

## 브가츠키(Vygotsky)의 사회-문화적 인지발달 이론과 수학적 의견교환

조 정 수 (Oregon State University)

### I. 서론

새로운 모습의 수학 지도와 학습을 골자로 진행 중인 현재 수학교육 개혁의 중심 아이디어는 주로 수학적 지식에 대한 인본주의와 준경험주의적 견해, 구성주의적 견해, 그리고 수학교실 문화에 대한 견해를 바탕으로 진행되고 있다. 이 개혁의 중심 아이디어는 미국의 전국 수학교사 협의회(National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM])에서 발간된 두 보고서에 잘 반영되어져 있다(NCTM, 1989, 1991). 이 두 보고서에서 제시하고 있는 새로운 수학 교실의 모습은 학생들이 여러 현실적 상황을 수학을 이용하여 탐구하고, 이 과정에서 자신들의 아이디어를 서로 구두와 글로 의견교환을 하고, 이러한 아이디어의 타당성을 입증하고 필요한 경우에는 변경을 하는 활동에 참여하도록 하는 것이다. 이 개혁에서는 또한 수학교실이란 수학적 활동을 하는 사람들로 구성된 하나의 사회-문화적 공동체로 정의하며, 교사와 학생은 이 사회의 문화적 활동(다시 말하면, 수학적 활동)의 참여자로 보고 있다. 이 공동체에서 수학적 지식이란 교사와 학생의 적극적 참여에 의해서 만들어지는 것이다. 이렇게 해서 형성된 수학적 지식의 타당성은 이 공동체의 규범에 따른 상호 협의를 통해서 결정되어진다. 이러한 교실의 모습은 수학적 지식의 절대성을 전달하는 역할자로서의 교사와 교과서의 개념을 완전히 부인하고 있다(Ernest, 1998; Hersh, 1997; Lakatos, 1976; NCTM, 1991; Nickson, 1992).

이 개혁 보고서에서 눈에 띄는 것은 “수학적 의견교환”이라는 슬로건이다(NCTM, 1989, p. 6). 이것은 1980년대의 문제해결 학습, 인지 심리학, 정보처리 이론, 피아제의 인지발달 이론 등에서 주장해 왔던 개인적 수학 활동의 합리성에 의문을 제기하고 있다. 이 슬로건이 취하고 있는 수학적 지식의 인식론은 브가츠키

(Vygotsky)의 사회-문화적 심리학에 바탕을 둔 “사회적 구성주의”이다. 즉, 인간의 모든 지식은, 수학적 지식도 포함해서, 인간의 사회, 문화적 활동의 참여를 통한 “의견교환”에서 발생된다는 것이다. 교사가 의견교환을 통해서 수학을 가르치는 경우 교사와 학생들간의 역할은 완전히 새로운 모습을 하게 된다. 지식의 전달자로서 칠판 앞을 지켜온 교사는 학생들이 무슨 의견을 교환하는지 귀를 기울이기 위해서 학생들에게 다가 가게 되고, 틈틈이 그들의 대화에 함께 참여하며, 의견교환이 어려운 학생들 사이에서는 대화의 조정자 역할을 하게 된다. 이러한 교실에서 학생들은 모든 수학적 지식의 결정권을 교사에게 의존하는 데서 벗어나 수학적 문제의 해답이란 교사나 해답지에 의한 절대적 진리를 의미하는 것이 아니라, 일시적 진리로서 학생들 스스로가 의견교환을 통해서 그 진리의 절대성 여부를 결정해야 한다는 사실을 배우게 된다.

라카토스는 수학을 알고 이러한 수학적 지식을 사용해서 수학적 활동에 참여한다는 것은 추론에서 시작해서 증명, 그리고 반박으로 이어지는, 즉 미리 정해진 하나뿐인 길을 따라가는 것이 아니라 “지그재그식”으로 미지의 길을 헤쳐 나가는 것과 같다고 하면서 객관성을 지닌 수학적 지식의 형성을 위한 상호 주관적 의견교환을 강조했다(Lakatos, 1976, p. 30). 라카토스가 제시한 수학적 지식의 형성과정은 바로 브가츠키(Vygotsky)의 사회-문화적 인지발달 이론과 같은 맥락으로, 이 둘 다 지식 형성에 있어서 그 사회 구성원 사이의 상호 의견교환의 중요성을 강조하고 있다. 따라서, 이 글의 목적은 왜 수학적 의견 교환이 수학교실에서 중요한지를 브가츠키(Vygotsky)의 사회-문화적 인지발달 이론을 통해 알아보고, 이를 바탕으로 이 이론이 수학교육에 어떤 새로운 패러다임을 제시하고 있는지를 살펴보고자 한다. 하지만 여기서 다루어지는 브가츠키(Vygotsky) 이론은 포괄적이고 심층적이기 보다는 개관적이므로 이 이론을 자세히 이해하는데 어려

움이 있을 수도 있다. 따라서, 여기에서 제시하는 브가츠키(Vygotsky) 이론의 수학적 시사점은 관심있는 사람들의 다양하고 폭넓은 논의를 통해서 더욱 구체화되어지기를 바란다.

## II. 브가츠키(Vygotsky)의 사회-문화적 이론의 개관

학습과 발달에 대한 사회-문화적 접근은 1920년대와 30년대에 러시아에서 브가츠키(Vygotsky)와 그의 동료들(Alexander Luria, Alexei Leont'ev)에 의해서 처음으로 체계화되어 심리학 연구에 응용되었다. 이 접근 방법의 기본적 가정은 인간의 고차적 정신 활동은 사회적 배경 속에서 이루어지며, 이러한 정신 활동은 언어와 기호 체계(예를 들면, 수학에서의 기호나 음악에서의 음표 등)에 의해서 조절되어진다는 것이었다. 브가츠키(Vygotsky) 심리학의 가치는 그 당시 심리학자들이 무시했던 개인의 인지 활동과 사회적, 문화적 활동과의 역동적 상호 의존성을 설명하려는 노력에 있었다. 다시 말해서, 브가츠키(Vygotsky)는 사회적 상호작용을 통해서 생기는 사회적 인지활동이 개인적인 인지활동으로 내면화되어지는 변환을 '발달'이라고 정의했다는 점이 특이하다. 브가츠키(Vygotsky)의 이러한 주장은 마르크스의 심리학을 창조하려는 노력 때문이었다(Vygotsky, 1978). 즉, 그는 변증법적 유물론의 원리와 방법이 그 당시 심리학이 당면한 중요한 과학적 패러다임의 해결책으로 생각했다. 브가츠키(Vygotsky)가 마르크주의의 핵심적 원리를 심리학에 적용하려는 노력은 다음의 사실에서도 잘 나타나 있다. 마르크스는 자본주의 사회의 분석에서 이 사회의 가장 기본적 세포는 '가치'라고 했다. 마르크스는 이 하나의 개념으로부터 자본주의의 사회, 경제의 주요한 원리와 구조를 만들어냈다. 마찬가지로, 브가츠키(Vygotsky)도 인간의 '의식'의 가장 기본적 기능체를 밝히려려고 했는데, 이 기본이 되는 심리학적 단위를 인간이 사용하는 언어나 단어에 있는 '의미'라고 했다(Vygotsky, 1978, p. 8).

