

## 초등학교 수학교육에 있어서 컴퓨터의 활용을 위한 연구

임 해 경 (광주교육대학교)

장 순 자 (전 남 대 학 교)

### I. 연구의 필요성 및 목적

본 논문에서는 우리 나라 초등 수학 교육에 있어서 컴퓨터의 활용 방안을 논의하고 평면기하와 함수의 지도에 활용할 수 있는 프로그램인 The Geometer's Sketch Pad(이하 GSP)를 활용하여 보다 효과적인 수학 교수법을 모색하고자 한다.

NCTM(1998)은 Principles and Standards for School Mathematics: Discussion Draft에서 학교 수학 프로그램을 위한 지침 원리를 기하, 균등의 원리, 수학 교육과정의 원리, 교수의 원리, 학습의 원리, 평가의 원리, 공학의 원리로 제시하고 있으며 그 중 공학의 원리를 다음과 같이 규정하고 있다.

#### 공학 원리

수학교수 프로그램은 모든 학생들의 수학적 이해를 돕기 위해 공학을 사용해야 하며, 점차 증가하고 있는 기술 세계에서 수학을 사용하도록 학생들을 준비시켜야 한다.

이 논의는 계산기, 컴퓨터, micro-based laboratories 그리고 web browsers를 포함하는 전자공학에 초점을 맞추고 있는데, 이는 그러한 공학의 출현이 오늘날의 교육에 영향을 미치는 가장 중요한 요인 중 하나이기 때문이다. 그러한 공학은 중요한 직업에서 수학적 아이디어를 가지고 참여할 학생들에게 잠재력을 제공한다. 공학은 여태까지 불가능했던 방법에서 수학과 수학적 응용에 접근할 수 있게 한다. 학생은 공학적 도구를 적절히 이용하여 더 많은 수학을 더 깊이 배울 수 있다.

우리 나라에서는 제6차 교육과정에서부터 수

학교육에 있어서 컴퓨터의 활용에 관심을 두었고 제7차 교육과정에서는 교수·학습 과정에서 계산 능력 배양이 목표인 영역을 제외하고는, 복잡한 계산, 수학적 개념·원리·법칙의 이해, 문제 해결력 향상 등을 위하여 가능하면 계산기나 컴퓨터를 적극 활용하도록 권장하고 있다. 또한 KICE(1998)는 교과서 개발 연구에서 소프트웨어의 활용도 교구의 활용과 더불어 도움이 되는 내용에 따라 교과서에 도입이 되어야 한다고 했다.

이러한 상황에서 현재 우리 초등 교육 현장에서도 수학교육에 컴퓨터의 활용에 대한 관심은 지대하다. 하지만 어디에, 어떤 도구를, 어떻게 적절히 활용하여 교수방법이나 학습 방법을 향상시킬 것인지 하는 것이 문제라 하겠다. 실제로 컴퓨터를 활용할 수 있기 위해서는 먼저 구체적으로 어떻게 활용할 수 있는지가 알려져 있어야 한다. 그 동안 GSP나 Cabri가 영문으로 되어 있어서 아쉬웠으나 한글화되어 나온 것에 대해 정말 기쁘고 감사하며 그런 작업들이 우리 교육 현장에 많은 도움이 되리라 생각한다.

본 논문에서는 수학의 내용, 학습자의 특성, 교수법의 특성과 프로그램의 특성에 비추어 알맞는 내용을 선정하여 거기에 맞는 교수법을 제시하고자 한다.

### II. 수학교육에서의 컴퓨터의 활용

컴퓨터는 수학의 내용과 교수 방법, 학습 방법을 바꾸어 놓고 있다. 전통적인 교수 방법에서는 교사가 가장 중요한 정보의 출처였으나, GSP와 같은 프로그램의 출현으로 모의 실험이나 탐색을

통한 다양한 학습이 가능해 지고 있다. 즉 개인별, 그룹별, 탐구학습을 통해 교사도 모르는 사실을 발견할 수 있게 되었다. 컴퓨터를 수학에 보조 도구로 사용함으로써 기대하는 효과는 첫째 시뮬레이션이 가능하다는 것이다. 실험적인 수학은 학습의 접근 방법을 바꿀 수 있다. 수학의 연역적인 성질을 경험적이고 귀납적인 성질로, 즉 역동적이며 발생학적 측면을 부각시킬 수 있다. 다양한 방법으로 많은 예를 제공함으로써 일반적이고 추상적인 것을 추구할 수 있는 가능성이 커진다. 또한 실험을 통하여 뜻하지 않게 우연한 결과를 만날 수도 있게 된다. 둘째 그래픽과 애니메이션이 주는 시각적 효과이다. 애니메이션이 주는 시각화는 다양한 도형들을 상호작용적으로 경험할 수 있게 해 준다. 시각화는 추측과 논증을 개발하는 데 도구가 되며 학생의 추측을 확인시켜 준다. 셋째 반복적인 모델들을 탐구하는 것을 가능하게 하며 넷째 학생들의 능동적 참여를 기대할 수 있다.

