

## 정위치 해석해를 가지는 병렬 메카니즘에 관한 분석과 혼합구조 매니플레이터로의 활용

### Analysis of Parallel Mechanisms with Forward Position Closed-Form Solution with Application to Hybrid Manipulator

김 희 국, 이 병 주  
(Whee-Kuk Kim, and Byung-Ju Yi)

**Abstract** : In this work, a new 3-PSP type spatial 3-degree-of-freedom parallel mechanism is proposed. And a 6 DOF hybrid manipulator which consists of a 3-PPR type planar 3 DOF parallel mechanism and a new 3-PSP type spatial 3-degree-of-freedom parallel mechanism is proposed. Both 3 DOF mechanism modules have closed-form forward position solutions and particularly, 3-PSP spatial module has unique forward position solution. Firstly, the closed-form position analysis and first-order kinematic analysis for the proposed 3-PSP type module are carried out, and the first-order kinematic characteristics are examined via maximum singular value and the isotropic index of the mechanism. It is shown through these analyses that the mechanism has excellent isotropic property throughout the workspace. Secondly, position and kinematic analysis of the 3-PPR planar module are briefly described. Thirdly, the forward position analysis for the 3-PPR 3-PSP type 6 degree-of-freedom hybrid mechanism consisting of a 3-PPR planar module and a 3-PSP spatial module is performed along with the analysis of the workspace size and first-order kinematic characteristics. The kinematic characteristics of the proposed hybrid manipulator are compared to those of geometrically similar Stewart manipulator.

**Keywords** : forward position, closed-form solution, kinematic characteristics, isotropic index, parallel manipulator, hybrid manipulator

#### I. 서론

로봇은 그 구조에 따라 직렬형, 병렬형 또는 혼합형으로 분류된다. 직렬형 로봇은 큰 작업공간과 우수한 유연성 등의 장점을 가지는 반면에 외팔보 형태로 인하여 높은 정밀도나 높은 적재하중용량을 가질 수 없다. 병렬형 로봇은 높은 정밀도와 높은 적재하중용량을 가지나 상대적으로 작은 작업공간과 제한된 유연성을 지닌다. 혼합형 로봇은 직렬형 또는 병렬형 모듈들이 직렬로 연결된 구조를 지니므로 직렬형과 병렬형 구조의 우수한 특성을 취할 수 있다.

현재까지 혼합형 로봇에 적용될 수 있는 다양한 형태의 일자유도 또는 2 자유도 직렬구조의 모듈, 또는 다자유도 병렬구조의 모듈이 제시되어 왔다[1][2]. 특히, 3 자유도 병렬형 모듈은 평면형, 구형, 그리고 공간형으로 분류될 수 있다. 평면형 3 자유도 메카니즘의 경우, Merlet은 여러 평면형 메카니즘에 대한 위치해석을 수행하였으며 정위치 해석해가 존재하는 형태에 관한 해를 제시하였다.[3] 구형 메카니즘의 경우 Tesar는 사람의 어깨관절과 손목관절들과 유사한 기능을 가지는 shoulder 모듈과 wrist모듈을 제시하였으며[1] Kim과 Yi는 이러한 모듈을 원격조종기로서 활용한 바 있다[4]. 공간형 모듈의

경우, 여러 가지 다양한 3 자유도 출력공간을 가지는 형태가 있을 수 있으나, Lee와 Shah에 의해 제시된 세 개의 미끄럼 관절에 의해 구동되는 3-RPS형 공간형 3 자유도 병렬 메카니즘 모듈을 들 수 있으며[5][6], 최근에는 이러한 모듈을 이용하는 10 자유도 혼합형 매니플레이터가 제작되었다[7]. 이 매니플레이터의 구동방식으로서 유압을 활용하여 전체 시스템의 중량에 비하여 매우 큰 적재하중용량을 가지고 있는 것으로 보고되고 있으나, 이 3-RPS 모듈의 경우 정위치 해석해는 물론 역위치 해석해도 존재하지 않으므로 제작된 혼합형 매니플레이터의 해석은 수치방법에 의존하고 있다.

이들 병렬 모듈의 위치해석을 살펴보면, 역위치 해석은 직렬형 모듈과 비슷한 정도의 해석이 요구되지만 정위치 해석의 경우는 직렬형 모듈의 경우보다 훨씬 더 복잡하다. 정위치 해석은 로봇의 말단효과장치 또는 작용점의 위치를 구하는 데 요구되므로 실시간 작업으로 수행되어야 한다. 그러나, 대부분의 병렬형 메카니즘의 경우 정위치 해석해를 가지지 않는다. 이로 인한 전산하중의 부담은 전체 시스템의 성능저하를 유발시키는 요인이 되고 있다. 실제로, 현재까지 제안된 대부분의 병렬형 또는 혼합형 모듈의 경우 정위치 해석해가 존재하지 않으며 이로 인한 전산부담을 축소하기 위해 추가적인 센서를 부착하는 방법이 제시되고 있으나[8] 추가적인 센서의 부착위치 선정 그리고 기계적 간섭 등으로 인한 문제점이 있다. 최근에는 정위치 해석해가 존재하는 3-PPSP 형태의 6 자유도 병렬 메카니즘이 Byun과 Cho에 의해

접수일자 : 1998. 4. 30., 수정완료 : 1998. 11. 30.

김희국 : 고려대학교 제어계측공학과

이병주 : 한양대학교 전자컴퓨터공학부

\* 본 논문은 1997년도 학술진흥재단에서 지원하여 연구하였습니다.

제시되었으며[9] 이상과 같은 병렬형 또는 혼합형 메카니즘의 구조 및 설계에 관한 연구 이외에도 이와 관련된 많은 연구가 국내에서도 매우 활발하게 진행되고 있다 [10]-[13].

본 논문에서는 먼저 혼합형 매니플레이터의 모듈로서 효율적으로 활용될 수 있는 단일한 정위치 해가 존재하는 새로운 공간형 3-PSP형 3 자유도 병렬 메카니즘 모듈을 제안하고 이 메카니즘의 위치해석과 기구학 분석, 그리고 기구학 특성에 관하여 조사한다. 또한, 3-PPR형 3 자유도 평면형 메카니즘 모듈에 관한 위치 해석과 기구학 모델을 간략하게 기술한다. 그리고 정위치 해석해가 존재하는 3-PPR 형태의 평면형 3 자유도 병렬 메카니즘 모듈과 3-PSP형 공간형 3 자유도 병렬 모듈을 조합된 6 자유도 혼합형 매니플레이터(3-PPR 3-PSPP형)를 제시하고 제시된 6 자유도 혼합형 매니플레이터 시스템의 정위치 해석해와 역위치 해석 그리고 기구학 분석에 관하여 간략하게 기술한다. 끝으로, 이 혼합형 매니플레이터의 작업공간의 크기와 기구학적 등방성 지수를 조사하고 스튜워트 플랫폼 6 자유도 병렬 메카니즘의 작업공간의 크기와 기구학적 특성의 비교 분석을 통하여 제시된 혼합형 메카니즘의 우수성에 관하여 조사한다.

