Historia Mathematica Vol. 12, No. 2, 1999, 119-133

수학과 미술의 추상성

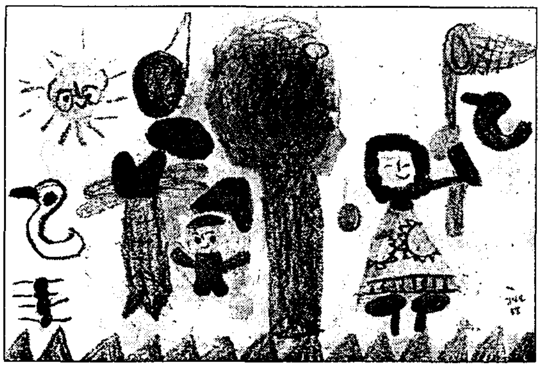
고신대학교 전산수학과 **계영희**

Abstract

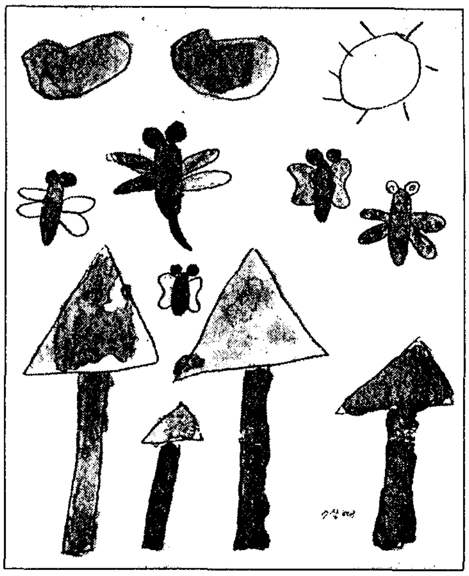
In this paper, we consider the abstraction of mathematics and arts. In particular, we compare cave arts of Palaeolith stone ages with those of Neolith stone ages and analyze paintings of a child. After the Middle ages, in Renaissance period the new technique, perspective was introduced by painters for the sake of realistic description. We consider the social background of perspective. In 19th century, European society became familiar with the abstraction of mathematics and arts. And we also study the mathematical concepts and the abstract paintings on the basis of the social backgrounds.

0. 들어가는 말

미술사가 곰브리치(Ernst H. J. Gombrich, 1909 -)는 인간이 사물을 지각할 때 오직 눈에만 의존하는 것이 아니라고 주장한다. 개념적 사유를 하는 인간이 사물을 지각할 때는 이미 자신이 알고 있는 지식을 적용하기 때문에 시지각(視知覺) 자체가 벌써 개념적 사유라는 색안경을 통하여 이루어진다는 것이다. 우리는 이 현상을 어린아이 그림에서 곧바로 관찰할 수 있다. 그림 0-1은 5살난 어린아이가 그린 것이다. 태양은 눈이 부시어 색안경을 쓰고 있고, 왼쪽의 오리는 발이 보이지 않고 숫자 2의 형상이며, 잠자리를 잡는 주인공 자기는 오른팔은 없고 왼팔만 크게 보인다. 가운데 큰 나무는 사과나무이다. 다 익은 사과가 막 떨어지고 있다. 어린아이는 결코 '눈에 보이는' 대로 그리지 않고 자신이 이미 알고 있거나 중요하게 생각하는 부분은 크게, 그리고 관심이 없는 부분은 아예 안중에도 없는 것이다. '보이는 대로'가 아니라 '아는 대로' 그리는 것이다. 그림 0-2는 0-1을 그린 어린이가 2년 후인 7살 때 그린 그림이다. 전에 비하여 태양도 단순화되었고 나무는 삼각형과 사각형의 조합으로 매우 단순하게 기하학적으로 표현되었다. 어린아이의 그림에서도 개념적 사유 다음에 추상화된 것을 발견할 수 있었다.



<그림 0-1> 김일신 5살
구석기 시대의 그림보다 사실주의적 묘사가 아니다. 보이는 대로 그린 것이 아니고 아는대로 그렸기 때문이다.



<그림 0-2> 김일신 7살
앞의 <그림 0-1>보다 나무가 단순하게 기하학적인 도형으로 표현되었다.

본 논문에서는 시대 변천에 따른 현대 수학과 현대 미술에서의 그 유사성을 밝히고자 한다. 이 둘 사이에는 같은 시대 정신의 산물이라는 점에서 많은 공통점이 발견되어 우리에게 지적 쾌감을 느끼게 하기 때문이다.

1. 구석기와 신석기 시대의 벽화

선사시대 이래 인간의 예술적 본능이 처음으로 표현된 것은 동굴의 벽화이다. 벽화를 그린 구석기인들의 원시예술은 매우 주술적이었다. 그들은 동굴에다 짐승을 벽화로 그린 후에 짐승의 이미지를 죽이는 의식을 통해 실재 동물을 잡을 수 있다고 굳게 믿으며 수렵의 성공을 기원한 것이다. 구석기인들은 가상과 현실을 자유로이 넘나들면서 벽화를 그리고, 집단으로 춤을 추면서 에너지를 방출하고 또한 춤으로써 사냥의 절차와 기술을 반복 학습하면서 수렵과 전쟁에서의 승리를 기원하였다. 물론 악기는 농경이나 수렵에 사용되었던 도구였다. 그들의 노동은 주술로, 주술은 예술행위로, 또 유희의 성격을 띠게 되었다.

구석기 시대의 짐승을 그린 동굴 벽화가 매우 사실적으로 묘사된 것은 아직 개념적으로 사유하지 못했기 때문이다. 그들은 '개념적 사유'의 간섭을 받지 않으면서 대상을 '보이는 대로' 그릴 수가 있었던 것이다. 동굴 벽화의 사실주의적 수법에 현대의 우리들은 놀라움을 금할 수 없다. 구석기인의 낮은 지적 능력이 사실주의적, 자연주의적 묘사를 가능하게 했다는 역설이 나오게 되는 것이다. 신석기 시대로 들어서면 기하학적 양식이 등장하기 때문이다.