현재 우리 나라에서 수학을 연구 또는 교육하는데 보조 도구로 사용되고 있거나 소개된 멀티미디어 프로그램으로는 해석학과 대수학에 Mathematica와 Maple, 주로 통계지도에 Excel과 Spread Sheet, 주로 함수의 지도에 MathView, Function Investigator, Algebra Animator, Algebra Expresser, MathematIX, Green Glob, WinPlot, 입체도형이 가능한 Wingeom, 평면도형과 함수에 The Geometer's Sketchpad와 Cabri, 테셀레이션 전용 소프트웨어인 Tessilmania, Kali, Ptile, 프로그램 언어인 말(MAL), Logo 등을 들 수 있겠다. 그 동안 개발되었던 CAI들은 거의가 개인학습용이거나 컴퓨터 또는 프로그램 주도용으로서 수학교육의 변화에 크게 도움이 되었다고 보기는 어렵다. 도형을 쉽고 정확하게 작도할 수 있고 조작할 수 있는 Geometer's Sketchpad나 Cabri와 같은 탐구형 소프트웨어가 등장함으로써 수학교육에의 바람직한 변화를 기대할 수 있게 되었다.

G. Howson과 B. Wilson은 수학교육에서 학습 보조 도구로서의 컴퓨터의 활용방안을 다음과 같

이 제시하고 있다.

- (1) 교사를 위한 전자칠판으로서 이용
- (2) 프로그램의 다양성에 의한 각 개인 학생의 능력별 개인 교수로서의 역할
- (3) 연습, 숙달, 및 자기진단을 위한 학습 도구로서의 이용
- (4) 오디오, 비디오, 애니메이션, 그래픽 등 시청각 도구로서의 이용

김정원, 류희찬, 예홍진(1998)은 수학교육에서의 멀티미디어 교수·학습 자료의 유형을 강의형, 참고형, 요약형, 실험형, 실습형, 문제풀이형, 게임형 등으로 분류하고 있다. 수학사랑(1999)은 GSP를 이용한 수업방법을 각 학교의 설비상황과 학생들의 GSP를 다루는 능력에 따라 다음과 같은 세 가지 형태로 구분하고 있다.

- (1) 학생 개개인에게 컴퓨터가 제공될 수 없는 상황에서, 즉 일반 교실의 설명식 수업에서 교사 중심으로 동영상상을 이용하여 흥미를 유발시키고 전체 학생의 이해를 도울 수 있는 수업 형태
- (2) 학생들 개개인에게 컴퓨터가 주어져 있으나 학생들이 GSP 프로그램을 능숙하게 사용할 수 없는 상태에서 다루기 쉬운 기능만을 이용하여 학생들이 스스로 관찰과 탐구를 할 수 있도록 교사가 학습파일 및 학습지를 만들어 제공하는 방법
- (3) 학생 개개인에게 컴퓨터가 주어져 있고 학생들이 GSP를 능숙하게 다룰 수 있다는 가정하에 학생 주도적으로 도형을 직접 작도해보고 관찰하며 도형의 성질을 탐구하게 하는 수업

본 논문에서 제시하는 예들은 어느 형태에 해당되는지 굳이 구분하지는 않는다.

### III. GSP를 활용한 학습모형

컴퓨터의 도입에 따른 수학교육의 변화는 크게 두 가지로 볼 수 있다. 하나는 수학 내용의

변화이며 다른 하나는 교수방법론적 측면이다. 컴퓨터나 계산기가 없이는 실행할 수 없었던 수학적 활동의 활성화가 가능하게 되었으며, 더 깊고 더 본질적인 이해를 제공하여 다양한 방법으로 수학적 경험을 하게 한다. 본 논문에서는 현재의 교육과정(제6차 교육과정)의 내용에 비추어 학습 내용과 교수법의 변화에 대한 지침을 주고자 한다.

