

혼합층에서 와류병합과정에 대한 속도비의 영향

The Influence of the Velocity Ratio on the Vortex Pairing Process in Mixing Layer

서 태 원* 금 기 현**
 Seo, Tae-Won Keum, Ki-Hun

ABSTRACT

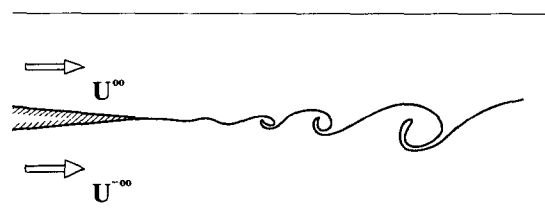
Wall-bounded 유동과 달리 자유 전단 유동은 Hyperbolic Tangent Profile을 가지고 비점성 불안정에 의해 지배된다. 따라서 자유 전단 유동에서 난류로의 천이과정은 비점성 불안정성 이론에 의해 해석되어진다. 본 연구는 분리판(Splitter plate)에 의해 분리된 속도가 다른 자유 유속의 혼합에 의해 형성되는 혼합층에서 와류병합과정에 대한 속도비의 영향에 대하여 연구한다. 속도비는, $R, \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2}$ 로 정의되며, 여기서 U_1 은 분리판 위에서의 자유 유속을 그리고 U_2 는 분리판 아래에서의 자유 유속을 나타낸다.

본 연구에서 와류구조의 병합작용을 분석하기 위하여 2차원 비정상 Large-Eddy Simulation 방법을 적용하였다. 속도비의 변화에 따라 혼합층에서 불안정 Wave가 성장하게 되고, 유체는 2차원 와류구조에서 Roll-up한다. 이러한 2차원 와류구조는 주위의 다른 와류구조와 상호작용을 하게 되고 하나의 커다란 와류구조를 형성하는 것을 볼 수 있다. 혼합층에서 와류병합과정은 반복적으로 일어나는 것을 알 수 있었고, 이 결과를 이용하여 혼합층의 성장을 제어할 수 있다.

1. 서 론

Fig. 1에서 보여지는바와 같이 분리판(Splitter plate)에 의해 낮은 난류강도를 가지는 서로 다른 자유유속이, 분리판 끝단에서 만나게되면 평균유속의 속도 구배로인해 전단층을 형성하게 된다. 이렇게 형성된 전단층은 유동 불안정성(Kelvin-Helmholtz Instability)에 의해 Roll-up 하게되고 와류구조를 형성하게 된다. 와류구조는 인접한 와류구조와 병합과정을 거쳐서 더 큰 새로운 와류구조를 형성하게 되며 이러한 병합과

정은 반복적으로 일어난다. 두 자유유속의 평균유속에 의해 하류로 전달되어지는 이러한 와류구조는 반복적인 병합과정을 통해 성장하게되며, 혼합층의 두께 즉 혼합층의 확산율은 와류구조의 성장과정에 의



(Fig. 1) Schematic diagram of developing plane mixing layer

* 국립안동대학교 공과대학 기계공학부

** 국립안동대학교 대학원 기계공학과

존하게 된다. 이와 같이 와류구조가 혼합층을 구성하기 때문에 혼합층 내부의 전반적인 유동특성 즉, 혼합층의 두께와 혼합율 등을 제어하기 위해서는 이러한 와류구조의 특성과 발달 과정에 대한 좀 더 나은 이해가 필요하다.

