

속도분리를 이용한 여유자유도 로봇의 최적 경로계획

An Optimal Trajectory Planning for Redundant Robot Manipulators Based on Velocity Decomposition

이 지 흥, 원 경 태
(Jihong Lee and kyungtae Won)

Abstract : Linear motion and angular motion in task space are handled separately in joint velocity planning for redundant robot manipulators. In solving inverse kinematic equations with given joint velocity limits, we consider the order of priority for linear motion and angular motion. The proposed method will be useful in such applications where only linear motions are important than angular motions or vice versa.

Keywords : velocity decomposition, decomposed Jacobian, optimal trajectory planning, manipulability polytope

I. 서론

여유 자유도 로봇은 일반 작업공간에서 작업하기 위해 필요한 기본 6자유도 이상의 자유도를 갖고 있는 로봇으로 일반 비여유 자유도 로봇보다 향상된 성능을 갖고 있으므로 구조 설계뿐만 아니라 응용에 관한 연구도 현재 로봇틱스 분야에서 활발히 이루어지고 있다[1],[2]. 이러한 여유 자유도 로봇은 역기구학 방정식의 개수가 관절 변수보다 작기 때문에 작업공간에서의 운동 속도 벡터가 주어졌더라도 역기구학 해인 관절 각속도가 하나로 결정되지 않는다. 그러므로 역기구학 해를 결정하기 위해 여러 의미의 노름(norm)으로 최소화시킬 성능 지수 등의 조건들이 이용된다[3].

일반적인 로봇 작업공간에서의 운동은 서로 다른 물리적 단위를 가진 두개의 요소로 이루어져 있다[4],[5]. 본 연구에서는 작업공간에서의 운동을 선 운동과 회전 운동으로 분리하여 어느 정도 독립적으로 해를 구하는 방법을 제시한다. 본 연구의 결과가 효과적으로 이용될 수 있는 상황은 주어진 과제를 수행하는데 있어 선속도 또는 회전 속도 중 하나가 나머지 하나보다 수행 성능의 향상에 보다 기여하는 경우이다. 이러한 응용의 예로는 병이나 강통 등을 로봇이 집을 때 자세(orientation)가 중요하지 않은 물건을 빠르게 어느 지점까지 이동시켜야 하는 일 등이다. 이렇게 선속도와 회전속도를 나누어 계획함으로써 여유 자유도[2],[3]를 최대한 이용하여 주어진 과제를 수행하는데 있어 성능 향상에 보다 기여하는 선속도 또는 회전속도를 주어진 각속도의 제한 범위 내에서 최대화함으로써 두 운동을 동등하게 취급한 기존의 연구보다 경로계획의 성능을 향상시킬 수 있게 된다. 자코비안 행렬을 직선 운동과 회전 운동에 관련된 부분으로 분리시킴으로써 직선 운동과 회전 운동 역기구학 방정식을 분리하여 서로가 제약 조건으로 작용하는 최적화

문제로 변환하였다. 이 최적화 과정에서 사용되는 최소 무한대 노름(minimum infinity norm) 역기구학 해를 구하는 방법을 이용하였으며[6],[7] 이러한 최적화 문제들은 선형 프로그래밍 문제 또는 2차 방정식 프로그래밍(quadratic programming)과 같은 구속 조건하의 일반 최적화 문제로 정리하여 해를 구하였다[8].

제안된 방법의 효율성을 보이기 위하여 첫 번째로 수행한 경로계획은 작업공간에서 따라가야 하는 선운동 궤적(path)과 관절 각속도의 최대 허용값이 주어졌을 경우를 다룬다. 비교를 위하여 기존의 경로계획과 여기서 제안되는 방법에 의한 경로계획에 있어서 두 경우 모두 회전운동 각속도를 같게 하여 각 경우의 선속도 경로계획을 구한다. 그 결과, 기존의 경로계획보다 여기서 제안되는 방법이 목표지점에 더 빨리 도달하는 결과를 보이기로 한다. 그 다음으로는 관절 각속도에 대한 제약 조건을 여러 형태로 정리하여 각 경우에 선속도를 최대화하는 경로계획들을 보이기로 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 II장과 III장에서는 기존의 방법 및 본 연구에서 제안한 방법으로 역기구학 해를 구하는 문제에 대해 기술하고 IV장에서는 경로계획의 예를 보이며 마지막으로 본 논문의 의의와 앞으로 추후 연구에 대해서는 V장에서 언급한다.