형에 겹치게 할 수 있으므로 해서 직사각형은 평행사변형의 특별한 경우임을 깨닫게 된다. 두 도형 사이에 존재하는 기하학적 관계에 대하여 추론하게 된다. 즉 관계적 이해를 하게 되는 것이다. 이러한 탐구활동의 결과를 활동지에 적도록 한다.

### 탐구활동 평행사변형의 이해

#### 학습목표

- ① 평행사변형을 이해하고 식별할 수 있다.
- ② 평행사변형의 성질을 안다.
- ③ 평행사변형을 그릴 수 있다.

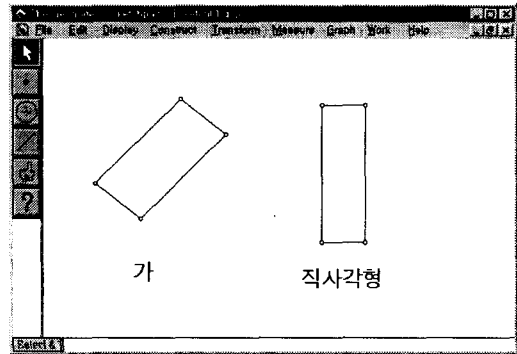
여기서 현행 수학 교과서(4학년 2학기)를 살펴보자

#### 평행사변형을 알아보자.

다음에서 두 쌍의 마주 보는 변이 평행인 사각형을 찾아보아라.

.....와 같이 두 쌍의 마주 보는 변이 평행인 사각형을 **평행사변형**이라고 한다.

이와 같이 주제나 개념들을 피상적으로 제시하는 방식은 교사와 학생들로 하여금 ‘관계적 이해’를 도모하기보다는 ‘도구적 지식’을 갖도록 하고 있다. 즉 평행사변형의 개념이 다른 도형들과의 관계 속에서 이해되어지는 것이 아니라 단편적인 지식으로만 받아들여질 수 있는 것이다. GSP나 Cabri II와 같은 소프트웨어를 가지고 우리는 특정한 도형의 특성을 그대로 유지하면서 나머지 성분들은 다양하게 변하는 도형을 그릴 수 있다. <그림 1>의 사각형 **가**는 평행사변형으로서 꼭지점들과 변들을 끌기(drag)하여 모든 평행사변형으로 변형이 가능하다. 학생들은 이러한 활동을 통하여 스스로 성질을 발견하고 탐구할 수 있다. 또 움직여서 직사각

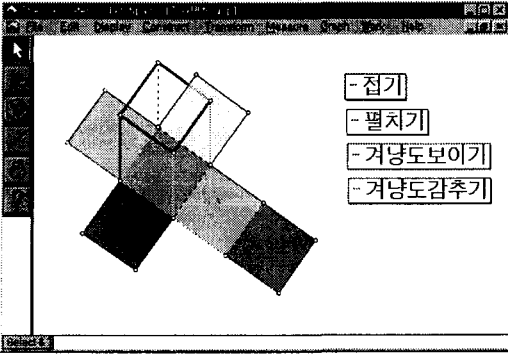


<그림 1>

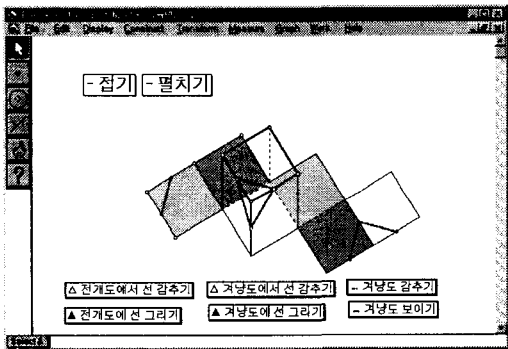
#### 활동지

1. 사각형 **가**의 꼭지점과 변을 끌어당겨 움직여 보면서 이 사각형의 변하지 않는 성질을 알아보자.
2. 사각형 **가**와 직사각형과의 유사점과 차이점을 알아보자.  
유사점:  
차이점:
3. 사각형 **가**를 움직여서 옆의 직사각형과 겹칠 수 있는가?
4. 직사각형을 움직여서 사각형 **가**에 겹칠 수 있는가?
5. 사각형 **가**를 움직여서 정사각형을 만들 수 있겠는가?
6. 사각형 **가**와 같은 성질을 갖는 사각형을 무엇이라 부르면 좋을지 이름을 지어보자.
7. 사각형 **가**와 같은 성질을 갖는 사각형을 그려보아라.