Brown과 Roshko(1971, 1974)등에 의해 Spanwise vortical structure가 발견되면서부터 많은 연구자들에 의해 난류 혼합층에 대한 연구가 활발히 연구되어져 왔다. Winant와 Browand(1974)는 유동 내부의 불안정성에 의해 형성된 인접한 두 개의 와류구조가 서로의 주위를 돌며 더 큰 하나의 와류구조로 병합하는 Pairing interaction을 밝혔으며, 이러한 와류병합이 혼합층 성장의 주된 요인임을 밝혔다. 한편, Moore와 Saffman(1975)은 와류구조가 자유유속의 평균속도에 의해 하류로 전달되어지는 동안의 와류구조 성장에 대한 난류유입(turbulent entrainment)의 영향을 밝혔다. Monkewitz와 Huerre(1982)는 속도비 R의 변화에 따른 유동장의 시간평균 속도분포에 대해 연구하였으며 Hyperbolic Tangent Profile의 속도분포를 얻었다. Bernal(1981)은 특정 속도비와 밀도비에 대해 혼합층 구조 및 성장특성을 실험적으로 연구하였다. 그들은 Shadowgraph와 Schlieren 가시화 방법을 사용하여 혼합층의 구조 및 와류구조의 병합이 혼합층 성장의 주된 mechanism임을 밝혔다. 종전까지의 실험적인 연구나 Vortices Discrete Method등을 사용한 수치해석과는 달리, 1990대 이후에는 Large-Eddy Simulation 방법을 이용한 수치적인 연구가 활발히 진행되고 있다. Thomas(1995) 등은 Filtered된 비압축성 Navier-Stokes Equation을 사용하여 Developing Boundary Layer를 수치적으로 연구하여 실험값과 좋은 일치를 보여 Developing Flow에 대한 Large-Eddy Simulation 방법의 타당성을 제시하였다. Wang과 Pletcher(1996)는 열전달이 있는 난류 Channel Flow를 Large-Eddy Simulation 방법으로 수치적인 연구

를 수행하였다. 그들은 Filtered된 무치원 압축성 Navier-Stokes Equation을 사용하여 수치계산을 수행하여 Channel 내부의 속도장 및 온도장을 계산하였다.

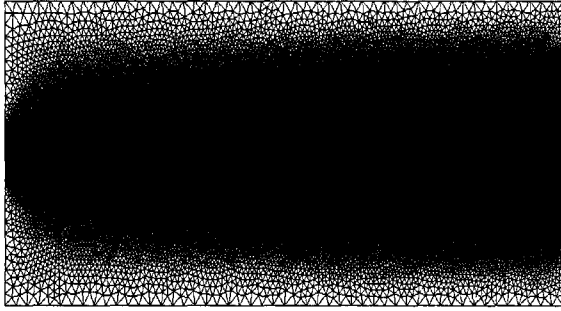
와류구조의 성장과정은 시간의존성을 갖기 때문에 많은 연구자들이 특정 속도비 R에서 시간 경과에 따른 와류구조의 성장과정 혹은 와류구조의 상호작용 mechanism에 대해 연구를 수행하였다. 그러나 속도비 R의 변화에 따른 와류구조의 특성변화와 혼합층 성장 특성에 대해서는 잘 알려지지 않았다. 특히, 높은 자유유속을 갖는 방향으로의 확산율과 낮은 자유유속을 갖는 방향으로의 확산율이 다를것으로 예상되며, 이는 혼합층의 성장 방향에도 영향을 미칠 수 있기 때문에, 속도비 R의 변화에 대한 와류구조와 혼합층의 특성변화에 대한 연구가 필요하다. 따라서 본 연구는 Filtering 된 비정상 Navier-Stokes equation에 Large-eddy simulation 방법으로 수치계산을 수행하였다. Computational domain은 Fig. 1과 같으며, 약 25000개의 비정렬 격자(Fig. 2)를 사용하여 0.02의 time step으로 수치계산을 수행하였다. 본 연구에서는 속도비 R의 변화에 대한 와류구조의 병합과정에 대한 물리적 현상을 이해하고 혼합층의 성장을 제어할 수 있는 방법을 제시하고자 하기 때문에 Small-Scale Turbulence에 의한 영향은 고려하지 않았다.

