

IIR 필터의 LMS, VS-LMS 알고리즘에 대한 수렴 특성 해석

Analysis of the Convergence Properties of LMS and VS-LMS Algorithms for IIR Filters

황 호 선*, 조 주 필*, 백 흥 기*

(Ho Seon Hwang*, Ju Pil Cho*, Heung Ki Baik*)

요 약

본 논문에서는 IIR 필터의 식 오차 방식 LMS 알고리즘과 VS-LMS 알고리즘의 수렴특성에 대한 통계적인 해석을 수행하였다. 사용된 입력신호가 백색 가우시안이라 가정하고 이들 알고리즘의 평균자승오차와 필터 계수의 평균 및 평균자승 특성에 대한 이론적인 관계식을 유도하였다. 컴퓨터 모의실험에 의하여 이론치와 실험치가 거의 일치함을 보임으로써 수렴 특성 해석 결과가 타당함을 보여주었다.

ABSTRACT

This paper presents a stochastic convergence analysis of LMS algorithm and VS-LMS algorithm for IIR filters using equation error formulation. Under the assumption that the signal is white Gaussian, theoretical equations that characterize the mean and mean-squared behaviors of the algorithms are derived. Computer simulation results show fairly good agreements between the theoretical and the empirical behaviors of the algorithms.

I. 서 론

적용 디지털 필터의 핵심적인 기법중의 하나인 적응 시스템 인지 기술은 여러 분야에서 꾸준한 발전을 거듭해 왔으며 현재까지 이에 대한 연구가 활발히 진행중이다. 시스템 인지에 사용되는 적응 필터는 출력 신호의 제한 주파수에 따라 크게 FIR 필터와 IIR 필터로 나눌수 있는데[1] FIR 필터는 선형 위상을 실현하기 쉽고 안정성이 보장되기 때문에 적응필터를 이용한 반향제거, 잡음제거, 통신용 적응 등화기 등의 응용분야에 널리 사용되고 있으며[2] 이에 대한 통계적 수렴 특성 해석도 많이 되어있는 상황이다. 그러나 FIR 필터는 인지하고자 하는 시스템의 임펄스 응답이 긴 경우에는 적응 필터의 탭 계수가 미지의 시스템의 임펄스 응답만큼이 요구되므로 연산량이 증가하는 단점이 있다.[1][4]

이에 반해 IIR 필터는 FIR 필터에 비해 적은 차수로도 시스템의 특성을 만족시킬 수 있는 장점이 있으나 제한된 필터 출력 성분으로 인하여 선형 위상 실현이 어렵고 경우에 따라 필터가 발산할 수 있는 단점을 가지고 있으며 적응 IIR 알고리즘은 오차 평면(error surface)이 전체 최소점(global minimum)으로 수렴하지 않을 수 있으며 이에 따라 필터 계수는 국부 최소점(local minimum)으로 수렴

하는 경우도 있다.[1] 이러한 문제점에도 불구하고 최근 에 적응 IIR 필터에 대한 관심이 높아지고 있는 이유는 적응 IIR 필터가 적응 FIR 필터에 비하여 연산량을 크게 감소시킬 수 있으며 어떤 특정한 조건하에서는 오차 곡선이 전체 최소점으로 수렴할 수 있기 때문이다.

적용 IIR 필터는 적응 필터의 오차신호를 어떻게 생성 하는지의 여부에 따라 크게 식 오차 방식과 출력 오차 방식으로 나눌 수 있는데 출력 오차 방식은 적응 필터에 입력되는 제한 신호가 적응 필터의 출력 신호를 이용하여, [3] 식 오차 방식은 적응 필터에 입력되는 제한 신호를 미지의 시스템의 출력 신호인 이상 응답 신호(desired signal)를 이용하는 방식이다. 출력 오차 방식은 일반적인 IIR 필터의 형태이기 때문에 적응 필터가 발산할 수 있으며 MSE를 비용함수로 이용하는 LMS 계열의 알고리즘은 MSE값이 필터 계수의 비선형 함수이기 때문에 국부 최소점으로 수렴할 수 있다. 하지만 식 오차 방식은 주 입력 신호와 이상 응답 신호를 이용하기 때문에 2개의 적응 FIR 필터의 형태로 간주할 수 있으므로 필터의 안정성이 보장되며 MSE값이 필터 계수의 선형 함수로 표현되므로 전체 최소점으로 수렴하는 장점이 있다.

최근까지 적응 시스템 인지 분야에서 주로 사용되는 방법은 시스템의 안정성이 보장되는 특성을 가지고 있는 적응 FIR 필터 구조에 기반을 두고 LMS 나 LS 계열의 알고리즘들이 사용되었다. LS 알고리즘은 LMS 알고리즘

* 전북대학교 공과대학 전자공학과

접수일자: 1999년 2월 11일

에 비해 우수한 수렴특성과 추적능력[3]을 가지고 있지만 계산량 측면에서 LMS 알고리즘에 비하여 효율성이 떨어지므로 LMS 알고리즘이 주로 이용되었다. 그러나 이 방법 역시 시스템의 임펄스 응답이 길어질수록 계산량이 증가하게 되어 하드웨어적인 부담감이 증가하게 된다.

여기서 LMS 알고리즘은 입력신호의 상관도가 클수록 수렴속도가 늦어지는 단점이 있으므로 이를 개선하기 위해 제시된 변형 LMS 알고리즘중의 하나가 VS(variable stepsize)-LMS 알고리즘이다. VS-LMS 알고리즘은 스텝 크기를 추정 오차에 따라 매 시간 갱신시켜 알고리즘의 수렴속도를 향상시킨다.[5][6][7][11]

이처럼 IIR 필터에 VS-LMS 알고리즘을 도입하여 이를 적용 시스템 인지 분야에 응용하기 위해 국내외적으로 연구가 진행되고 있으나 현재까지는 충분히 연구되어 있지 않은 상황이다. 특히 FIR 필터의 다양한 구조와 알고리즘들에 대한 수렴특성이나 수치적인 특성해석은 과거부터 많은 연구가 수행되었고 이미 많은 연구논문들이 발표된 상황이지만 IIR 필터의 경우는 상대적으로 미약한 실정이다. 그 이유는 IIR 필터의 경우 필터 출력이 입력 신호와 밀접한 상관 관계를 가지고 있으므로 수렴 특성 해석을 위해 유도된 이론적인 관계식들이 매우 복잡한 형태를 가지게 되어 해석에 많은 어려움이 따르기 때문이다. 그러나 IIR 필터의 구조로 식 오차 방식을 사용하면 비교적 쉽게 알고리즘들의 수렴 특성에 대한 관계식들을 구할 수 있다.

따라서 본 논문에서는 식 오차 방식의 적응 IIR 필터를 이용한 LMS 알고리즘과 VS-LMS 알고리즘에 대한 수렴 특성 해석을 통하여 식 오차 방식 알고리즘들이 적응 필터에 효과적으로 응용될 수 있음을 이론적으로 증명하였다.

