

# 응력 제어를 통한 형상 최적화 시스템 개발

한 석 영\*, 배 현 우\*\*

## Development of Shape Optimization System using Stress Control

Seog-Young Han\*, Hyun-Woo Bae\*\*

### Abstract

In this study, the growth-strain method was used for shape optimization. The adequate value of growth ratio in the method was used the value obtained by volume control. And the linear PID control theory was applied to control internal stresses by stresses required by a designer. The effect of the values of  $K_P$ ,  $K_I$ , and  $K_D$  was investigated and the adequate values of  $K_P$ ,  $K_I$ , and  $K_D$  were determined empirically. Finally, a shape optimal design system was built up by the improved the growth-strain method with a commercial software I-DEAS. The effectiveness and practicality of the developed shape optimal design system was verified by some examples.

Keywords : Shape Optimization(형상 최적화), Stress Control(응력 제어), Growth-Strain Method(성장-변형률 법), Finite Element Method(유한요소법)

### 1. 서론

최근 환경보존 및 연비절감에 대한 각종 규제가 강화되면서 세계 자동차 시장에서는 자동차의 안전성 뿐만 아니

라 경량화의 필요성이 크게 대두되었다. 따라서 자동차의 안전성을 유지 또는 향상시킴과 동시에 경량화를 이루기 위한 연구들이 광범위하게 진행되고 있다. 지금까지 형상 최적화 기법에 관한 많은 이론들이 제안되었으나, 대부분

\* 한양대학교 철강공정 및 응용연구소

\*\* 한양대학원 자동차공학과

의 이론들이 목적함수 (objective function)를 최소화 하기 위한 수학적인 프로그램에 기초를 두고 경계 매개 변수화 (boundary parametrization)와 설계 민감도 (design sensitivity)의 해석을 통하여 최적화를 이루도록 되어 있다.<sup>(1)(2)</sup> 따라서 최적화를 수행하는데 많은 계산을 필수적으로 수반하게 되며 대규모의 기억용량을 필요로 한다. 그러나, 최근 이와는 대조적으로 Mises 응력과 같은 분포 매개변수(distributed parameter)를 균일하게 분포시킴으로써 최적화를 이루는 성장-변형률법 (growth-strain method)<sup>(3)(4)</sup>이 제안되었다.

본 연구에서는 성장-변형률법에 기초를 두고 응력을 설계자가 원하는 값으로 제어하기 위해 선형 PID 제어이론을 적용하였으며, 여기서 임의의 비례상수인  $K_p$ ,  $K_I$  그리고  $K_D$  값에 따른 영향을 조사하고 적절한 비례상수 값들을 결정하였다. 임의의 상수값으로 처리한 성장비  $h$  값은 체적 제어시 계산된 적절한  $h$  값을 그대로 사용하였다.<sup>(5)</sup> 이러한 개선된 이론을 기존의 상용 소프트웨어 (I-DEAS)와 함께 통합된 프로그램으로 개발하여 최적화가 효과적이고 실질적이며 조직적으로 이루어지도록 형상 최적설계 시스템을 구축하였다. 그리고 실제 자동차 부품을 개발된 최적설계 시스템에 의해 형상 최적화를 수행함으로써 그 신뢰도를 검증하였다.

## 2. 성장-변형률법<sup>(3)(4)</sup>

이 방법은 매개변수를 일정하게 분포시키고자 하는 과정에서 발생하는 체적변형을 가지고 형상을 최적화시킨다. 이 최적화 과정은 Fig. 1과 같은 2단계 반복으로 구성되어 있다.

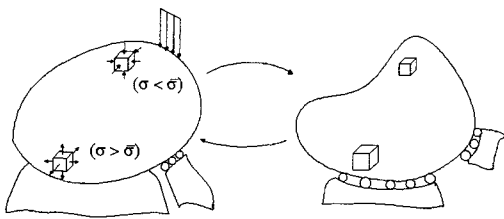


Fig. 1 Principle of the growth-strain method

첫 단계는 역학적인 조건하에서 매개변수를 계산하기

위한 응력해석 단계이며, 두 번째 단계는 형상 구속조건하에서 체적변형의 발생 법칙에 기초를 둔 성장변위, 즉 형상 수정을 계산하기 위한 성장해석 단계이다. 각 단계에서의 해석은 유한요소 해석을 이용해서 수행되어진다. 매개변수는 강도를 균일하게 하는 문제에 대해서는 Mises 응력, 전단 변형에너지 밀도, 최대 주응력등이, 그리고 강성 최대화 문제에 있어서는 포텐셜 에너지 밀도 등이 사용될 수 있다. 본 연구에서는 강도를 균일하게 만드는 것을 취급하며 Mises 응력을 매개변수로 사용하게 된다.