II. 3-PSP형 병렬 모듈의 위치해석

1. 3-PSP형 병렬 메카니즘의 구조

3-PSP형 메카니즘은 그림 1과 같이 상판과 하판 그리고 이들을 연결하는 세 개의 직렬부속체인으로 구성된다. 각 직렬부속체인은 세 개의 관절과 이들 관절을 연결하는 링크로서 구성된다. 세 개의 관절은 하판에  $\theta$ 의 각으로 고정된 하나의 구동 미끄럼 관절(P), 상판 위에서 반경방향으로 움직이도록 구속된 미끄럼 관절(P), 그리고 이들 두 미끄럼 관절을 연결하는 3 자유도 구형관절(ball-and-socket joint: S)로 구성된다. 하판으로부터 상판까지 연결된 관절들의 형태를 차례로 나타내면 PSP로 표현되며 본 메카니즘은 이러한 세 개의 관절로 구성된 부속 직렬체인이 세 개로 구성되므로 3-PSP형 메카니즘으로 표현한다. 본 논문에서는 이와 같은 표기방법으로 다른 형태의 병렬 메카니즘을 표현한다. 제안된 메카니즘의 모빌리티는 Grübler의 공식에 의해 아래와 같이 3임을 알 수 있으며[14],

$$M = d(l-1) - \sum_{j=1}^n c_j \tag{1}$$

$$= 6(8-1) - (3 \times 5 + 3 \times 3 + 3 \times 5) = 3$$

$M$ 과  $d$ 는 각각 메카니즘의 모빌리티와 운동공간의 차원을 나타내고  $l$ 과  $c_j$ 는 각각 지면을 포함하는 링크의 수와 관절  $j$ 의 구속조건수를 나타낸다. (1)에서 구동 미끄럼 링크 3 개, 수동미끄럼 3개, 상판 1개, 그리고 지면 1 개로서 전체 링크의 수는 8개이다. 그리고 관절의 구속조건의 수는 미끄럼 관절과 구형관절의 자유도가 각각 1과 3이므로 구속조건수의 수는 각각 5와 3이다. 그러므로, 구동 미끄럼 관절의 경우  $3 \times 5$ 개, 구형관절의 경우  $3 \times 3$ 개, 그리고 수동 미끄럼 관절의 경우,  $3 \times 5$ 로 전체 구

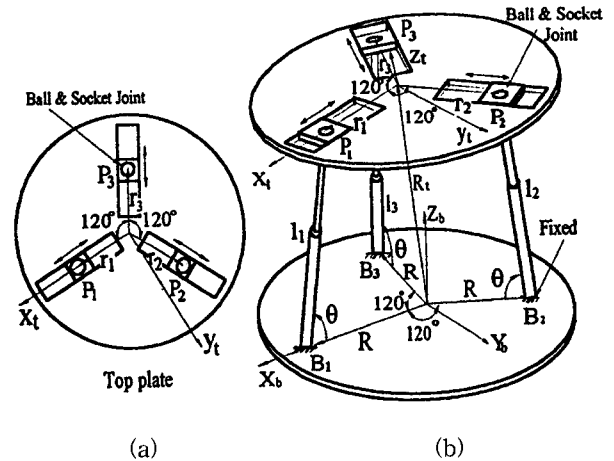


그림 1. 새로운 3 자유도 메카니즘. (a) 평면도 (b) 측면도

Fig. 1. A new 3-degree-of-freedom mechanism. (a) top view (b) side view

속조건수의 수 ( $\sum C_j$ )는 (1)과 같이 얻어진다.

좌표계 ( $x_b, y_b, z_b$ )를 하판의 중앙에 위치한 하판에 고정된 기준 좌표계로 정하고 좌표계 ( $x_t, y_t, z_t$ )를 상판의 중앙에 위치한 상판에 고정된 출력 좌표계로 정한다.  $i$ 번째 부속체인의 구동 미끄럼 관절의 한 끝단은 하판의 중앙에 원점을 둔 반경  $R$ 인 원상에 각각  $\gamma_{bi}$  ( $i=1,2,3$ )의 간격으로 놓이며 그림 1과 같이 하판에 대하여  $\theta$ 의 각으로 세워져 있다. 그러므로, 하판 좌표계의 원점으로부터  $i$ 번째 직렬부속체인과 하판사이의 교차점까지의 위치 벡터  $B_i$  ( $i=1,2,3$ )는 다음과 같이 표현된다:

$$B_i = [R c\gamma_{bi} \ R s\gamma_{bi} \ 0]^T \tag{2}$$

여기서  $c\gamma_{bi} = \cos \gamma_{bi}$ , 그리고  $s\gamma_{bi} = \sin \gamma_{bi}$ 를 나타낸다. 마찬가지로, 하판 좌표계의 원점으로부터  $i$ 번째 직렬부속체인의 구형관절까지의 위치 벡터  $P_i$  ( $i=1,2,3$ )는 다음과 같이 표현되며

$$P_i = [(R - l_i c\theta) c\gamma_{bi} \ (R - l_i c\theta) s\gamma_{bi} \ l_i s\theta]^T \tag{3}$$

$l_i$ 는 점  $B_i$ 에서부터 점  $P_i$ 까지의 거리로서 미끄럼 관절 변위를 나타낸다.

상판에 고정된 세 개의 미끄럼 관절은 상판의 반경방향을 따라 움직이며 이들은 서로 각  $\gamma_{ti}$  ( $i=1,2,3$ )의 간격으로 놓여있다. 그러므로, 상판 좌표계의 원점으로부터 점  $P_i$ 까지의 국부 위치 벡터  $r_i^{(0)}$  ( $i=1,2,3$ )는 다음과 같이 표현되며

$$r_i^{(0)} = [r_i c\gamma_{ti} \ r_i s\gamma_{ti} \ 0]^T \tag{4}$$

$r_i$ 는 상판좌표계의 원점으로부터 점  $P_i$ 까지의 거리를 나타낸다.