II. 식 오차 방식 알고리즘

2.1 식 오차 방식 적응 IIR 필터

그림. 1은 식 오차 방식 적응 IIR 필터를 나타낸 것이다. 여기서 $A(n, q)$ 와 $B(n, q)$ 는 각각 식 (1)과 (2)처럼 정의되며 q^{-m} 은 m 만큼의 지연을 나타낸다.

$$A(n, q) = \sum_{m=1}^{N-1} a_m(n)q^{-m} \quad (1)$$

$$B(n, q) = \sum_{m=1}^{N-1} b_m(n)q^{-m} \quad (2)$$

식 오차 방식의 경우 필터의 출력 $y_e(n)$ 은 식 (3)과 같이 단순히 두 입력 $d(n)$ 과 $x(n)$ 의 지연된 값에만 의존하고 필터의 출력에 대한 재환 성분은 포함하지 않는다. 또한, 필터의 두 입력 $d(n)$ 과 $x(n)$ 이 계수 $a_m(n)$ 과 $b_m(n)$ 에 대해 독립적이므로 필터의 출력 $y_e(n)$ 은 계수들에 대한 선형 함수로 이루어지고, 식 (4)의 식 오차 $e_e(n)$ 도 계수들에 대한 선형 함수로 이루어진다. 따라서 평균 자승 식 오차(mean-square-equation-error : MSE)는

입력에 대한 이차 함수가 되고, 이에 따라 하나의 전체 최소점(global minimum)을 가지게 된다.[1][3]

$$y_e(n) = \sum_{m=0}^M a_m(n)x(n-m) + \sum_{m=1}^M b_m(n)d(n-m) \quad (3)$$

$$e_e(n) = d(n) - y_e(n) \quad (4)$$

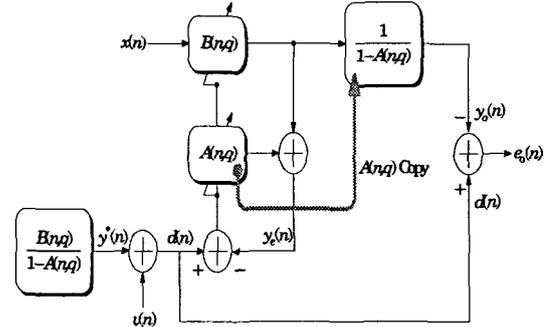


그림 1. 식 오차 방식 적응 IIR 필터
Fig. 1. Adaptive IIR filter for equation error formulation.

수렴 특성 해석을 위해 식 (3)을 간단한 벡터 형태로 나타내도록 하자. 식 (3)의 입력 벡터 $X(n)$ 와 이상 응답 신호 벡터 $D(n)$ 을 식 (5)와 (6)처럼 정의하였고 이들을 식 (7)과 같이 하나의 벡터 형태로 표현하였다.

$$X(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-L)]^T \quad (5)$$

$$D(n) = [d(n-1), d(n-2), \dots, d(n-M)]^T \quad (6)$$

$$U(n) = [x(n), x(n), \dots, x(n-L), d(n-1), d(n-2), \dots, d(n-M)]^T \quad (7)$$

또한 식 (3)의 계수들을 벡터로 표현하면 식 (8), (9)와 같으며 이들은 다시 식 (10)처럼 간단히 나타낼 수 있다.

$$W_x(n) = [a_0(n), a_1(n), \dots, a_L(n)]^T \quad (8)$$

$$W_d(n) = [b_1(n), b_2(n), \dots, b_M(n)]^T \quad (9)$$

$$W(n) = [a_0(n), a_1(n), \dots, a_L(n), b_1(n), b_2(n), \dots, b_M(n)]^T \quad (10)$$

따라서 식 오차 방식 IIR 필터의 필터 출력 $y_e(n)$ 을 위에서 정의한 입력과 필터의 계수 벡터를 이용하여 나타내면

$$y_e(n) = X^T(n)W_x(n) + D^T(n)W_d(n) \quad (11)$$

$$= U^T(n)W(n) = W^T(n)U(n)$$

와 같다.

2.2 식 오차 방식 LMS 알고리즘

그림. 1과 위 식들에서 알 수 있듯이 식 오차 방식 IIR 필터는 두 개의 FIR 필터가 결합된 형태로 생각할 수 있다. 따라서 식 오차 방식 LMS 알고리즘의 필터 계수 갱신식은 기존의 FIR LMS 알고리즘과 같은 방식으로 갱신시킬 수 있다.

LMS 알고리즘은 비용 함수(cost function)를 최소화 하는 방향으로 필터의 계수를 매 순간 갱신한다. 식 오차 방식 LMS 알고리즘의 비용 함수와 계수 갱신식은 다음과 같다.

$$j(n) = e^2(n) \quad (12)$$

$$W(n+1) = W(n) + M e(n) U(n) \quad (13)$$

$$M = \text{diag}[\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_L, \nu_1, \dots, \nu_M] \quad (14)$$

2.3 식 오차 방식 VS-LMS 알고리즘

VS-LMS 알고리즘은 LMS의 경우와 거의 유사하나 VS-LMS 알고리즘은 스텝 크기를 추정 오차에 따라 매 시간 갱신한다. 식 오차 방식 VS-LMS 알고리즘의 계수 갱신식과 이때의 스텝 크기는 다음과 같다.

$$W(n+1) = W(n) + M(n) e(n) U(n) \quad (15)$$

$$M(n) = \text{diag}[\mu_0(n), \mu_1(n), \dots, \mu_L(n), \nu_1(n), \dots, \nu_M(n)] \quad (16)$$

$M(n)$ 은 ρ 값에 의해 매 시간 갱신되며 이는 가변 스텝 크기의 적용을 제어하는 또 다른 수렴 상수이다. 고정된 스텝 크기를 갖는 LMS 알고리즘과 비교할 때 VS-LMS 알고리즘이 연산량에서 약 1.5배 많으나 비교적 적은 연산량으로 빠른 수렴 속도를 기대할 수 있다. 스텝 크기의 갱신식을 경사 추정법(stochastic gradient)에 따라 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mu(n) &= \mu(n-1) - \frac{\rho}{2} \frac{\partial}{\partial \mu(n-1)} e^2(n) \\ &= \mu(n-1) - \frac{\rho}{2} \frac{\partial^T e^2(n)}{\partial W_x(n)} \cdot \frac{\partial^T W_x(n)}{\partial \mu(n-1)} \quad (17) \\ &= \mu(n-1) - \rho e(n) e(n-1) X^T(n-1) X(n) \end{aligned}$$

$$\nu(n) = \nu(n-1) - \rho e(n) e(n-1) D^T(n-1) D(n) \quad (18)$$

$$M(n) = M(n-1) - \rho e(n) e(n-1) U^T(n-1) U(n) \quad (19)$$

III. 식 오차 방식 알고리즘들의 수렴 특성 해석

이 장에서는 앞서 정의되었던 식들을 이용하여 식 오차 방식 LMS와 VS-LMS 알고리즘들의 수렴 특성에 관해 알아보도록 하겠다. 앞서 설명한 것처럼 식 오차 방식 IIR 필터는 두 개의 FIR 필터가 결합된 형태와 같으므로 식

오차 방식을 이용한 LMS와 VS-LMS 알고리즘들의 수렴 특성을 해석하는 방법은 FIR 구조에서의 수렴 특성 해석 방법과 매우 유사하다.