브가츠키(Vygotsky)는 동물과 인간 행동의 대비를 통해서 이 둘은 심리학적 발달 단계에서 볼 때 질적으로 다른 두 개의 발달 경로가 있음을 알았다(Vygotsky, 1929/1977). 이것이 바로 생물학적 발달경로와 사회-문

화적 발달 경로(biological and sociocultural lines of development)였다. 생물학적 발달경로는 모든 생물학적 종이 거치는 진화 과정의 일부로서 중요한 신경 계통, 육체적 성장이나 성숙 등이 여기에 해당한다. 이러한 발달 경로는 동물이나 인간에 상관없이 거치는 과정으로 인간의 경우 유아기에 대부분 나타나며 단순한 지각이나 기억, 그리고 무의식적인 주의 등의 발달을 설명해 주고 있다. 하지만 인간은 부호와 기호의 창조자임을 생각할 때, 생물학적 발달경로만으로는 인간 행동의 특징을 설명할 수는 없을 것이다. 따라서, 브가츠키(Vygotsky)는 인간으로서 거처야 할 또 하나의 발달경로가 있다고 했는데 이 경로가 바로 사회-문화적 발달경로이다. 이 발달경로에 미치는 요인으로는 한 문화를 배경으로 해서 만들어진 말이나 기록 문자인데 이들은 그 문화권에 속한 인간의 행동 양식과 사고 양식을 구조화하고 조절하는 기능을 한다. 한 문화권에서 태어난 아이는 그 문화의 기호 체계(예를 들면, 말이나 언어, 수학적 기호)를 배우게 되는데, 그 기호 체계의 우수성의 여부에 따라 기본적 사고 기능(세거나 단순한 덧셈이나 뺄셈)이나 복잡한 사고 기능(함수의 개념이나 수학적 문제 해결에 필요한 전략)의 발달이 좌우된다고 한다. 이러한 주장의 실제 예는 섉스(Saxe, 1991a, 1991b, 1995)의 유명한 파푸아 뉴기니의 옥살민 부족(the Oksapmin) 연구에 잘 나타나 있다. 섉스는 이 연구에서 한 문화권의 기호 체계가 어떻게 그 문화권에 있는 사람들의 사고 기능을 조절하는지를 잘 보여 주고 있다. 이 원시 부족민들은 자신들의 몸의 일부분을 사용해서 세기를 한다. 오른쪽 엄지 손가락에서 시작해서 손 주의 부분, 팔, 어깨, 오른쪽 귀, 눈, 그리고 다시 왼쪽 몸부위로 옮겨가서 마지막으로 왼쪽 손가락에서 세기가 끝나는데, 이 방법에 의하면 최대 27까지 셀 수 있다고 한다. 이 기호 체계에 따르면 심지어 단순한 덧셈이나 뺄셈을 하는 데만도 엄청난 어려움이 있다는 사실을 섉스는 발견했다. 브가츠키(Vygotsky) 이론으로 설명하면 이 세기 체계의 비정교성은 결국 옥살민 부족민들의 사고기능 발달을 저해하는 결과를 가져 왔다고 할 수 있다. 이처럼 섉스의 연구에서도 입증된 것처럼 한 문화권에서 사용하는 기호체계의 우수성 여부는 결국 그 문화권 내의 사람들의 정신기능 수준의 차이를 가져온다(Vygotsky, 1929/1977). 결국 이 말은 여러 문화권에 똑같이 적용될 수 있는 심리 발달

의 단계란 있을 수 없다는 결론으로서 피아제의 인지 발달 단계 이론을 부정하는 것으로 해석될 수 있다.

브가츠키(Vygotsky)는(1981) 인간의 정신 기능의 본질을 탐구하려는 노력으로서 '초보적 또는 자연적 정신 기능(elementary or natural mental functions)'과 '고차적 또는 문화적 정신 기능(higher or cultural mental functions)'을 구분하였다. 고차적 정신 기능에는 분류적 지각, 논리적 기억, 개념적 또는 추상적 사고, 의도적 또는 자기 규제적 주의 등이 있다. 이러한 고차적 정신 기능은 사회-역사적 발달의 결과물로서 인간만이 지닌 독특한 능력이다. 브가츠키(Vygotsky)는 어떻게 초보적이며 동물적 정신 기능이 이러한 고차적 정신 기능으로 발달할 수 있는지에 관심을 가졌다. 그에 의하면:

아이가 어떤 문화속에서 발달할 때 [정신] 기능은 두 번 혹은 두가지 면에서 나타난다. 처음에는 사회적인 면에서 나타나고, 그런 다음 [이 아이의 내면적인] 심리적인 면에서 나타난다. [다시 말해서] 처음에는 상호지향 심리학적 범주(an interpsychological category/plane)인 사람들 사이에서 발생하고, 그런 다음 내부지향 심리학적 범주(an intrapsychological category/plane)인 이 아이의 내면에서 발생한다. 이것은 또한 [고차적 정신 기능인] 의도적 주의, 논리적 기억, 개념의 형성, 그리고 의지의 발달에도 그대로 적용된다. (Vygotsky, 1981, p. 163 괄호는 설명을 위해 삽입한 것임)

아이의 심리학적 발달에 있어서 사회적 환경의 역할을 강조하고 있는 이것을 '고차적 정신기능 발달의 일반 발생적 법칙(the general genetic law of higher mental functions)' 이라고 한다.

고차적 정신 기능은 다른 사람과 사회적, 문화적 활동에 있어서 그 수단이 되는 기호나 언어에 의해서 중재되어진 활동의 결과이다. 이 기호나 언어를 '인지적 도구'라고 한다. 다시 말해서, 어린 아이의 초보적 정신기능이 고차적 정신기능으로 발달하게 되는 것은 육체적 성숙의 결과에 의해서 생기는 것이 아니라, 그 사회 구성원과의 사회적 활동을 할 때 필요한 언어나 기호의 끊임없는 사용을 통해서이다. 사회 구성원과의 언어 사용을 통한 고차적 정신기능의 발달은 어린 유아의 말하기 발달에서 쉽게 그 예를 찾을 수 있다. 유아의 말하기는 원래 다른 사람들과의 사회적, 문화적

활동에 참여하기 위한 수단인데, 이러한 참여 기호의 증가를 통해서 이 소리가 있는 말하기는 소리가 없이 머릿속으로 혼자 말하는 형태인 '마음속 말하기(inner speech)'라는 형태가 되어서 사고의 도구가 된다. 수학에서 예를 들면 아이는 세기를 부모나 형제, 친구와 함께 단순한 세기 활동을 통해서 배우기 시작한다. 그 이후 이 아이는 혼자서 하는 활동에서도 이 세기를 사용할 수 있게 되고 이러한 능력은 곧 사고를 위한 도구로 발전하게 된다.

브가츠키(Vygotsky)가 말하는 인간의 고차적 정신 기능의 발달은 크게 세 가지의 과정과 관련이 있는데, (1) 내면화(internalization), (2) 기호적 중재(semiotic mediation), 그리고 (3) 근접 발달 영역(zone of proximal development)이 그것이다.

내면화는 사회적으로 문화적으로 의미있는 활동에 참여해서 그 사회 구성원과의 상호작용을 통해서 습득한 사회적 인지기능이 개인적인 인지기능으로 변환되는 것을 말한다(Vygotsky, 1978). 피아제와 같은 다른 심리학자들과 마찬가지로, 브가츠키(Vygotsky)도 사람들 사이에서 일어나는 어떤 외부적 정신활동이 개인의 내면적 정신활동으로 되는 과정을 내면화라고 보았다. 하지만 이런 이론가들과 브가츠키(Vygotsky)가 다른 점은 사람들과의 사이에서 일어나는 이러한 외면적 정신활동을 기호적으로 중재된 사회적 과정이라는 측면에서 정의했다는 점이다(Wertsch, 1985). 피아제의 경우를 살펴보면, 피아제는 감각 운동기 스키마의 내면화에 대한 이론을 정립했다. 그렇다면 이들의 내면화에 대한 견해와 접근 방법에는 어떤 차이점이 있는가? 브가츠키(Vygotsky)는 고차적 정신기능의 사회적 과정에 초점을 두고 있었기 때문에 이 사회적 과정에 참여하는데 필요한 표현체계를 연구하게 되었고 이런 배경으로 언어의 내면화에 강조점을 두게 되었다. 이와는 달리, 피아제는 아이의 물리적 세계와의 감각적 상호작용에 그의 초점을 두었기 때문에 물체의 조작에 필요한 표현체계를 연구하게 되었다. 이런 결과로 해서 피아제는 무엇보다도 내면화를 스키마의 형성으로 보았다. 즉, 그에 의하면 학생 개인이 어떤 상황에 직면해서 그것에 맞는 육체적 활동이나 행위를 할 때 이를 규제하는 역할을 담당하는 스키마의 형성을 내면화라 정의했다. 따라서, 브가츠키(Vygotsky)와 피아제는 내면화라는 같은 문제를 다루고 있지만, 인간의 정신활동 과정의 기

원에 대한 다른 생각 때문에 결국 판이하게 다른 인간 활동과 표현수단에 대한 연구를 하게 되었다.