2. 수치계산

2.1 지배방정식

자유전단 유동의 천이영역 유동특성은 Large-scale 와류구조에 의해 지배되며, 따라서 Momentum, Mass, Energy와 같은유동 상태량들의 전달은 Large-eddies에 의해 지배되고 Small-scale Eddies에 의한 영향은 극히 미소하다. 따라서, 본 연구의 수치계산은 비정상 Navier-

Stokes equation을 Filtering Process에 의해 Small-scale Eddy를 효과적으로 제거하여 Large eddies의 특성을 지배할 수 있는 LES(Large-eddy Simulation) 방법으로 수치계산을 수행하였다.



(Fig. 2) Grid system of the computational domain

Filtering에 의해 얻어진 비압축성 Navier-Stokes equations은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, τ_{ij} 는 Subgrid-scale Stress이며, 다음과 같이 정의된다.

$$\tau_{ij} \equiv \rho \bar{u}_i \bar{u}_j - \rho \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3)$$

Subgrid-scale Stress는 Filtering operation에 의해 생성된 미지의 변수로서 다음과 같은 Eddy Viscosity Model에 의해 결정되어진다.

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2 \mu_t \bar{S}_{ij} \quad (4)$$

여기서, μ_t 는 Subgrid-scale turbulent viscosity이고, \bar{S}_{ij} 는 Rate-of-Strain이며 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{S}_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

Subgrid-scale turbulent viscosity μ_t 에 대해서 다음과 같은 RNG-Based Subgrid Scale Model이 적용된다.

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (6)$$

$$\mu_{eff} = \mu \left[1 + H \left(\frac{\mu_s^2 \mu_{eff}}{\mu^3} - C \right) \right]^{1/3} \quad (7)$$

여기서, $\mu_s = (C_{mg} V^{1/3})^2 \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}}$ 이고, Heaviside function $H(x)$ 는

$$H(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

이며, V 는 Computation Cell Volume이다.

C_{mg} 와 C 는 다음과 같이 주어진다.

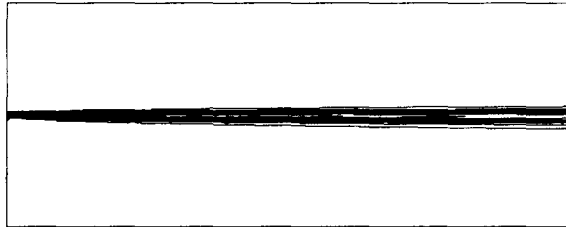
$$C_{mg} = 0.157, \quad C = 100$$

3. 결과 및 토의

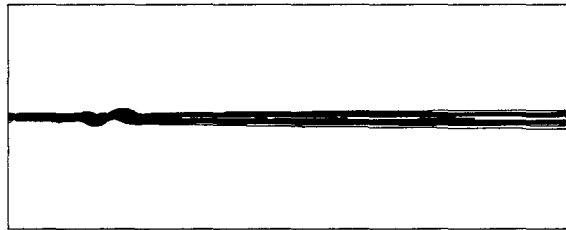
3.1 혼합층의 성장과정 및 구조

Fig. 3-1은 시간 경과에 따른 혼합층 발달 과정을 보여준다. 본 수치계산에서는 비정상 계산의 초기값

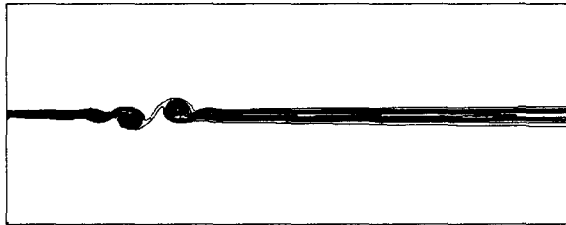
으로 동일한 유동조건에서의 정상 층류유동의 해를 사용하였으므로, $t=0$ 에서의 유동은 정상 층류유동의 해에 해당한다.