벡터  $P_c = [x \ y \ z]^T$ 는 하판 좌표계의 원점으로부터 상판 좌표계의 원점까지의 위치 벡터를 나타내며 하판좌표계에 대한 상판 좌표계의 방위행렬  $[R]_{st}$ 은 다음과 같이

표현한다:

$$[R'_b] = [Rot(x, \alpha)][Rot(y, \beta)][Rot(z, \gamma)] \quad (5)$$

$$= \begin{bmatrix} c\beta c\gamma & -c\beta s\gamma & s\beta \\ sas\beta c\gamma + cas\gamma & -sas\beta s\gamma + cac\gamma & -sac\beta \\ -cas\beta c\gamma + sas\gamma & cas\beta s\gamma + sac\gamma & cac\beta \end{bmatrix}$$

편의상, 위 방위 행렬의 요소를 다음과 같이 표현하기로 한다.

$$[R'_b] = [x_i, y_i, z_i] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (6)$$

2. 정위치해석

정위치 해석에서는 주어진 구동입력 변수벡터  $l = [l_1, l_2, l_3]^T$ 에 대하여 출력 변수벡터  $u = [x, y, z, \alpha, \beta, \gamma]^T$ 를 구한다. 입력 구동벡터  $l = [l_1, l_2, l_3]^T$ 가 주어질 때, 각 부속 직렬체인의 구형 관절의 위치 벡터  $P_i (i=1, 2, 3)$ 는 (3)으로부터 결정된다. 다음의 3-PSP형 3 자유도 메카니즘의 정위치 해석은 상판의 출력 위치와  $(x, y, z)$  상판의 오일러각  $(\alpha, \beta, \gamma)$ 을 구하는 두 가지 단계로 구성된다. 첫 번째 단계에서는 상판의 기하를 이용하여 수동 미끄럼 관절 변수  $r_1, r_2, r_3$ 를 구하고 이를 이용하여 상판의 출력위치를 구하는 과정으로 이루어진다.

2.1. 상판의 출력위치

먼저, 절대 위치벡터  $P_i (i=1, 2, 3)$ 를 각각 다음과 같이 표기한다:

$$P_i = (P_{ix}, P_{iy}, P_{iz})^T \quad (7)$$

그림 2에 보인 바와 같이 상판에서는 세 개의 수동 미끄럼 관절이 움직이며 세 점  $P_1, P_2, P_3$ 을 연결하여 형성되는 삼각형은 상판에 존재한다. 각  $\angle P_1 P_c P_2$ 와  $\angle P_2 P_c P_3$  그리고  $\angle P_3 P_c P_1$ 를 각각  $\psi_{12}, \psi_{23}$  그리고  $\psi_{31}$ 로 표기하고,  $r_i (i=1, 2, 3)$ 와  $r_i (i=1, 2, 3)$ 는 각각 점  $P_c$ 에서 점  $P_i (i=1, 2, 3)$ 까지의 위치벡터와 그 크기를 나타낸다고 하자. 각  $\angle P_c P_1 P_2$ 와  $\angle P_c P_1 P_3$ 를 각각  $\theta_{1r}$ 와  $\theta_{1l}$ 로 표기하고 사인 법칙을 이용하면 다음관계식이 얻어지며

$$\frac{s\theta_{1r}}{r_2} = \frac{s\psi_{12}}{P_{12}} = \frac{s\theta_{2l}}{r_1} \quad (8)$$

$$\frac{s\theta_{1l}}{r_3} = \frac{s\psi_{31}}{P_{13}} = \frac{s\theta_{3r}}{r_1} \quad (9)$$

여기서  $P_{12}$ 과  $P_{13}$ 는 각각 점  $P_1$ 과 점  $P_2$ , 그리고 점  $P_1$ 과 점  $P_3$ 사이의 거리를 나타낸다. 그림 2로부터  $\theta_{1l}$ ,  $\theta_{2l}$ , 그리고  $\theta_{3r}$ 은 각각

$$\theta_{1l} = \theta_1 - \theta_{1r} \quad (10)$$

$$\theta_{2l} = \pi - \psi_{12} - \theta_{1r} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \theta_{3r} &= \pi - \psi_{31} - \theta_{1l} \\ &= \pi - \psi_{31} - \theta_1 + \theta_{1r} \end{aligned} \quad (12)$$

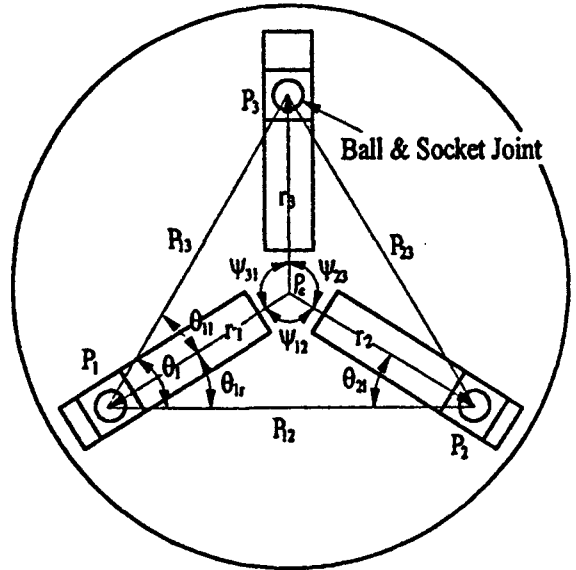


그림 2. 3-PSP형 메카니즘의 상판과 세 개의 수동 미끄럼 관절.

Fig. 2. Top plate and three passive prismatic joints of the 3-PSP type mechanism.

임을 알 수 있다. 여기서 각  $\angle P_2 P_1 P_3$ 를 나타내는  $\theta_1$ 은 코사인 법칙을 이용하면 다음과 같이 구해진다:

$$\theta_1 = a \cos \frac{P_{13}^2 + P_{12}^2 - P_{23}^2}{2P_{12}P_{13}} \quad (13)$$

(13)에서  $P_{23}$ 는 점  $P_2$ 와 점  $P_3$ 사이의 거리를 나타낸다. (8)과 (9)로부터  $r_1$ 은 각각 다음과 같이 표현할 수 있으며,

$$r_1 = \frac{P_{12}}{\sin \psi_{12}} \sin(\psi_{12} + \theta_{1r}), \quad (14)$$

$$r_1 = \frac{P_{13}}{\sin \psi_{31}} \sin(\psi_{31} + \theta_1 - \theta_{1r}), \quad (15)$$

이 두 식을  $\theta_{1r}$ 에 관하여 정리하면 다음과 같다.

$$\theta_{1r} = \text{atan} \left\{ \frac{\frac{P_{13}}{\sin \psi_{31}} \sin(\psi_{31} + \theta_1) - P_{12}}{\frac{P_{13}}{\sin \psi_{31}} \cos(\psi_{31} + \theta_1) + \frac{P_{12}}{\tan \psi_{12}}} \right\} \quad (16)$$

(16)에서  $\theta_{1r}$ 의 해는 두 개이지만  $0 \leq \theta_{1r} \leq \theta_1$ 에 속하는 해만이 실제 메카니즘의 해임을 쉽게 알 수 있다.

