

## 컴퓨터로 구성된 점자판에서 면적 개념의 탐구

고 상 숙 (아주대학교)

### I. 서론

NCTM STANDARDS(1989)는 학교 수학의 교수-학습에서 컴퓨터 테크놀로지의 사용을 권장하고 있다. 이 제의는 적절한 컴퓨터 소프트웨어에 의해 제공된 상호작용 하는 환경에서 학생은 수학에 대한 구체적인 경험으로부터 더욱 추상화의 형식적 수준으로 이동하게 되고, 추측하는 힘을 키우고, 수학적 사고력을 향상하는 잠재력을 육성할 수 있다고 가정한다. 2000년부터 단계적으로 시행 될 제 7차 교육과정(교육부, 1997)을 살펴보면 5-가 단계의 측정 분야에서 면적 개념을 다루게 되어 있는데, 본 연구는 기하 소프트웨어, Geometer's Sketchpad(GSP)를 사용하여 면적 개념을 처음 학생에게 소개할 때 면적 개념 이해에 있어 어려움을 갖는 학생을 돕기 위해 개발되었다. 그래서 제안되는 학습의 목표는 학생이 점자판에 그려진 다각형의(정사각형의 단위로 구성된) 면적을 규명함으로써 면적의 개념의 이해 정도를 향상하는 것이 될 것이다. 그 결과 학생은 다각형의 면적을 구할 수 있고, 둘레와 면적으로 다각형의 영역을 그릴 수 있어야 한다. 다음은 교사가 면적 개념을 중심으로 학습 지도안에 포함할 수 있는 아이디어를 소개하고 있다.

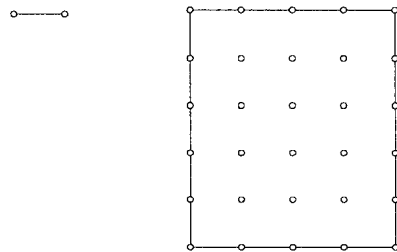
### II. 본론

우선 동기 유발을 위해 교실의 학생을 두 팀으로 나누는 후, 면적이라는 말을 들었을 때 무엇을 떠올릴 수 있는지에 대해 가능한 많은 것을 쓰도록 1분을 허용한다. 1분 후 서로 내용을 교환하게 하고 정확하게 근본적인 생각에 교사는 점수를 준다. 만약 학생의 대답이 부정확하고 불투명하면 본 학습 중에 개선될 수 있도록 한다. 이 초기 학습 활동은 약간의 경쟁심을 일으킬 수 있어 학습의 동기와 흥미를 발생시킬 수 있다.

그리고 이것은 교사에겐 이전 학습으로부터 면적에 대해 학생이 기억하고 있는 지식의 정도를 가늠할 수 있는 기회를 제공한다. 학생으로부터 칠판, 축구장 또는 야구장, 책상 그리고 교실 바닥 등을 포함한 재미있는 대답을 예상할 수 있다. 우리는 이렇게 실생활에 근접한 기본적인 대상으로부터 시작할 필요가 있다.

#### 주제 개발 :

칠판나 야구장과 같은 것을 덮을 수 있는 방법으로 면적의 개념을 개발할 수 있는 동기유발을 위해 다음과 같이 제시된 아이디어를 사용해보자. 학생이 앉아 있는 책상의 표면에 대해, 각 변의 길이는 얼마인지, 몇 장의 종이로 그 표면을 덮을 수 있는지 등을 물을 수 있다. '덮기' 개념이 본 활동의 열쇠이다. 측정의 단위는 1장의 종이일 수도 있고 또는 측정의 일반적인 방법에 관련된 것을 사용할 수 있다. 여기서 우리는 정사각형 개수 세기로 면적을 측정하여보자.

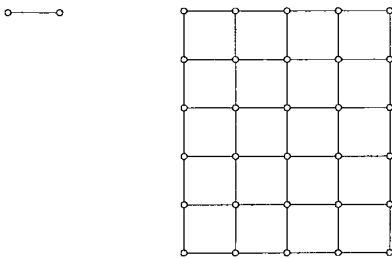


<그림 1> 덮개 씌운 직사각형

참고: 왼쪽에 단위 길이가 주어져 있다. 이 단위 길이를 움직이면 점자간의 간격을 조정할 수 있다.

