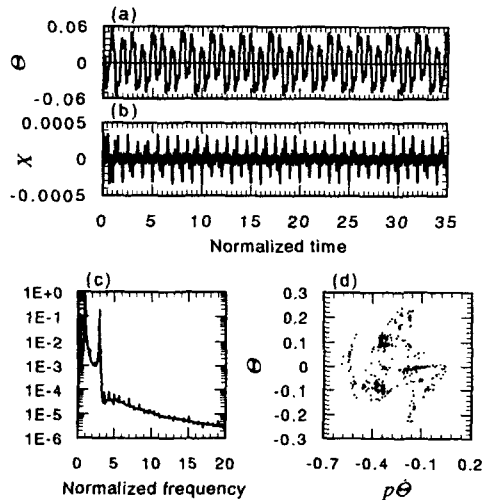


Fig. 13 Damped rocking response(Sliding occurrence) ($\Omega_h=10, A_h=6.45, \mu_s=\bar{\mu}_s=0.35, \mu_k=\bar{\mu}_k=0.3$)

그러나, 블록과 베이스간의 마찰력의 크고 작음에 의해서 주기응답과 카오스응답으로 나누어지는 경우도 있다. 일반화 가진진동수 10, 일반화

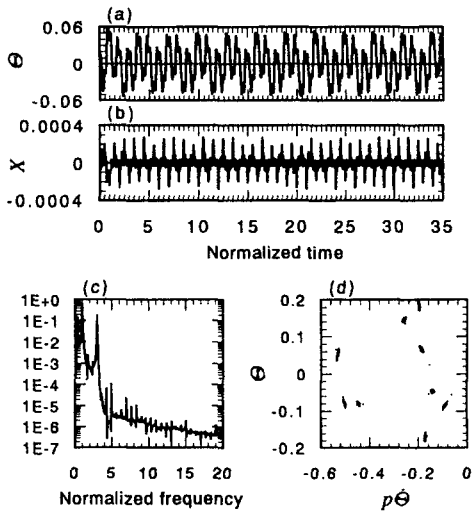


Fig. 14 Damped rocking response(Sliding occurrence)
 ($\Omega_h=10, A_h=6.45, \mu_s=\bar{\mu}_s=0.4, \mu_k=\bar{\mu}_k=0.35$)

가진진폭 5.2, 정마찰계수 0.4, 동마찰계수 0.35의 경우와 정마찰계수 0.35, 동마찰계수 0.3의 응답에 대한 시계열, 미끄럼에 의한 수평변위의 시계열, Power spectra, Poincare map를 각각 Fig. 15와 16에 나타냈다.

Fig. 15의 로킹응답은 심한 미끄럼운동을 동반하고 주기응답이 되지 않고 복잡한 Attractor

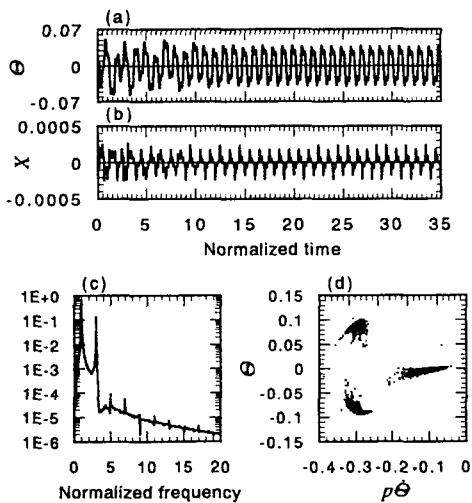


Fig. 15 Damped rocking response(Sliding occurrence)
 ($\Omega_h=10, A_h=5.2, \mu_s=\bar{\mu}_s=0.35, \mu_k=\bar{\mu}_k=0.3$)

를 형성한다. 이 경우에도 시계열과 Power spectra에 나타난 것과 같이 응답의 전반부는 주기 응답을 나타내지만, 시간의 경과와 더불어 카오스 응답으로 발전하고 넓은 범위에서 Attractor를 형성한다. 반면 Fig. 16의 경우에는 미끄럼이 발생해도 (1,3)모드의 주기응답을 나타냈다.