한편,  $r_2$ 와  $r_3$ 는 (8)과 (9)로부터 각각 다음과 같이 표현된다:

$$r_2 = \frac{s\theta_{1r}}{s\psi_{12}} P_{12} \quad (17)$$

$$r_3 = \frac{s\theta_{1l}}{s\psi_{31}} P_{13} \quad (18)$$

이상에서 조사한 공간형 모듈의 수동 관절변위와 이 관련된 각변위를 사용하여 상판의  $x, y, z$ 좌표를 구하기

위해서는 세 개의 대수 방정식이 요구된다. 첫 번째 대수 방정식은 다음과 같이 유도된다. 점  $P_c$ 로부터 점  $P_i$  ( $i=1,2$ )까지의 위치 벡터  $r_1$ 과  $r_2$ 는 각각 다음과 같이 표현되며

$$r_1 = P_1 - P_c, \quad (19)$$

$$r_2 = P_2 - P_c. \quad (20)$$

벡터  $r_1 \times r_2$ 이 벡터  $\hat{z}_t$ 와 평행하다는 사실을 이용하면 다음 관계식이 얻어진다.

$$\frac{(r_1 \times r_2)_x}{(r_1 \times r_2)_z} = \frac{r_{13}}{r_{33}}. \quad (21)$$

여기서  $r_1 \times r_2$ 은 (19)와 (20)으로부터 아래와 같이 구해진다:

$$r_1 \times r_2 = \begin{bmatrix} (P_{1z} - P_{2z})y + (P_{2y} - P_{1y})z + P_{1y}P_{2z} - P_{1z}P_{2y} \\ (P_{2x} - P_{1x})x + (P_{1x} - P_{2x})z + P_{1z}P_{2x} - P_{1x}P_{2z} \\ (P_{1y} - P_{2y})x + (P_{2x} - P_{1x})y + P_{1x}P_{2y} - P_{1y}P_{2x} \end{bmatrix} \quad (22)$$

(21)은 다시  $x, y$ , 그리고  $z$ 에 관하여 다음과 같이 정리되며

$$k_1x + k_2y + k_3z + k_4 = 0, \quad (23)$$

여기서

$$k_1 = \frac{r_{13}}{r_{33}} (P_{1y} - P_{2y}), \quad (24)$$

$$k_2 = \frac{r_{13}}{r_{33}} (P_{2x} - P_{1x}) - (P_{1z} - P_{2z}), \quad (25)$$

$$k_3 = -(P_{2y} - P_{1y}), \quad (26)$$

그리고

$$k_4 = \frac{r_{13}}{r_{33}} (P_{1x}P_{2y} - P_{1y}P_{2x}) - (P_{1y}P_{2z} - P_{1z}P_{2y}). \quad (27)$$

나머지 두 개의 대수 방정식은 그림 2로부터 다음과 같이 유도된다. 벡터  $-r_1$ 와  $(P_2 - P_1)$ 의 내적, 그리고  $-r_1$ 과  $(P_3 - P_1)$ 의 내적은 각각 다음과 같이 표현되며

$$-r_1 \cdot (P_2 - P_1) = r_1 P_{12} c \theta_{1r}, \quad (28)$$

$$-r_1 \cdot (P_3 - P_1) = r_1 P_{13} c \theta_{1l}, \quad (29)$$

다시  $x, y$  그리고  $z$ 에 관하여 정리하면 다음과 같다:

$$(P_{2x} - P_{1x})x + (P_{2y} - P_{1y})y + (P_{2z} - P_{1z})z + w_1 = 0, \quad (30)$$

$$(P_{3x} - P_{1x})x + (P_{3y} - P_{1y})y + (P_{3z} - P_{1z})z + w_2 = 0, \quad (31)$$

여기서

$$w_1 = -P_{12}r_1 \cos \theta_{1r} - (P_{2x} - P_{1x})P_{1x} - (P_{2y} - P_{1y})P_{1y} - (P_{2z} - P_{1z})P_{1z}, \quad (32)$$

$$w_2 = -P_{13}r_1 \cos \theta_{1l} - (P_{3x} - P_{1x})P_{1x} - (P_{3y} - P_{1y})P_{1y} - (P_{3z} - P_{1z})P_{1z} \quad (33)$$

(23), (30) 그리고 (31)로부터 출력위치  $x, y$  그리고  $z$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{2x} - P_{1x} & P_{2y} - P_{1y} & P_{2z} - P_{1z} \\ P_{3x} - P_{1x} & P_{3y} - P_{1y} & P_{3z} - P_{1z} \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -w_1 \\ -w_2 \\ -k_4 \end{bmatrix}. \quad (34)$$

### 2.2. 상판의 방위각

상판에 수직이며 왼쪽으로 향하는 벡터  $Z_t$ 는 아래와 같이 구해지며

$$Z_t = (P_2 - P_1) \times (P_3 - P_1) = [Z_{t1} \ Z_{t2} \ Z_{t3}]^T \quad (35)$$

여기서

$$Z_{t1} = -P_{1z}P_{2y} + P_{1y}P_{2z} + P_{1z}P_{3y} - P_{2z}P_{3y} - P_{1y}P_{3z} + P_{2y}P_{3z}, \quad (36)$$

$$Z_{t2} = P_{1z}P_{2x} - P_{1x}P_{2z} - P_{1z}P_{3x} + P_{2z}P_{3x} + P_{1x}P_{3z} - P_{2x}P_{3z}, \quad (37)$$

$$Z_{t3} = -P_{1y}P_{2x} + P_{1x}P_{2y} + P_{1y}P_{3x} - P_{2y}P_{3x} - P_{1x}P_{3y} + P_{2x}P_{3y}. \quad (38)$$

또한, 벡터  $z_t$ 는 (35)와 (5)로부터 아래와 같이 표현되므로,

$$z_t = \frac{Z_t}{\|Z_t\|} = \begin{bmatrix} s\beta \\ -sac\beta \\ cac\beta \end{bmatrix}, \quad (39)$$

(39)로부터 각  $\alpha$ 와 각  $\beta$ 는 각각 다음과 같이 구해진다.

$$\alpha = \text{atan2}(-r_{3z}, r_{33}), \quad (40)$$

$$\beta = \text{atan2}(r_{13}, \sqrt{r_{23}^2 + r_{33}^2}). \quad (41)$$

또 하나의 회전 출력변수인 각  $\gamma$ 는 (3)과 (42)로부터, 즉,

$$r_1 = -r_1 \ x_t = P_1 - P_c, \quad (42)$$

아래와 같이 구해진다:

$$\gamma = \text{atan2}((P_{1y} - y)ca + (P_{1z} - z)sa, (P_{1x} - x)/c\beta) \quad (43)$$