위 직사각형을 제시하고 이 직사각형의 면적을 찾는다는 것이 무엇을 뜻하는 것인지 토의한다. 많은 학생은 20이라고 말할 수 있을 것이다. 왜 그들이 20을 답으로 선택했는지 피드백을 줄 수 있는 질문을 시도

하자. 어떤 학생은 변 주위의 공간 간격을 세고 곱할 것이고, 다른 이는 점 사이를 잇는 선분 그리기를 계획할 것이다. 교사는 면적은 표면을 덮고 있는 정사각형의 수로 계산한다는 것을 강조하기 위해 선분들을 그릴 것이다. 각 학생으로 하여금 파트너나 팀원을 가르치게 하는 것은 좋은 방법이다. 교사는 토의를 용이하게 이끌어 가도록 수업 진행에서 안내자 또는 촉매자 역할을 한다.



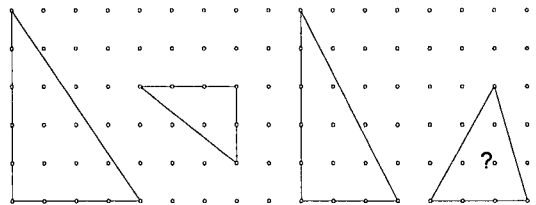
<그림 2> 덮개 개수 세기

다음으로, 위 직사각형을 제시하여 이 시험을 확장하고 이 직사각형 면적의 정확한 답을 묻는다. 만약 한 팀이 답을 제공하면 다른 팀이 증명하도록 한다. 여기서 교사는 답을 제공하여선 안된다. 그리고 GSP를 사용하여 다른 모양의 직사각형을 그리게 하고 먼저 면적을 구하는 팀에게 점수를 준다. 직사각형을 완성하는 것에 상관하지 않고 먼저 든 손을 교사가 택한다고 학생에게 말한다. 교사로서 학생 중에 직사각형의 세번째 변을 그리면서 손을 드는 학생이 있기를 기대해 본다. 이것은 직사각형의 면적의 공식이 가로 × 세로라는 것을 추론하도록 기회를 제공한다. 이것은 또한 학생이 연습할 수 있는 시간을 가질 수 있는 매우 좋은 기회이다. 교사는 면적을 구하기 위해 스케치 파일에 이미 그려진 몇 개의 직사각형을 사용할 수 있고, 또는 이 점자를 인쇄한 활동지를 사용할 수 있다. 중요한 것은 학생이 새로운 개념을 배울 때 연습을 충분히 할 수 있고 긍정적인 자세를 갖는다는 것이다.

일단, 학생이 직사각형의 면적 구하기에 익숙해지면 교사는 이 개념의 확장을 시도할 수 있다. 예를 들면, 면적이 8이고 둘레가 12인 직사각형의 영역을 그리게

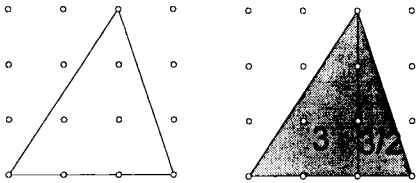
할 수 있다. 전과 같이 학생은 이것을 수행할 수 있는 시간이 주어지고 어떻게 결과를 구했는지 다른 학생과 의견을 나누게 한다. 교사는 아마도 학생이 성취감을 얻을 때까지 몇 개의 비슷한 문제를 더 제공하여 진행한다.