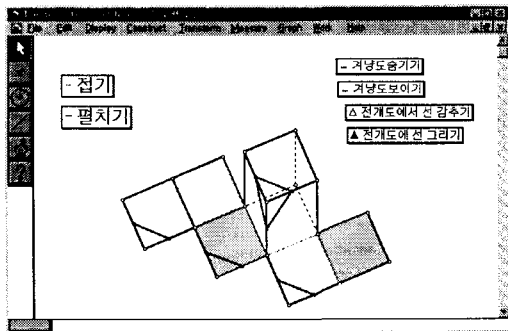
탐구활동 직육면체의 전개도 이해



<그림 2>



<그림 3>

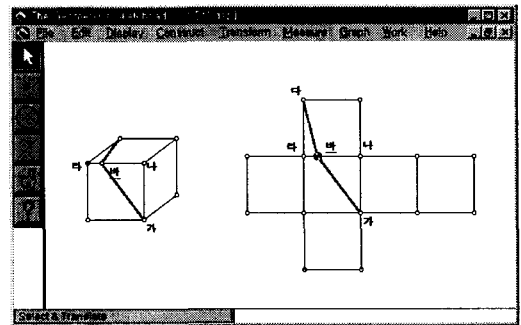


<그림 4>

<그림 2>는 정육면체의 전개도를 한 눈에 펼쳤다 접었다 해 볼 수 있다. 정육면체의 전개도는 모두 11가지가 있다. 11가지의 전개도를 모두 이와 마찬가지로 해 볼 수 있다. 또한 아닌 경우는 왜 되지 않는지 접었다 폈다 하면서 확인 할 수 있다. <그림 3>과 <그림 4>는 같은 전개도라도 모서리를 따라 자르는 위치에 따라서 정육면체 위의 선이 다양하게 나타날 수 있는 경우를 확연히 눈으로 확인할 수 있다. 이로써 학생들은 그들의 사고를 확인, 정당화하게 되며 공간지각력을 키워가게 된다. 그 동안의 어떤 자료로도 이처럼 다양하게 시각적인 효과를 거둘 수 없었으며 이것이 우리가 이러한 프로그램을 수업에 도입하고자 하는 이유중의 하나이기도 하다.

문 제

개미 두 마리가 왼쪽 그림과 같이 선을 따라서 가 지점에서 동시에 출발하여 다 지점까지 가려고 한다. 어느 길이 더 가까운가? 전개도에 선을 표시하여 알아보아라.



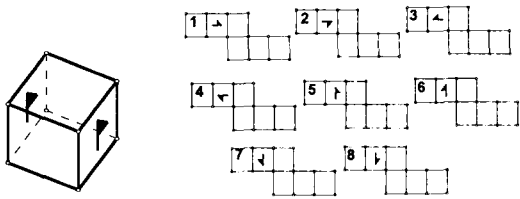
<그림 5>

<그림 5>는 5학년 2학기 수학 익힘책에 있는 문제이다. 겨냥도의 크기와 전개도의 크기를 같게 만들어서 겨냥도의 정육면체의 크기를 확대 또는 축소하면 전개도도 따라서 변한다. 전개도에 있는 점 바를 움직이면 겨냥도의 해당되는 점

이 동시에 따라 움직이며, 거꾸로 겨냥도의 점 **바**를 움직이면 전개도의 해당되는 점이 동시에 선분 **라나** 위를 움직인다. 어느 길이 가장 가까운지 또는 먼길인지 시뮬레이션 할 수 있다.

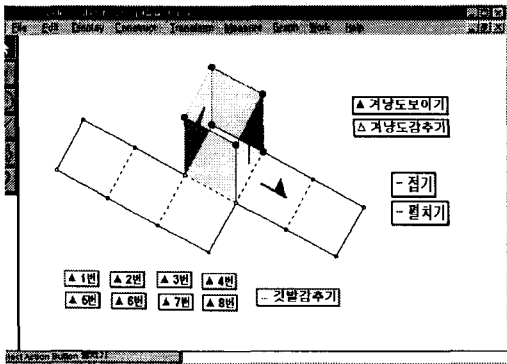
**문 제**

겨냥도에서 볼 수 있는 대로 두 개의 깃발은 마주 보는 면에 같은 방향으로 그려져 있다. 정육면체의 전개도에 나머지 한 개의 깃발을 그려 넣는다면 다음 중 어느 것일까?