### 3. 역위치 해석

역위치 해석에서는 출력 변수  $\alpha, \beta$ , 그리고  $z$ 가 주어질 때 구동 입력 변수벡터  $I$ 의 값을 구한다. 편의상, 본 절에서는 오프셋 각  $\gamma_{bi}$ 과  $\gamma_{\theta i}$ 이 메카니즘이 대칭을 유지하는 값을 갖는다고 가정한다. 즉,

$$\gamma_{b1} = 0^\circ, \ \gamma_{b2} = 120^\circ, \ \gamma_{b3} = 240^\circ,$$

$$\gamma_{\theta 1} = 0^\circ, \ \gamma_{\theta 2} = 120^\circ, \ \gamma_{\theta 3} = 240^\circ. \quad (44)$$

벡터  $P_1 - P_3$ 와  $r_1^{(\theta)} - r_3^{(\theta)}$ , 그리고  $P_2 - P_3$ 와  $r_2^{(\theta)} - r_3^{(\theta)}$ 가 각각 아래와 같은 관계식을 가지므로,

$$[R_b^t](r_1^{(\theta)} - r_3^{(\theta)}) = P_1 - P_3, \quad (45)$$

$$[R_b^i](r_2^{(i)} - r_3^{(i)}) = P_2 - P_3, \quad (46)$$

이 식들로부터 다음의 여섯 가지 방정식이 얻어진다.

$$(r_1 + \frac{r_3}{2})r_{11} + \frac{\sqrt{3}}{2}r_3r_{12} - \frac{3}{2}R + (l_1 + \frac{l_3}{2})c\theta = 0, \quad (47)$$

$$(r_1 + \frac{r_3}{2})r_{21} + \frac{\sqrt{3}}{2}r_3r_{22} - \frac{\sqrt{3}}{2}(R - l_3c\theta) = 0, \quad (48)$$

$$(r_1 + \frac{r_2}{2})r_{31} - \frac{\sqrt{3}}{2}r_2r_{32} - (l_1 - l_2)s\theta = 0, \quad (49)$$

$$(r_3 - r_2)r_{11} + \sqrt{3}(r_2 + r_3)r_{12} - (l_2 - l_3)c\theta = 0, \quad (50)$$

$$(r_3 - r_2)r_{21} + \sqrt{3}(r_2 + r_3)r_{22} - 2R + (l_2 + l_3)c\theta = 0, \quad (51)$$

그리고

$$(r_3 - r_2)r_{31} + \sqrt{3}(r_2 + r_3)r_{32} - 2(l_2 - l_3)s\theta = 0. \quad (52)$$

(6)에서 정의된  $x_i, y_i$  그리고  $z_i$ 는 모두 오일러 각  $\alpha, \beta$  그리고  $\gamma$ 의 함수이다. 다음의 위치 관계식

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = P_i - [R_b^i]r_i^{(i)}, \quad i=1,2,3, \quad (53)$$

으로부터 아래와 같은 또 하나의 추가적인 관계식이 얻어진다.

$$z = l_1s\theta - r_{31}r_1. \quad (54)$$

6개의 출력변수 중에서  $\alpha, \beta$  그리고  $z$ 를 주어진 3 자유도 시스템의 출력변수로 정한다. (47)-(52) 그리고 (54)는 모두 일곱 개의 미지변수 ( $\gamma, r_1, r_2, r_3, l_1, l_2, l_3$ )로 표현되므로, 이러한 일곱 개의 관계식은 Newton-Rhapson 방식과 같은 수치 해석방법에 의해 그 해를 구할 수 있다.

특히,  $\theta=90^\circ$ 일 때,  $c\theta=0$ 이므로, (47), (48), (50) 그리고 (51)은 모두 입력벡터에 무관하다. 이 경우의 역위치 해석은 다음과 같이 보다 쉽게 구해진다. 첫째로,  $\gamma, r_1, r_2$  그리고  $r_3$ 의 해를 (47), (48), (50), (51)으로부터 수치 해석방법에 의해 구한다. 이 때, (53)으로부터  $x, y, l_1, l_2$  그리고  $l_3$  각각 다음과 같이 구해진다:

$$x = R - r_{11}r_1, \quad (55)$$

$$y = -r_{21}r_1, \quad (56)$$

$$l_1 = z + r_{31}r_1, \quad (57)$$

$$l_2 = z + (-\frac{1}{2}r_{31} + \frac{\sqrt{3}}{2}r_{32})r_2, \quad (58)$$

$$l_3 = z + (-\frac{1}{2}r_{31} - \frac{\sqrt{3}}{2}r_{32})r_3. \quad (59)$$

#### 4. 일차 기구학 모델

그림 1의 메카니즘은 공간형 3 자유도 메카니즘으로서 6 차원 카티잔 공간상에서 3 자유도를 갖는다. 그러므로, 세 개의 독립적인 출력변수가 결정되면 나머지 세 개의 변수는 비독립 출력변수가 된다. 먼저 메카니즘의

출력 속도벡터를 다음과 같이 정의하자:

$$\dot{\mathbf{u}}^* = [\dot{P}_c \quad \dot{\boldsymbol{\mu}}]^T, \quad (60)$$

여기서  $\dot{P}_c$ 과  $\dot{\boldsymbol{\mu}}$ 는 각각 상판의 원점이 가지는 병진 속도벡터, 그리고 상판의 오일러 속도벡터로서 다음과 같이 정의된다:

$$\dot{P}_c = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T, \quad (61)$$

$$\dot{\boldsymbol{\mu}} = [\dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad \dot{\gamma}]^T. \quad (62)$$

변수  $r_1, r_2, r_3, \alpha, \beta, \gamma$ 와 입력벡터  $\mathbf{l}$ 사이의 속도 관계식은 (47)-(52)를 시간에 대하여 미분함으로써 다음과 같이 얻어진다(부록참조):

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\boldsymbol{\mu}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [G_1^r] \\ [G_1^\mu] \end{bmatrix} \dot{\mathbf{l}}. \quad (63)$$

여기서  $\dot{\mathbf{r}}$ 은 상판 미끄럼 관절들에 대한 속도벡터로서 다음과 같이 정의된다:

$$\dot{\mathbf{r}} = [\dot{r}_1 \quad \dot{r}_2 \quad \dot{r}_3]^T. \quad (64)$$

또한, 첫 번째 직렬 부속체인의 위치벡터  $P_1$ 는 아래와 같이 표현되므로,

$$P_1 = P_c + r_1, \quad (65)$$

(3)으로부터

$$r_1 = r_1[R_b^1](\mathbf{x}_1^{(1)}) \quad (66)$$

임을 알 수 있다. (65)를 시간에 관하여 미분하여 정리하면

$$\dot{P}_c = -\frac{dr_1}{dt}[R_b^1](\mathbf{x}_1^{(1)}) - r_1\frac{d([R_b^1]\mathbf{x}_1^{(1)})}{dt} + \dot{P}_1 \quad (67)$$