현존하는 미개 부족들은 구석기와 신석기 단계로 분류된다고 한다. 구석기 단계의 부시맨에게서는 자연주의적 양식이 있는 반면에 신석기 단계의 미개인들에게서는 추상적이고 기하학적인 양식이 발견된다는 것이다.

신석기시대가 되자 인간은 농경을 하면서 정착을 하게 된다. 그러자 고대 이집트에서는 규칙적인 나일강의 홍수와 사계절의 반복에서 질서를 감지하게 되었고 '순환'의 개념을 도출하게 되었다. 뿐만 아니라 나일강의 홍수는 토지 측량과 더불어 추수 후의 세금 징수의 문제를 야기 시켰다. 이제는 사물을 '보이는 대로'가 아니라 '아는 대로' 묘사하게 된다. 점점 사물의 불변적이고 일반적인 특징만을 추상한 기하학적 양식이 발달하게 되는 것이다.

조화와 비례의 미를 추구했던 고대 그리스와 헬레니즘 시대에는 세계를 인식하는 시스템이 촉각이었다. 따라서 그 당시의 수학인 유클리드 기하학은 촉각적인 기하학이었다. 평행선의 성질이나 도형의 합동 등이 좋은 예이다. 그러나 중세에는 청각을 중요시하여 귀를 통해서 얻은 지식이나 정보를 눈을 통해서 얻은 것 보다 훨씬 신뢰할 만하다고 여겼었다. 그런데 인간은 르네상스를 지나면서 촉각과 청각보다는 시각을 중요하게 여기기 시작했다. 세계를 인식하는 시스템이 시각중심으로 바뀐 것이다. 마침내 화가들은 중세와 달리 그림을 '보이는 대로' 그리기 시작한다. 인간의 개성과 아름다움이 전혀 사실적으로 묘사되지 못하였던 중세를 1,000년간 지나면서 인간의 모습과 물질세계를 사실주의적으로 입체감 있게 표현하고 싶어졌다. 사실주의적, 자연주의적으로 묘사하고자 몰두한 결과, 화가들은 2차원 평면에 3차원의 환영(幻影)을 표현하게 되었다. 이것이 바로 투시화법(원근법, perspective)이다. 투시화법의 발명은 인간 중심의 사유를 가능하게 해주었고 목소리로 접하였던 하나님을 인간 중심의 시각 세계로 들어오게 하였다. 중세에는 육체를 죄라고 생각하는 금욕적 윤리가 지배하고 있었기 때문에 누드화가 나올 수 없었으나 르네상스가 되자 고대 그리스와 로마의 신화에 등장하는 여신들의 육체를 묘사한 누드화가 나오기 시작하였다. 투시의 원리를 연구하여 화가들은 캔버스에 그림을 그렸고, 수학자들은 연구하여 비유클리드 기하학인 시각적 기하학 곧, 사영기하학(射影幾何學, projective geometry)을 발전시켰다.

<그림 1-1> 라스코 동굴 벽화 B.C 13,000-10,000년경 구석기인의 사실주의적인 벽화이다

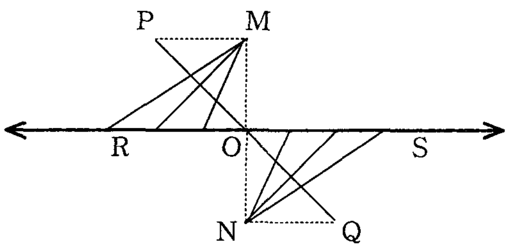
<그림1-2> 사람과 배와 동물들
신석기 시대인 이집트 왕조전 시대 무덤의 벽화

2. 수학과 미술이 추상으로

고전예술의 작품에는 설화적인 의미나 종교적인 우의, 상징 등이 담겨있었다. 그러나 19세기가 되자 그림 속에 있는 설화적 요소는 사라지고 화가는 보고 느낀 대로 그리기 시작한다. 19세기 후반 유럽사회를 지배하였던 자율성의 정신은 수학과 미술에도 그대로 반영되었다. '수학의 본질은 자유'라고 외치었던 칸토르(G. Cantor, 1845-1918)는 1883년 집합론을 발표하여 현대 수학의 서막을 장식하였다. 한편, 자율성의 추구는 회화에서 인상주의로 나타났다. 대표적인 인상주의 화가 모네는 빛과 색에 지나치게 주목한 결과 형태가 와해되기 시작했다. 인상주의자들은 그들의 미적 이념을 성취하기 위하여 찰나적인 인상을 표현하였는데 이 또한 사진술의 발명과 관련이 깊다. 1839년 세계 최초로 루이 다게르(Louis Daguerre)가 은판사진 기술을 발표한 후 사진의 열기는 유럽을 휩쓸었다. 르네상스이래 수세기에 걸쳐서 눈에 보이는 대로 대상을 충실하게 재현하기 위하여 화가들은 사실적인 기법의 완성을 위해 많은 수련을 쌓아왔으나 사진의 등장은 화가들에게 큰 위기감을 주었다. 특히, 세밀 초상화를 전문으로 하는 화가들은 직업을 잃어버렸고 사진사로 전향했으며 사진 스튜디오의 배경을 만드는 소도구 담당자로 전락했다고 한다. 그렇지만 사진을 회화의 보조 수단으로 적극 이용한 앵그르, 들라크루아, 드가와 같은 화가도 있었다. 이 들은 육안으로 포착되지 않는 순간적인 움직임을 사진으로 익힌 후 회화에 응용하였다, 또 한편으로는 현실을 객관적으로 묘사하는 것은 사진에게 맡기고 화가들은 전통적인 방식에서 벗어나 미지의 영역인 인간의 내면세계로, 추상의 세계로 나아가게 되었다.