기호적 중재는 이 내면화의 과정에 관여하는 매개체를 말한다. 예를 들면, 여러 기호 체계(언어나 수학)가 아동들의 인지발달에 영향을 준다고 할 때 이것을 기호에 의한 중재라고 한다. 다른 친구와의 의견교환 활동이 이들의 인지발달에 영향을 준다고 하면, 동료에 의한 중재라고 한다. 브가츠키(Vygotsky, 1986)는 여러 중재자 중에서도 언어가 가장 중요한 인지적 도구라고 했다. 언어란 의견교환을 위한 인지적 도구인 동시에 이 도구의 사용은 또한 인간의 정신기능을 지배해 왔다. 브가츠키(Vygotsky)와 많은 다른 이론가들은 언어가 인간과 동물을 구별하는 기준이라고 보았는데, 그 이유는 언어의 습득은 인간을 보다 효과적이고 효율적인 문제 해결자가 되도록 이끌어 왔기 때문이다. 즉, 인간이 언어를 소유하면서 유인원들이 하지 못했던 훨씬 복잡한 문제를 해결할 수 있었다. 인간과 원숭이의 문제 해결력에 대한 연구에서 보면(Kozulin, 1990), 걸음마를 막 시작한 아이와 나이 또래가 같은 침팬지는 감각 운동기에 해당하는 문제 해결에서는 거의 유사한 능력을 보였다. 그런데 이 아이가 말을 배우기 시작하게 된 후로는 이 둘의 문제 해결력에서 큰 차이를 보였다고 한다. 이후부터 침팬지는 이 아이가 풀 수 있는 문제를 풀지 못했다고 한다.

그렇다면 과연 언어와 사고가 어떤 관계가 있기 때문에 이런 결과가 생기는 것일까? 여기에는 세 가지의 주요한 주장들이 있어 왔는데(Siegler, 1991; Vygotsky, 1986), 첫 번째는 언어가 사고를 만들어 간다는 주장이다. 사피르-울프 가설(Sapir-Whorf hypothesis)이라고 하는 이 견해는 한 문화의 언어는 그 문화 구성원들이 세계를 보고 이해하는 관점을 형성하며 그래서 서로 다른 언어를 사용하는 문화의 사람들은 서로 다른 세계관을 가지게 된다. 이들의 인류 언어학적 관점에 의하면, 나라와 문화에 관계없이 인간은 같은 기능을 하는 오감을 가지고 있지만 그렇다고 해서 실체를 지각하는 것도 같은 것은 아니라고 한다. 그 이유는 인간은 '거름장치'가 있어서 어떤 지각은 가능하지만 어떤 것은 지각을 불가능하게 만들기 때문이다. 이 거름 장치에 해당하는 것이 '언어'인데, 이 언어는 특수한 색안경과 같아서 사람들로 하여금 실체를 전혀 다르게 이해하도록 만든다(Scupin, 1995). 두 번째 견해는 사고

가 언어를 형성한다고 한다. 피아제에 의한 이 주장에 의하면 아이의 감각 운동기 끝에 나타나는 표상능력의 발달이 언어의 발달을 가능하게 한다는 것이다. 결국 언어발달은 인지발달에 좌우되고 인지발달을 기다려야 하는 결과가 된다. 세 번째 견해는 언어와 사고는 서로 영향을 미친다는 것이다. 브가츠키(Vygotsky)에 의한 이 주장에 의하면 사고와 언어의 관계는 피아제가 말하는 것처럼 전후 관계가 아니라 처음에는 독립적으로 발달된다. 그런데 아이가 두 살 정도가 되면, 이들은 서로 얽히게 되어 그 이후에는 서로 영향을 주고받게 된다는 것이다. 아이의 외부세계에 대한 인지적 이해는 언어에 의해서 그 표현이 증가되고 정확하게 되며, 언어는 사고와 행동을 점차적으로 효율성 있게 조절하게 된다.

지금까지의 논의에 의하면 브가츠키(Vygotsky)는 인간의 인지발달에는 생물학적 발달경로와 함께 사회-문화적 발달경로가 있다고 했다. 그리고 인간의 고차적 정신기능은 사회적 기원을 가진다고 주장했다. 이러한 고차적 정신기능의 발달과정에는 위에서 살펴본 바와 같이 내면화와 기호적 중재가 있다고 했다. 이 두 개념과 함께 고차적 정신기능의 발달에서 빼놓을 수 없는 개념이 바로 "근접발달 영역"이다. 이 개념은 브가츠키(Vygotsky)의 여러 개념 중에서 교육 분야에서 가장 잘 알려진 개념이고 그의 사회-문화적 이론의 모든 개념들이 잘 복합되어진 것이기 때문에 좀 더 자세히 다루기로 한다.

### III. 브가츠키(Vygotsky)의 근접발달 영역 (zone of proximal development: ZPD)

근접발달 영역은 학습과 발달 사이의 관계를 개념화해 놓은 것이다. 브가츠키(Vygotsky)가 이 단어를 사용한 이유의 배경에는 그의 학습과 발달에 대한 견해가 잘 표현되어 있다. 그는 발달이란 일시적 측정에 의한 어떤 값으로 표현되어지는 것이 아닌 행동의 연속체라고 했다(Bodrova & Leong, 1996). 영역(zone)이라고 표현한 이유는 가까운 장래에 발달할 행동들에 의해서 이 영역의 범위가 정해지기 때문이다. 근접(proximal)은 어떤 연령의 아이들한테 궁극적으로 나타나는 모든 발달 가능한 행동을 의미하는 것이 아니

라, 앞으로 나타날 행동에 가장 가까운 행동들을 말하는 것이다.

브가츠키(Vygotsky)는 왜 이 개념을 사용하였는가? 그는 아이들의 발달단계의 평가가 주로 도움없이 혼자서 해야하는 개인적 과제나 문제를 바탕으로 이루어져 왔음을 지적했다. 그는 아이의 정신 능력의 평가를 위한 표준화된 방법의 잘못을 지적하였는데, 아이가 혼자서 독자적으로 어떤 과제를 수행하는데 필요한 정신 능력을 평가하는 것은 단지 그 아이가 이미 갖춘 현재의 발달 단계만을 평가하는 것이라고 비판했다. 따라서, 이러한 과제나 문제는 아이의 잠재적 발달을 측정할 수 없다는 주장을 했다. 다음의 가설적 예는 그의 이러한 입장을 잘 대변해 주고 있다.

여덟살의 정신능력을 가진 10살짜리 두 아이를 조사한다고 하자. 이들이 같은 정신능력을 가지고 있다고 할 수 있는가? 물론 같다고 할 수도 있다. 다시 말해서, 이들은 여덟살 수준의 난이도에 해당하는 표준화된 과제나 문제를 도움없이 혼자서 할 수 있다는 의미이다. 이 상태에서 연구를 끝낸다면, 사람들은 이 두 학생의 앞으로의 정신발달 과정과 학교에서의 학습은 같을 것이라고 생각할 것이다. ... 하지만 여기서부터가 연구의 시작이라고 생각해 보자. 이 두 아이는 여덟살 수준의 문제는 해결할 수 있을지 모르지만 이 보다 높은 수준의 문제는 그렇지 않을 것이다. 만약 이 두 학생에게 그들 나이 수준 이상의 문제를 다루는 여러 가지 방법을 보여 준다고 가정해 보자. ... 다시 말해서, 이 아이들은 다른 사람의 도움으로 문제를 해결했다고 하자. 이러한 상황에서 처음의 학생은 12살에 해당하는 수준의 문제를 다룰 수 있는 반면, 다른 학생은 아홉살에 해당하는 것을 풀 수 있음을 알았다고 하자. 그렇다면 여전히 이 둘의 정신능력을 같다고 할 수 있는가?

(Vygotsky, 1978, pp. 85-86)

이 예에서 보는 바와 같이, 한 아이의 근접발달 영역이란 도움없이 독자적 문제 해결에 의해서 결정되는 “현재의 발달단계”와 어른의 지도를 받으면서 혹은 보다 능력있는 친구와 함께 문제 해결을 통해서 결정되는 “잠재적 발달의 높은 단계” 사이의 거리를 말한다. 즉, 이 개념에 의하면 아이는 사고하는 것을 고립해서 배우는 것이 아니라, 다른 사람들과의 사회적 활동을 통해서 고차적 정신기능을 배운다(Moll & Whitmore, 1993).

이러한 ZPD의 첫 번째 특성은 고정되어진 영역이 아니라, 순간 순간의 상호 작용에 의해서 쉼새없이 움직이는 역동적이며 민감한 영역이다(Brodrova & Leong, 1996). 즉, 이 ZPD는 학생 개개인에 따라서 다르다. 어떤 학생은 아주 쉬운 것을 배우는데도 많은 도움이 필요한 반면, 어떤 학생은 조금의 도움만으로도 큰 학습 성과를 거두기도 한다. 동시에 한 학생의 ZPD의 크기 또한 학습 영역마다 다르고 학습 시기에 따라서도 다르다. 언어 능력이 뛰어난 학생이 언어를 배울 때 필요로 하는 ZPD의 크기는 수학을 배울 때 필요로 하는 ZPD의 크기와는 다르다.