으로 표현되며, 여기서

$$\frac{dr_1}{dt}[R_b^1](\mathbf{x}_1^{(1)}) = \frac{dr_1}{dt}\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} r_{11} \\ r_{21} \\ r_{31} \end{bmatrix} [G_1^r]_1 \dot{\mathbf{l}}, \quad (68)$$

$$r_1\frac{d([R_b^1]\mathbf{x}_1^{(1)})}{dt} = r_1\frac{d\mathbf{x}_1}{dt} = r_1\left[\frac{\partial\mathbf{x}_1}{\partial\boldsymbol{\mu}}\right][G_1^\mu] \dot{\mathbf{l}}, \quad (69)$$

그리고

$$\dot{P}_1 = \begin{bmatrix} -c\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ s\theta & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{l}}. \quad (70)$$

이때, 출력 변수벡터  $P_c$ 와 입력 변수벡터  $\mathbf{l}$ 사이의 속도관계식은 다음과 같이 표현된다:

$$\dot{P}_c = [G_1^c] \dot{\mathbf{l}}. \quad (71)$$

여기서

$$[G_1^c] = -\begin{bmatrix} r_{11} \\ r_{21} \\ r_{31} \end{bmatrix} [G_1^r]_1 - r_1\left[\frac{\partial\mathbf{x}_1}{\partial\boldsymbol{\mu}}\right][G_1^\mu] + \begin{bmatrix} -c\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ s\theta & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (72)$$

(64)와 (71)로부터 입력변수와 여섯 개의 출력변수사이의 관계식은 아래와 같이 표현된다:

$$\dot{\mathbf{u}}^* = [G_i^*] \dot{\mathbf{l}} \quad (73)$$

여기서

$$[G_i^*] = \begin{bmatrix} [G_i^*]_1 \\ [G_i^*]_2 \end{bmatrix} \quad (74)$$

마지막으로, 독립 출력변수  $(\alpha, \beta, z_i)$ 와 입력 변수벡터  $\mathbf{l}$  사이의 속도관계식은 다음과 같이 구해지며,

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{z}_i \end{bmatrix} = [G_i^0] \begin{bmatrix} \dot{l}_1 \\ \dot{l}_2 \\ \dot{l}_3 \end{bmatrix}, \quad (75)$$

자코비안  $[G_i^0]$ 은 (74)의 행렬  $[G_i^*]$ 에서 출력변수에 해당하는 행을 선택하여 다음과 같이 구성되며

$$[G_i^0] = \begin{bmatrix} [G_i^*]_1 \\ [G_i^*]_2 \\ [G_i^*]_3 \end{bmatrix} \quad (76)$$

여기서  $[G_i^0]_i$ 은 행렬  $[G_i^0]$ 의  $i$ 번째 행벡터를 나타낸다.

### 5. 메카니즘의 기하학적 특성

본 절에서는 메카니즘의 작업공간의 크기를 조사함으로써 가장 효과적인 메카니즘의 세 개의 독립출력변수를 선정한다. 편의상 그리고 일반성의 결여없이 다음의 모의 실험에서는 하판의 반경  $R$ 이 단위값을 가지며 모든 구동 미끄럼 관절이 하판에 수직으로 고정되어 있다고 가정한다 ( $\theta = 90^\circ$ ).

실제 시스템의 경우 구동 미끄럼 관절의 최대 행정범위 ( $\Delta l_{\max} = l_{\max} - l_{\min}$ )가 존재하며 구형 관절의 경우에도 최대 허용 회전 각변위 ( $\phi_{\max}$ )가 존재한다. 다음의 모의 실험에서는 최소 행정거리  $l_{\min}$ 와 최대 행정거리  $l_{\max}$ 는 각각  $R$ , 그리고  $3R$ 의 값을 갖는다고 가정한다. 그림 3은  $\phi_{\max}$ 의 제한이 없다고 가정하고  $z = 2.0$ 인 경우에 출력변수  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 평면에서  $\Delta l_{\max}$ 를 변화할 때의 작업공간의 크기를 등고선으로 나타낸 그림이다. 이 그림으로부터 작업공간의 크기는  $\Delta l_{\max}/R$ 의 값이 증가됨에 따라 같이 증가한다는 것을 알 수 있다. 한편, 구형관절의 최대 허용 회전변수  $\phi_{\max}$ 의 범위의 제한도  $\Delta l_{\max}$ 를 제한하는 효과를 가지므로  $\phi_{\max}$  값의 변화에 대한 작업공간은 그림 3에서  $\Delta l_{\max}$ 의 변화에 대한 작업공간의 등고선 그림과 유사한 경향을 가진다. 그러므로, 시뮬레이션 결과는 생략하였다.

그림 4 (a) - (c)는 각각  $z = 2$ 일 때, 두 출력변수 평면 ( $\alpha - \beta$ 평면)상에 표시된 작업공간안에서 다른 세 개의 출력변수  $x, y$  그리고  $\gamma$ 의 변위값을 나타내는 그림이다.  $z$ 방향의 운동범위는 미끄럼관절의 최대 행정범위와 근접한 크기를 가지는 반면에  $x, y$ 방향의 운동범위는 매우 제한적임이 판명되며,  $\gamma$ 각도 주어진  $\alpha, \beta$ 각의 운동범위에 비하여 작은 회전범위를 지님을 살펴볼 수 있다. 또한, 이들 그림으로부터 세 개의 변수( $\alpha, \beta$  그리고  $z$ )

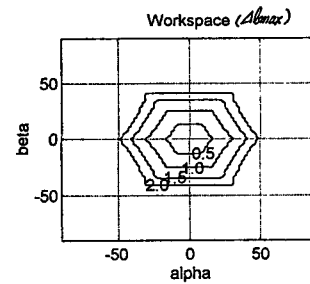
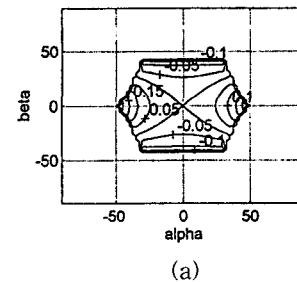
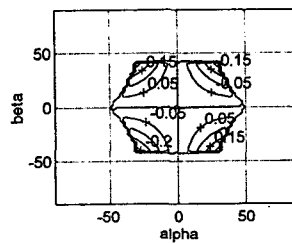


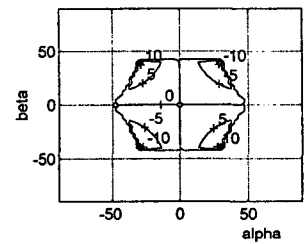
그림 3.  $z = 2$ 일 때의  $\Delta l_{\max}/R$  등고선 그림.  
Fig. 3.  $\Delta l_{\max}/R$  contour plot when  $z = 2$ .