그러나 식 (11)에서 볼 수 있듯이 식 오차 방식 IIR 필터에서 필터 출력은 입력 신호 벡터 $X(n)$ 과 지연된 이상 응답 신호 벡터 $D(n)$ 으로 이루어져 있는데 이때의 $X(n)$ 이 백색 가우시안 신호라 하더라도 $D(n)$ 은 유색 신호가 된다. 따라서 $X(n)$ 의 자기 상관 행렬(auto-correlation matrix)은 대각 행렬만 존재하지만 $D(n)$ 의 자기 상관 행렬과 $D(n)$ 과 $X(n)$ 의 상호 상관 행렬(cross-correlation matrix)은 서로 밀접한 상관값을 가지게 된다.

이러한 상관 행렬을 식 (20), (21)에 각각 정의하였으며 이를 식 (22)처럼 간단하게 나타내었다.

$$R_{xx} = E[X(n)X^T(n)], \quad R_{dd} = E[D(n)D^T(n)] \quad (20)$$

$$R_{xd} = E[X(n)D^T(n)], \quad R_{dx} = E[D(n)X^T(n)] \quad (21)$$

$$R = E[U(n)U^T(n)] \quad (22)$$

3.1 식 오차 방식 LMS 알고리즘의 수렴 특성 해석

식 오차 방식 LMS 알고리즘은 이상 응답 신호가 필터 입력에 관여하기 때문에 수렴 특성 해석에 앞서 보다 용이한 수학적 분석을 하기 위해 먼저 다음과 같은 가정을 하였다.[8][9][10]

1. $X(n)$ 과 $D(n)$ 은 평균이 0이고, wide-sense stationary(WSS)이며, jointly Gaussian process이다.

2. 측정 잡음(measurement noise) $e_{\min}(n)$ 은 평균이 0이고, WSS이며, $X(n)$ 과 $D(n)$ 에 대해 독립적이다.

일반적으로 적용 필터에 사용되는 알고리즘들의 수렴 특성 해석은 필터의 최소 자승 오차(mean square error : MSE)와 필터 계수값, 그리고 필터 계수의 오조정(misalignment) 벡터에 대한 이론적 평균값이 실험값과 일치하는지를 보는 것이다. 이 값들은 다음과 같이 정의할 수 있다.

먼저 필터 계수의 오조정 벡터, $V(n)$ 과 $V(n)$ 의 자기 상관 행렬 $K(n)$ 은

$$V(n) = W(n) - W^* = \begin{bmatrix} V_x(n) \\ V_d(n) \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$K(n) = E[V(n) V^T(n)] = \begin{bmatrix} K_{xx}(n) & K_{xd}(n) \\ K_{dx}(n) & K_{dd}(n) \end{bmatrix} \quad (24)$$

와 같이 정의 하였다.

또한 시스템 인지 모드에서 측정 잡음 $e_{\min}(n)$ 과 오차 식은 아래와 같다.

$$e_{\min}(n) = d(n) - U^T(n) W^* \quad (25)$$

$$e(n) = e_{\min}(n) - U^T(n) V(n) \quad (26)$$

식 (25)의 W^* 은 필터의 최적 계수를 나타내며 이를 Wiener-Hopf 관계식에 따라 다음과 같이 구할 수 있다.

$$W^* = R^{-1} P \quad (27)$$

이제 LMS 알고리즘의 평균 특성을 해석하자. 먼저 필터 계수의 평균 특성을 구하기 위한 계수 오조정 벡터의 평균값은 다음과 같다.

$$E[V(n+1)] = E[V(n)] - ME[e(n)U(n)] \quad (28)$$

위 식의 두 번째 항의 $e(n)$ 에 식 (26)을 대입하고 위 가정을 적용하면 다음과 같이 된다.

$$E[V(n+1)] = (I + MR)E[V(n)] \quad (29)$$

따라서 LMS 알고리즘의 필터 계수값은 다음과 같다.

$$E[W(n+1)] = (I + MR)E[W(n)] + R^{-1}P \quad (30)$$

이제 LMS 알고리즘의 평균 자승 추정 오차 $J(n)$ 의 평균치를 구해보자. 먼저 식 (12)에 주어진 비용 함수에 앙상블(ensemble) 평균을 취하면 다음과 같다.

$$J(n) = E[e^2(n)] \quad (31)$$

여기에 식 (26)을 대입하여 전개한 값에 각각의 앙상블 평균을 취하면

$$J(n) = E[e_{\min}^2(n)] + E[V^T(n)U(n)U^T(n)V(n)] - 2E[V^T(n)U(n)e_{\min}(n)] \quad (32)$$

와 같이 나타낼 수 있으며 첫 번째항은 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$J_{\min} = E[e_{\min}^2(n)] \quad (33)$$

따라서 위 식을 식 (32)에 대입하고 가정을 적용하여 다시 쓰면 LMS 알고리즘의 최소 평균 자승 오차는 다음과 같다.

$$J(n) = J_{\min} + \text{tr}\{K(n)R\} \quad (34)$$

위 식에서 $K(n)$ 은 식 (24)에 정의되었고 $\text{tr}\{K(n)R\}$ 은 $[K(n)R]$ 의 trace 값을 나타낸다.

마지막으로 식 오차 방식 LMS 알고리즘의 동작 특성에 대한 분석을 완성하기 위해 필터 계수의 오조정 벡터의 자기 상관 행렬 $K(n)$ 에 대한 관계식을 유도해보자. 식 (24)와 (28)에 정의된 식에 따라 전개하면 그 결과는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K(n+1) = K(n) + ME[e(n)V(n)X^T(n)] + ME[e(n)X(n)X^T(n)] + M^2 E[e^2(n)X(n)X^T(n)] \quad (35)$$

위 식의 $e(n)$ 에 식 (26)을 대입하여 다시 전개하고 여기에 다시 위의 가정을 이용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K(n+1) = K(n) - ME[V(n)V^T(n)U(n)U^T(n)] + M^2 E[U(n)U^T(n)V(n)V^T(n)U(n)U^T(n)] + M^2 J_{\min} R \quad (36)$$

여기서 $E[U(n)U^T(n)V(n)V^T(n)U(n)U^T(n)]$ 은 위의 가정 아래에서 다음의 가우시안 분해법을 이용하면 간단한 표현식으로 분해할 수 있다.

$$E[X_1 X_2 X_3 X_4] = E[X_1 X_2]E[X_3 X_4] + E[X_1 X_3]E[X_2 X_4] + E[X_1 X_4]E[X_2 X_3] \quad (37)$$

그러면 위 식을 이용하여 식 (36)의 우변중 세 번째 항을 분해 해보도록 하자. 먼저 $E[\cdot]$ 을 빼고 생각하면

$$[U(n)U^T(n)V(n)V^T(n)U(n)U^T(n)]_{ij} = \sum_k U(n)U^T(n)V(n)V^T(n)]_{ik} [U(n)U^T(n)]_{kj} \quad (38)$$

로 나타낼 수 있다. 그리고 $[U(n)U^T(n)V(n)V^T(n)]_{ik}$ 을 다시 분해하면

$$[U(n)U^T(n)V(n)V^T(n)]_{ik} = \sum_l U(n)U^T(n)]_{il} [V(n)V^T(n)]_{lk} \quad (39)$$