직사각형의 면적을 공부한 후 이 점자판은 자연스럽게 삼각형의 면적 구하기에 사용할 수 있다. 직각삼각형을 보이고 그들의 면적을 어떻게 구할 수 있는지 물어본다(팀간에 경쟁을 시켜서). 그들의 대답에 1/2의 개념을 발생시킬 수 있도록 다양한 직각삼각형을 선보이고 각 학생으로 하여금 면적을 찾게 하고 설명하게 한다. 처음 몇 개의 경우에는 삼각형이 그 반을 차지하는 직사각형의 모양을 유지하는 것이 도움이 될 것이다. 학생은 쉽게 직사각형의 면적과 직각삼각형의 면적을 찾을 것이다. 이것은 점자판 위에 그려진 대부분의 모양의 면적을 직사각형과 직각삼각형으로 나누어 구할 수 있기 때문에 본 학습에서 매우 중요하다. 일단, 학생이 직각삼각형의 면적을 구하는 데 자신감을 가졌다면 이제 직각삼각형이 아닌 다른 삼각형의 면적 구하기로 이동할 준비가 되었다고 볼 수 있다.



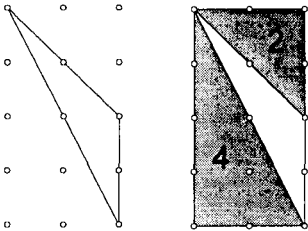
<그림 3> 직각 삼각형과 일반 삼각형

학생에게 직각삼각형이 아닌 삼각형의 면적을 구할 수 있는 다른 방법을 생각하게 하자. 교사는 학생에게 각자의 점자판을 사용하도록 하면 어떤 이는 주어진 삼각형을 몇 개의 직각삼각형으로 나눌 것이다. 다른 학생은 삼각형 주위에 직사각형을 그린 후 직각삼각형의 면적을 빼는 방법을 보일 수 있다. 교사는 GSP 위에 선분 기능과 다각형 내부를 색깔로 입혀 학생의 생각을 다음과 같이 시각화할 수 있다.



$$3 \times \frac{3}{2} = 9/2$$

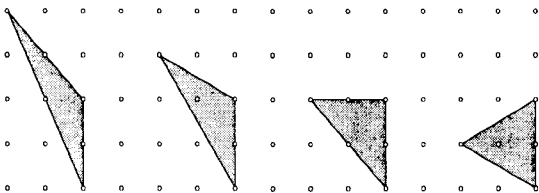
<그림 4> 일반 삼각형의 면적 1



$$8 \times 4 - 2 = 2$$

<그림 5> 일반 삼각형의 면적 2

같은 밑변과 같은 높이를 유지하고 한 꼭지점만 변화하여 다양한 삼각형을 그려서 삼각형의 면적 공식을 유도할 수 있다. 학생에게 매번 제시된 삼각형의 면적을 찾게 하고 그들 자신의 결론을 발견하게 한다. 이런 제한에 학생은 매우 재미있는 방법들을 얘기할 것이고 교사는 그들의 다양한 생각에 놀랄 것이다.

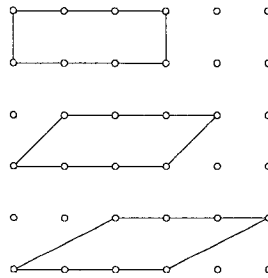


<그림 6> 같은 밑변과 같은 높이를 지닌 삼각형들

직사각형 위에 면적 4인 삼각형 영역을 그려서 면적을 구하게 하자. 또는 면적 6으로 된, 두 개의 합동하지 않는 삼각형 영역을 그려서 면적을 구하게 하자.

이것은 면적과 삼각형의 정의를 이해하는 데 효과적인 활동이다.

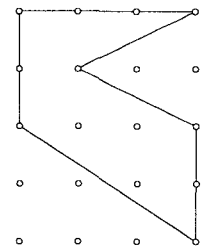
이제 학생은 이런 방법과 면적에 대한 이해도를 다양한 다각형의 면적 찾기에 일반화할 수 있다. 다음은 다각형을 사용한 몇 가지 예를 소개하였다.



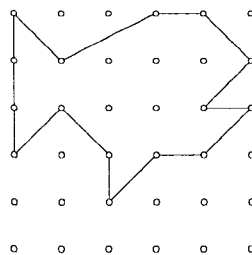
<그림 7> 평행 사변형의 면적

평행 사변형의 면적 공식처럼 소개될 수 있다. 같은 밑변과 높이를 유지하고 다른 변을 다양하게 변화시킨다.