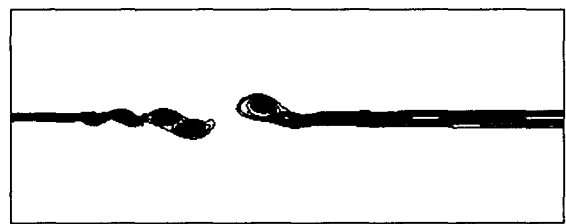
(a) $t=0$



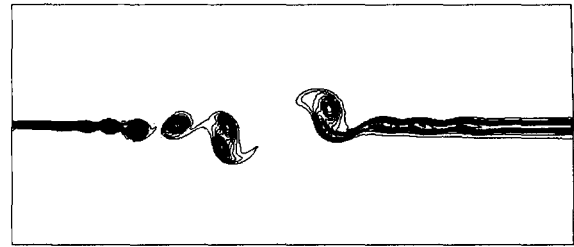
(b) $t=2.5$



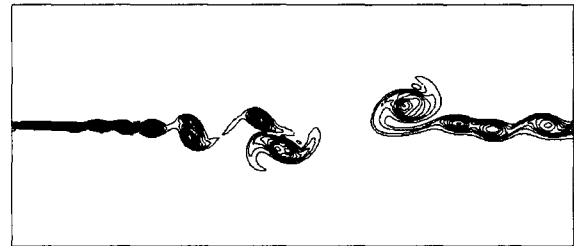
(c) $t=3.5$



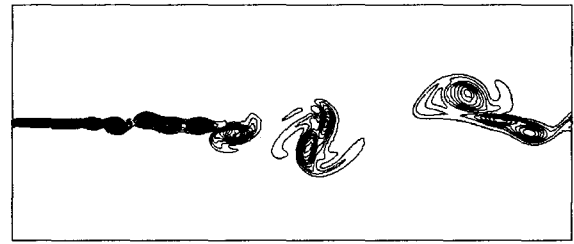
(d) $t=6.0$



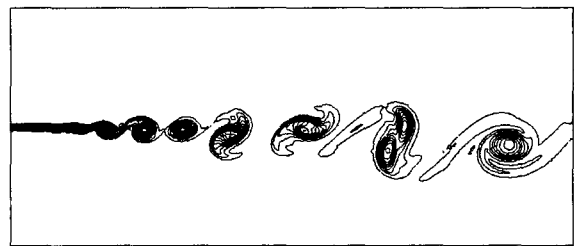
(e) $t=6.0$



(f) $t=7.5$



(g) $t=8.5$

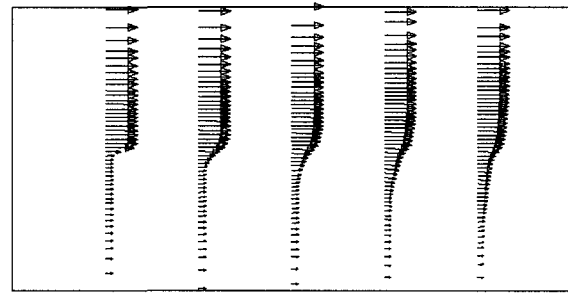


(h) $t=25$

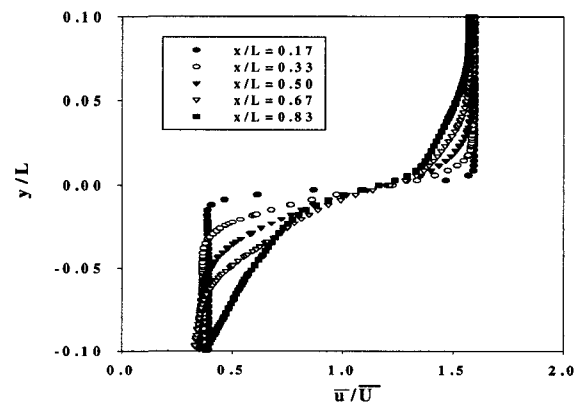
(Fig. 3-1) Time evolution of vortices at velocity ratio $R=0.6$