ZPD의 두 번째 특성은 개인의 정신 능력에 따라 최고 수준과 최저 수준에 제한이 있다는 것이다. 다시 말해서, 교사나 친구의 도움을 받아서 하는 수행은 이 학생이 현재 할 수 있는 최고 수준을 의미한다. 이 학생의 ZPD의 최고 수준을 넘어선 기능이나 행동을 가르치려고 하면, 이 학생은 그것을 무시하거나 잘못 사용하는 결과를 낳게 된다. 또 이 학생의 ZPD의 최저 수준 이하의 정신 기능을 가르치게 되면, 너무 쉽다고 생각해서 배우려는 의욕의 상실을 낳게 되어 바람직한 학습을 기대하기 힘들게 된다.

그러면 교사는 어떻게 ZPD의 최고 수준과 최저 수준을 벗어나지 않고서 이 학생의 정신 기능 발달을 도와줄 수 있는가? 무엇보다도 교사는 학생들의 반응을 잘 관찰함으로써 이들에게 제공하는 도움이 그들의 ZPD 내에 있는지를 알 수 있을 것이다. 물론 교사는 높은 수준의 학습 내용이나 기능 등을 가르치는 것을 꺼려하지 말아야 한다. 학생의 ZPD를 고려하기 위해서는 반드시 학생들의 반응에 신중한 주의와 귀를 기울여야 한다. 다시 말해서, 비록 학생들의 질문이나 대답이 잘못된 개념 형성에 의한 것이라 할지라도 교사는 이러한 질문이나 대답이 현재 그들에게는 가장 의미있게 구성된 지식의 형태임을 인정해야 할 것이다. 그래서 비난이나 즉각적인 교정보다는 왜 이러한 것이 그들에게 의미있는지, 어떻게 그러한 의미의 구성이 이루어졌는지를 의견교환을 통해서 이해하려고 해야 할 것이다. ZPD의 개념으로 볼 때, 교사의 역할은 단지 칠판에서 문제를 풀어 주는 것으로 끝나는 것이 아니라 학생과의 끈임없는 상호작용을 통해서 학생의 역동적인 ZPD 구성의 동반자가 되어야 할 것이다. 뉴만, 그리핀, 그리고 콜(Newman, Griffin, & Cole, 1989)도

ZPD 내에서 교사와 학생사이의 의견교환의 중요성을 강조하였다.

그렇다면 구체적으로 교사나 사회 구성원들의 어떤 활동이 학생의 정신 발달을 위해서 도움이 되는가? 스캐폴딩(scaffolding)과 상호 주관성(intersubjectivity)의 개념은 이러한 활동을 나타내는 개념들이다. 이 개념들을 이해하기 위해서는 지금까지도 논쟁의 대상이 되고 있는 고차적 정신 기능의 발달을 가져오는 이상적인 상호작용에 대한 피아제와 브가츠키(Vygotsky)의 견해를 먼저 살펴볼아야 한다. 피아제는 수평적 관계의 상호작용(능력이나 나이의 차이가 없는 관계)을 강조하는 반면, 브가츠키(Vygotsky)는 수직적 관계의 상호작용(능력이나 나이의 차이가 있는 관계)을 중요시하고 있다. 이러한 주장은 서로 다른 연구 관점에 따른 것이다. 피아제는 인지 발달은 인지적 갈등을 해결하려는 노력에 의한 것이라고 하면서 이 갈등 해결 과정에 관여하는 세 가지 개념(동화, 조절, 평형)을 제시하였다. 그는 물체의 조작을 통한 감각운동에 의해서 추상적 개념을 배우면서부터 지식의 발생은 시작된다고 했다. 그의 발생적 인식론은 주변 환경과의 상호작용에 강조점을 두었기 때문에, 사회적 상호작용과 인식론에 대한 관계를 심각한 연구 주제로 생각하지 않았다. 하지만 그도 사회 구성원과의 상호작용을 인지 발달의 중요한 조건으로 강조하였다(Sinclair, 1987). 여러 글에서 피아제는 모든 형태의 사회적 상호작용이 발달을 가져오는 것이 아니라고 강조하면서, 발달을 가져오는 상호작용은 다름이 아니라 “상호 협력적 관계”라고 정의하였다. 그는 다음과 같이 주장했다:

두 사람이나 여러 사람 사이의 모든 관계는 균등하거나 적어도 자신들이 그렇다고 생각하는 관계여야 한다. 다시 말해서, 여기서 말하는 발달을 가져오는 모든 사회적 관계란 권위나 우월성의 요소가 배제된 관계를 말한다.

(Sinclair에서 재인용된 것임, 1987, p. 12)

이와는 반대로, 지금까지 살펴본 바와 같이 브가츠키(Vygotsky)의 사회-문화적 이론은 상호 지향적 정신기능이 내부 지향적 정신기능으로 변환되는 과정에 그 초점을 두고서 인지 발달의 사회적 지원성을 강조하고 있다. 그리고 ZPD 내에서 어른이나 보다 능력있는 친구와의 사회적 상호작용을 통한 문제해결, 즉 수

직적 상호작용을 강조하고 있다. 비록 피아제와 브가츠키(Vygotsky)가 도움을 주는 사람과 받는 사람의 사회적 관계에 대해서는 서로 다른 견해를 가지고 있었지만, 지식의 구성이란 순수한 개인적 차원의 정신활동인 동시에 사회적 활동이기도 하다는 것이 이들의 공통된 견해이자 현재 대부분의 학자들의 지배적 견해라고 한다(Verba, 1994). 인지 발달을 가져오는 바람직한 상호작용에 대한 위의 논의는 브가츠키(Vygotsky)의 스캐폴딩과 상호 주관성 이해의 기초가 된다.

스캐폴딩과 상호 주관성의 개념은 ZPD 내에서 학생과의 수직적 상호작용에 참여하는 교사가 수평적 관계를 유지하도록 도와주는 역할을 한다. 스캐폴딩은 한국 말로는 “비계”라고 하는데 건물을 지을 때 그 건물의 바깥쪽에 설치하는 임시 구조물로서 작업을 하고 있는 사람들을 받쳐주는 역할을 한다. 그린펠드(Greenfeld, 1984)에 의하면, 스캐폴딩은 우드, 브루너, 로스(Wood, Bruner, & Ross, 1976)에 의해 처음으로 소개된 개념으로서 이상적인 교사의 역할을 말해주는 좋은 비유이다. 이 스캐폴딩은 다섯 가지의 특성을 가지는데, (1) 스캐폴딩은 떠받치기를 한다; (2) 스캐폴딩은 버팀목의 역할을 하는 하나의 도구이다; (3) 스캐폴딩은 작업자의 작업 영역을 확대시켜 준다; (4) 스캐폴딩이 없이는 불가능한 과제를 가능하게 해 준다; (5) 스캐폴딩은 작업자들이 도움이 필요한 곳에 선별적으로 사용되어진다. 즉, 지면으로부터 얼마 안되는 그래서 작업자의 키가 닿을 수 있는 높이에는 스캐폴딩이 필요없다.

이 스캐폴딩의 개념은 학생이 지식을 구성해 나갈 때, 교사나 보다 능력있는 학생들이 어떻게 버팀목의 역할을 해야 하는지를 잘 보여주고 있다. 로고프(Rogoff, 1990)는 이러한 스캐폴딩의 개념과 사회적, 문화적으로 가치있는 활동에의 참여라는 개념을 묶어서 ‘인도적 참여(guided participation)’ 또는 ‘정신 발달을 위한 견습 활동(cognitive apprenticeship)’이라고 했다.

어떤 학생을 위해서 교사나 학급 친구들이 ZPD 내에서 제공하는 스캐폴딩은 이 학생이 고차적 수준의 과제를 할 수 있게 해 준다. 비록 스캐폴딩이 제공된다고 해서 그 과제 성격 자체가 바뀌는 것은 아니지만, 그 과제를 착수하려는 학생의 처음 시도를 훨씬 쉽게 해 준다. 점차적으로 이 학생이 그 과제를 할 수 있다는 자신감을 가지게 되면 이 스캐폴딩의 역할은 감소하게 된다. 이러한 교사나 보다 능력있는 친구로부터

그 학생으로의 책임감의 이동을 브루너는 '양도의 법칙'이라고 했는데, 이러한 책임감의 이동이라는 측면에서 보면 이 학생은 처음에는 단지 쳐다만 보는 역할에서 점차 참여자의 역할을 하게 된다(Bodrova & Leong, 1996). 스케폴딩의 개념에서 보듯이 이상적인 교사는 단지 일방적인 지식의 전달자가 되어서는 안될 것이다. 교사는 학생의 현재의 능력 수준과 미래의 능력 수준과의 사이를 연결할 수 있도록 세심한 관심과 도움을 제공하는 역할을 해야 한다.