와 같이 나타낼 수 있는데 이를 식 (38)에 대입하여 다시 정리하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} & [U(n)U^T(n)V(n)V^T(n)U(n)U^T(n)]_{ij} \\ &= \sum_k U(n)U^T(n)V(n)V^T(n)]_{ik} [U(n)U^T(n)]_{kj} \\ &= \sum_k \sum_l U(n)U^T(n)]_{il} [V(n)V^T(n)]_{lk} [U(n)U^T(n)]_{kj} \\ &= \sum_k \sum_l U(n)U^T(n)]_{il} [V(n)V^T(n)]_{lk} U(n)U^T(n)]_{kj} \end{aligned} \quad (40)$$

이 식을 식 (37)에 정의된 가우시안 분해법을 이용하여 전개한 뒤 앙상블 평균을 취하면

$$\begin{aligned}
 & E[U(n)U^T(n)V(n)V^T(n)U(n)U^T(n)] \\
 &= \sum_k \sum_j E[U_k(n)U_j(n)U_k(n)U_j(n)] E[V_k(n)V_k(n)] \\
 &= \sum_k \sum_j \{ E[U_k(n)U_j(n)]E[U_k(n)U_j(n)] \\
 &\quad + E[U_i(n)U_k(n)]E[U_k(n)U_j(n)] \\
 &\quad + E[U_i(n)U_j(n)]E[U_k(n)U_k(n)] \} \cdot \\
 &\quad E[V_k(n)V_k(n)] \\
 &= \sum_k \sum_j (R_{ij}R_{kj} + R_{ik}R_{kj} + R_{ij}R_{kk})K_k(n)
 \end{aligned} \tag{41}$$

와 같이 나타낼 수 있으며 이를 다시 정리하여 쓰면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$j[U(n)U^T(n)V(n)V^T(n)U(n)U^T(n)] = RK(n)R + RK^T(n)R + R \operatorname{tr}[KR] \tag{42}$$

따라서 이식을 식 (36)에 대입하여 정리하면 필터 계수의 오조정 벡터에 대한 자기 상관 행렬은 다음과 같이 구해진다.

$$K(n+1) = K(n) - MK(n)R - MRK(n) + M^2 J_{\min} R + M^2 (RK(n)R + RK^T(n)R + R \operatorname{tr}[RK(n)]) \tag{43}$$

3.2 식 오차 방식 VS-LMS 알고리즘의 수렴 특성 해석
 여기에서는 식 오차 방식 LMS 알고리즘과 똑같은 가정하에서 VS-LMS 알고리즘의 수렴 특성을 알아본다. VS-LMS 알고리즘의 수렴 특성에 대한 관계식은 LMS의 경우와 거의 유사하나 VS-LMS 알고리즘은 스텝 크기를 추정 오차에 따라 매 시간 갱신하므로 VS-LMS 알고리즘의 수렴 특성 해석을 위해서는 가변 스텝 크기에 대한 통계적 평균치를 구해야 한다. 따라서 VS-LMS 알고리즘의 수렴 특성 해석은 LMS 알고리즘의 M 이 $M(n)$ 으로 바뀌며 이 값의 평균치를 구하는 것을 제외하고 모두 같다고 할 수 있다.

먼저 필터 계수의 통계적 평균치는 아래와 같다. [5][6][7]

$$E[W(n+1)] = E[W(n)] + E[M(n)e(n)U(n)] \tag{45}$$

위 식의 우변의 두 번째 항 $E[M(n)e(n)U(n)]$ 에서 $M(n)$ 은 $e(n)$ 과 $U(n)$ 에 의해 갱신되는 값이기 때문에 이 값들과 독립적이지 않다. 그러나 이러한 경우 알고리즘의 수렴 특성을 해석하는 것이 훨씬 복잡해지므로 보다 쉬운 해석을 위해 다음과 같은 가정을 하도록 하자. 먼저 ρ 값을 작게 설정한다면 $M(n)$ 은 $e(n)$ 과 $U(n)$ 의 변화에 따라 아주 천천히 변하게 된다. 따라서 $M(n)$ 은 $e(n)$ 과 $U(n)$ 에 대해 근사적으로 독립되어 있다고 가정할 수 있다. 이는 엄밀히 말하면 틀린 가정이 되나, 알고리즘의 수렴 특성 해석을 수학적으로 보다 쉽게 해석하

기 위해 설정한 것이며 이렇게 유도된 결과를 실험값과 비교해 볼 때 대체적으로 잘 들어 맞음을 볼 수 있었다. 따라서 위 식은 아래와 같이 표현할 수 있다.[5][6]

$$E[W(n+1)] = E[W(n)] + E[M(n)]E[e(n)U(n)] \tag{46}$$

위의 가정을 통해 필터계수의 평균값과 평균 자승값, 그리고 평균 자승 오차를 유도하면 스텝 크기가 시간에 대한 함수로 바뀌고 나머지는 모두 LMS 알고리즘의 경우와 일치함을 볼 수 있다. 따라서 유도된 결과식만 순서대로 요약하면 다음과 같다.

$$E[W(n+1)] = (I - M(n)R)E[W(n)] + R^{-1}P \tag{47}$$

$$J(n) = J_{\min} + \operatorname{tr}[K(n)R] \tag{48}$$

$$K(n+1) = K(n) - M(n)K(n)R - M(n)RK(n) + M^2(n)J_{\min}R + M^2(n)(RK(n)R + RK^T(n)R + R \operatorname{tr}[RK(n)]) \tag{49}$$

이제는 가변 스텝 크기 $M(n)$ 의 통계적 평균값을 구해보도록 하자. 먼저 식 (19)에 양상불 평균을 취하면 다음과 같다.

$$E[M(n)] = E[M(n-1)] - \rho E[e(n)e(n-1)U^T(n-1)U(n)] \tag{50}$$

위 식에서 두 번째 항의 평균치를 구하면 $M(n)$ 의 통계적 평균치를 구할 수 있다. 이를 위해 먼저 다음과 같은 상관 행렬에 대한 정의를 하자

$$A = E[U(n)U^T(n-1)] = \begin{bmatrix} R_{Axx} & R_{Axd} \\ R_{Adx} & R_{Add} \end{bmatrix} \tag{51}$$

$$B = E[U(n-1)U^T(n)] = \begin{bmatrix} R_{Bxx} & R_{Bxd} \\ R_{Bdx} & R_{Bdd} \end{bmatrix} \tag{52}$$

위와 같은 정의를 사용한 이유는 식 (50)의 두 번째 항을 통해 알 수 있듯이 $M(n)$ 을 갱신하는데 $U(n)$ 과 $U(n-1)$ 이 사용되기 때문이다. 식 (51)과 (52)에서 각각의 상관행렬은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 R_{Axx} &= E[X(n)X^T(n-1)], & R_{Add} &= E[D(n)D^T(n-1)] \\
 R_{Axd} &= E[X(n)D^T(n-1)], & R_{Adx} &= E[D(n)X^T(n-1)]
 \end{aligned} \tag{53}$$

$$\begin{aligned}
 R_{Bxx} &= E[X(n-1)X^T(n)], & R_{Bdd} &= E[D(n-1)D^T(n)] \\
 R_{Bxd} &= E[X(n-1)D^T(n)], & R_{Bdx} &= E[D(n-1)X^T(n)]
 \end{aligned} \tag{54}$$