매개변수가 Mises 응력과 같이 단위 체적이나 단위 면적의 량으로 정의되고 무한 요소 사이의 상호작용이 무시될 때, 매개변수는 일반적으로 국부적인 극소 체적안에서 체적의 증가에 따라 감소하는 특성을 가진다. 그러므로 매개변수가 균일화 된 형상을 만들기 위해서는 체적변형의 발생법칙이나 성장법칙인 식(1)에 따라 매개변수의 함수로서 체적변형을 발생시키는 것은 합리적이다. 모든 요소에서 축소 체적변형은  $\sigma$ 와  $\bar{\sigma}$ 의 편차에 비례해서  $\sigma$ 가  $\bar{\sigma}$ 보다 작은 곳에서 발생하고, 팽창 체적변형은  $\sigma$ 가  $\bar{\sigma}$ 보다 클 때 발생한다.

$$\epsilon_{ij}^B = \frac{\sigma - \bar{\sigma}}{\sigma} \delta_{ij} h \quad (1)$$

식(1)에서  $\epsilon_{ij}^B$ 는 체적 변형,  $\sigma$ 는 매개변수(Mises stress),  $\bar{\sigma}$ 는 매개변수의 기준값(예를 들면 평균응력, 최대응력),  $\delta_{ij}$ 는 Kronecker delta, 그리고  $h$ 는 성장변형의 크기를 조절하며 1보다 훨씬 작은 임의의 상수인 성장률이다.

여기서 열응력 해석을 생각하면, 물체를 열등방성이라고 가정할 때 발생하는 열변형은 전단 성분이 없는 체적변형을 발생시킨다. 그러므로 열변형은 성장해석에서의 방정식과 같은 형태를 갖는다. 식(1)은 열변형을 나타내고, 식(2)는 성장해석에서의 체적변형을 나타낸다. 이 사실에 주목할 때 I-DEAS가 제공하는 열변형 해석을 이용하여 성장해석이 수행되어질 수 있다.

$$\epsilon_{ij}^T = \alpha \Delta T \delta_{ij} \quad (2)$$

## 3. 응력 제어

위에서 언급한 2단계의 최적화 과정을 반복함으로써 균

일한 응력 형상이 얻어질 수 있으나 설계자가 원하는 응력값을 목표값으로 제어하기 위해서는 식(1)을 개선할 필요가 있다. 따라서 응력을 제어하기 위해 선형 PID 제어 이론을 적용하여 개선된 성장법칙은 식(3)과 같다.

$$\epsilon_{ij}^{B(n)} = \frac{\sigma^{(n-1)} - \sigma_{obj}}{\sigma_{obj}} \delta_{ij} h + \left\{ K_P \frac{\sigma_{max}^{(n-1)} - \sigma_{obj}}{\sigma_{obj}} + K_I \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\sigma_{max}^{(k)} - \sigma_{obj}}{\sigma_{obj}} + K_D \frac{\sigma_{max}^{(n-1)} - \sigma_{max}^{(n-2)}}{\sigma_{obj}} \right\} \quad (3)$$

여기서  $\sigma_{obj}$ 는 목표 응력값이며  $\sigma_{max}^{(k)}$ 는 각 반복횟수에서의 응력의 최대값이다. (n)은 n번째 반복횟수이고  $K_P$ ,  $K_I$  그리고  $K_D$ 는 비례상수이다. 식(3)의 오른쪽 번째 항은 식(1)에서와 같이 응력을 균일하게 만드는 역할을 하며, 각 요소에서의 비교 응력에 따라 체적변형을 발생시킨다. 새롭게 추가된 두 번째 항은 응력을 목표값으로 제어하여 응력이 모든 요소에서 균일하게 발생하도록 제어한다. 각 반복횟수에서 응력 목표값과의 차이에 따라 유사한 균일 형상 변형이 얻어진다. 식(3)에서  $K_P$ 를 가진 항은 선형 PID 제어에서 비례동작에 대응하고 목표 응력과의 편차에 따라 체적변형을 발생시키며,  $K_I$ 를 가진 항은 적분동작에 대응하고 잔류편차를 줄인다. 또  $K_D$ 를 포함한 항은 미분동작에 대응하며 외란에 대한 응답을 가속화시킨다. 각 항에서 각 상수가 증가할 때 그것의 상대적인 영향력은 커진다.