스케폴딩과 함께 ZPD 내에서 고차적 정신 기능의 발달을 위한 이상적 상호작용에 중요한 역할을 하는 것이 바로 상호 주관성의 개념이다. 스케폴딩이 교사나 보다 능력있는 친구와의 수직적 상호작용을 강조하고 있는 반면, 상호 주관성은 이러한 수직적 상호 관계에 있는 사람들이 의견교환을 통해서 어떻게 서로의 관점이나 이해 수준을 수평적 관계로 만들어 가는지를 설명해 주고 있다. 상호 주관성은 말하는 사람과 듣는 사람 사이의 구두적 혹은 비구두적 교환을 말하는 용어로서 언어 심리학에서 사용되고 있다. 이 상호 주관성은 내가 말하는 바를 상대방이 이해하는 것을 내가 안다는 것을 의미하는데, 이것은 상대방이 나를 이해하는 경우도 마찬가지이다. 즉, 어떤 대화든지 성공적 대화가 되기 위해서는 말하는 사람과 듣는 사람은 똑같은 주제나 내용을 같은 의미를 사용해서 대화해야 한다. 따라서, 이러한 상호 주관성은 다른 사람의 관점을 이해하므로써 의미나 이해를 서로 공유하는 것을 말한다(Pappas, Kiefer, & Levstik, 1995).

상호 주관성의 개념에서 보면, 문제나 과제를 단지 다른 친구들과 함께 풀거나 혹은 한 학생이 문제나 과제를 혼자서 풀어서 다른 친구에게 그 풀이를 제시하는 식의 상호작용은 지적 발달을 가져오기에는 부족하다. 파트너는 반드시 서로의 관점을 이해하고 의미의 상호 공유를 통해 함께 문제를 풀고, 과제를 함께 해결해야 하며, 문제 풀이의 과정에서 필요한 의사결정 또한 반드시 함께 해야 한다. 이러한 상호 주관성의 형성은 교수-학습 활동에 참여하는 교사와 학생들이 그 상황을 같은 식으로 정의하고 동의하는데 좌우된다. 이 공유된 상황적 정의(shared situation definition)는 상호 주관성의 형성에 중요한 역할을 한다(Wertsch, 1985). 교실에서 교수-학습을 행할 때, 교사와 학생은 어떤 과제에 대해서 매우 다양한 상황적 정의를 가지

고서 서로 만난다. 그렇기 때문에 이들은 상호 주관성을 형성하고 그것을 계속 유지하는데 상당한 어려움을 느끼게 된다. 이 경우 교사가 해야 할 일은 학생과 대화를 할 수 있는 방법을 찾는 것이다. 그래서 학생이 최소한의 방법으로도 교수-학습 활동에 참여를 하게 하고, 그런 다음 점차 그 상황에 대한 정의를 서로 공유할 수 있도록 노력을 해야 한다. 수학교육 분야에서 이 상호 주관성의 논의는 급진적 구성주의가 지닌 이론적 한계성을 지적하는데 사용되었다(Lerman, 1996). 레르만은 급진적 구성주의는 학생의 수학 학습을 충분히 설명해 주지 못하고 있다고 지적하면서, 상호 주관성의 중요성을 세가지 특성으로서 설명하고 있다: (1) 개인 주관성의 사회적 구성; (2) 상황적 인지 (situated cognition); (3) 문화적 지식으로서의 수학(p. 142). 이러한 레르만의 주장은 수학적 지식의 본질은 인간의 사회적 활동의 결과라는 인본주의적 수학 지식관을 주장하는 현재의 수학 철학의 관점과 잘 일치하는 주장이다.

#### IV. 브가츠키(Vygotsky) 이론의 수학교육적 시사점

지금까지 논의한 브가츠키(Vygotsky)의 사회-문화적 인지 이론을 바탕으로 수학교육적 시사점을 찾고 이러한 시사점으로부터 우리의 수학교육을 개혁하기 위해서는 보다 많은 수학교육자들의 관심과 논의, 그리고 지속적인 연구가 이루어져야 한다고 생각한다. 한때 유행병처럼 지나가는 이론이 아니라 교실현장로의 실천을 통해서 교실 적용의 타당성을 살펴보고 이를 통해서 이론을 보완하고 또 다시 교실의 적용을 시도해 보는 순환적 노력이 필요하다. 그리고 교육현장은 교육이론의 경쟁장이 되어서는 안될 것이다. 어떤 특정한 이론이 교육 현장을 지배하고 이에 대한 반발로 또 다른 이론을 도입하는 식의 교육 연구가 이루어지는 것은 지양되어야 한다고 생각한다. 어떤 교육이론도 인간을 대상으로 하는 교실에서의 교수-학습을 명쾌하게 설명해주고 예견해 줄 수는 없다. 브가츠키(Vygotsky)의 이론도 마찬가지로 수학의 교수-학습에 얼마나 잘 적용될지는 여전히 논의의 대상이 되고 있으며 현재 다양한 형태의 적용이 시도되고 있다. 특히

우리 나라 처럼 이론 개발보다는 여러 나라로부터 이론을 도입해서 사용하는 나라로서는 교실로의 적용에 더 많은 어려움과 위험을 안고 있기 때문에 더욱 신중을 기해야 한다. 따라서, 여기서 제시하는 브가츠키(Vygotsky) 이론의 수학교육적 시사점도 우리 나라의 수학교실 적용을 위해서는 여러 수학교육자들의 다양하고 심도있는 논의가 필요하며 이를 바탕으로 점차적인 적용과 보완이 이루어질 수 있기를 바란다. 이런 측면을 전제로 브가츠키(Vygotsky) 이론이 수학교실에서의 교수-학습과 수학교육 연구에 주는 시사점을 생각해 보면 다음과 같다.

첫째 시사점은 앞에서 논의한 브가츠키(Vygotsky) 이론에 의하면 고차적 정신기능의 발달과 내면화를 위해서는 언어에 의한 중재가 중요하다고 했다. 언어에 의한 중재란 결국 수학교실 구성원들 사이의 의견교환 활동을 의미하는 것이다. 이러한 수학적 의견교환은 교사와 학생 또는 학생들 사이의 말하기와 쓰기, 그리고 표상활동을 모두 포함하고 있다. 고차적 정신기능의 발달과 내면화를 위한 수학적 의견교환은 교사와 학생 또는 학생들 사이의 구두적 의견교환 활동, 일상적 경험이나 상황을 수학적 아이디어로 표현해보는 표상활동, 그리고 자신의 수학적 사고를 분명히 하기 위한 쓰기 활동이 함께 실시되어야 한다. 어느 것 하나 소홀히 다루어져서는 안된다. 특히 수학적 아이디어의 표상활동과 쓰기 활동은 무엇보다도 중요하다. 사회성을 띤 외면적 말하기 형태인 구두적 의견교환과는 달리 표상과 쓰기 활동은 내면적 말하기의 형태를 가진다. 다시 말해서, 표상과 쓰기 활동은 바로 제 2의 말하기라고 할 수 있기 때문에 수학교실에서 이 활동들의 기회 증가는 결국 고차적 정신기능 발달을 위한 언어에 의한 중재를 촉진시키게 된다. 브가츠키(Vygotsky) 이론에 의하면 의견교환이란 단순히 말하기만을 의미하는 것이 아니라 이렇게 표상과 쓰기 활동 또한 의미한다. 따라서, 수학교실에서 고차적 정신기능의 발달과 내면화를 위해서는 이 세가지 활동이 균형있게 실시되어야 한다. 그리고 수학교실에서 다양한 표상활동과 학생 자신의 수학적 사고과정을 남들이 이해할 수 있도록 구체적으로 자세하게 쓰도록 하는 활동은 교사에게 학생을 위한 ZPD의 최저 수준과 최고 수준을 결정해서 적절한 스케플딩을 제공할 수 있도록 해 주고 또한 상호 주관성의 형성에 중요한

기초 자료가 된다.