$M(n)$ 을 구하기 위해 필요한 상관 행렬에 대한 정의

를 하였으므로 식 (50)의 두 번째 항 $E[e(n)e(n-1)U^T(n-1)U(n)]$ 을 구해보자. 여기에 식 (26)을 대입하여 전개한 후 가정을 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & E[e(n)e(n-1)U^T(n-1)U(n)] \\
 &= E[U^T(n)V(n-1)V^T(n-1)U(n-1)U^T(n-1)U(n)] \\
 &\quad - E[M(n-1)]E[U^T(n)U(n-1)U^T(n-1) \\
 &\quad \quad \cdot V(n-1)V^T(n-1)U(n-1)U^T(n-1)U(n)] \\
 &\quad - J_{\min}E[M(n-1)]E[U^T(n)U(n-1)U^T(n-1)U(n)] \tag{55}
 \end{aligned}$$

식 (55)에 표현된 세 개의 항들을 식 (37)에 정의된 가우시안 분해법을 이용하여 간단한 관계식으로 분해해 보자. 먼저 세 번째 항은 비교적 간단하게 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & [U^T(n)U(n-1)U^T(n-1)U(n)] \\
 &= U^T(n)[U(n-1)U^T(n-1)]_{ii}U(n) \\
 &= \sum_j \sum_k U_j(n)[U(n-1)U^T(n-1)]_{jj}U_i(n) \\
 &= \sum_j \sum_k U_j(n)U_j(n-1)U_i(n-1)U_i(n) \tag{56}
 \end{aligned}$$

따라서 위 식의 앙상블 평균은

$$\begin{aligned}
 & [U_j(n)U_j(n-1)U_i(n-1)U_i(n)] \\
 &= \sum_j \sum_k \{ E[U_j(n)U_j(n-1)]E[U_i(n)U_i(n-1)] \\
 &\quad + E[U_j(n)U_i(n-1)]E[U_i(n)U_j(n-1)] \\
 &\quad + E[U_j(n)U_i(n)]E[U_i(n-1)U_j(n-1)] \} \\
 &= \sum_j \sum_k \{ A_{jj}A_{ii} + A_{ji}A_{ij} + R_{jj}R_{ii} \} \tag{57} \\
 &= \sum_j A_{jj} \text{tr}[A] + \text{tr}[AB] + \text{tr}[RR]
 \end{aligned}$$

이 된다. 그 다음은 첫 번째 항을 유도해 보도록 하자. 위와 같은 방법으로 첫 번째 항을 분해하면

$$\begin{aligned}
 & [U^T(n)V(n-1)V^T(n-1)U(n-1)U^T(n-1)U(n)] \\
 &= U^T(n)[V(n-1)V^T(n-1)U(n-1)U^T(n-1)]_{ii}U(n) \\
 &= \sum_j \sum_k U_j(n)[V(n-1)V^T(n-1)U(n-1)U^T(n-1)]_{jj}U_i(n) \tag{58}
 \end{aligned}$$

여기에서 $[V(n-1)V^T(n-1)U(n-1)U^T(n-1)]_{ii}$ 을 다시 쓰면

$$\begin{aligned}
 & [V(n-1)V^T(n-1)U(n-1)U^T(n-1)]_{ii} \\
 &= \sum_k V(n-1)V^T(n-1)]_{kk}[U(n-1)U^T(n-1)]_{kk} \\
 &= \sum_k V_j(n-1)V_k(n-1)U_k(n-1)U_i(n-1) \tag{59}
 \end{aligned}$$

이 되므로 이식을 식 (58)에 대입하여 앙상블 평균을 취하면

$$\begin{aligned}
 & E[U^T(n)V(n-1)V^T(n-1)U(n-1)U^T(n-1)U(n)] \\
 &= \sum_j \sum_k \sum_l E[U_j(n)V_j(n-1)V_k(n-1) \\
 &\quad \quad \quad U_k(n-1)U_l(n-1)U_l(n)] \\
 &= \sum_j \sum_k \sum_l E[U_j(n)U_k(n-1)U_l(n-1)U_l(n)] \\
 &\quad \quad \quad U_i(n-1)U_i(n)]E[V_j(n-1)V_k(n-1)] \tag{60}
 \end{aligned}$$

이 되며 이를 다시 분해하면

$$\begin{aligned}
 & \sum_j \sum_k \sum_l E[U_j(n)U_k(n-1)U_l(n-1)U_l(n)] \\
 &\quad \quad \quad E[V_j(n-1)V_k(n-1)] \\
 &= \sum_j \sum_k \sum_l \{ E[U_j(n)U_k(n-1)]E[U_l(n-1)U_l(n)] \\
 &\quad + E[U_j(n)U_i(n-1)]E[U_k(n-1)U_i(n)] \\
 &\quad + E[U_j(n)U_i(n)]E[U_k(n-1)U_i(n-1)] \} \\
 &\quad \quad \quad \cdot E[V_j(n)V_k(n)] \tag{61}
 \end{aligned}$$

와 같이 나타낼 수 있는데 이를 정리하면 다음과 같이 간단하게 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & [U^T(n)V(n-1)V^T(n-1)U(n-1)U^T(n-1)U(n)] \\
 &= \sum_j B_{jj} \cdot \text{tr}[AK(n-1)] + \text{tr}[BK(n-1)B] \\
 &\quad + \text{tr}[RK(n-1)R] \tag{62}
 \end{aligned}$$

마지막으로 식 (55)의 두 번째 항을 유도해 보도록 하자. 위와 같은 유도 방법을 사용하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 & E[U^T(n)U(n-1)U^T(n-1)V(n-1)V^T(n-1) \\
 &\quad \quad \quad U(n-1)U^T(n-1)U(n)] \\
 &= \sum_j \sum_k \sum_l \sum_m E[U_j(n)U_k(n-1)U_l(n-1)V_l(n-1) \\
 &\quad \quad \quad V_k(n-1)U_m(n-1)U_j(n-1)U_m(n)] \\
 &= \sum_j \sum_k \sum_l \sum_m E[U_j(n)U_k(n-1)U_l(n-1)U_m(n-1) \\
 &\quad \quad \quad U_j(n-1)U_j(n)] \cdot E[V_l(n-1)V_k(n-1)] \tag{63}
 \end{aligned}$$

위 식에서 보듯이 세 번째 항은 유도하기가 매우 복잡함으로 이 식을 위와 같은 방법으로 유도하였을 때 매우 복잡한 관계식이 유도될 것임을 직감적으로 알 수 있다. 따라서 이 항은 결과식만 유도하였다. 유도된 결과식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 & E[U^T(n)U(n-1)U^T(n-1)V(n-1)V^T(n-1) \\
 &\quad \quad \quad U(n-1)U^T(n-1)U(n)] \\
 &= \sum_j B_{jj} \cdot \text{tr}[A] + \sum_j A_{jj} \{ \text{tr}[RK(n-1)B] \\
 &\quad \quad \quad + \text{tr}[AK(n-1)R] \} \tag{64} \\
 &\quad + 2 \sum_j B_{jj} \cdot \text{tr}[AK(n-1)R] \\
 &\quad + 2 \text{tr}[AK(n-1)BR] + 3 \text{tr}[AK(n-1)RA] \\
 &\quad + 2 \text{tr}[RK(n-1)RR] + \text{tr}[RK(n-1)BB] \\
 &\quad + \text{tr}[AA] \cdot \text{tr}[RK(n-1)] \\
 &\quad + \text{tr}[RR] \cdot \text{tr}[RK(n-1)]
 \end{aligned}$$