본 연구에서는 해석하는 대상의 성장특성, 요구되는 제어의 정확도, 성장률과의 관계를 고려하여 응력제어를 수행함으로써  $K_P$ ,  $K_I$  그리고  $K_D$ 의 영향을 조사하고 그 값들의 조화된 값을 결정하고자 하였다. 이 개선된 성장법칙을 이용함으로써 최대 응력값을 목표값으로 제어하면서 응력을 균일하게 만드는 것이 가능하고 응력 구속하에서의 최소화된 체적이 얻어진다.

#### 4. 형상 최적설계 시스템

형상 최적설계 시스템의 도식적인 흐름도를 Fig. 2에 보인다. 이 시스템은 I-DEAS와 개발된 프로그램으로 구성되어져 있다.

초기 형상의 유한요소 모델을 만든 다음 표준 응력해석 이 수행된다. 표준 응력해석 후 성장해석에서 필요한 모든

데이터들은 후처리 작업(postprocessing task)을 이용하여 적당한 이름의 데이터 파일을 생성한다. 후처리 작업에서는 각 요소에 대한 분포 매개변수(Mises stress)가 구해지고, 발생하는 체적변형값, 온도하중( $\Delta T$ )이 다음 단계의 성장해석을 위해서 개발된 프로그램에 의해 계산되어진다. 필요한 외부 계산과 같이 개발되는 프로그램은 C언어로 작성한다.

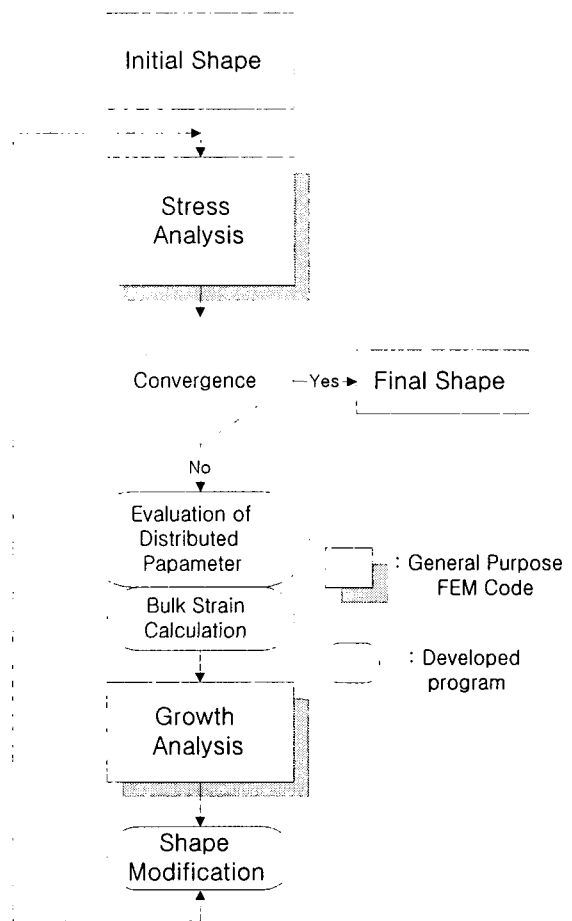


Fig. 2 Schematic flow chart of shape optimal design system

다음에, I-DEAS의 열변형 해석을 사용하여 성장해석을 수행한다. 성장해석을 위한 경계조건은 초기 응력해석

에 대한 경계조건과 독립적으로 설정한다. 성장해석에서의 경계조건은 온도 조건과 기하학적인 조건이다. 마지막으로, 개발된 프로그램을 통하여 형상을 수정한다. 최적화된 형상은 이 과정을 반복함으로써 계산되어진다. 통합된 형상 최적설계 시스템은 상용 소프트웨어인 I-DEAS의 프로그램 파일로 되어 있으며, 이를 실행함으로써 형상 최적화 과정이 자동으로 수행되도록 하였다.