II. 기존의 역기구학 해

우선, n 개의 회전 관절을 갖는 로봇이 m 차원의 작업공간에서 작업을 하고 있을 때 이 로봇의 정기구학식(forward kinematic equation)을 다음과 같이 나타내기로 하자.

$$X = f(q) \quad (1)$$

여기서 $X \in R^m$ 는 m 차원의 공간상에서 작업하는 로봇의 위치 및 자세에 대한 정보를 나타내는 벡터이고, $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T \in R^n$ 는 로봇의 각 관절 각을 나타내는 벡터이다. 또한 작업하는 로봇이 여유 자유도 로봇인 경우를 감안하여 다음과 같이 가정한다.

$$n \geq m \tag{2}$$

속도끼리의 관계를 얻기 위해 (1)로부터 ,

$$U = J(q) \dot{q} \tag{3}$$

가 얻어지는데, 여기서 $U \in R^m$ 는 작업 공간 속도벡터 그리고 $J(q) \in R^{m \times n}$ 는 자코비안 행렬이다. 이 역기구학 식의 해 \dot{q} 는 $n \geq m$ 인 경우에 하나로 결정되지 않는데 일반에는 의사 역행렬을 이용하여 다음으로 기술된다.

$$\dot{q} = J^{\#}(q) U + \{E_n - J^{\#}(q)J(q)\}y \tag{4}$$

여기서 $J^{\#} \in R^{n \times m}$ 은 J 의 의사 역행렬이고 $y \in R^n$ 은 임의의 벡터, $E_n \in R^{n \times n}$ 은 단위 행렬이다. 이 해는 $\|U - J(q)\dot{q}\|_2$ 를 최소화하는 해라고 알려져 있다[2].

그러면 다음으로 각 관절의 회전속도가 제한되어 있는 경우를 생각해 보기로 한다. 본 논문에서는 설명을 쉽게 하기 위해 각 관절 각속도 \dot{q}_i 는 그 관절의 최대 속도에 대해 단위화되어 있다고 가정한다.

$$|\dot{q}_i| \leq 1, i=1,2,\dots,n \tag{5}$$

이러한 제약 조건하에서 작업 공간에서의 벡터 U 가 주어져 있는 경우에 U 방향으로 최대의 속도를 얻는 역기구학 해는 다음처럼 구할 수 있다. (i) 우선 단위 벡터 $U_n = U / \|U\|_2$ 에 대해서 $U_n = J\dot{q}$ 의 무한대 노름 해 (infinite norm solution)인 $\dot{q}^* = [q_1^* \ q_2^* \ \dots \ q_n^*]^T$ [7]를 구한다. 다음, (ii) 그 벡터의 무한대 노름 해의 성분 중 조작도 다각형[9]의 경계선에 가장 가까운 성분을 구하고 그 성분의 최대 값과 표준화를 거친 값 사이의 여유도와 관계된 량 $\gamma = \max_i |\dot{q}_i^*|$ 를 구하면 (iii) $U^* = \gamma^{-1}U_n$ 가 주어진 제약 조건을 만족하며 U 방향으로 얻을 수 있는 2-노름(2-norm) 의미에서 가장 큰 해가 된다.

III. 속도 분리에 의한 역기구학 해

본 논문에서는 6개의 변수를 갖는 일반적인 3차원 작업공간에서의 조작도 다각형을 좀 더 쉽게 분석하기 위해서 6개의 변수를 구성하는 요소들을 물리적 특성에 따라 두 개의 3차원 공간들로 분리하기로 한다. 현재 로봇이 사용되고 있는 작업 속도 공간은 3차원의 선속도 공간과 3차원의 회전속도 공간으로 이루어져 있으며 우리는 이것을 (6)와 같이 표현할 수 있다.

$$U = [V_x \ V_y \ V_z \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T = J(q)\dot{q} \tag{6}$$

V_x, V_y, V_z 및 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 는 스칼라 양이다.