따라서 그 동안 유도된 세 개의 항을 종합하여 정리하면

$$E[e(n)e(n-1)U^T(n-1)U(n)] = \text{식(64)} - E[M(n-1)] \cdot \text{식(62)} - J_{\min} E[M(n-1)] \cdot \text{식(57)} \quad (65)$$

와 같이 표현할 수 있으며 이를 종합하여 하나의 완성된 수식으로 표현하면

$$\begin{aligned} \mathcal{E}[M(n)] &= E[M(n-1)] + \rho E[e(n)e(n-1)U^T(n-1)U(n)] \\ &= E[M(n-1)] + \rho \cdot [\text{식(64)} - E[M(n-1)] \cdot \text{식(62)} - J_{\min} E[M(n-1)] \cdot \text{식(57)}] \end{aligned} \quad (66)$$

와 같이 쓸 수 있다.

IV. 모의실험 및 고찰

본 연구를 위한 모의실험은 다음 세 가지로 구분되어 수행되었다.

- 식 오차 방식 LMS 알고리즘의 수렴 특성 관계식에 관한 실험적 검증
- 식 오차 방식 VS-LMS 알고리즘의 수렴 특성 관계식에 관한 실험적 검증
- 시스템인지 모드에서 식 오차 방식 LMS와 VS-LMS 알고리즘의 성능 평가

식 오차 방식 LMS 알고리즘의 수렴 특성 관계식에 대한 실험적 검증

앞에서 유도했던 식 오차 방식 LMS 알고리즘에 대해 이론적으로 유도된 평균 및 평균 자승 수렴 특성에 관한 관계식들의 타당성을 알아 보기 위해 모의 실험을 수행하였다. 실험 환경으로는 그림. 1의 시스템인지 모드를 선택하였고, 50회의 독립적인 실험에 의한 앙상블 평균을 구하여, 이를 이론치와 비교하였다.

- 실험 환경
 - 입력 $x(n)$: 백색 가우시안 잡음, 분산 = 1.0
 - 측정 잡음 $e_{\min}(n)$: 백색 가우시안, 분산 = 0.001
 - 고유치 분포율: 120
 - 미지의 시스템: 영점이 2차, 극점이 3차인 ARMA 시스템

$$H^*(z) = \frac{0.8 + 0.4z^{-1}}{1 - 0.65z^{-1} + 0.3z^{-2}} \quad (67)$$

- 샘플수 : 5000
- 독립 실험 횟수 : 50

위의 조건에 따라 실험적으로 얻은 결과와 이론적으로 유도된 결과, 특히 추정 오차의 평균 자승값과 각 필터 계수의 평균값을 그림으로 나타내어 비교하였다.

식 오차 방식 LMS 알고리즘에 대한 이론 및 실험적 추정 오차 평균 자승값과 필터 계수의 평균 자승값, 그리고 각 필터 계수의 평균값을 그림. 2부터 그림. 4에 각각 도시하였다. 특히 필터 계수의 평균값은 이론치와 실험치가 거의 일치함을 보여준다.

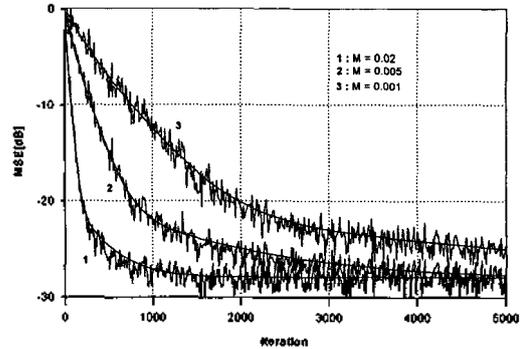


그림 2. 식오차 방식 LMS 알고리즘의 step size에 따른 MSE 값의 이론치와 실험치의 비교

Fig. 2. Comparison between theoretical and empirical MSE according to step size of LMS.

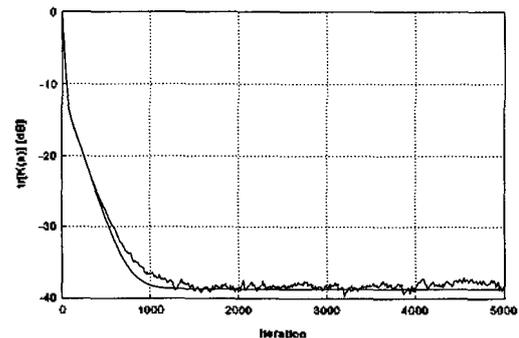


그림 3. 식오차 방식 LMS 알고리즘의 필터계수 평균자승값에 대한 이론치와 실험치의 비교(M = 0.05)

Fig. 3. Comparison between theoretical and empirical data of filter coefficient mean-square value of LMS.

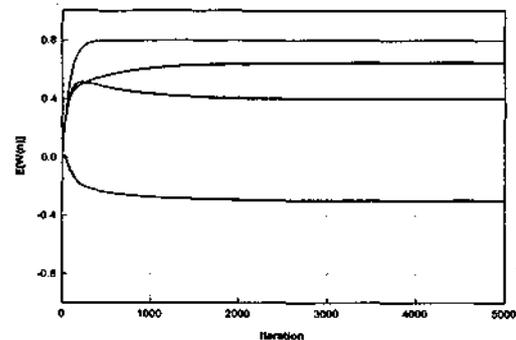


그림 4. 식오차 방식 LMS 알고리즘의 필터계수 평균값에 대한 이론치와 실험치의 비교(M = 0.02)

Fig. 4. Comparison between theoretical and empirical data of filter coefficient mean values of LMS.

그림에서 보듯이, 이론적 관계식이 유도될 때 몇 가지 가정을 사용되었음에도 불구하고 모두 이론치와 실험치가 잘 들어 맞음을 알 수 있다. 따라서 유도된 관계식이 타당하다고 할 수 있으며, 이 결과를 바탕으로 앞으로 알고리즘에 대한 이해도를 높이고 변형된 새로운 알고리즘을 개발하는데 유용하게 사용되리라 여겨진다.

식 오차 방식 VS-LMS 알고리즘의 수렴 특성 관계식에 대한 실험적 검증

이번에는, 위와 같은 실험적 상황에서 식 오차 방식 VS-LMS 알고리즘의 수렴 특성에 대한 실험적인 검증을 시도해 보았다. 실험 결과의 비교 방법은 아래와 같다.