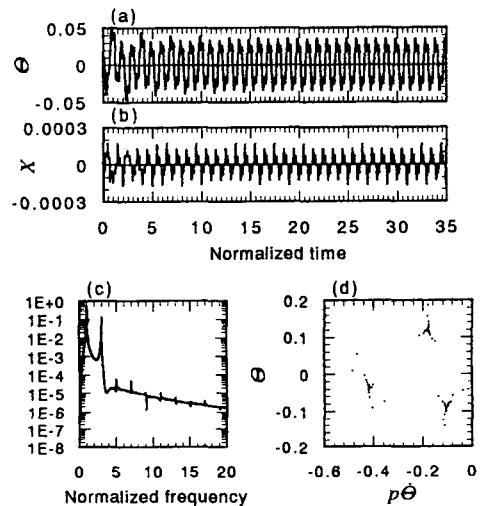


Fig. 16 Damped rocking response(Sliding occurrence)
 ($\Omega_h=10, A_h=5.2, \mu_s=\bar{\mu}_s=0.4, \mu_k=\bar{\mu}_k=0.35$)

5. 결론

본 연구에서는 수평방향만의 1차원 가진을 받는 로킹진동계를 비감쇄와 감쇄의 두 경우에 대해 응답특성, 그리고 감쇄 로킹진동계에 대해서는 미끄럼 발생의 경우와 미끄럼이 발생하지 않는 경우로 나누어 고찰하였다.

- 1) 비감쇄 로킹진동응답은 준주기응답이나 카오스 응답으로 되고, 주기응답은 존재하지 않는다.
- 2) 충돌시 에너지 소모의 증가와 더불어 로킹 응답의 흡인영역은 좁게되고, 미끄럼이 없는 경우에는 거의 모든 영역에서 주기응답으로 된다.
- 3) 블록형 구조물의 로킹진동에 있어서 미끄럼 운동은 (1,3)모드영역의 일부응답을 (1,1)모드 응답 또는 카오스응답으로 변화시키고, 로킹 응답의 분포를 크게 바꾼다.

- 4) 일반적으로 블록과 베이스간의 마찰력의 저하는 로킹응답의 카오스성을 크게 하지만 예외도 있어 블록과 베이스간의 마찰력의 저하와 더불어 주기응답으로 되는 경우도 있다.

참 고 문 헌

- 1) 鄭萬溶, 鈴木浩平, “剛体 ブロック型構造物のロッキング振動に関する基礎的研究”, 日本機械學會論文集, 第62卷 603号, pp. 4136~4146, 1997.
- 2) Yuji Ishiyama, “Motions of rigid bodies and criteria for overturning by earthquake excitations”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 10, pp. 635~650, 1982.
- 3) Housner, G.W., “The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes”, Bullen of the seismological society of America, Vol. 53, No. 2, pp. 404~417, 1963.
- 4) Spanos, P.D. and Koh, A.S., “Rocking of rigid blocks due to harmonic shaking”, J. Engrg. Mech. Div., ASCE, Vol. 110, No. 11, pp. 1627~1642, 1984.
- 5) Solomon C.S. Yim and Huan Lin, “Non-linear impact and chaotic response of slender rocking objects”, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 117, No. 9, pp. 2079~2100, 1991.
- 6) Hogan, S.J., “On the dynamics of rigid-block motion under harmonic forcing”, Proc. R. Soc. Lond. A 425, pp. 441~476, 1989.
- 7) Yim, C.S., Chopra, A.K. and Penzien, J., “Rocking response of rigid blocks to earthquakes”, Earthquake Engrg. Struct. Dynamics, Vol. 8, No. 6, pp. 565~587, 1980.
- 8) Shenton, H.W. and Jones, N.P., “Base excitation of rigid bodies: formulation”, J. Engrg. Mech., Vol. 117, No. 10, pp. 2286~2306, 1991.
- 9) Lin, H. and Yim, S.C.S., “Nonlinear rocking motions overturning under random excitations. I”, J. Engrg. Mech., ASCE, 122(8), pp. 719~727, 1996.
- 10) Lin, H. and Yim, S.C.S., “Nonlinear rocking motions overturning under random excitations. II”, J. Engrg. Mech., ASCE, 122(8), pp. 728~735, 1996.