(6)로부터 (3)을 다음과 같이 선속도 공간과 회전속도 공간에 대한 항으로 분리하면

$$J = \begin{bmatrix} J_v \\ J_\omega \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$v \equiv [V_x \ V_y \ V_z]^T = J_v(q)\dot{q} \tag{8}$$

$$\omega \equiv [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T = J_\omega(q)\dot{q} \tag{9}$$

(8), (9)처럼 두 개의 역기구학 방정식을 얻는다. 물론 이 두 방정식은 완전히 서로 독립인 방정식은 아니라는 것을 주의할 필요가 있다. 이상의 기술에서 보듯이 작업 속도 공간이 분리되어 있으므로 사용자가 직면한 문제에 따라 두 개의 방정식의 중요도를 달리해 해를 구할 수 있다. 예를 들어 로봇이 해야할 일이 어떤 위치의 병 모양의 물건을 집어 어떤 통속에 던져 넣는 일이라면, 즉 주어진 로봇의 경로계획이 직선운동만이 중요하고 회전운동은 성능에 무관한 상황이라면, 즉 최대한 작업을 빨리하기 위해 (8)의 해의 노름의 크기가 가장 크도록 해 q 를 구한다면 앞 절에서 기술한 일반적인 경로계획보다 효과적인 해를 구할 수 있게 된다.

(8)에서 v 의 크기 방향을 각각 $\alpha(v), v_n = v/\|v\|_2$ 이라 하고 이들로써 (3)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\alpha(v)v_n = J_v(q)\dot{q} \tag{10}$$

(10)의 양변에 v_n^T 를 곱하고 $v_n^T v_n = 1$ 을 이용하면 다음의 식을 얻는다.

$$\alpha(v) = v_n^T J_v(q)\dot{q} \tag{11}$$

그러므로 주어진 제약 조건하에서 어떤 선운동 방향 v 으로의 선속도를 가장 크게 하는 해를 구한다는 뜻은 바로 $\alpha(v)$ 를 가장 크게 하는 \dot{q} 를 구한다는 뜻이 된다. 같은 방식으로 회전속도 부분에 대해서도 다음의 양을 구할 수 있다.

$$\beta(\omega) = \omega_n^T J_\omega(q)\dot{q} \tag{12}$$

(11) 및 (12)의 α, β 는 각각 v_n 과 ω_n 의 함수이므로 $\alpha(V_n), \beta(\omega_n)$ 으로 각각 표기하였음을 밝힌다.

(11)과 (12)에 의해 정의된 선 속도 및 회전 속도에 대한 양을 기초로 다음과 같은 형식으로 로봇 속도에 대한 최적해를 구할 수 있다.

1) 현재 주어진 로봇 환경에서 최적화 하고자 하는 속도 종류를 선택하고, 이 때 같이 적용될 제약 조건을 설정한다.

2) 제약 조건의 형태에 따라 최적화 문제를 LP (Linear Programming) 또는 SQP (Sequential Quadratic Programming)으로 수식화하여 그 해를 푼다.

(로봇의 속도 조작도의 형태는 항상 볼록(convex)하기 때문에 LP, SQP로도 항상 전체 최적해가 구해 질 수 있다.) 단계 1) (8), (9) 그리고 (5)의 제약 조건하에 $\alpha(V_n)$ 의 최대값을 찾아라.

단계 2) 이 문제는 회전속도의 방향과 크기를 일정하게 유지하면서 주어진 선속도 방향으로의 최대 크기를 갖는 속도를 찾는 문제로서 LP 방법을 이용하여, (4), (14) 그리고 (15)을 만족시키면서 (13)의 해가 되는 \dot{q} 을 찾는 문제로 정리될 수 있다.

$$\max : V_n^T J_v \dot{q} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} J_{\omega 1} \\ J_{\omega 2} \\ J_{\omega 3} \end{bmatrix} \dot{q} = \begin{bmatrix} \omega_{n1} \\ \omega_{n2} \\ \omega_{n3} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} V_{n2}J_{v1} - V_{n1}J_{v2} \\ V_{n3}J_{v1} - V_{n1}J_{v3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서 $J_{\omega i}$ 는 행렬 J_{ω} 의 i 번째 행 벡터이고 V_{ni} 는 벡터 $V_n = V / \|V\|$ 의 i 번째 성분, 그리고 J_{vi} 는 행렬 J_v 의 i 번째 행 벡터이다. 참고로 (14)는 (5)의 제약 조건을 만족시키는 식이고, (15)는 선속도 벡터 V_n 의 방향을 유지하기 위한 제약 조건식으로서 $\dot{V}_n = \alpha^* \dot{V}$ 이고, $\dot{V}_n = \{\dot{x}_n, \dot{y}_n, \dot{z}_n\}^T$, $\dot{V} = \{\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}\}^T$ 라고 할 때 벡터 \dot{V}_n , \dot{V} 은 같은 방향을 갖게 하는 조건식 (16)와 (17)을 선형 프로그램의 일반적인 제약 조건식 형태로 재구성한 것이다.