칸토르는 집합론에서 우리의 직관 또는 사고의 대상으로서 서로 뚜렷이 구분되는 이른바 원소(element)의 전체인 하나의 모임을 '집합(set)'이라고 정의하였다. 집합을 정의한 후에는 유한 집합과 무한 집합으로 분류하였고 무한을 유한처럼 적극적으로 다루기 시작하였다. 즉, 두 개의 유한집합에서 각 원소가 서로 1:1로 대응하면 두 집합의 원소의 개수는 같은 것이다. 이와 같은 발상에서 두 개의 무한 집합을 놓고 원소의 개수를 비교하기 위하여 濃度(cardinality)라는 개념을 도입하였다. 예를 들어 자연수 집합과 정수 집합의 농도는 같게 된다. 두 집합이 모두 可算(countable) 또는 可附番(denumerable)이기 때문이다. 마찬가지 이유로 정수 집합과 유리수 집합의 농도도 같게 된다. 결국 자연수, 정수, 유리수의 집합은 모두 같은 농도를 갖는 것이다.

칸토르는 처음에 집합론을 발전시킬 때 모든 무한 집합이 가부번임을 증명하려고 노력했으리라고 추측된다. 그러나 非可附番(nondenumerable)이 존재함을 알고 그 자신도 놀랐다고 전해진다. 0과 1사이의 실수 집합이 가산 집합이 아닌 것을 증명한 것이다. 또한 실수를 두 개의 기준을 가지고서 '유리수와 무리수'로 '대수적인 수와 초월수'로 나누었다. 그는 대수적인 수의 농도가 정수 집합의 농도와 같음을 밝혔다. 따라서 실수 체계의 농도를 높이는 것은 직선에서 잘라낸 임의의 짧은 선분 위의 점집합의 농도와 직선의 농도가 일치한다는 논리를 유도하였다. 그림 2-1을 보자. 임의의 유한 선분 PQ를 점 O에서 직선 RS와



<그림 2-1>

만나게 하여 점 M과 N을 PM과 QN이 RS에 평행이고 MON이 RS와 수직이 되도록 취하고, M을 지나고 OP, OR과 만나는 직선 및 N을 지나고 OQ, OS와 만나는 직선을 그리면, 직선 RS와 선분 PQ 사이에 1:1 대응이 성립한다.

더욱 놀라운 것은 집합의 농도를 결정하는 요인이 차원(次元)에 있는 것이 아니라는 사실이다. 즉, 단위 선분 위에 있는 점집합의 농도는 단위 면적이나 단위 체적 더 나아가서는 3차원 공간 전체의 점집합 농도와 같게 되는 것이다. 칸토르 자신도 이와 같은 엉뚱한 결과에 매우 당황하여 데데킨트(J. W. R. Dedekind, 1831-1916)에게 자신의 증명을 검토해 줄 것을 부탁하였다고 전해진다.

칸토르가 인식의 대상을 다 쪼개어 원소에서 출발하였듯이, 점묘화법의 대가인 쇠라(Georges Seurat, 1859-1891)는 선을 긋지 않고 점을 찍어서 사물을 표현하였다. 그림 2-2는 쇠라의 작품 <아니에르의 물놀이>이다. 작품이 만들어진 시기가 공교롭게도 칸토르의 집합론이 발표되었던 1883년과 일치한다. 화폭 전체를 점으로 표현한 것이 여태까지 없었던

<그림 2-2> 1883-84년 ,[아니에르의 물놀이]
점묘화법으로 그린 쇠라의 대표적 작품

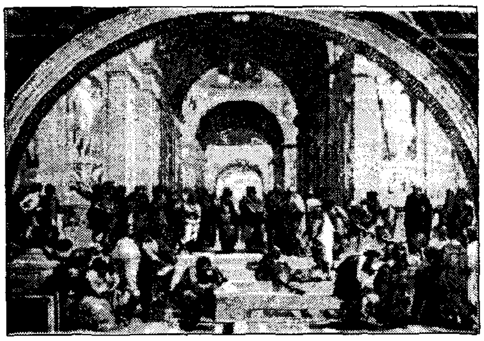
<그림 2-3> 1892년, 시냑
[우물가의 연인들]

새로운 기법이다. <아니에르의 물놀이>의 주제는 벌써 오래 전부터 인상파 화가들 사이에서 자주 다루어져 왔다. 그들이 찰나적인 '인상'을 표현했다면, 쇠라는 보다 밝은 색을 얻기 위하여 순색이나 원색의 작은 점을 나란히 찍어나갔다. 멀리서 보면 망막에서 두 색이 혼합되는 원리를 이용하여 팔레트 위의 혼합된 물감에서 얻어지는 색감보다 훨씬 더 밝은 중간색조를 표현하였다. 따라서 신인상주의(neo-impressionism), 점묘화법(pointillism) 또는 분할주의(divisionism) 등으로 불리어졌다. 신인상주의의 이러한 시도는 전통적인 선의 개념을 무너뜨리는 것이었다. 그림 2-3은 점묘화법의 화가 시냑(Paul Sinac, 1863-1935)의 작품 <우물가의 여인들>이다. 이 작품 역시 색채가 매우 강렬하고 쇠라가 추구하였던 선의 상징성에 기초하고 있음을 알 수 있다. 수학에서 점집합이 함수의 곡선이 되고 곡면이 되듯이, 회화에서는 점집합이 사람이 되고 나무가 되었다. 이는 한 시대의 조류가 다른 장르에서 그대로 반영된 결과이다.