<그림 6>

<그림 7>



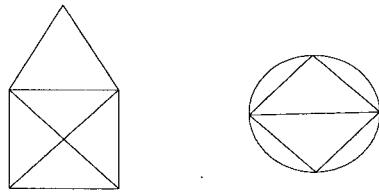
<그림 8>

학생들은 <그림 6>과 <그림 7>을 보고 전개도에서의 깃발을 추측해 본 후 GSP의 file <그림 8>의 번호를 클릭하고 점기를 클릭하면 확인 해 볼 수 있다. 위의 그림은 3번이 틀린 답임을 보여주고 있다.

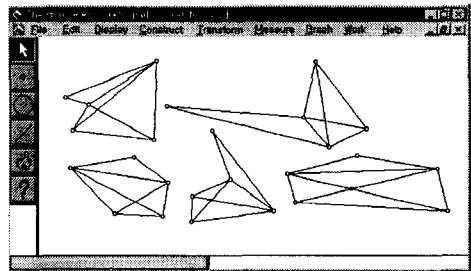
**탐구활동 한 붓 그리기**

다음은 4학년 1학기 수학 익힘책의 5 단원. 여러 가지 문제(1)에서 다루는 한 붓 그리기이다.

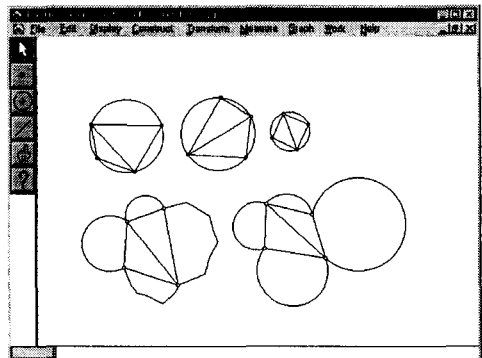
연필을 떼지 않고, 다음 그림을 한 번에 그려 보아라.



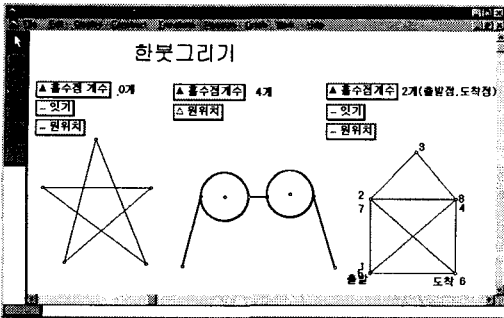
<그림 9>



<그림 10>



<그림 11>



<그림 12>

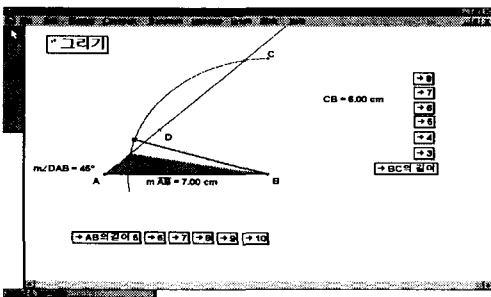
<그림 10>과 <그림 11>은 <그림 9>의 두 모양을 꼭지점이나 변을 끌기 또는 호의 크기를 변화하여 위상적으로 변함없이 변형할 수 있음을 보여주기 위해 그려 놓았다. 학생들은 화면에서 움직여 보면서 또는 교사가 여러 가지로 움직여 보이면서 전체적인 크기나 한 길의 길이 또는 모양(위상 불변인)이 한 붓 그리기 하는 데에는 지장을 주지 않음을 깨달을 수 있다. <그림 12>는 가능한 경우와 그렇지 않는 경우의 경로를 시각화 해 준다.

탐구활동 합동인 삼각형 그리기

문제

다음 조건과 합동인 삼각형을 그려보아라.