$$\dot{x}_n / \dot{y}_n = \dot{x} / \dot{y} \quad (16)$$

$$\dot{x}_n / \dot{z}_n = \dot{x} / \dot{z} \quad (17)$$

IV. 최적 경로계획

먼저 그림 1처럼 로봇이 움직여야 하는 경로가 주어졌을 상황을 고려해 보자. 그림에서 보는 바와 같이 작업공간은 2차원이고 로봇의 관절 수는 4개이므로 이 경로를 따라가는 경로계획(관절 각속도 계획)이 유일하게 결정되지는 않는다. 이러한 상황에서 관절 각속도의 최대값이 주어졌을 경우에 이러한 제약 조건하에서 가장 효과적인 경로계획을 하려한다. 또한 주어진 과제가 로봇의 선단이 목표지점에 도착하는 것만이 관심사인 경우를 가정한다. 이러한 과제는 병이나 깡통 등과 같이 물체를 잡는 자세가 어떠한도 상관없는 물체를 들어 옮기는 일 등에서 예를 찾을 수 있겠다. 그림 1에서 로봇 각 링크의 길이는 (1.0 1.0 1.0 1.0) m이고 시작점 및 끝점

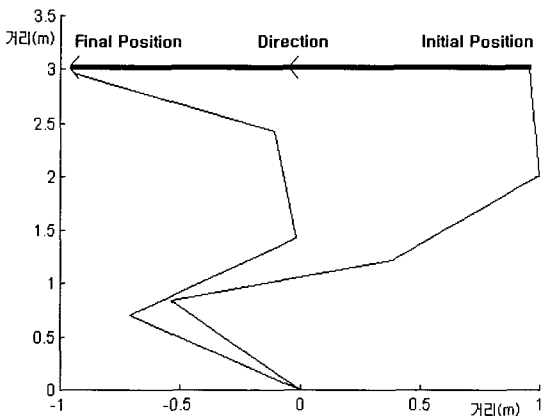


그림 1. 선속도 운동으로 따라가야 할 로봇 작업기의 궤적.

Fig. 1. Trajectory of manipulator to be followed.

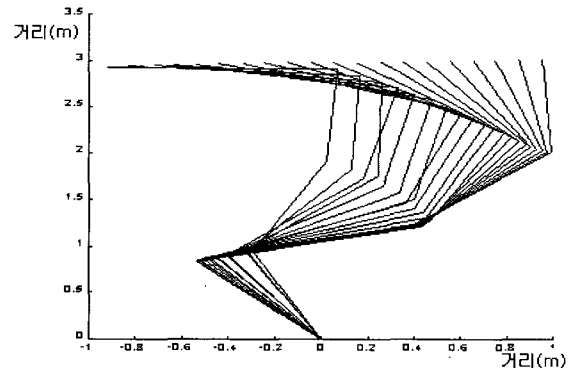


그림 2. 기존의 방법으로 계획된 경로를 따라가는 로봇의 형상.

Fig. 2. Robot figures moving trajectory planned by previous method.

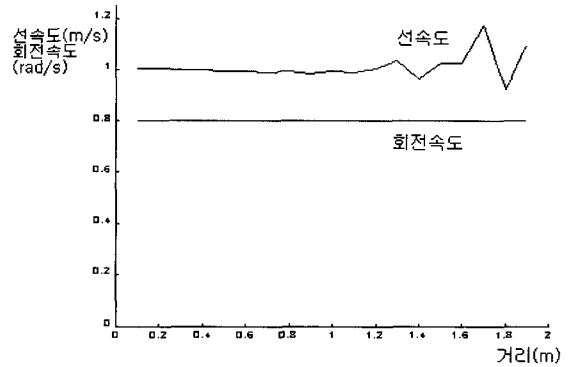


그림 3. 기존의 방법으로 계획된 경로의 선속도 및 회전속도.

Fig. 3. Linear velocity and angular velocity moving trajectory planned by previous method.

의 좌표는 각각 (0.9517, 3.0185) 및 (-0.9483, 3.0185)이다.

이러한 상황에서 II장에서 방법과 III장에서 방법의 성능을 비교하기 위하여 다음과 같은 경로 계획을 하여보자.