Fig. 3-1 (a)에서 볼 수 있는바와 같이 매우 얇은 전단층을 형성하고 있으며 와류구조는 보이지 않으며 유동은 매우 안정된 상태이다. 비정상 Large-eddy Simulation 방법으로 수치계산을 수행함에 따라, Fig. 3-1 (b)에서 보는 바와 같이 전단층이 불안정성에 의해 Roll-up함을 볼 수 있다. Fig. 3-1 (c)는 Roll-up에 의해 형성된 와류구조가 주위 유체를 Entrainment함에 의해 성장함을 보여준다. 이와 같이 형성된 와류구조는 인접한 또 다른 와류구조와 상호작용을 시작하게 되고(Fig. 3-1 (d)), Fig. 3-1 (e)에서 보여지는 바와 같이 서로의 주위를 회전하는 Pairing Interaction으로 두 개의 와류구조가 더 큰 하나의 새로운 와류구조로 합쳐지게 된다. 이렇게 형성된 큰 규모의 와류구조는 인접한 또 다른 와류구조와 Pairing Interaction을 계속하면서 (Fig. 3-1 (f), (g)) 성장하게 되고, 따라서 혼합층의 성장 및 구조적 특성은 이러한 와류구조의 Pairing Interaction에 의해 지배되어 진다. Fig. 3-1 (h)는 시간을 충분히 진행시켰을 때 완전히 발달된 와류구조를 보여주며, 상류에서는 와류구조가 계속 형성되며, 형성된 와류구조는 Pairing Interaction을 통해 혼합층을 성장시키고, 두 자유 유속의 평균속도로 하류 방향으로 진행해 간다. 이러한 와류구조의 발달과정은 시간에 대해서 반복적으로 일어나며 다른 속도비 ($R=0.4, 0.5, 0.7, 0.8$)에서도 유사한 발달과정을 보여준다.

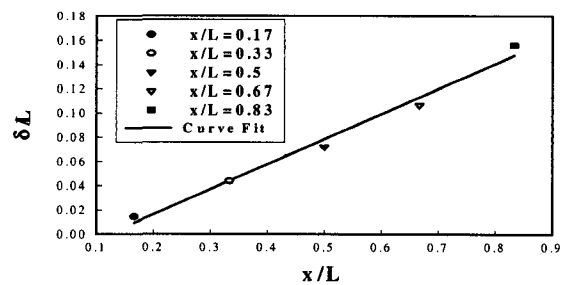
Fig. 3-2 (a)는 각각 $x/L=0.17, 0.33, 0.5, 0.67, 0.83$ 에서 시간평균 속도벡터를, Fig. (b)는 데이터 분포를 나타낸 것이다. Fig. 3-2 (a)와 (b)에서 볼 수 있는바와 같이 혼합층의 두께 성장은 거리 x 의 증가에 대해 대략 선형적인 증가 형태를 보여주고 있으며, 이러한 혼합층의 두께 성장은 Fig. 3-1에서 보여지는바와 같이 주로 와류구조와 Pairing Interaction에 의한 것이며, Vortices의 난류유입이 혼합층 두께 성장에 미치는 영향은 Pairing Interaction에 비해 상대적으로 작다. Fig. 3-2 (a)와 (b)에



(a) The streamwise velocity vector at $x/L=0.17, 0.33, 0.5, 0.67, 0.83$ from left-hand side



(b) The streamwise velocity profile at $x/L=0.17, 0.33, 0.5, 0.67, 0.83$



(c) The change of vorticity thickness for various streamwise position at velocity ratio $R=0.6$

(Fig. 3-2) The velocity distribution and the vorticity thickness

나타난 시간평균 속도분포는 Hyperbolic Tangent 형태이며 이는 Monkewitz등에 의해 연구되어진 내용과 일치한다(참고 7). Fig. 3-2 (b)에서 혼합층의 두께는 x/L 이 증가함에 따라 증가함과 동시에 제트의 중심에서 높은 자유유속을 가지는 방향보다는 낮은 자유유속을 가지는 방향으로 혼합층 두께 성장률이 크다는 것을 알 수 있다. 즉, 서로 다른 자유유속에 의해 형성되는 Plane Jet의 경우 혼합층의 발달은 제트 중심선에 대해 비대칭적으로 발달하고 낮은 자유유속을 가지는 방향으로 혼합층의 성장률이 크다는 것을 알 수 있다.