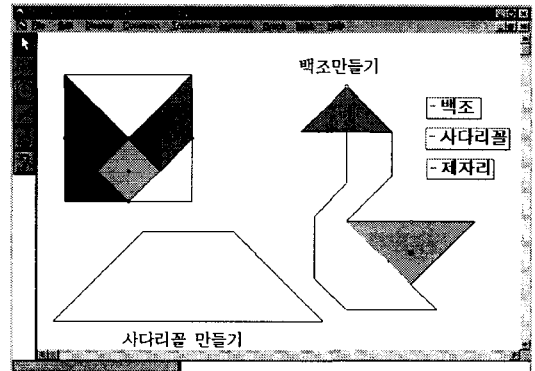
- ① 변AB=6cm, 변BC=5cm, 각A=60°
- ② 변AB=5cm, 변BC=7cm, 각A=60°
- ③ 변AB=6cm, 변BC=7cm, 각A=60°



<그림 13>

이 문제는 두 변의 길이와 사이에 끼지 않은 한 각을 알 때의 삼각형 그리기이다. 이 경우에 각의 크기와 변의 길이에 따라 삼각형이 두 가지로 그려지는 경우와 불가능한 경우 그리고 유일하게 그려지는 경우, 이와 같이 세 가지의 경우가 생긴다. 학생들은 컴퍼스와 각도기, 자를 사용하여 그려보도록 한 후, GSP는 연속적으로 각의 크기나 변의 길이를 변화시키면서 각각의 경우를 보여 줄 수 있다. 대부분의 학생은 삼각형의 결정 조건이 세 가지인 것은 잘 알지만 왜 그런지에 대해 잊고 있거나 모르고 있다. 일반적인 경우와 특별한 경우에 대한 경험을 주는 예이기도 하다.

탐구활동 칠교놀이



<그림 14>

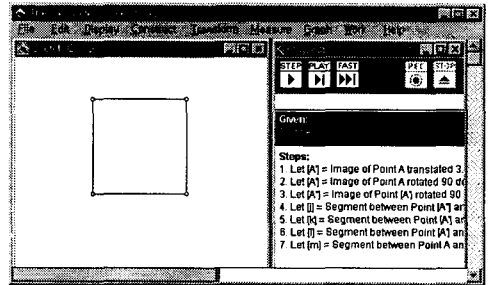
학생들이 조각을 끊어서 붙일 수 있게 해 놓았다. 이것은 게임형으로도 볼 수 있겠으며 실물을 가지고 하는 것이 최선이겠으나, 장점이라면 정답 중의 하나를 애니메이션으로 볼 수가 있다는 점을 들 수 있겠다.

탐구활동 정사각형 그리기

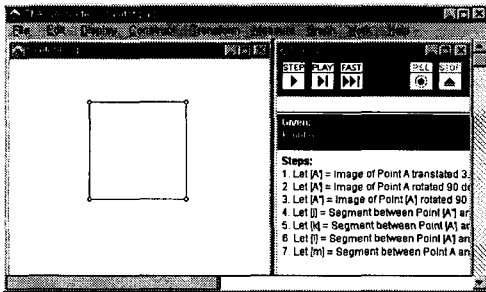
문제

GSP를 사용하여 정사각형을 그려보아라. 가능한 여러 가지 방법으로 그려보아라.

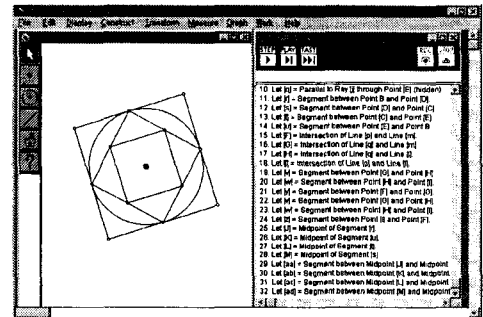
다음은 GSP를 잘 다룰 줄 아는 초등학교 5학년 한 학생의 답이다. 이 학생은 교사나 다른 사람의 도움 없이 30분 정도의 시간이 걸려서 각기 다른 방법의 6가지 정사각형을 그리고 스크립트 파일로 저장해 놓았다. 이것을 보고 우리는 초등학교에서 GSP의 활용은 훨씬 다양한 방법으로 다양한 내용에서 다양한 효과를 거둘 수 있으리라 확신한다.