3. 투시화법의 파괴

사실주의적이고 자연주의적인 묘사에 많은 관심을 가지고 연구하였던 르네상스의 화가들은 한가지 법칙을 발견하게 되었다. 곧 투시화법(원근법) 이었다. 투시화법의 본질은 2차원 평면에 3차원의 환영을 창조하는 것이다. 우리의 망막이 평면으로 되어 있기 때문에 망막에 비친 2차원의 상을 3차원의 상으로 구성하려면 이성적 사유가 필요하였다. 다시 말해서 카메라의 전 광경을 내다보는 것과 같이 그리기 위해서는 평행한 직선을 한 점에서 만나는 것처럼 그려야 하는 것이다. 만나야만 하는 한 점을 vanishing point(소슬점, 소실점)이라고 부른다.

<그림 3-1> 1689년, 홉베마 [미델하르니스의 마을길] 멀리 보이는 지평선에 소슬점을 준 사실주의적 작품이다.



<그림 3-2> 1510년, 라파엘 [아테네 학당] 원근법을 완벽하게 사용하였고 고대 그리스 문명의 두 거장 플라톤과 아리스토텔레스를 등장시킨 작품이다.

그림 3-1은 길의 양 쪽 평행선이 소슬점에서 만나는 그림이다. 네델란드의 독자적인 풍경화를 개척한 홉베마의 <미델하르니스의 마을길>이다. 투시화법을 도입하였기에 하늘과 맞닿는 지평선 끝의 마을은 깊은 공간감을 부여받고 있고, 하늘은 밝고 평화로우며, 공기는 신선하고 햇빛은 따사롭게 느껴진다. 시골 고향을 연상시키는 친근함과 더불어 평화로운 휴식을 느끼게 하고 있다.

그림 3-2는 16세기 거장 중의 한 사람인 라파엘의 작품 <아테네 학당>이다. 투시화법을 완벽하게 사용하였고 조화로운 배열과 정확한 비례, 건축학적인 setting이 모두 탁월한 작품으로 평가받는다. 무대 건물은 플라톤이 건립한 아테네 학당이며 걸어 나오는 두 주인공은 플라톤과 아리스토텔레스이다. 플라톤은 이데아의 세계를 추구했으므로 그의 손은 하늘 위를 가리키고, 현실을 중시했던 아리스토텔레스의 오른손은 땅을 가리키고 있으며 왼손은 윤리학 책을 들고 있다. 그림에서는 안 보이지만, 정문에는 “기하학을 모르는 자 뿐만 아니라, 기하학밖에 모르는 자는 이 문에 들어오지 말라”는 현판이 붙어 있을 것이다. 앞의 계단에 비스듬히 누워 있는 반라의 거지같은 노인은 유명한 철학자 디오게네스이다. 왼쪽 편에 한 발을 올려놓고 하모니의 잣대를 든 채 열심히 적고 있는 사람은 피타고라스이며 계단 아래 오른쪽에 허리를 굽혀 컴퍼스로 도형을 그리며 제자들에게 설명하는 인물은 유클리드이다. 지구의를 들고 있는 프톨레마이오스 등 16세기에 살았던 라파엘이 2,000년 전의 고대 그리스의 철학자, 수학자, 지리학자 등을 재현해 놓은 것이다. 중세를 지난 후 고대 그리스와 로마 문화의 부흥을 꾀하였던 그네들의 시대정신에 공감하게 된다.

19세기가 되자 美의식은 완전히 주관화하기 시작한다. 유럽의 19세기는 자율성의 추구라는 정신적인 사조가 지배하였던 시기였기 때문이다. 의미를 중요시한 고전주의 예술에서는 대상의 형태가 가장 중요하였다. 형태를 중요시하다보니 2차원 평면에 3차원 환영을 도입하게 되었다. 그러나 이젠 대상의 형태나 성질은 문제삼지 않고 주관이 어떤 상태에 있을 때 대상이 아름답게 보이느냐이다.

세잔느(Paul Cezanne, 1839-1906)는 인간의 지각이 ‘혼란스러운 것’이라는 신념을 갖고 있었다. 따라서 세잔느는 시각적 단편들을 마치 모자이크의 단편처럼 여기면서 그림 속에 이 조각들을 하나의 구조적 전체로 짜 맞추었다. 여러 개의 시점을 하나의 화폭 안에 결합하여 전체 상을 구성하였다. 시점이 하나였던 투시화법의 원리가 무너진 것이다. 실제로 최근 연구에 의하면 우리의 지각은 '투시화법'처럼 소실점을 중심으로 모든 걸 질서 정연하게 받아들이는 것이 아니라고 한다. 시시각각 우리 눈에 들어오는 현상을 일찍이 터득한 세잔느는 하나의 통합적 구도를 시도한 것이다. 사물의 구도를 여러 시점에서 바라보는 구도상의 연구는 후에 입체파와 추상파에 많은 영향을 미쳤다.

세잔느는 모든 사물을 구, 원추, 원기둥의 기하학적 형태로 파악하고 있었다. 그림 3-4는 승부욕이 강한 두 사나이가 포커를 하는 장면이다. 히든카드를 받아들고 상대편을 탐색하는 팽팽한 긴장감이 느껴진다. 왼쪽 사나이 모자는 원기둥, 오른쪽 사나이 모자는 반구의 형태이고, 조화롭게 두 인물을 연결시키면서 원추의 바닥을 이루고 있다. 세잔느는 기하학적 형태를 강조하면서도 기막힌 구도와 소박한 색채 사용으로 독특한 자신의 회화세계를 표현했다.

<그림 3-4> 1890-95년, 세잔느
[카드놀이를 하는 남자들]
두 사나이의 모자는 원통과 반구로, 팔은 원통, 무릎은 구, 바닥은 원추의 형태이다.

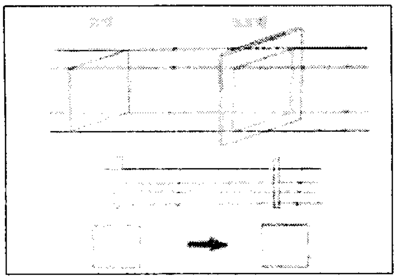
<그림 3-5> 1925년, 피카소
[세 舞姬] 화가의 시점이 하나가 아니고 여러 점이다. 투시화법을 파괴한 현대 회화의 특징을 보여주고 있다.