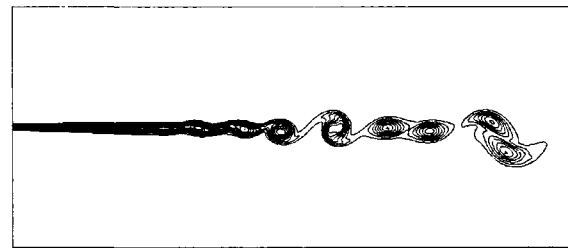
본 연구에서 이러한 제트의 비대칭 발달 효과는 속도비 R 값에 크게 의존함을 볼 수 있었다. Fig. 3-2 (c)는 $R=0.6$ 에서의 혼합층 두께 성장을 나타낸다. 그림에서 볼 수 있는바와 같이 혼합층 두께 성장은 x/L 이 증가함에 따라 대략 선형적으로 증가함을 볼 수 있다.

3.2 속도비에따른 혼합층 성장특성

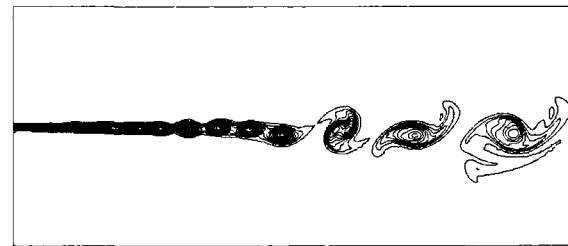
Fig. 3-3은 각각 속도비 $R=0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ 에 대한 외류구조를 나타낸다.

Fig. 3-3에서 볼 수 있는바와 같이 속도비 R 이 증가함에 따라 자유유속의 속도 구배에 의해 형성된 전단층의 Roll-up 위치가 상류에 가까워짐을 볼 수 있고, 이는 속도비가 전단층의 불안정성과 깊은 관련이 있음을 나타낸다. 또한 속도비 R 이 증가함에 따라 동일한 하류 위치 x/L 에서 혼합층의 두께가 증가함을 볼 수 있다. $x/L=0.5$ 에서 속도비 변화에 대한 평균속도로 무차원화된 x -Velocity 분포가 Fig. 3-4에 나타나있다.

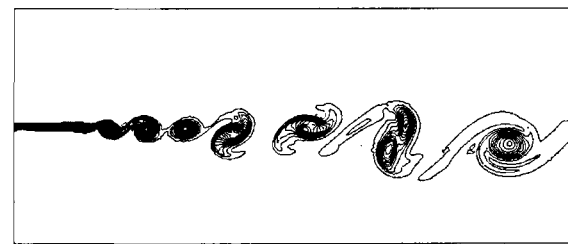
Fig. 3-4에서 볼 수 있는바와 같이 모든 속도비 R 에 대해 무차원 x -Velocity 분포는 Hyperbolic Tangent 분포를 가지며 속도비 R 이 증가함에 따라 혼합층 두께가 증가함을 볼 수 있다. 이는 높은 자유유속의 비를 갖는 유동이 혼합층 성장에 유리하다는 것을 알 수 있다.



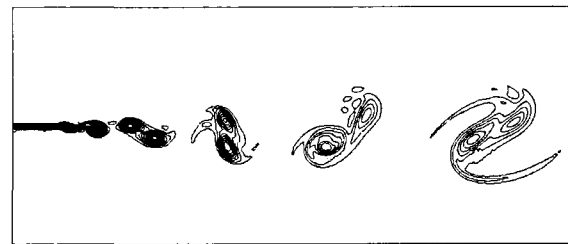
(a) $R=0.4$



(b) $R=0.5$

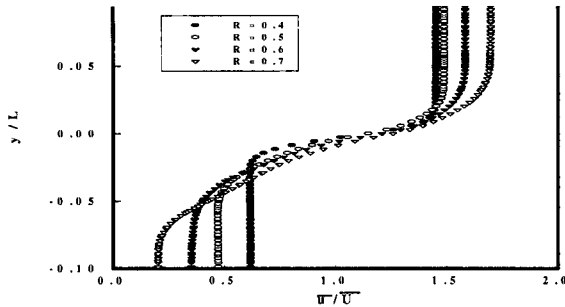


(c) $R=0.6$



(d) $R=0.7$

(Fig. 3-3) The evolution of vortical structure for several velocity ratio



(Fig. 3-4) The non-dimensionalized streamwise velocity for various velocity ratio