첫 번째 계획은 다음의 과정을 거쳐 이루어진다. i) 작업공간에서 운동할 선속도 v_1 를 운동 방향으로부터 결정하고 원하는 각속도 ω_1 로부터 공간속도 벡터 $U_1 = [v_1 \ \omega_1]^T$ 을 구한다. ii) $U_{1n} = U_1 / \|U_1\|_2$ 으로 단위화 시키고 $U_{1n} = J(q)\dot{q}$ 의 해 \dot{q}^* 및 그에 해당하는 작업공간 속도 $[v^* \ \omega^*]^T = J(q)\dot{q}^*$ 를 II 장에서의 방법으로 구한다. iii) $\omega_1 = \gamma_1 \omega^*$ 를 만족하는 상수 γ_1 를 구한다. iv) $\gamma_1 \dot{q}^*$ 를 적분하여 다음 단계에서의 관절 각도를 구하고 목표지점에 이를 때까지 i)-iv)의 과정을 반복한다.

이상의 과정으로 구한 작업공간에서의 경로 및 각 단계에서의 로봇 형상이 그림 2에 나타나 있다.

그리고 작업공간에서의 선속도 및 회전 속도를 그림 3에 나타냈으며 각 관절 속도는 그림 4에 나타나 있다. 경로계획의 총 이동시간이 다르기 때문에 본 연구의 방

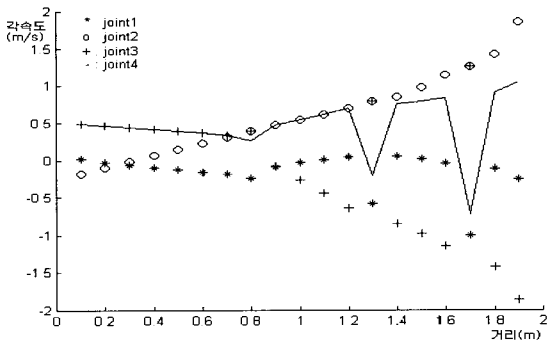


그림 4. 기존의 방법으로 계획된 경로의 로봇 관절의 회전속도.

Fig. 4. Angular velocities of each joint of manipulator moving trajectory shown in fig. 2.

법과 기존의 방법의 직접적인 비교가 불가능하기 때문에 여기서는 비교를 위하여 시간에 따른 비교를 하지 않고 이동경로를 따라 이동한 거리의 의한 계획 결과를 구하여 비교하기로 한다. 목표지점까지의 운동시간은 5.994초이다.

i) 작업공간에서 운동할 선속도 v_2 를 운동 방향으로부터 결정하고 $v_{2n} = v / \|e_2\|$ 를 구한다.

ii) $\alpha(v_2) = v_{2n}^T J_v(q) \dot{q}$ 를 $|\dot{q}_i| \leq 1, i=1, 2, \dots, n$ 및 $\omega = \omega_2$ 라는 제약조건하에서 최소화시키는 $v_2 = J_v(q) \dot{q}$ 의 해 \dot{q}_2^* 및 그에 해당하는 $[v_2^* \ \omega_2^*]^T = J(q) \dot{q}_2^*$ 를 III 장에서의 방법으로 구한다.

iii) \dot{q}_2^* 를 적분하여 다음 단계에서의 관절 각도를 구하고 목표지점에 이를 때까지 i)-iii)의 과정을 반복한다.

이상의 과정으로 구한 결과가 그림 5,6,7에 나타나 있다. 이러한 두 경로계획의 성능을 비교하기 위하여 두 경우의 회전 속도를 같은 값으로 고정 시켰다. 즉, $\omega_1 = \omega_2 = 0.8 \text{ rad/s}$ 로 하여 두 경우의 목표점 이동 시간을 비교하여 보면 목표지점까지의 운동시간은 1.8342초

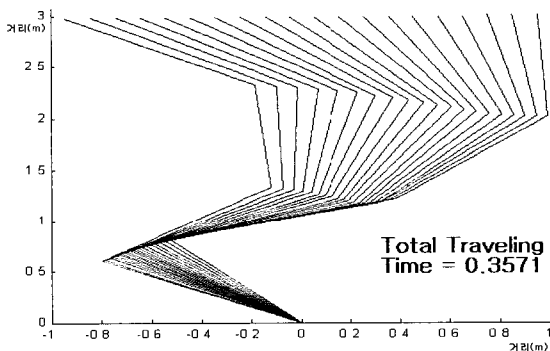


그림 5. 제안된 방법으로 계획된 경로를 따라가는 로봇의 형상.