그림 3-5는 입체파의 대가 피카소(Pablo Picasso, 1881~1973)의 작품 <세 舞姬>이다. 이 그림은 화가가 어느 시점에서 대상을 바라보고 그렸는지 도무지 알 수 없다. 시점이 한 점이 아니라 여러 점이며 또한 화가의 내부이기 때문이다. 즉 원근법의 파괴인 것이다. 여러 각도에서 분석하여 바라본 것을 종합해 놓은 것이 세잔느의 작품보다 더욱 추상적이다.

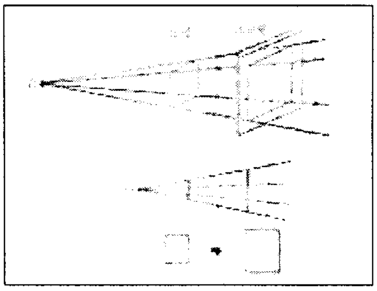
4. 기하학의 발전

앞에서 우리는 그림을 그릴 때 대상을 묘사하는 화가의 시점이 매우 중요함을 인식하였다. 시점이 하나였던 르네상스의 투시화법, 여러 개인 입체파와 같은 현대 추상화 등... 이 장에서는 스크린을 바라보는 시점과 광선의 투영상태, 모델과 스크린의 위치에 따른 변환의 원리와 기하학의 위계를 설명하고자 한다. 모델과 스크린의 변화가 도형을 추상화시키며 새로운 기하학을 창출하고 있음을 알 수 있다.

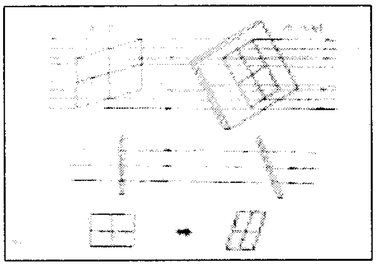
그림 4-1은 합동변환이다. 모델과 스크린이 평행으로 놓여 있고 광선은 평행인 평행투영이므로 정사각형의 모델은 스크린에 정사각형으로 옮겨진다. 그림 4-2는 닮음변환이다. 모델과 스크린이 평행으로 놓여 있고 광선은 한 점에서 부채살처럼 퍼지는 중심투영, 즉 사영이다. 따라서 정사각형의 모델은 확대된 정사각형 또는 축소된 정사각형으로 옮겨진다. 그림 4-3은 아핀기하학(affine geometry)의 원리가 되는 아핀변환이다. 모델과 스크린이 평행이 아니면서 광선은 평행인 평행투영이다. 이 때는 직선은 직선으로, 평행선은 평행선으로 옮겨지며 직선 상의 선분의 比도 그대로 옮겨진다. 그러나 각의 크기가 달라지는 것이 특이하다.



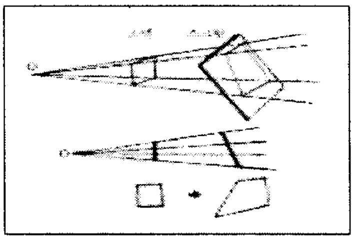
<그림 4-1> 합동변환의 원리



<그림 4-2> 닮음변환의 원리



<그림 4-3>
아핀기하학에서 아핀변환의 원리

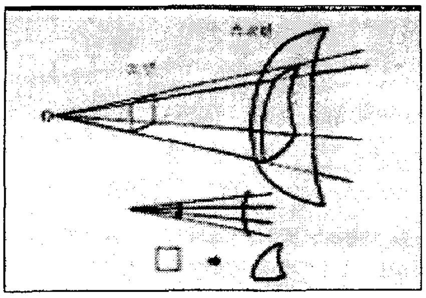


<그림 4-4>
사영기하학에서 사영변환의 원리

결국 아핀기하학에서는 선분의 길이라든가 각의 크기 등의 개념은 없어지고 말았다. 가령 같은 사람의 얼굴도 보는 거울이 오목이냐 볼록이냐에 따라 넓적해지기도 하고 홀쭉해지기도 하는데 이 때 두 얼굴은 합동도 아니고 닮음도 아니지만 '아핀적으로 합동'이라 한다.

닮음변환에서는 모델과 스크린이 평행이고 광선이 중심투영이었으나 사영변환은 그림 4-4와 같이 중심투영이면서 모델과 스크린을 마음대로 놓는 변환이다. 그러므로 앞의 아핀변환에서는 오직 각의 크기와 선분의 길이가 변하였어도 평행선이 평행선으로 옮겨졌고 직선 상의 선분의 비도 그대로 유지되지만 사영변환에서는 각의 크기와 선분의 길이는 물론이고 평행선의 성질도 스크린에서는 다 없어져 버린다. 오직 점의 위치와 순서가 변하지 않으며 직선이 직선으로 옮겨질 뿐이다. 종합하여 보면 스크린을 이리 저리 움직여 놓은 사영변환은 닮음변환을 일반화 한 것이며, 아핀변환은 합동변환을 일반화한 것이다.

그림 4-5는 위상변환으로서 스크린이 기존의 것과는 판이한 성질인 물렁물렁한 고무판과 같은 것이다. 고무판을 조작하면 사각형은 삼각형으로도 변하고 원으로도 변할 수 있게 된다. 이 때 선분의 길이, 각의 크기, 면적 등의 성질 등은 모두 변해버리고 직선은 곡선으로 옮겨지고 오직 점의 순서만이 그대로 지켜질 뿐이다. 마침내 삼각형, 사각형 그리고 원이 '위상적으로 합동'인 것이다.