### 5. 형상 최적 설계 적용 예

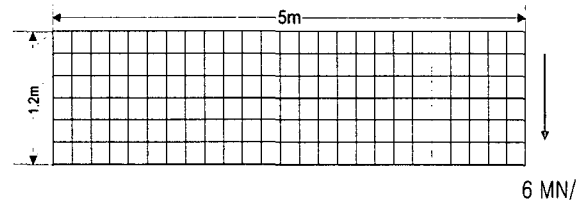
#### 5.1 외팔보

Fig. 3(a)와 같은 하중을 받고 있는 외팔보에 대하여 응력제어를 통하여  $K_P$ ,  $K_I$  그리고  $K_D$  값의 영향 및 적절한 값을 결정하였다. 임의의 상수인  $K_P$ ,  $K_I$  그리고  $K_D$  값은 해석 대상의 변형 특성에 따라 다르며, 이 중에서  $K_P$  값이 제어 특성을 주도적으로 좌우한다. 응력의 목표값은 초기 최대 Mises 응력값으로 제어되도록 설정하였고  $h$  값은 0.1로 설정하였으며, 적절한  $K_P$  값을 결정하기 위해서  $K_P$  값을 0에서 1까지 0.1씩 증가시키면서 해석하였다.

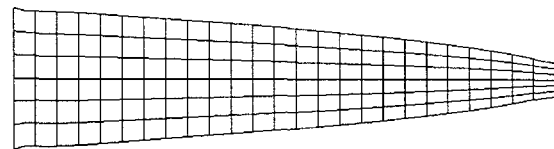
$K_P$  값이 0일 때는 최대 Mises 응력값의 제어를 수행하지 않는 것과 같으므로, 이 경우에는 매개변수를 초기의 최대 Mises 응력값으로 설정하였기 때문에 모든 요소에서 체적 변형률이 음의 값을 갖게 되어 성장 법칙에 따라 체적이 크게 줄어들게 된다. 이에 따라 최대 Mises의 응력값은 계속해서 커지게 되고, 훨씬 많은 반복횟수를 지나서부터 그 값이 줄어들게 되어 매우 비효율적임을 알 수 있었다.  $K_P$  값이 0에서부터 점차 증가함에 따라 최대 Mises 응력값이 목표값에 더욱 가깝게 제어되는 결과를 보였으며,  $K_P$  값이 0.8인 경우 발산하는 결과를 나타내었다. 즉,  $K_P$  값이 0.5인 경우에는 초기의 최대 Mises 응력값의 1.1배로 수렴하였으며,  $K_P$  값이 0.7인 경우에는 초기의 최대 Mises 응력값의 1.05배로 수렴하였다.

$K_I$  값은 목표하는 값과의 차이를 줄이는 효과를 나타낸다.  $K_P$  값이 0.5인 경우에  $K_I$  값은 0.1로 설정하여 추가시켜 제어하면 수렴하는 최종값은 초기 최대 Mises 응력값의 1.07배의 값을 갖게 되었다. 그러나 역시  $K_I$  값이 0.1보다 커짐에 따라 발산하는 결과를 나타내었다. 또  $K_P$  값

이 0.7인 경우에  $K_I$  값이 0.1을 가질 경우에도 발산하는 결과를 나타내었다. 이 결과를 통하여  $K_P$  값과  $K_I$  값이 서로 관련되어 있어 발산을 일으킬 수 있음을 알 수 있었다.



(a) initial shape



(b) final optimized shape

Fig. 3 Shape optimization of a cantilever beam

$K_D$  값은 외란에 대한 응답을 가속시키는데 그 효과는 거의 없는 것으로 나타났으며,  $K_P$  값이 0.5,  $K_I$  값이 0.1인 경우  $K_D$  값이 0.05보다 큰 값을 갖게 되면 발산하는 결과를 나타내었다.  $h$  값이 0.1에 대해서  $K_P$ ,  $K_I$  그리고  $K_D$  값을 순서대로 제어에 포함시킨 결과를 비교하여 Fig. 4에 나타내었다. 이 결과로부터  $K_P$ 가 제어에 포함된 경우와  $K_P$ 와  $K_I$ 가 제어에 포함된 경우는 제어가 전혀 안된 경우와  $K_P$ ,  $K_I$  그리고  $K_D$ 가 모두 포함된 경우에 비해 양호하게 수렴하는 결과를 보였으며  $K_D$ 가 제어에 포함된 경우는 약간의 요동을 보이는 것을 알 수 있었다.

$K_P$ ,  $K_I$  그리고  $K_D$  값이 0.5, 0.1, 0.0인 경우 초기 체적값에 대한 각 반복횟수에 따라 응력과 체적이 변해가는 과정을 Fig. 5에 나타내었으며, 이 경우 체적값은 초기 체적값의 66%로 감소하였다. 최적화된 외팔보의 형상은 Fig. 3(b)와 같다. 따라서, 임의의 상수  $K_P$ ,  $K_I$  그리고

$K_D$  값은 0.5, 0.1, 0.0이 적절한 값으로 계산되었다.