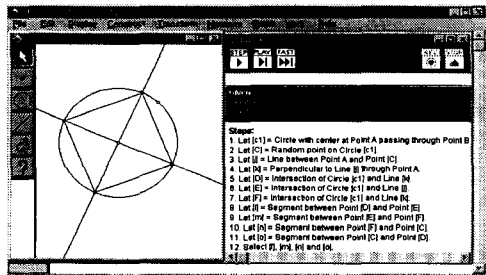
<그림 18>



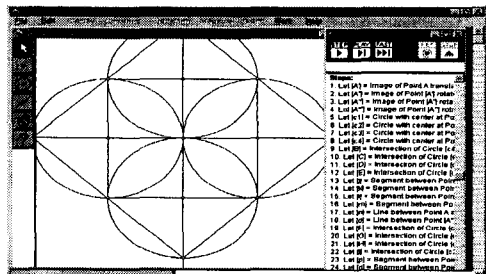
<그림 15>



<그림 19>



<그림 16>



<그림 17>

#### IV. 결론

GSP를 활용한 몇 개의 예시를 통하여 초등학교에서의 자기 주도적이며 탐구, 발견적이며 관계적 이해를 도모하는 수학 교육의 변화에 대하여 논하였다. 이 외에도 도형의 자취, 도형의 닮음, 대칭과 함수의 지도 등 GSP나 Cabri가 있음으로 해서 더욱 효과적인 교수·학습이 이루어질 수 있는 영역은 다양하다.

학교 수학교육의 궁극적인 목표는 교실에 컴퓨터를 도입한다고 해서 변화되지 않는다. 컴퓨터는 작업을 쉽게 다양하게 바람직한 방법으로 할 수 있는 것이지 작업을 성취시키는 것은 아니다. 다른 어떤 도구와 마찬가지로 공학 도구는 잘 혹은 잘못 사용될 수 있다. 그들은 기본적 이해와 직관의 대체물로 사용되어서는 안된다. 그것들은

이해와 직관을 촉진시키기 위해서 사용될 수 있고 그렇게 해야한다. 수학 교수 프로그램에서 공학은 학생의 수학 학습을 풍부하게 하려는 목표를 가지고 책임감 있게 사용되어야 한다. 어떤 기자재를 활용하더라도 학습하고자하는 본연의 목적 달성을 오히려 저해하는 방식이 되지 않도록 교사는 해당 기자재의 활용에 대한 면밀한 사전 검토 작업이 필요하다. 또한 수업 목표를 달성하는데 가장 효과적인 기자재나 자료의 선택이 중요하다. 같은 기자재일지라도 그 사용방식에 따라 얻을 수 있는 수학교육의 효과가 다양할 수 있으므로 사용 효과를 다양화, 극대화시키기 위한 준비 작업에 정성을 기울일 필요가 있다.

마지막으로 이러한 소프트웨어들의 가격이 교육 현장에서 부담 없이 구입하여 사용할 수 있도록 되었으면 하는 바램이다.

### 참 고 문 헌

- 교육부 (1997). 수학, 수학 익힘책, 교사용지도서. 대한교과서 주식회사.
- 교육부 (1997). 수학과 교육과정. 대한교과서 주식회사.
- 서울 교육 대학교 1종 도서 편찬위원회 (1998). 제7차 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과용 도서 개발에 관한 연구. 서울 교육 대학교 1종 도서 편찬위원회
- 수학사랑 GSP 연구팀 (1999). GSP를 수업에 어떻게 활용할 것인가. Math Festival 프로시딩 제1집. 수학사랑.
- 전남대학교 과학영재교육센터 (1998). 과학 영재 교육 교재. 전남대학교 과학영재 교육센터.
- 한국교육과정평가원 (1998). 교과서 모형 개발 연구. 한국교육과정평가원.
- G. Howson, B. Wilson, School Mathematics in the 1990s, ICMI Study Series, 1986, Cambridge University Press.
- Michael Serra (1997). Discovering Geometry- An Inductive Approach. Key Curriculum Press.
- NCTM (1998). Principles and Standards for School Mathematics: Discussion Draft. National Council of Teachers of Mathematics. 대한수학교육학회(역)
- 吉田信也 (1996). コンピュータを使って數學する. 子どもの思考力育成とマルチメディア 學習環境. 情報文化教育研究会. 明治圖書.

## Primary School Mathematics Using GSP

**Rim, Hae Kyung**

Kwangju National University of Education. e-mail: hkrim@mudeung.kwangju-e.ac.kr

**Kang, Soon Ja**

Chonnam National University, Kwangju 500-757, Korea. e-mail: Kangsj@chonnam.chonnam.ac.kr

The development of computer software accelerates the change of teaching-learning method in primary school mathematics. In this paper, we discuss how to apply the software GSP to teach mathematics in primary school and suggest some examples for the creative and active learning. Moreover, we give the efficient teaching method for the primary school mathematics.