<그림4-5>
위상기하학에서 위상변환의 원리

이러한 변환의 성질을 토대로 기하학의 위계를 표시하면 그림 4-6과 같아진다.

수학에서 대상의 기존 성질들이 모두 파괴되어 버리는 위상기하학이 나올 때 어김없이 회화에서도 예술의 의미와 대상의 형태가 파괴되어 갔고 투시화법도 물론 파괴되었고 형태와 색채는 대상에서 해방되어 자유로운 구성을 이루게 된다. 즉, 의미 정보를 추구하였던 고전주의 예술이, 미적 정보를 강화한 현대예술로 추상화되어 간 것이다.

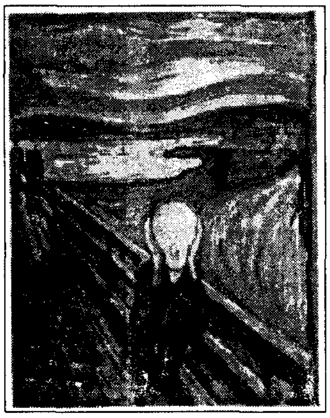
5. 3차원 사실주의을 넘어서 초현실주의로

칸토르의 집합론이 발표된 후 독일의 힐버트(Hilbert, 1862-1943)는 더 이상 수학을 3차원의 실세계와 자연 속에서 찾지 않았다. 자율성을 추구한 수학적 사유는 마침내 힐버트에 의하여 무한차원 공간인 힐버트 공간(Hilbert space)을 정의하였다. 사고의 세계에서 인위적으로 수학을 구성하기 시작한 것이다. 힐버트의 구성적 방법을 公理主義라고 하는데 유틀리드의 공리주의와는 엄격히 구별된다. 유틀리드는 公理를 절대 진리로 여겼으나, 힐버트는 공리를 게임의 룰과 같이 여기면서 단지 가설로 간주하여 수학을 전개해 나갔다. 힐버트는 '어떤 명제라도 그것이 성립하는가를 판정할 수 있는 공리이론이 있다'는 것을 당연한 것으로 믿고 있었다. 세계 1, 2차 대전을 겪으면서 기계와 원자폭탄 앞에서 인간의 존엄성은 무너졌으며 인간은 철저하게 무기력감을 갖게 되었다. 수학에서는 직선의 평행성, 도형의 형태, 면적등 기존의 수학적 성질등은 무의미해졌고, 오직 연속함수에 의해서 점이 점으로 옮겨가는 성질만을 연구하는 위상기하학이 출현하게 된 것이다. 그러나 금세기 최고의 수학자였던 힐버트의 이론도 한계에 도달하고 말았다. 괴델(Gödel, 1906~1978)이 힐버트 이론의 오류를 지적한 것이다. 이른바 '불완전성의 정리'이다. 이는 '공리계의 무모순의 증명은 그 공리계의 내부에서는 할 수 없다'는 것이다. 20세기 최고의 지성 러셀(B. A. Russell, 1872-1970)의 수학의 원리와 힐버트의 공리주의는 본질적으로 불완전함을 보여 주었다.

한편, 미술에서는 어떻게 변화되었는가? 간딘스키(Wassily Kandinsky 1866-1944)는 회화

의 3가지 요소를 점, 선, 면이라고 정의하였고 다 빈치는 점, 선, 면, 입체라고 하였으나, 현대는 더 이상 점, 선, 면이 합하여 구체적 형태를 갖는 입체를 형성할 필요가 없어졌다. 고전 예술에서는 형태와 색채가 주제에 종속되어 있었지만 현대 예술에서는 주제보다는 색과 형태의 형식요소 자체가 가진 아름다움 정보만이 있을 뿐이다. 드디어 모더니즘 운동이 일어났다. 모더니즘 예술은 추상화, 표현주의, 초현실주의 등으로 분류된다. 표현주의는 예술을 대상보다는 주관의 내면적 감정을 표현하려고 한다. 따라서 형태가 왜곡되고 원색 위주의 강렬한 색채가 사용된다. 프랑스의 야수파, 독일의 표현주의가 여기에 속한다.

<그림 5-1> 1937년 피카소
[마리 테레즈]



<그림 5-2> 1893년 뭉크
[절규]

그림 5-1은 피카소의 작품 <마리 테레즈>이다. 앞모습과 옆모습이 합성된 그림이다. 하나의 평면에 두 개의 시점이 있는 셈이다. 여기서 우리는 추상화와 특징을 감지하게 된다. 만일 피카소가 모델을 고전예술의 방식대로 사실적으로 묘사했다면 이 그림을 감상하는 대부분의 여성들은 자기의 모습으로 생각할 수가 없다. 그러나 추상화되었기에 백인 흑인에 관계없이, 젊고 늙음에 구애받지 않고 여성들은 자기자신의 자화상과 같은 착각을 일으킬 수가 있다.

피카소는 세잔느로부터 평면을 기하학적 단편들로 처리하는 법을 배웠고, 마티스(Henri Matisse, 1869-1954)는 세잔느에게서 풍부한 색채와 빛나는 표면을 발견했다고 한다. 마티스는 원래 색에 관계없이 사물을 강렬한 원색위주로 구사하여 야수파(Fauvism)라는 또 하나의 자유로운 배열의 유희를 즐기었다. 피카소가 대상에서 형태를 해방했다면 마티스는 색채를 해방한 셈이다.

그림 5-2는 노르웨이의 화가 뭉크(Edvard Munch 1863-1944)의 작품 <절규>이다. 다리 난간에 홀로 서서 양쪽 귀에 손을 대고 몸을 휘면서 괴로워 소리지르는 인간은 해골과 같다. 이 작품은 알코올 중독으로 인한 뭉크 자신의 병적인 근심과 심리적인 긴장을 표현한 작품이라고 한다. 외부세계가 아닌 내부의 감정을 표현한 상징주의의 대표작이다. 정신질환

을 겪게 하는 불안한 현대사회에 대한 보고이며 경고인 시대정신의 반영인 것이다.