(a)



(b)



(c)

그림 4.  $z = 2$ 일 때, 비독립 출력변수들의 변위 등고선 그림 : (a)  $x$ , (b)  $y$ , (c)  $\gamma$

Fig. 4. Displacement contour plot of dependent output variables when  $z = 2$  : (a)  $x$ , (b)  $y$ , (c)  $\gamma$

가 독립 출력변수로 결정되었을 때, 메카니즘이 임의의 다른 세 개의 출력변수의 조합보다도 가장 큰 작업공간을 가지는 것을 확인할 수 있다. 즉, 다른 나머지 세 개의 출력변수들은 이들에 비하여 매우 적은 운동범위를 가진다는 것을 확인할 수 있다.

### 6. 메카니즘의 기구학 특성

#### 6.1. 기구학 성능지수

본 절에서는 메카니즘의 입출력관계를 나타내는 자코비안행렬(일차 기구학적 영향계수)의 최대/최소 특이값과 기구학적 등방성지수를 이용하여 메카니즘의 기구학적 특성을 조사한다. 기구학적 등방성지수는 다음과 같이 정의되며[15][16]

$$\sigma_{KI} = \frac{\sigma_{\min}([G_i^0])}{\sigma_{\max}([G_i^0])}, \quad (77)$$

여기서  $\sigma_{\min}$ 과  $\sigma_{\max}$ 는 각각 행렬  $[G_i^0]$ 의 최소 특이값과 최대 특이값을 나타낸다. 이들은 각각 메카니즘이 주어

진 위치에서 가지는 최소 입출력 속도 전달비와 최대 입출력 속도 전달비를 의미한다. 그리고 (77)에서와 같이 정의되는  $\sigma_{KI}$ 는 메카니즘이 주어진 위치에서 모든 방향으로 얼마나 균일한 입출력 속도 전달비를 가지는가를 나타내는 설계지수를 의미하며  $\sigma_{KI}$ 의 값은 단위값에 가까워 질수록 균일한 입출력 속도 전달특성을 나타낸다. 그러나, (77)에서 회전운동과 병진운동의 경우 사용되는 단위가 다르므로 사용되는 단위에 따라 기구학 등방성 지수값이 변화된다. 그리고 출력 운동 방향으로 다른 작업속도가 요구될 때, 위 행렬을 정규화하면 역시 다른 등방성 지수값이 얻어진다. 그러므로, (77)에서 행렬  $[G_i]$ 는 항상 동일한 가중치가 사용되거나 동일한 단위가 일관되게 사용되어야 다른 메카니즘과 특성을 비교할 때 그 의미를 가질 수 있으며 본 논문에서의 시뮬레이션에서는 단위크기의 가중치를 사용함으로써 이러한 조건에 맞추어 시뮬레이션을 수행하였다.

6.2 메카니즘의 기구학 특성

다음의 모의실험에서는  $l_{min}$  과  $l_{max}$  의 크기는 각각  $R$  과  $3R$ 이며  $\varphi_{max}$  는  $90^\circ$ 로 가정한다. 그림 5 (a)-(b)는  $z=2$  일 때 두 출력변수  $\alpha$ 와  $\beta$ 로 표현된 메카니즘의 작업공간상에서  $\sigma_{max}$ 와  $\sigma_{KI}$ 의 등고선 그림을 나타낸다. 이 그림으로부터 메카니즘이 우수한 등방성 특성을 가지고 있음을 알 수 있다.

한편, 그림 6은  $z=2$  일 때 두 출력변수  $\alpha$ 와  $\beta$ 로 표현된 메카니즘의 작업공간상에서 비독립 출력변수에 대한 메카니즘의  $\sigma_{max}$  등고선 그림을 나타낸다. 이 그림으로부터 독립 출력변수로서  $\alpha, \beta$  그리고  $z$ 가 선정되었을 때 메카니즘이 기구학 등방성 특성측면에서 가장 효과적이라는 사실을 재확인할 수 있다. 메카니즘의 특이형상은 기하학적 분석으로부터 구할 수 있다. 메카니즘의 각 구동 실린더는 그림 1(b)에서와 같이 지면과의 각  $\theta$ 에 의해 결정된 방향을 따라 움직이며 세 개의 수동 미끄럼관절들은 상판과 평행한 면 위에서 운동한다. 우선 각 구동 실린더의 길이벡터 ( $\vec{l}_i, i=1,2,3$ )가 만나는 점을 공통교차점이라 하자. 그림 7(a)은 세 개의 구동 실린더의 길이벡터가 공통교차점에서 만나는 경우이며 메카니즘의 특이형상을 나타낸다. 그림 7(b)에서와 같이 상판이

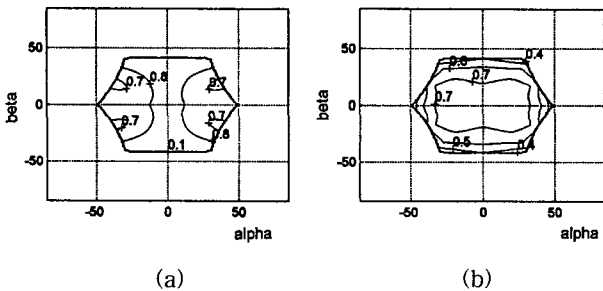


그림 5. 기구학 특성의 등고선 그림 : (a)  $\sigma_{max}$ , (b)  $\sigma_{KI}$   
 Fig. 5. Contour plots of kinematic characteristics : (a)  $\sigma_{max}$ , b)  $\sigma_{KI}$

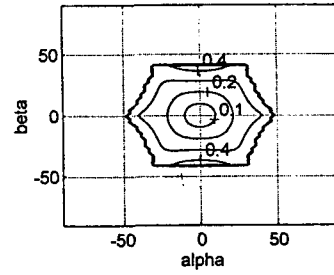


그림 6.  $(x_t, y_t, \gamma)$ 에 대한  $\sigma_{max}$ 의 등고선 그림.  
 Fig. 6.  $\sigma_{max}$  contour plots of  $(x_t, y_t, \gamma)$ .

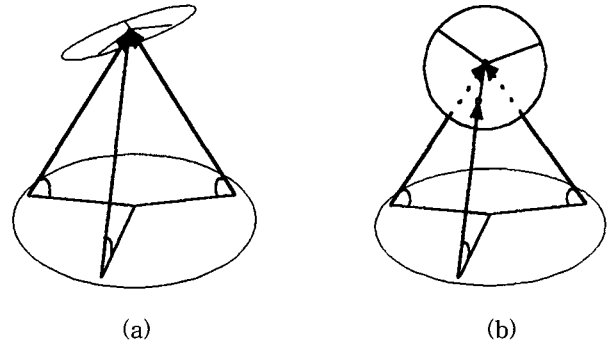


그림 7. 공간형 3자유도 병렬 모듈의 특이형상 : (a), (b)  
 Fig. 7. Singular configurations of spatial 3-dof parallel mechanism : (a), (b)

하나의 구동 미끄럼관절의 운동방향과 일치하게 되는 경우도 메카니즘의 특이형상을 나타내는 데 구속조건에 의하여 나머지 두 미끄럼관절의 길이벡터는 공통교차점에 위치하게 된다.