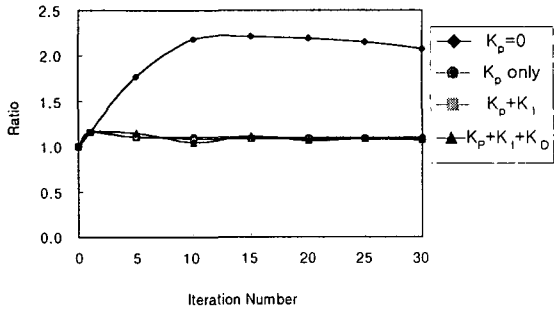


Fig. 4 Iteration history of maximum Mises stress ratio for various  $K_P$ ,  $K_I$ ,  $K_D$  values

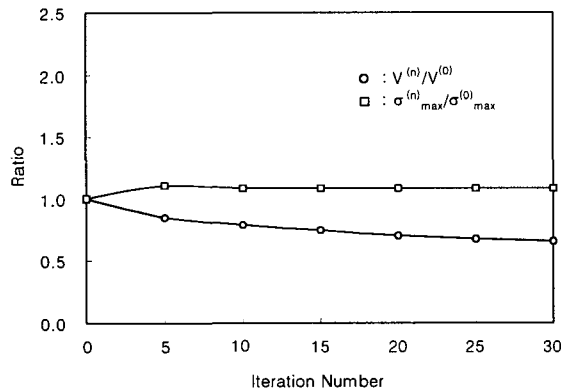
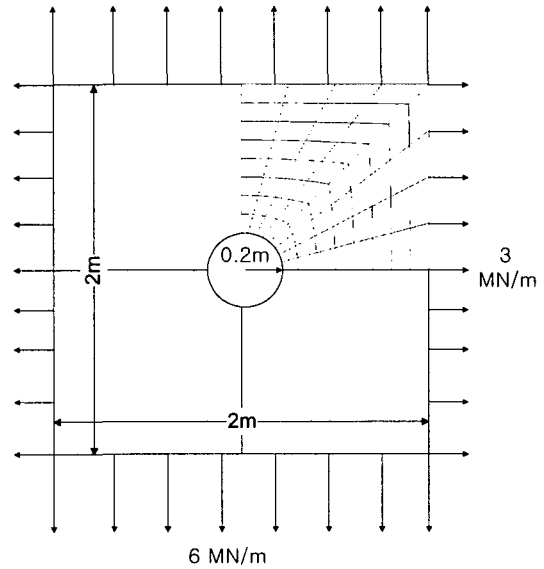


Fig. 5 Iteration history for the 2D cantilever beam ( $\sigma_{obj} = \sigma_{max}^{(0)}$ ,  $h = 0.1$ ,  $K_P = 0.5$ ,  $K_I = 0.1$ ,  $K_D = 0$ )

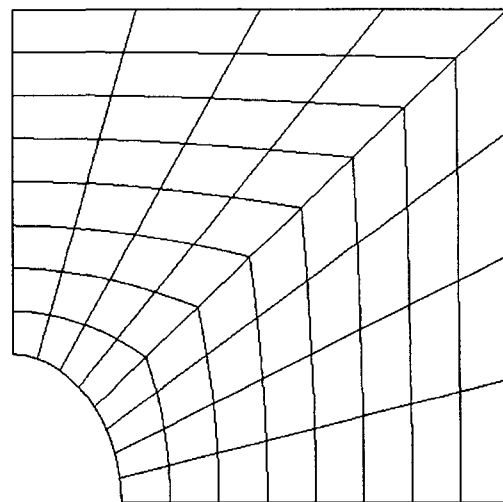
### 5.2 중앙부에 구멍을 가진 평판

Fig. 6(a)와 같이 주어진 조건하에서, 응력의 목표값을 초기 최대 응력값의 85%로 제어되도록 설정하였으며,  $h$  값은 0.05, 제어이론에서의 계수  $K_P$ ,  $K_I$  그리고  $K_D$  값은 각각 0.5, 0.1, 0.0으로 설정하였다.  $h$  값이 0.05에 대해 각 반복횟수에 따라 응력과 체적이 변해가는 과정을 Fig. 7에 나타내었으며, 최적화 된 형상은 Fig. 6(b)에

나타내었다. 이 경우 응력값은 설정된 목표값으로 제어되었으며 체적값은 초기 체적값과 거의 차이가 없었다.