Fig. 5. Robot figures moving trajectory planned by proposed method.

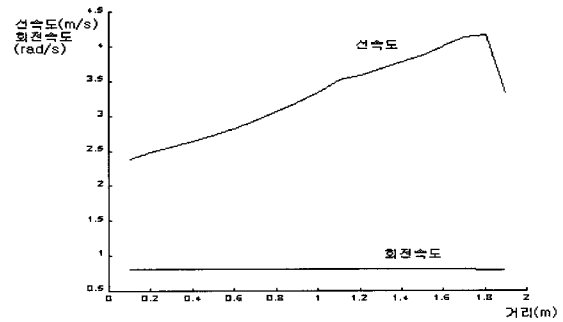


그림 6. 제안된 방법으로 계획된 경로의 선속도 및 회전속도.

Fig. 6. Linear velocity and angular velocity moving trajectory planned by proposed method.

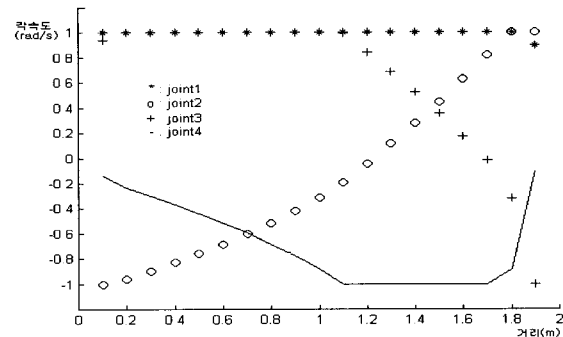


그림 7. 제안된 방법으로 계획된 경로의 로봇 관절의 회전속도.

Fig. 7. Angular velocities of each joint of manipulator moving trajectory shown in Fig. 5.

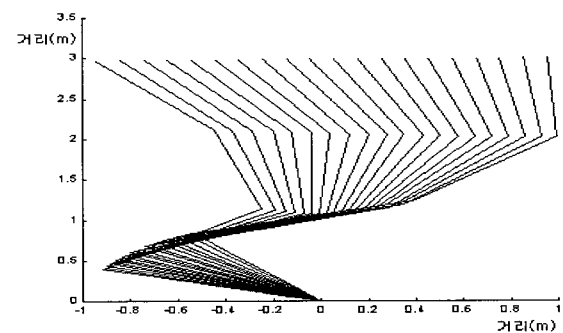


그림 8. 제안된 방법으로 계획된 경로(제약조건: $\beta(\omega) = \omega_n^T J_\omega(q) \dot{q} \geq 0$).

Fig. 8. Trajectory planned by proposed method (constraint: $\beta(\omega) = \omega_n^T J_\omega(q) \dot{q} \geq 0$).

로 본 연구에서 제안한 방법이 앞서 기술한 기존의 방법의 결과보다 약 3.3 배 가량 빠름을 알 수 있다. 작업공간에서의 경로 및 각 관절 속도가 그림 4와 그림 5에 나타나 있다. 그림 7과 그림 4를 비교하여 보면, 본 연구의 방법은 각 시점에서 최소한 어느 하나의 관절은 제약 조건 내 $|\dot{q}_i| \leq 1, i=1, 2, \dots, n$ 에서 최대 값을 가지는 반면 기존의 방법은 그렇지 않다는 것이다.

앞의 경로계획들은 비교를 위하여 회전속도를 같아 지

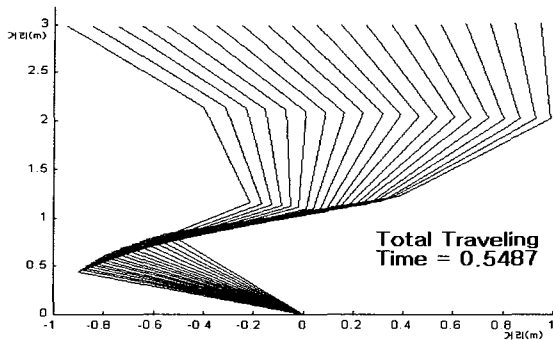


그림 9. 제안된 방법으로 계획된 경로(제약조건: $\|\omega\|_2 \leq \omega_0 (=0.8)$).