오른쪽 그림은 둘러싸인 직사각형의 면적을 찾고, 그 안의 직각삼각형의 면적을 빼서 면적을 구하는 방법이 좋다. 학생은 자신의 여러 방법으로 GSP 위에서 설명할 수 있다.



<그림 8> 오목 다각형의 면적



<그림 9> 물고기 모양의 면적

물고기 모양과 같은 다양한 모양으로 면적 개념의 이해력을 높이기 위해 실험하는 것은 재미있다. 학생으로 하여금 그들 자신의 모양을 컴퓨터에서 만들어 보게 하고 그 모양의 면적을 찾아보게 하는 것도 본 학습의 부분일 수 있다.

면적 찾기의 또 하나의 확장으로는 학생으로 하여금 1개의 정사각형 단위, 2개로 이뤄진 정사각형의 단위, 또는 3개, 4개, 5개, ..., 심지어 10개로 이뤄진 정사각형 단위 등 다양한 측정 단위를 사용하여



면적을 찾게 하는 것이다. 그래서 단위에 따라 면적이 결정된다는 것을 경험하게 하는 것이다. 그러나 3개로 이뤄진 정사각형 단위와 같이 어떤 경우에는 점자판 위에 나타내기가 불가능한 경우도 있다. 이것은 정사각형의 정의, 더 나아가 제곱근의 개념을 설명할 때 사용할 수 있는 좋은 방법이다.

III. 결론

지필 환경에서 수학의 많은 주제를 OHP를 사용하여 제시할 수 있다 할지라도 컴퓨터는 이런 수업의 질을 향상시킬 것이다. 한 예로, 대부분의 일반 교실에서 갖기 어려운 동기유발 측면이다. 손으로 그리는 것보다 작도가 더 분명하고, 면적을 찾는데 사용할 전략을 강조하기 위해 색깔이나 채색이 지원된다는 것이다.

아마, GSP의 점자판 사용에 있어 가장 큰 장점은 학생이 마우스를 사용하는 것이 상대적으로 쉽고 선분 기능만으로 여러 가지 도형을 쉽게 작도할 수 있으며 짧은 시간에 이런 다양한 표상을 많이 접할 수 있다는 점이다. 컴퓨터 실험실에서 사용할 수 있는 활동지는 이런 생각이 학생을 흥미롭게 만드는 경우에 해당된다.

이런 수업이 제시될 때, 많은 어려움이 일어난다. 근본적인 어려움은 한번에 어느 정도 수업 양을 다루어야 하는가 하는 문제이다. 만약 하루는 직사각형, 다음날엔 삼각형, 그리고 나서 세번째 날엔 그간 배운 것을 복습하고 다각형으로 확장해 간다면 여기 소개한 내용이 보다 효과적인 것이다. 물론 학생이 성취감을 느끼는 분위기에서 공부한다는 것은 무엇보다도 중요하다. 필자의 소개로 본 내용을 수업에 사용하였던 한 초등학교 5학년 선생님은 “다음날 학생들은 면적은 단위 정사각형으로 측정된다는 것을 정확히 알고 있었다”고 말함으로 학생이 본 학습에서 성공하였음을 시사하였다.

참 고 문 헌

교육부 (1997). 수학과 교육 과정. 서울: 대한 교과서 주식회사.  
 National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.

## **Exploring Area of Polygons Using Computer Dot Board**

**Choi-Koh, Sang Sook**

Graduate School of Mathematics Education, Ajou University, 35 Won-Cheon Dong, Su-Won,  
Kyonggi 442-749, Korea. e-mail: yychoi@elim.net

This article introduces a proposed lesson to help younger or lower level mathematics students conceptualize area. The objective for the proposed lesson was for the student to demonstrate an understanding of the concept of area by identifying the area, in square units, of polygons drawn on computer dot board constructed by computer software, Geometer's Sketchpad. The concept of covering is the key to develop the concept of the area. The article proceeded from rectangular figures, to right-triangular figures, to non-right triangular figures, then to polygons to find the area and develop the formula for the area of the figures. It is meaningful that this kind of materials can be developed within interactive computer environment since students feel successful in learning and teachers use them directly in their measurement classes.