● 비교 방법

- ρ 값 크게 고정
 - 스텝 크기 초기값에 따른 $J(n)$, $t[K(n+1)]$, $E\{W(n)\}$ 값 비교
- ρ 값 작게 고정
 - 스텝 크기 초기값에 따른 $J(n)$, $t[K(n+1)]$, $E\{W(n)\}$ 값 비교
- 스텝 크기 초기값 고정 : 5000 샘플
 - $E\{M(n)\}$ 값 비교

식 오차 방식 VS-LMS 알고리즘은 추정 오차와 입력 벡터의 크기에 따라서 매 시간 스텝 크기를 조정하는 방법이므로 그 성능이 ρ 값의 크기에 따라 민감하게 반응한다. 그림 5와 6은 ρ 값에 따른 평균 자승 오차의 수렴 특성을 보여주는 그림이다. 여기서 알 수 있듯이 VS-LMS 알고리즘은 스텝 크기의 초기값이 작더라도 ρ 값을 크게 하여 수렴 속도를 향상시킬 수 있어 정상 상태에서 매우 안정한 특성을 보인다.

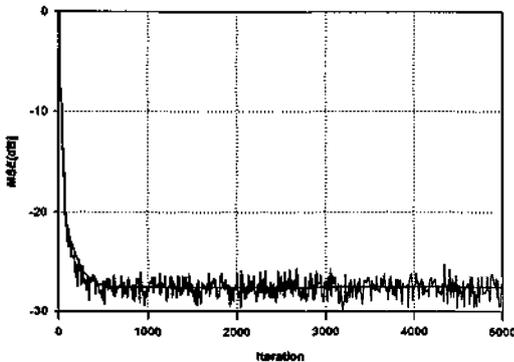


그림 5. 식오차 방식 VS-LMS 알고리즘의 MSE 곡선의 이론치와 실험치 비교 ($M(0) = 0.001, \rho = 0.001$)
Fig. 5. Comparison between theoretical and empirical MSE curves of VS-LMS.

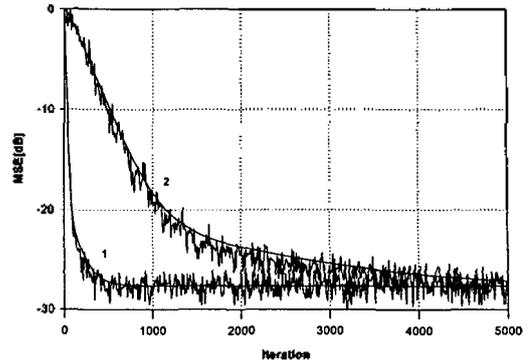


그림 6. 식오차 방식 VS-LMS 알고리즘의 MSE 곡선의 이론치와 실험치 비교 (1: $M(0) = 0.05, \rho = 0.00001$, 2: $M(0) = 0.001, \rho = 0.00001$)
Fig. 6. Comparison between theoretical and empirical MSE curves of VS-LMS.

그림 7, 8, 9는 비슷한 상황에서의 필터 계수 평균 자승값과 필터 계수 평균값을 비교한 것이다. 여기에서도 실험치와 이론치가 잘 들어 맞음을 알 수 있었다.

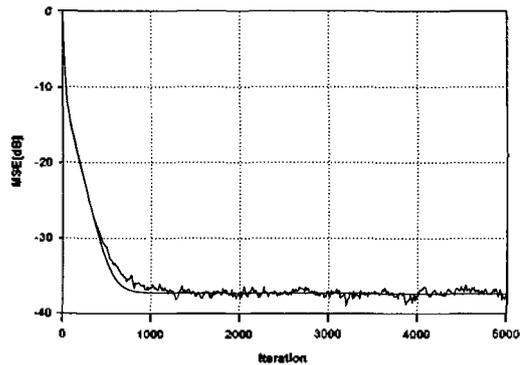


그림 7. 식오차 방식 VS-LMS 알고리즘의 필터계수 평균자승값에 대한 이론치와 실험치의 비교 ($M(0) = 0.01, \rho = 0.001$)
Fig. 7. Comparison between theoretical and empirical $tr[K(n)]$ values of VS-LMS.

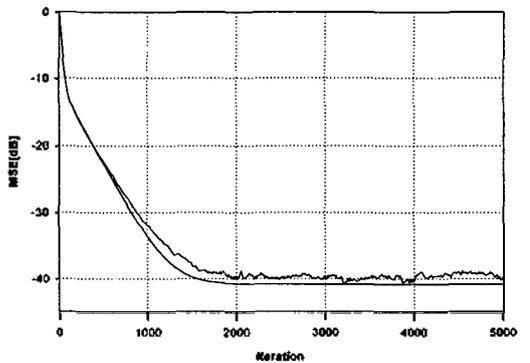


그림 8. 식오차 방식 VS-LMS 알고리즘의 필터계수 평균자승값에 대한 이론치와 실험치의 비교 ($M(0) = 0.01, \rho = 0.0001$)
Fig. 8. Comparison between theoretical and empirical $tr[K(n)]$ values of VS-LMS.

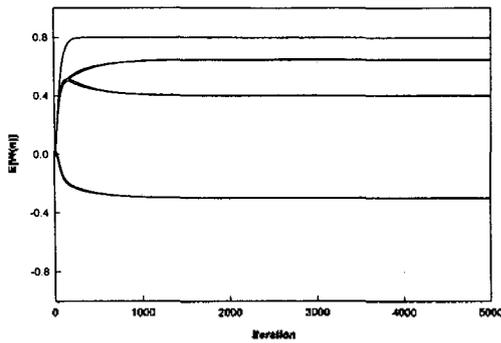


그림 9. 필터계수의 평균값에 대한 이론치와 실험치의 비교 ($M(0) = 0.005, \rho = 0.001$)

Fig. 9. Comparison between theoretical and empirical $E[W(n)]$ values of VS-LMS.

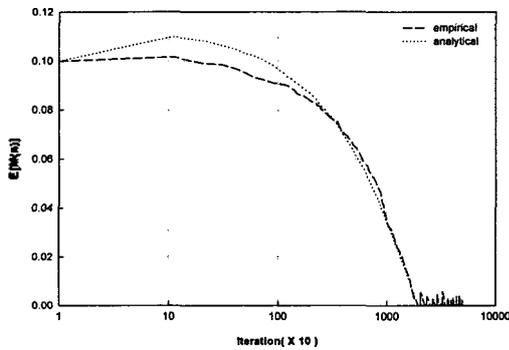


그림 10. $M(0)$ 값에 따른 step size의 변화에 따른 이론값과 실험값의 비교 ($M(0) = 0.1, \rho = 0.001$)

Fig. 10. Comparison between theoretical and empirical tracking of step size according to $M(0)$.

그림 10은 스텝 크기의 변화를 나타낸 그림이다. 이 그림들은 스텝 크기의 초기값이 0.05인데, 그림에서 볼 수 있듯이 초기에는 추정 오차가 크므로 스텝 크기가 증가하다가 점점 감소하는 것을 볼 수 있었다. 여러 결과를 통해서 알 수 있듯이 VS-LMS 알고리즘에서 수렴 속도는 스텝 크기의 초기값 뿐만 아니라 ρ 값에 크게 영향받는다는 것을 알 수 있다.

시스템인지 모드에서 식 오차 방식 LMS와 VS-LMS 알고리즘의 성능 평가

여기에서는 식 오차 방식 LMS와 VS-LMS 알고리즘의 성능 평가를 통해 스텝 크기의 초기값과 ρ 값에 따라 VS-LMS 알고리즘이 LMS 알고리즘의 수렴 속도보다 얼마나 향상되는지 알아보았다. 실험 환경은 아래와 같다.