두 번째 시사점은 학생들로 하여금 풍부하고 다양한 수학적 의견교환의 기회를 가질 수 있도록 해야 한다는 점이다. 사회적 구성주의로 대변되는 브가츠키(Vygotsky) 이론을 수학교실에서 실천하는 방법은 학생들에게 소그룹별 학습을 보다 많이 하도록 하는 것이다. 이 소그룹 학습형태는 전체과제를 달성하기 위해서 그룹내의 개인별 과제를 할당해서 인위적으로 협력을 촉진시키려고 하는 “협동학습”과는 성격이 달라야 한다. 협동학습이 과제의 달성에 목적을 두고 있는 반면, 브가츠키(Vygotsky)의 사회적 구성주의는 과제달성의 과정에서 생성되는 수학적 의미의 형성과 소그룹 활동의 참여를 통해서 배운 인지적 기능이 어떻게 개인별 지식형성으로 내면화되는지에 초점을 두고 있다. 이를 위해서는 소그룹의 학습과정에 대한 여러 측면에서의 분석이 있어야 한다. 예를 들면, 수학적 능력에 차이가 있는 학생들로 그룹을 형성했을 때 그 구성원의 수는 얼마로 해야 가장 적절한지, 두명이 짝을 지었을 때 혹은 세명의 경우, 만약 다섯이나 여섯명으로 그룹을 만들었을 때는 어떤 의견교환이 이루어지는지에 대한 연구도 필요하다. 이런 경우 앞에서 제시한대로 수학적 의미의 형성과 그룹별 의견교환을 통해서 습득한 고차적 인지기능이 어떻게 개인적 인지기능으로 내면화되는지가 연구의 초점이 되어야 한다.

세 번째 시사점은 소그룹에서 수학적 의견교환의 활성화를 위한 것이다. 수학교실에서 소그룹을 활용하는 것은 말처럼 쉬운 일이 아니다. 그것은 사회나 윤리와 같은 교과와는 달리 가치판단을 위한 주제가 부족하며 과학처럼 지식의 형성을 위한 실험방법이나 결과 해석에 대한 논의보다는 수학적 논리에 보다 중요성을 두고 있기 때문이라고 보아진다. 이런 이유에서 수학적 추측이 부족한 교과서식 문제를 사용하는 수학교실에서 수학적 의견교환은 주로 답이나 문제풀이를 서로 비교해 보고 도움을 요청하는 경우 단순히 이 답을 어떻게 구했는지에 대한 설명이 전부를 차지한다. 이런 형태의 수학적 의견교환을 지양하기 위해서는 수학적 추측이나 반박 또는 과학처럼 실험에 의존할 수 있는 다양한 일상 생활의 경험을 바탕으로 하는 수학적 문제선정이 필수적이며 이는 전적으로 교사의 관심과 노력에 달려있다. 라카토스도 수학을



알고 수학적 활동에 참여한다는 것은 추측에서 시작해서 증명, 그리고 반박으로 이어지는 지그재그식 활동이라고 했다(Lakatos, 1976). 예를들면, 단순한 두자리 뺄셈문제( $132 - 125 = ?$ )의 지도시에 교과서에 제시된 것처럼 받아올림이나 내림을 이용한 형식화를 이용해서는 수학적 의견교환이란 있을 수가 없다. 이 보다는 친구의 키와 자신의 키 차이를 계산해 보게 한다면 똑같은 수학적 내용이지만 교실에서의 수학적 의견교환의 모습이나 내용은 큰 차이를 보일 것이다. 이처럼 교사의 수학적 문제선정은 소그룹에서 수학적 의견교환을 위한 중요한 요인이 된다. 의견교환에 영향에 영향을 미치는 또 다른 중요한 요인으로서 수학교실 문화의 형성에 필수적인 “사회적-수학적 규범”을 들 수 있다. 이러한 규범이라는 측면에서 수학교실을 관찰하면 어떤 수학교실도 같지 않다는 사실을 깨닫게 된다. 예를 들면, “자기 그룹이나 짝의 문제풀이 방법을 반드시 이해한다,” “문제풀이의 발표내용은 반드시 다른 사람 것과는 다르거나 좀 더 구체적이고 진보된 것이어야 한다” 등은 콕과 그의 동료들에 의한 미국 초등학교 2학년 교실에서의 연구에서도 잘 알려진 규범들이다(Yackel, Cobb, & Wood, 1991; Yackel & Cobb, 1996). 수학교실에서 이 규범이 중요한 이유는 학생들이 이러한 규범을 지키기 위해서 노력하는 가운데 자신들도 모르는 사이에 수학적 의견교환이 일어나며, 이 과정에서 교사의 권위에 의해서가 아니라 이 규범에 의해서 수학학습에 대한 자율성을 배우게 된다. 따라서, 다양한 수학적 문제의 유형이 소그룹에서 수학적 의견교환의 모습이나 내용에 어떤 영향을 미치는지에 대한 연구가 필요하다. 그리고 우리나라의 수학교실에 존재하는 사회적-수학적 규범의 연구가 필요하며 이와 더불어 어떻게 이러한 규범들이 형성되어져서 소그룹이나 교실에서 학생들의 수학적 사고와 행동을 규제하고 조절하는지에 대한 연구도 함께 이루어져야 한다.

네 번째 시사점은 스케폴딩에 관한 것이다. 그룹별 의견교환을 연구하는 과정에서 또 하나의 초점은 수학적 능력이 높은 학생이 수학적 능력이 낮은 친구에게 제공하는 스케폴딩의 유형을 분석하는 것이다. 친구로부터 도움을 받았다고 해서 모두 수학적 능력이나 태도의 향상을 가져오지는 않을 것이다. 어떤 학생은 큰 성장을 보였는가 하면 다른 학생은 그다지 큰 성장을

보이지 않았을 수도 있다. 심지어는 친구로부터의 도움으로 인해서 수학적 능력이나 태도에서 퇴보를 보이는 경우도 생길 것이다. 그룹별 의견교환에 관련된 스케폴딩의 연구와 마찬가지로 수학의 교수와 학습과정에서 교사가 제공하는 스케폴딩에 대한 연구 또한 함께 이루어져야 한다. 교사마다 수학을 지도할 때 학생들에게 제공하는 스케폴딩의 유형은 다를 것이다. 학생들의 일상적 경험을 토대로 스케폴딩을 제공하는 교사도 있을 것이고 보다 쉬운 수학적 예를 사용해서 스케폴딩을 제공하는 교사도 있을 것이다. 그리고 이러한 스케폴딩의 효과 또한 다를 것이다. 따라서, 학생들 사이의 소그룹에서 행해지는 그리고 교사와 학생 사이에 행해지는 스케폴딩에 대한 분석 연구는 수학교실에서 소그룹을 이용한 수업을 구상하는 교사들에게 어떤 스케폴딩이 적절한지에 대한 자료를 제공해 줄 수 있고, 또한 예비 수학교사를 위한 새로운 교수법의 지도에도 다양하게 활용되어 수학교사로서의 전문성 습득에 도움이 될 것이다.

다섯 번째 시사점은 스케폴딩과 함께 생각해야 하는 상호 주관성에 대한 것이다. 상호 주관성은 이미 제시한 바와 같이 수직적 관계를 유지하면서 수평적 교수-학습이 가능하도록 하는 개념이다. 소그룹에서 학생들이 수학 과제를 해결하는 것을 보면 쉽게 상호 주관성을 형성하는 것을 볼 수 있다. 하지만 가끔 수학교사가 학생의 질문에 답을 할 때, 이 둘은 전혀 엉뚱한 대화를 하고 있는 것을 볼 수 있다. 학생은 교사를, 교사는 학생을 서로 이해하지 못한채 교사는 똑같은 언어와 장면을 사용해서 똑같은 설명을 서너번씩 뒤풀이 하는 것을 자주 보게 된다. 이런 경우 교사는 그 학생의 수학학습을 위한 ZPD의 최저 수준을 가늠하는데 실패했기 때문에 이 학생을 위한 적절한 스케폴딩을 제공할 수 없는 것이다. 왜 이러한 현상이 생기는 것일까? 그 이유는 무엇보다도 교사가 학생들이 현재 소유한 수학적 생각이나 경험을 이해하지 못했기 때문이다. 특히, 초등학교의 경우 수학적 개념을 설명할 때, 일부 몇 학생들만이 경험 가능한 특정한 일상 경험을 바탕으로 설명하는 경우 적절한 스케폴딩의 제공과 상호 주관성의 형성은 더욱 어려워지게 된다. 따라서, 교사가 학생의 수학학습을 위한 ZPD의 최저 수준과 최고 수준을 가늠하고 이에 맞는 스케폴딩을 제공하며 상호 주관성의 형성을 촉진시키기 위

해서는 학생들이 수학교실에 가지고 들어오는 수학적 생각이나 개념, 그리고 그들의 경험에 대한 연구가 이루어져야 할 것이다. 학생들이 가지고 있는 수학적 생각이나 개념 그리고 경험은 일관성과 일반화가 부족한 것이다. 이러한 엉성한 형태의 수학을 형식화된 수학과 연결짓도록 도와주는 것이 바로 수학교사가 해야 할 일이다. 또한 교사들이 학생들의 이러한 수학적 생각이나 경험을 어떻게 교수-학습 상황에서 적절히 잘 활용하는지에 대한 연구도 필요할 것이다.