4. 결 론

본 연구에서는 서로 다른 자유유속을 가지는 Plane Mixing Layer에서 혼합층 구조, 혼합층 성장 mechanism, 속도비 R이 혼합층 성장에 미치는 영향등을 연구하기 위해 Plane Mixing Layer를 2차원 비정상 Large-Eddy Simulation 방법으로 수치계산을 수행하였다. 층류상태의 서로 다른 자유유속을 가지는 유동이 만나 평균속도 구배에 의해 전단층이 형성되고 불안정성에 의해 Roll-up하게 되어 와류구조를 형성하게 된다. 이렇게 형성된 와류구조는 난류유입 작용과 함께 인접한 와류구조와 Pairing Interaction을 하면서 하류로 진행한다. 본 연구 결과에 따르면, 혼합층 성장의 주된 Mechanism은 이들 와류구조의 Pairing Interaction이며 난류유입에 의한 혼합층 성장 효과는 Pairing Interaction에 비해 상대적으로 미약하다. 혼합층의 높은 자유유속을 가지는 방향보다는 낮은 자유유속을 가지는 방향으로 성장률이 큰 비대칭 구조를 가지며, 혼합층 두께는 무차원 거리 x/L 이 증가함에 따라 대략 선형적으로 증가한다. 속도비 R은 와류구조의 형성 및 성장에 중요한 변수임을 알 수 있었다. 속도비 R이 증가할수록 전단층의 Roll-up 위치가 앞쪽으로 이동하며 혼합층의 두께가 증가함을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1. Brown, G.L. (1974) "The entrainment and large structure in turbulent mixing layers" Proc. 5th Australasian Conference on Hydraulics and Fluid Mechanics, 352-359.
2. Brown, G.L. and Roshko, A. (1971) "The effect of density difference on the turbulent mixing layer" AGARD-CP-93, 23-1 to 23-11.
3. Brown, G.L. and Roshko, A. (1974) "On density effects and large structure in turbulent mixing layers" J. Fluid Mech. 64, 775-816.
4. Winant, C.D. and Browand, F.K. (1974) "Vortex pairing: the mechanism of turbulent mixing layer growth at moderate Reynolds number" J. Fluid Mech. 63, 237-255.
5. Browand, F.K. and Troutt, T.R. (1980) "A note on spanwise structure in the two-dimensional mixing layer" J. Fluid Mech. 97, 771-781.
6. Moore, D.W. and Saffman, P.G. (1975) "The density of vortices in a turbulent mixing layer" J. Fluid Mech. 69, 465-473.
7. Peter A. Monkewitz and Patrick Huerre (1982) "Influence of the velocity ratio on the spatial instability of mixing layers" Phys. Fluids 25(7), July 1982.
8. Luis P. Bernal "The Coherent Structure of Turbulent Mixing Layers" Ph.D Thesis Caltech. 1981, June.
9. Xiaohua Wu, Kyle D. Squires and Thomas S. Lund "Large Eddy Simulation of a Spatially-Developing Boundary Layer" NASA Technical Report.
10. Wen-Ping Wang "On the Large Eddy Simulation of a Turbulent Channel Flow with Significant Heat Transfer" Physics of Fluids 1996.

11. M. Kiya, Y. Ido and Akiyama “Vortical Structure in Forced Unsteady Circular Jet Simulation by 3D Vortex Method” ESAIM Proceedings, Vol. 1, 1996, pp. 503-520.