다음의 그림 5-3과 5-4는 철저한 추상화가였던 네델란드의 몬드리안(Piet Mondrian, 1872-1944)의 작품이다. 나무가 구체성을 잃어가면서 그림이 의미 정보의 복잡성을 잃어가는 것을 보여준다. 꽃과 하늘은 뒤섞여 있으며 나뭇가지들은 검은 선으로 그물 같은 모양을 하고 있다. 요소를 단순화하게 된 결과이다. 현대 예술의 대상성을 잃어버리는 한 예이다.

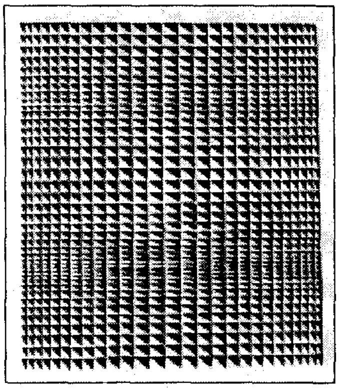
외부세계가 아닌 화가 내면의 세계를 표현하려는 화가들은 융(Karl Jung)과 프로이드(Sigmund Freud)의 정신분석학에 고무되었다. 화가들은 잠재의식이나 무의식을 통해서 환상, 꿈, 악몽, 광기들을 소재로 다루기 시작했다. 드디어 1924년에는 쉬르리얼리즘(surrealism)이라는 초현실주의가 전개되었다.

<그림 5-3> 1911년 몬드리안
[수평의 나무]

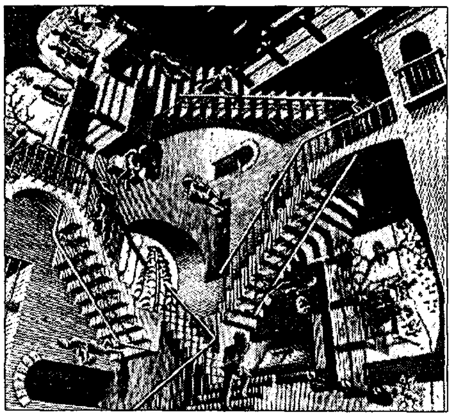
<그림 5-4> 1912년 몬드리안
[꽃 피는 사과나무]

6. 수학과 미술에서의 paradox

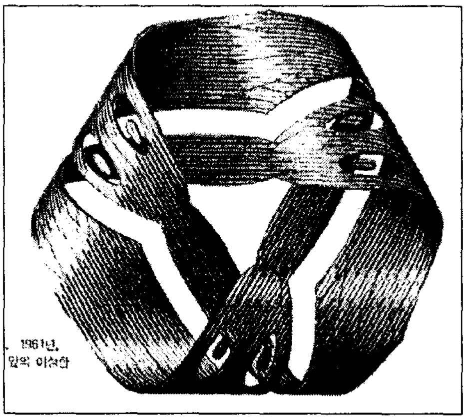
20세기 최고의 수학자 힐버트의 이론도 괴델에 의하여 오류가 지적되자 수학에서는 인간 지성의 한계를 느꼈고, 미술에서는 이율배반적인 그림이 나타난다. 그림 6-1은 브레진 도르레의 작품 <반듯한 곡선>이다. 직선들의 모임이 물결을 이루면서 곡선을 이룬다. 제목부터가 이율배반적이다. 현대이전의 수학에서는 반듯한 것은 직선이었지 곡선이 아니었다. 그러나 현대의 위상기하학에서는 직선이 곡선이고, 곡선이 직선이듯이 이 작품에서도 직선들의 집합이 곡선을 이룬다. 그림 6-2는 네델란드의 판화가 에셔(M. C. Escher, 1898-1972)의 작품 <상대성>이다. 아무리 올라가도 제자리로 돌아오는 계단을 오르는 수도승은 인간의 지성이 처한 숙명의 상징인 동시에 완결된 논리체계란 있을 수 없음을 암시하고 있다. 또한 유한한 인간이 무한한 과정을 표상할 수 있는 유일한 방법인 것이다. 수학과 미술이 같은 시대정신을 반영하기 때문이다. 그림 6-3은 에셔의 작품 <뫼비우스의 띠 1>이다. 수학자 뫼비우스가 설정한 4차원의 도형 뫼비우스의 띠는 유한한 인간이 빠져 나올 수 없는 이상한 고리를 상징하고 있다.



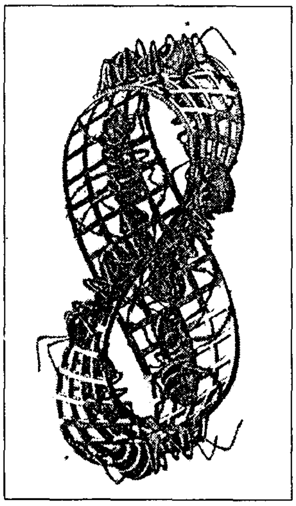
<그림 6-1> 1963년
브레진 도르래 [반듯한 곡선] 삼각형의 콤포지션이 아름답게 물결을 이룬다.



<그림 6-2> 1953년 에셔 [상대성]
한없이 계단을 오르더라도 제자리로 돌아오고는 인간의 숙명을 암시하는 것 같다.



<그림 6-3> 1961년 에셔
[뫼비우스의 띠 1]



<그림 6-4> 1963년 에셔
[뫼비우스의 띠 II(불개미)]

그림 6-4는 불개미들이 뫼비우스의 띠 위에서 한없이 기어오르더라도 제자리로 돌아오는 그림이다. 개미와 인간의 차이점이 무엇인가? 인간의 정신 구조는 마치 이 그림의 불개미와 같이 논리적인 모순을 안은 채 돌고 도는 것이 아니겠는가?