여섯 번째의 시사점으로 제시하고자 하는 것은 수학교실에서 교사의 역할에 관한 것이다. 브가츠키(Vygotsky) 이론에 비추어볼 때 교육이란 한 세대로부터 다음 세대로 그 사회와 문화의 고차적 정신기능의 전달이라고 할 수 있고, 교사란 이 전달을 위한 매개체라고 본다. 즉, 수학교사는 학생의 훌륭한 인지적 모델이 되어야 함을 말한다. 브가츠키(Vygotsky)는 그의 이론에서 모델이라는 용어 대신에 “모방(imitation)”을 사용했다(Riebert & Carton, 1987). 일상 생활에서 보면 아이가 수를 세거나 숫자를 읽을 때도 부모나 어른으로부터의 모방에 의해서 배우게 된다. 수학교과에서 문제해결 방법을 배우는 것도 이와 같은 식으로 학생들은 교사의 시범을 모델화(모방화)를 통해서 이 고차적 정신기능을 배운다고 할 수 있다. 이 모델링에서 중요한 점은 단순히 행동을 통해서 시범을 보여주는 안된다는 것이다. 공차기나 수영과 같은 육체적 활동의 모델링은 행동의 시범만을 통해서 학생들에게 전달될 수 있다. 하지만 수학과 같은 고차적 정신기능은 행동의 시범보다도 이 정신기능의 시범이 초점이 되어야 한다. 이러한 정신기능의 모델링을 위해서 교사가 해야 할 일은 자신의 사고과정을 학생이 알 수 있도록 “큰 소리로 말하면서(thinking aloud)” 수학적 과제의 접근방법에서부터 해결까지의 전과정을 보여주는 것이다. 이 방법을 통해서 학생은 시작에서부터 해답을 찾기까지 평탄대로를 달리는 교사의 정신 활동을 보기도 하고 또는 지그재그 식으로 실패와 성공을 거듭하는 모습도 보게 된다. 교사의 큰 소리로 말하기 방법은 이처럼 학생에게 수학적 활동의 인간적 모습을 보여주며 이를 통해서 수학적 정신기능의 내면화뿐만 아니라 수학적 태도의 형성에도 중요한 역할을 한다.

또 다른 중요한 점은 수학교사의 모델링은 반드시

학생의 ZPD 내에서 이루어져야 한다. 만약 학생의 ZPD의 최저 수준과 최고수준의 범위 밖에서 행해지는 모델링은 인지적 기능의 내면화를 가져오기 보다는 오히려 학생의 무관심과 단순하고 무의미한 모방에 그쳐 아무런 학습을 가져올 수 없을 것이다. 스케폴딩과 상호 주관성이 인도적 참여를 강조한다면 모델링은 인지적 전습활동을 강조하고 있다. 예를 들면, 수학교실에서 수학적 문제해결을 가르친다고 생각해 보자. 교사가 해야 할 첫 번째 일은 적절한 상호 주관성을 사용해서 학생들이 그 과제에 흥미와 관심을 가지게 하는 것이다. 이 흥미와 관심은 수학적 과제로 학생들을 인도하여 교사와 함께 그 과제해결을 위한 공동 참여로 연결된다. 일단 학생들이 흥미와 관심으로 참여하면 그 다음의 단계는 교사의 모델링이다. 큰 소리로 말하면서 보여주는 교사의 문제해결 방법의 모델링은 학생이 그 문제해결을 시도해 볼 수 있는 기초가 될 것이다. 학생의 시도를 바탕으로 교사는 ZPD 내에서 적절한 스케폴딩을 제공함으로써 학생의 시도를 촉진하게 될 것이다. 이러한 시도가 계속되어 학생이 스스로 문제해결을 할 수 있는 단계로 접근하면 교사는 점차적으로 스케폴딩을 제거해서 문제해결 활동에서 학생의 책임감을 증가시키고 최종적으로 혼자서 이 수학적 과제해결을 할 수 있도록 도와주는 것이 수학교실에서 교사의 역할이다. 즉, 브가츠키(Vygotsky) 이론에 의하면 교사 자신이 알고 있는 것을 단순히 일방적으로 가르쳐주고 학생이 그것을 내면화했는지를 확인하는 것이 교사의 역할이 아니라는 것이다. 따라서, 우리 나라 수학교실에서 나타나고 있는 교사의 인지적 모델링의 유형(큰소리로 말하기는 수학교사의 인지적 모델링의 한 유형)을 분석하고 이 모델링이 학생들에게 어떻게 내면화되는지를 체계적으로 정리하는 노력이 필요하다. 이 자료는 수학교사의 지식이 학생들에게 어떻게 내면화되는지를 밝혀서 수학과 교수-학습의 개선에 도움이 된다고 본다.

일곱 번째 시사점은 수학교사의 수학적철학과 교수-학습에 대한 믿음(beliefs)에 관한 것이다. 앞에서 논의한 바와 같이 브가츠키(Vygotsky) 이론에서 제시한 ZPD, 스케폴딩, 상호 주관성, 모델링의 개념들은 고차적 정신기능의 전달과 내면화를 위한 것들이었다. 이러한 개념들에 의하면 수학교사가 가지고 있는 믿음은 교수-학습 활동을 통해서 어떤 형태로든 학생

들에게 전달된다는 것을 의미한다. 그래서 수학교사가 바람직한 수학적학과 교수-학습에 대한 믿음을 가져야 하는 것은 중요한 의미를 시사한다. 수학이란 발달을 멈춘 완성된 지식체가 아니라 끊임없이 확장되고 있는 인간의 문제해결 활동이라고 생각하는 수학교사와 수학이란 관련성이 없는 개개의 사실과 규칙 그리고 기능들이 모여서 된 것으로 필요할 때마다 유용하게 사용하는 지식이라고 생각하는 수학교사의 교수-학습 활동은 브가츠키(Vygotsky) 이론이 제시한 모든 개념들에서 큰 대비를 나타낼 것이다. 마찬가지로, 이 두 수학교사가 가르치는 수학교실에서의 규범 또한 상당히 다른 형태를 띠는 것이다. 한 교실에서는 소그룹 활동이 자주 활용되는 반면, 다른 교실에서는 교사 주도적 수학수업이 이루어질 것이다. 즉, 수학교실에서 나타나는 다양한 형태의 교실규범도 교사의 수학적철학과 교수-학습에 대한 믿음이 그 배경을 두고 있다. 수학적철학적 관점에서 라카토스와 폴리아는 수학적 강론을 통해서 교사가 학생에게 심어 주어야 할 규범을 말하고 있다. 라카토스는 수학교실에서 교사는 학생들이 의식적 추측을 할 수 있는 “용기”를 갖도록 도와주어야 하며 다른 사람의 반론이나 반박을 수용할 수 있는 “겸손”을 가르쳐야 한다고 강조하였다(Lakatos, 1976, p. 30). 폴리아는 “지적 용기(자신의 믿음을 수정할 마음의 자세)”, “지적 정직함(자신의 믿음을 바꿀만한 충분한 이유가 있을 때 그것을 바꿀 수 있는 능력)”, 그리고 “현명한 자제(타당한 이유없이 자신의 믿음을 바꾸지 말아야 하는 자제력)”를 수학을 하는 사람으로서 지켜야 할 “도덕성(moral qualities)”이라고 강조했다(Polya, 1954, p. 8). 따라서, 브가츠키(Vygotsky) 이론의 측면에서 수학의 교수-학습을 연구할 때는 반드시 수학교사의 수학적철학과 교수-학습에 대한 믿음도 함께 연구의 초점이 되어야 한다. 이러한 교사의 믿음에 대한 이해 없이는 수학교실에서 이루어지는 교수-학습 활동에 대한 이해 또한 불가능하다.