Fig. 9. Trajectory planned by proposed method (constraint: $\|\omega\|_2 \leq \omega_0 (=0.8)$).

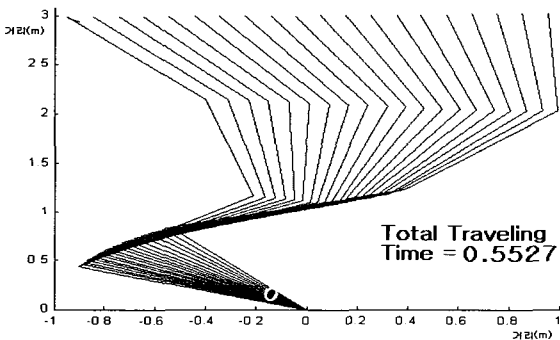


그림 10. 제안된 방법으로 계획된 경로(제약조건: $\|\omega\|_\infty \leq \omega_0 (=0.8)$).

Fig. 10. Trajectory planned by proposed method (constraint: $\|\omega\|_\infty \leq \omega_0 (=0.8)$).

게 하였지만 앞서 언급한 응용 예들의 경우에는 회전 속도의 크기가 얼마이든지 상관없는 경우이다. 그러므로 보다 효과적인 경로계획을 얻기 위하여 다음과 같이 제약 조건을 완화하여 제안된 방법을 적용하여 보겠다.

$$\beta(\omega) = \omega_n^T J_n(q) \dot{q} \geq 0 \tag{18}$$

이러한 제약 조건은 물건을 들고 거꾸로 들지만 않으면 된다는 것으로 그림1의 상황에서 해를 구하면 그림 8과 같은 결과가 나오고 총 이동시간은 0.3571초이다.

또 어떤 물건을 들어 옮길 때 회전 속도가 제한되는 경우를 가정하여 보면 그 제한은 운동 중에 $\|\omega\|_2 \leq \omega_0 (=0.8)$ 나 $\|\omega\|_\infty \leq \omega_0 (=0.8)$ 로 기술할 수 있는데 이 경우

들에 대해서도 경로 계획을 하여 보면 이동 중의 로봇 형상이 그림 8,9와 같으며 각 경우의 이동시간은 0.5487초 및 0.5527초이다.

V. 결론

본 논문에서는 선속도와 회전속도의 중요도가 다른 경우의 경로계획에 대해서 중요한 쪽을 최적화시키는 경로계획 방법을 제안하였다. 자코비안 행렬을 분리하고 여유자유도를 최대한 활용하여 선속도와 회전 속도를 동등하게 취급하는 기존의 방법보다 성능이 향상된 결과를 얻었다.

본 연구에서는 기구학적인 요소만을 고려하여 속도에 관련된 경로계획 다루었으나 앞으로는 로봇 매니플레이터의 동적 특성까지 포함된 경우에 작업공간상에서 경로 계획에 대해서도 연구를 진행할 예정이다.

참고문헌

- [1] F. T. Cheng, et. al., "Resolving manipulator redundancy under inequality constraints," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol 10. no. 1., Feb, 1994.
- [2] R. L. Williams II, *Kinematic equations for Control of the Redundant Eight-Degree-of-Freedom Advanced Research Manipulator II*, Tech. Report NASA TM-4377, 1992.
- [3] Y. Nakamura, *Advanced Robotics, Redundancy and Optimization*, Addison Wesley, 1991.
- [4] T. Yoshikawa, "Translational and rotational manipulability of robotic manipulators," *Proc. American Control Conference*, pp. 228-233, 1990.
- [5] J. Lee, "A study on the manipulability measures for robot manipulators," *IEEE/RSJ IROS'97.*, pp. 1458-1465, 1997.
- [6] J. A. Cadzow, "A finite algorithm for the minimum l_∞ solution to a system of consistent linear equations," *SIAM J. Number, Anal.*, vol. 10, no. 4, pp. 607-617, 1973.
- [7] A. S. Deo and I. D. Walker, "Minimum Infinity-Norm inverse kinematic solution for redundant manipulators", *Proc. of IEEE Conf. of Robotics Automation'93*, pp. 388-394, 1993.
- [8] J. S. Arora, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering, pp. 81-87, 1989.

이 지 흥

제어·자동화·시스템공학 논문지 제3권, 제5호, 참조.

원 경 태

제어·자동화·시스템공학 논문지 제3권, 제5호, 참조.