(a) plate with a hole



(b) final optimized shape

Fig. 6 Shape optimization of plate with a hole

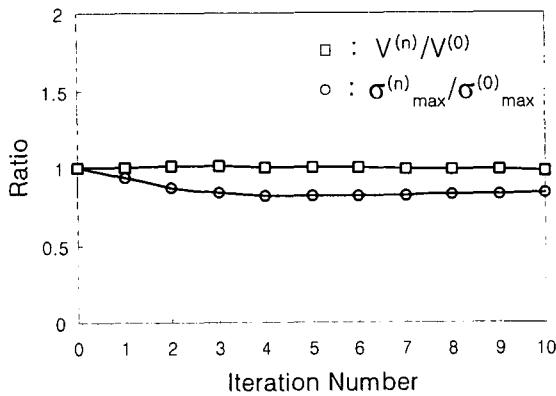
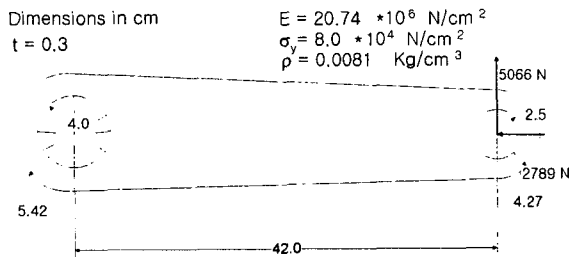
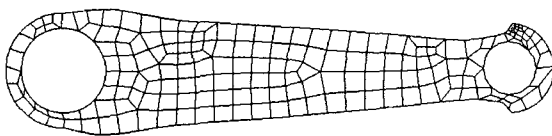


Fig. 7 Iteration history of plate with a hole

### 5.3 토크암



(a) initial shape



(b) final optimized shape

Fig. 8 The result of shape optimization for a torque arm

실제 자동차 부품인 토크암에 대하여 응력 제어를 통한 형상 최적화를 수행하였으며 그 모델은 Fig. 8(a)와 같다.

$h$  값은 0.05로,  $K_p$ ,  $K_I$  그리고  $K_D$  값은 0.5, 0.1, 0.0으로 설정하였으며, 응력의 목표값은 초기 최대 Mises 응력값의 85%로 제어되도록 설정하였다. 응력제어를 통하여 최적화 된 형상의 체적값은 초기 체적값의 88%로 감소하였으며 최적화 된 형상은 Fig. 8(b)와 같다.

## 6. 결론

본 연구를 통하여 개발된 형상 최적설계 시스템을 이용한 형상 최적화를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었으며, 더 복잡한 많은 기계 부품 및 구조물의 형상 최적화에 효과적으로 응용될 것으로 기대된다.

- (1) 형상 최적화를 위한 응력제어시 적절한  $K_p$ ,  $K_I$  그리고  $K_D$  값을 결정하였다.
- (2) 설계자의 요구에 따라 응력을 원하는 값으로 제어할 수 있는 선형 제어이론을 적용하였고, 상용 소프트웨어와 통합된 효과적이고 실질적인 자동 형상 최적설계 시스템을 개발하였다.
- (3) 3차원 형상 최적화에 의한 구조물의 경량화 및 그에 따른 비용 절감 효과가 기대된다.

## 참고 문헌

1. Haftka R.T. and Grandhi R.V., "Structural shape optimization - A survey", Comput. Methods Appl. Mech. Eng., Vol. 57, pp. 91-106, 1986.
2. Hsu Y.L., "A review of structural shape optimization-A survey", Comput. in Industry, Vol. 26, pp. 3-13, 1994.
3. Azegami H., "Proposal of a shape optimization method using a constitutive equation of growth", JSME Int. J., Ser. 1, Vol. 33, No. 1, pp. 64-71, 1990.
4. Azegami H., "Shape Optimization of Solid Structures Using the Growth - Strain Method", SAE 921063, 1992.
5. Han S.Y. and Lee K.L., "체적 제어를 통한 형상

- 최적설계 시스템 개발“, 춘계학술대회 논문집, 한국자동차공학회, 97380129, pp. 164-169, 1997.
6. I-DEAS Master Series Manual, SDRC Inc. 1994.