7. 결론

유럽의 19세기는 자율성의 추구라는 모토가 지배하던 시기였다. 그 결과 수학에서는 1883년 칸토르의 집합론이 발표되어 전통적인 가치관에 혼란이 왔다. 오랫동안 터부시해 왔던 무한의 개념을 수용해야 되었고, 무한집합을 놓고 원소의 개수를 비교하기 위해 濃度를 도입하였으며 게다가 농도를 연산까지 한 것이다. 한편 1839년 사진의 발명으로 미술에서는 자연주의적 사실주의적 그림은 사진이 대리 역할을 하게 되었고, 내면을 추구하는 추상화 작업이 자연스레 시작되었다. 쇠라의 1883-84년에 제작된 <아니에르의 물놀이>는 전통적인 수법이 아닌 새로운 방법으로 선을 긋기 시작했다. 즉, 순색이나 원색의 작은 점을 나란히 찍어서 팔레트 위에서 혼합된 색보다 훨씬 더 밝은 중간 색감을 표현한 것이다. 멀리서 바라보면 우리 눈의 망막에서 두 색이 혼합되는 원리를 이용한 것이다. 이러한 수법을 점묘화법이라고 부르며 쇠라와 시냑 등을 신인상주의라고 지칭한다. 수학에서 점집합이 함수의 곡선이 되고 곡면이 되듯이, 회화에서는 점집합이 인물이 되고 나무가 되었다. 점으로 사물을 분석한 요소론적 사고가 동시대에 수학과 미술이라는 서로 다른 장르에 그대로 반영된 결과이다.

20세기가 되자 독일의 수학자 힐버트는 무한차원 공간에서 거리를 정의하였고 나아가서는 힐버트 공간을 구성하였다. 3차원의 실세계가 아닌 사유의 세계에서 인위적으로 수학을 구성한 것이다. 힐버트는 '어떤 명제라도 그것이 성립하는가를 판정할 수 있는 공리이론이 있다'는 신념을 가지고 있었다. 그러나 현대 수학의 한계를 경고하는 새로운 학설이 나왔다. 이른바 괴델의 '불완전성의 정리'이다. 이는 '공리계의 무모순의 증명은 그 공리계의 내부에서는 할 수 없다'는 것이다. 힐버트의 공리주의의 불완전함을 입증한 것이다. 이처럼 20세기는 수학의 대상으로서 무한의 개념을 적극적으로 다루었고 추상과 순수 사유의 세계에서 구조를 다루었다. 한편, 미술에서의 추상화 작업은 필연적으로 패러다임의 변화를 동반하였다. 르네상스와 근대 사실주의의 투시화법이 파괴되어 간 것이다. 화가 세잔느는 one-point 시점이 아니라 multiple-point 시점을 가지고서 대상을 바라보았으며, 바라본 시각적 단편들을 마치 퍼즐의 조각을 짜 맞추듯이 통합적으로 전체 형상을 구성하였다. 세잔느의 이러한 견해는 후에 입체파, 추상파에 많은 영향을 끼치었다. 또한 피카소와 같은 입체파 화가들은 화가의 시점이 대상의 외부가 아니라 내부이기도 하였고, 뭉크와 같은 추상화가는 화가의 시점이 작가의 내면세계로 변하기도 하였다. 이러한 미술에서의 변화는 수학에서, 기하학의 변천과 맥을 같이 하고 있다. 곧 추상화된 위상기하학의 출현이다. 미술에서 사실주의적인 형태와 색채가 대상에서 해방되어 추상화 되었듯이 수학에서는 도형에서 직선의 평행성, 선분의 길이, 각의 크기, 면적의 크기 등 여러 가지 성질에서 해방되어 추상화되기 시작한 것이다. 또한 네델란드의 판화가 에셔는 수학자가 설정한 4차원 도형 뫼비우스의 띠를 기본틀로 하여 인간 이성의 한계를 상징적으로 묘사하였다.

1, 2차 세계대전을 치른 후 20세기 중반에 접어들자 컴퓨터가 발달하게 되었다. 수학과 미술에서도 예외없이 새로운 패러다임이 등장한다. 즉, 프랙탈과 카오스 이론, 컴퓨터 그래픽

과 비디오 아트 등의 출현인 것이다. 미래의 세계는 더욱 더 수학과 미술이 서로를 필요로 하면서 제 영역을 발전시키려고 할 지도 모른다.

참고 문헌

1. 계영희, **수학과 미술**, 전파과학사, 1984.
2. 김용운.김용국, **공간의 역사**, 현대과학신서 51, 전파과학사 , 1977.
3. ―――――, **수학사 대전**, 우성문화사, 1986.
4. ―――――, **수학사의 이해**, 우성문화사, 1997.
5. 김지현, **미술관 가이드**, 엘 까미노 출판사, 1995.
6. 긴시로, 박이엽 역, **두 시간만에 읽는 명화의 수수께끼**, 현암사, 1998.
7. B. 러셀, 최민홍 역, **서양철학사 상,하**, 집문당, 1982.
8. Y. F. 린. S. Y. T. 린, 이홍천 역, **집합론**, 경문사, 1992.
9. H. W. 잰슨, 김윤수 역, **미술의 역사**, 삼성출판사, 1978.
10. 진중권, **미학 오디세이 1, 2**, 새길출판사, 1994.
11. 최태만, **미술과 도시**, 열화당 미술문고 107, 1995.
12. 최승규, **서양미술사 100장면**, 가람기획, 1996.
13. Edward Rothstein, *Emblems of Mind*, Times Books, Toronto, 1995.
14. H. Weyl, *Symmetry*, Princeton Univ. Press, Princeton, New Jersey, 1952.
15. J. V. Field, *The Invention of Infinity*, Oxford Univ. Press, New York, 1997.
16. 攝地 淸, **數學文化의 遍歷**, 林北出版株式會社, 東京, 1995.