브가츠키(Vygotsky) 이론의 수학교육에 대한 마지막 시사점은 교육 연구법의 전환에 관한 것이다. 사회 구성원과 의미있는 사회-문화적 활동의 참여를 통한 고차적 정신기능의 다음 세대로의 전달을 강조하고 있는 브가츠키(Vygotsky) 이론이 제시하고 있는 수학교실의 모습이란 개개의 학생들이 모여서 만든 하나

의 문화 공동체를 말한다. 교사와 학생은 이 공동체를 함께 운영해 나가는 구성원들이다. 따라서, 여기에는 이 공동체 나름대로 소유한 독특한 문화, 가치, 규범이 존재하게 된다. 즉, 어떠한 수학교실도 같은 모습을 하지 않는다는 것이다. 수학교실의 측면에서 생각해 보면, 이러한 것들은 교사와 학생간의 끊임없는 의미의 재교섭에 의해서 형성되어야 한다. 다시 말해서, 교사가 일방적으로 교실의 문화와 가치, 그리고 규범을 설정하고 학생들로 하여금 이를 따르도록 강요하는 식의 수학교실 문화에서는 바람직한 고차적 정신기능의 전달이란 있을 수 없을 것이다. 교사와 학생은 수학교실이라는 문화 공동체에 형성되어진 이러한 문화, 가치, 규범에 따라 교수-학습 활동을 전개하며 서로 상호작용을 하게 된다. 따라서, 각 수학교실에 존재하는 독특한 문화와 가치, 규범의 이해와 이 속에서 일어나는 구성원들 사이의 수학적 의미의 형성과 전달이 수학교육 연구의 새로운 초점이 되어야 한다고 생각한다. 이러한 연구 목적을 달성하기 위해서는 기존에 사용해 왔던 숫자에 의미를 부여하고 이 숫자의 조작을 이용하는 연구법으로는 수학교실에 존재하는 문화, 가치, 규범에 의한 교사와 학생의 교수-학습 활동을 이해할 수 없다. 또한 질적 연구로 대변되는 사회학적 연구방법도 수학교실마다 존재하는 문화와 가치, 규범을 증시하는 새로운 수학교실의 연구를 위해서는 적절하지 못하다고 생각한다. 따라서, 이러한 문화와 가치, 규범을 이해할 수 있는 새로운 연구법으로서 교육 인류학(educational anthropology)에 바탕을 둔 “문화 기술법(educational ethnography)”이 보다 적절하다고 생각한다. 이 연구법은 문화의 기술을 그 주된 목적으로 한다(Spradley, 1979, 1980; Wilcox, 1982; Wolcott, 1975). 문화 기술법은 어떤 문화의 “사람을 연구하기”보다는 그 문화의 “사람들로부터 배운다”는 자세를 취하고 있다. 즉, 그 문화의 구성원들이 사용하는 언어나 그들의 행동의 관찰을 통해서 그 문화의 복잡한 의미체계를 연구하는 것이다. “참여 관찰(participant observation)”을 통해서 그 문화적 지식을 습득하고 그 문화 속의 사람들의 세계관을 이해하고 이를 자세하게 기술하는 것을 목적으로 하는 이 연구법은 수학교육 연구의 새로운 장을 열 수 있는 방법이라고 생각한다.

서두에 밝힌 것처럼 이 글은 브가츠키(Vygotsky)의

사회-문화적 인지발달 이론의 개관을 살펴보고 이 이론이 수학교육에 주는 시사점이 무엇인지를 생각해 보았다. 한 교육이론의 개관을 통해서 그 시사점을 찾는다는 것은 그 이론의 오해와 그에 따른 잘못된 교실 적용을 낳게 되고, 그 결과는 우리 학생들에게 되돌릴 수 없는 상처를 입히게 된다. 그러므로 브가츠키(Vygotsky) 이론에 대한 보다 많은 수학교육자들의 심층적 논의가 이루어지길 바라며, 이 논의를 통해 우리나라 수학교육의 개혁에 조금이라도 도움이 될 수 있는 이론으로 정착되기를 바란다.

### 참 고 문 헌

- Bodrova, E., & Leong, D. J. (1996). *Tools of the mind: The Vygotskian approach to early childhood education*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. New York: State University of New York Press.
- Greenfield, P. M. (1984). A theory of the teacher in the learning activities of everyday life. In B. Rogoff & J. Lave (Eds.), *Everyday cognition: Its development in social context* (pp. 117-138). Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Hersh, R. (1997). *What is mathematics, really?*. New York: Oxford University Press.
- Kozulin, A. (1990). *Vygotsky's psychology: A biography of ideas*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations: The logic of mathematical discovery*. New York: Cambridge University Press.
- Lerman, S. (1996). Intersubjectivity in mathematics learning: A challenge to the radical constructivist paradigm?. *Journal for Research in Mathematics Education* 27(2), 133-150.
- Moll, L. C., & Whitmore, K. F. (1993). Vygotsky in classroom practice: Moving from individual transmission to social transaction. In E. A. Forman, N. Minick, & C. A. Stone (Eds.), *Contexts for learning: Sociocultural dynamics in children's development* (pp. 19-42). New York: Oxford University Press.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author.
- Newman, D.; Griffin, P. & Cole, M. (1989). *The construction zone: Working for cognitive change in school*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Nickson, M. (1992). The culture of the mathematics classroom: An unknown quantity?. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 101-114). New York: Macmillan.
- Pappas, C. C.; Kiefer, B. Z. & Levstik, L. S. (1995). *An integrated language perspective in the elementary school: Theory into action* (2nd ed.). New York: Longman.
- Riebert, R. W. & Carton, A. S. (Eds.) (1987). *The collected works of L. S. Vygotsky, Vol 1: Problems of general psychology*. New York: Plenum Press.
- Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in thinking: Cognitive development in social context*. New York: Oxford University Press.
- Siegler, R. S. (1991). *Children's thinking* (2nd ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Saxe, G. B. (1991a). *Cultural and cognitive development: Studies in mathematical understanding*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Saxe, G. B. (1991b). *From the field to the classroom: Studies in mathematical understanding*. Paper presented at the Research Pre-session meetings of the National Council for Teachers in Mathematics Education, New Orleans, Louisiana.
- Saxe, G. B. (1995). From the field to the classroom: Studies in mathematical understanding. In L. P.

- Steffe & J. Gale (Eds.), *Constructivism in education* (pp. 287-311). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Scupin, R. (1995). *Cultural anthropology: A global perspective* (2nd ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Sinclair, H. (1987). Conflict and congruence in development and learning. In L. S. Liben (Ed.), *Development and learning: Conflict or congruence?* (pp. 1-17). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Verba, M. (1994). The beginnings of collaboration in peer interaction. *Human Development* 37, 125-139.
- Vygotsky, L. S. (1977). The development of higher psychological function. *Soviet Psychology* 16, 60-73. (Original work published 1929).
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological process* (M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, & E. Souberman, Eds.). Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1981). The genesis of higher mental functions. In J. V. Wertsch (Ed.), *The concept of activity in Soviet psychology* (pp. 144-188). Armonk, NY: Sharpe.
- Wertsch, J. V. (1985). *Vygotsky and the social formation of mind*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Wood, D.; Bruner, J. S. & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry* 17, 89-100.

## **Vygotsky's Sociocultural Theory of Cognitive Development and Communication of Mathematics**

**Cho, Jeong-Soo**

Department of Science and Mathematics Education, Weniger Hall 239, Oregon State University,  
Corvallis, OR 97331, U.S.A. e-mail: choc@ucs.orst.edu

The reform movements of current mathematics education have based on several major ideas, in order to provide a new vision of the teaching and learning of mathematics. Of the ideas, the motto of communication of mathematics appears to be a significant factor to change teaching practices in mathematics classroom. Through Vygotsky's sociocultural theory, the psychological background is presented for both supporting the motto and extracting important suggestions of the reform of mathematics education. The development of higher mental functions is explained by internalization, semiotic mediation, and the zone of proximal development. Above all, emphasis is put on the concepts of scaffolding and intersubjectivity related to the zone of proximal development. Seven implications are proposed by Vygotsky's sociocultural theory for the new forms of the teaching and learning of mathematics.