- 실험 환경
- 입력 $x(n)$: 유색 신호, 음성

$$C(z) = \frac{0.1}{1 - 0.9z^{-1}} \quad (68)$$

- 추정 잡음 $e_{\text{min}}(n)$: 백색 가우시안 잡음, 분산 = 1.0

- 고유치 분포율 : 324.5
- 미지의 시스템

$$H^*(z) = \frac{-0.8 + z^{-10}}{1 - 0.8z^{-10}} \quad (69)$$

- 샘플수 : 5000
- 독립 실험 횟수 : 50

그림 11과 12에서 보여지듯이 VS-LMS 알고리즘은 스텝 크기의 초기값이 작은 경우에도 ρ 값을 크게 하면 LMS 알고리즘 보다 수렴 속도를 크게 향상시킬 수 있을 것을 볼 수 있다.

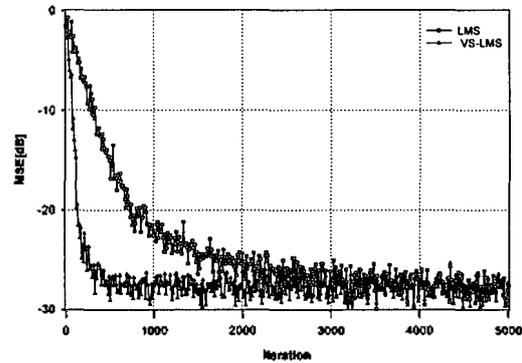


그림 11. LMS 알고리즘과 VS-LMS 알고리즘의 MSE 곡선 비교 ($M(0) = 0.005, \rho = 0.0001$)

Fig. 11. MSE curves of LMS and VS-LMS.

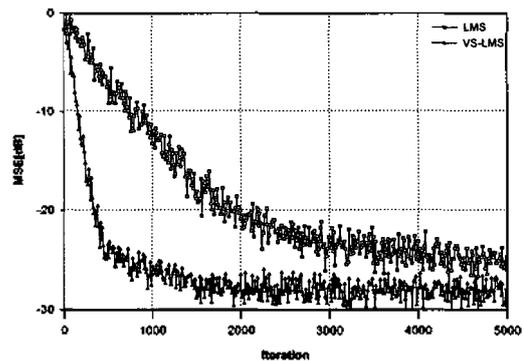


그림 12. LMS 알고리즘과 VS-LMS 알고리즘의 MSE 곡선 비교 ($M(0) = 0.0005, \rho = 0.001$)

Fig. 12. MSE curves of LMS and VS-LMS.

V. 결 론

적용 디지털 신호 처리 분야에서 적용 필터를 효율적으로 사용하기 위한 예로 원거리 회의 시스템과 같이 음성 신호를 다루는 상황에서는 신호의 실시간 처리가 가능해야 하고, 이에 따라 긴 임펄스 응답에 대응하는 빠른 수렴

특성과 추적 능력을 갖는 알고리즘의 개발이 필수적이다. 따라서 본 논문에서는 기존의 FIR 필터 대신 IIR 필터를 사용하여 이러한 문제를 해결하고 원거리 회의 시스템에 적합한 식 오차 방식 IIR 필터 구조와 알고리즘을 제안하였으며 알고리즘의 수렴 특성 해석을 통해 IIR 식 오차 방식 VS-LMS 알고리즘이 원거리 회의 시스템에 효과적으로 적용될 수 있음을 이론적으로 증명하였다.

여기에서는 이론적으로 유도한 통계적인 관계식과 실험적인 결과가 대체적으로 일치함을 볼 수 있었다. 따라서 본 논문에서 제안한 IIR 필터의 고속 적응 알고리즘은 수렴 특성을 위해 유도된 결과를 바탕으로 앞으로 알고리즘에 대한 이해도를 높이고 변형된 새로운 알고리즘을 개발하는데 유용할 것이다. 또한 실제 응용 분야에서도 오디오 원거리 회의 시스템의 성능 향상은 물론 ARMA 모델의 시스템 인식, 음성 신호 처리, 채널 등화기, 잡음 제거기, 반향 제거기 등에 널리 이용될 수 있어 이러한 적응 시스템의 성능 향상에 기여할 수 있으리라 기대된다.

참 고 문 헌

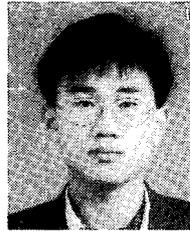
1. J. J. Shynk, "Adaptive IIR Filtering", *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-37, no 2, pp. 4-21, Apr. 1989
2. ITU-T Recommendation G.165, Echo cancellers
3. B. Widrow and S. D. Stearn, *Adaptive Signal Processing*. Prentice-Hall Inc, 1985.
4. S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 2nd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991
5. V. J. Mathews and Z. Xie, "A stochastic gradient adaptive filter with gradient adaptive step size", *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 41, no. 6, June 1993.
6. V. J. Mathews and Z. Xie, "Stochastic gradient adaptive filters with gradient adaptive step size", in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech. Signal Processing, Albuquerque, NM*, pp. 1385-1388, Apr. 1990.
7. V. J. Mathews and H. S. Cho, "Improved convergence analysis of stochastic gradient adaptive filters using the sign algorithm", *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. Assp-35, no. 4, pp. 450-454, Apr. 1987
8. V. Weerackody, S. A. Kassam, and K. R. Laker, "Convergence analysis for an algorithm for blind equalization", *IEEE Trans. Communi.*, vol. 39, no.6, pp. 856-865, June 1991
9. B. Widrow et al., "Stationary and nonstationary learning characteristics of the LMS adaptive filters", *Proc. IEEE*, vol. 64, no. 8, pp. 1151-1162, Aug. 1976.
10. A. Feuer and E. Weinstein, "Convergence analysis of LMS filters with uncorrelated Gaussian data", *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-33, no. 1, pp. 222-230, Feb. 1985.
11. R. W. Harris, D. M. Chabries, and F. A. Bishop, "A variable step(VS) adaptive filter algorithm", *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-34, no. 2, pp. 309-316, Apr. 1986.

▲황 호 선(Ho Seon Hwang) 1971년 12월 8일생



1996년 2월: 순천대학교 공과대학
전자공학과(공학사)
1998년 2월: 전북대학교 대학원 전
자공학과(공학석사)
1998년 3월~현재: 전북대학교 대학원
전자공학과 박사과정
※주요관심분야: 적응신호처리 및 응용

▲조 주 필(Ju Pil Cho)



1971년 1월 1일생
1992년 2월: 전북대학교 정보통신
공학과(공학사)
1994년 2월: 전북대학교 전자공학과
(공학석사)
1994년 3월~현재: 전북대학교 대학
원 전자공학과 박사
과정

※주요관심분야: 적응신호처리, VLSI 신호처리

▲백 흥 기(Heung Ki Baik)

1955년 1월 5일생

1977년 2월: 서울대학교 공과대학 전자공학과(공학사)
1979년 2월: 서울대학교 대학원 전자공학과(공학석사)
1987년 2월: 서울대학교 대학원 전자공학과(공학박사)
1981년 ~ 현재: 전북대학교 전자정보공학부 교수
※주요관심분야: 적응신호처리, 디지털 신호처리