III. PPR형 평면형 3 자유도 병렬 메카니즘

Merlet은 일반적인 평면형 3 자유도 병렬 메카니즘에 대한 정방향 기구학에 대한 해석을 수행하였다[3]. 본 절에서는 특별히 단일한 정방향 해가 존재하는 3-PPR형 평면형 메카니즘에 대한 정위치 해석해와 일차 기구학 모델에 관하여 기술한다. 그림 8에서 보인 바와 같이 좌표계  $(X Y Z)$ 와  $(x y z)$ 는 각각 하판에 고정된 기저 좌표계와 상판에 고정된 국부 좌표계를 나타낸다. 그리고 메카니즘은 하판의 중앙으로부터 반경  $B_i$ 인 원 상에 고정된 세 개의 미끄럼 관절에 의해 구동되며 각 구동 미끄럼 관절은 기저 좌표계로부터 각각 다음과 같이 벡터  $B_i (i=1,2,3)$ 의 위치에 놓여 메카니즘이 대칭의 형상을 가지도록 하였다:

$$B_i = \begin{bmatrix} B_{ix} \\ B_{iy} \\ B_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_i \cos(210^\circ + (i-1) \times 120^\circ) \\ B_i \sin(210^\circ + (i-1) \times 120^\circ) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (78)$$

이 메카니즘은 동일한 세 개의 직렬부속체인으로 구성되어 있으므로 전체 메카니즘은 하나의 부속체인에 대한 기술로서 대표될 수 있으며 표 1은  $i$ 번째 부속체인에 대한 Denavit Hartenberg 링크 인자들을 나타낸다.

표 1. 3-PPR형 메카니즘 직렬 부속 체인의 Denavit Hartenberg 링크 인자.

Table 1. Denavit Hartenberg link parameters for one serial subchain of the 3-PPR mechanism.

Link # n	$a_{n-1}$	$a_{n-1}$	$d_n$	$\theta_n$
joint #1	$i\gamma_b$	0	$i d_1$	0
joint #2	$i\gamma_2$	0	$i d_2$	90
joint #3	90	0	0	$i\theta$
Top ternary	0	$i l$	0	$i\gamma_t$

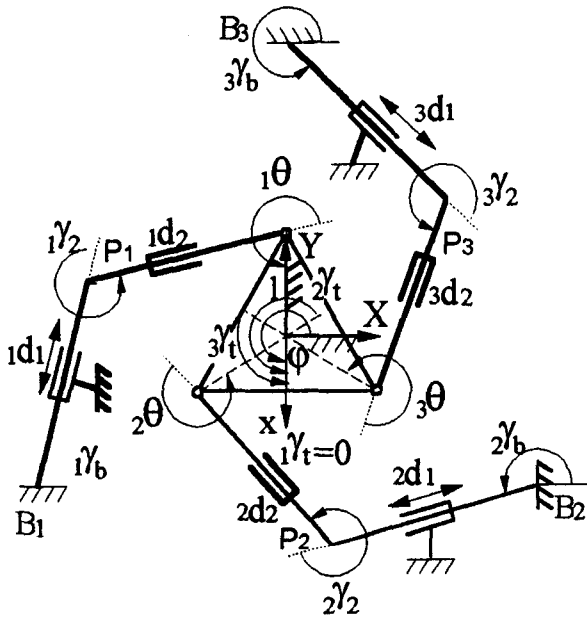


그림 8. 3-PPR형 평면형 3 자유도 병렬 메카니즘.  
Fig. 8. 3-PPR type planar 3-dof parallel mechanism.

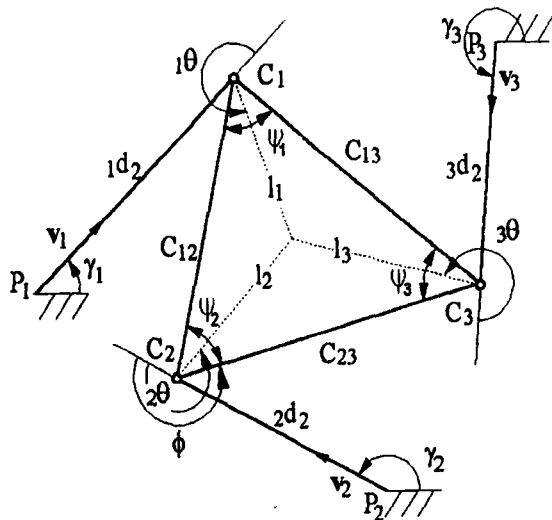


그림 9. 3-PPR형 평면형 3 자유도 병렬 메카니즘의 위치해석.  
Fig. 9. Position analysis of a 3-PPR type planar 3-dof parallel mechanism.

1. 정위치해석

정위치 해석에서는 입력 변수  $i d_i (i=1,2,3)$  이 주어졌을 때 출력변수  $x, y, \phi$ 를 구한다. 그림 9로부터 다음의 두 개의 루프 구속 조건을 고려한다:

$$(P_2 + {}_2d_2 v_2 + C_{23} - P_3) \times v_3 = 0, \quad (79)$$

$$(P_2 + {}_2d_2 v_2 + C_{21} - P_1) \times v_1 = 0. \quad (80)$$

(79)는 점  $P_3$ 에서  $C_3$ 까지의 벡터와 점  $P_3$ 에서  $P_2$ 와  $C_2$ 를 거쳐서  $C_3$ 까지의 벡터와 방향이 일치한다는 루프 구속관계식을 나타낸다. 그리고 (80)도 이와 마찬가지로 다른 루프의 구속관계식을 의미한다. (79)와 (80)에서 벡터  $C_{ij}$ 는 점  $C_i$ 에서 점  $C_j$ 까지의 위치벡터를, 그리고  $C_{ij}$ 는 그 크기를 나타내며  $C_{21}$ 과  $C_{23}$ 는 각각 다음과 같이 표현된다:

$$C_{21} = (C_{12} c(\gamma_2 + \phi + \psi_2) \ C_{12} s(\gamma_2 + \phi + \psi_2) \ 0)^T, \quad (81)$$

$$C_{23} = (C_{23} c(\gamma_2 + \phi) \ C_{23} s(\gamma_2 + \phi) \ 0)^T. \quad (82)$$

(79)-(80)에서 사용된 그 밖의 위치 벡터들은 각각 다음과 같이 표시한다:

$$P_i = (P_{ix} \ P_{iy} \ P_{iz})^T = [i d_i c_i \gamma_b + B_{ix} \ i d_i s_i \gamma_b + B_{iy} \ 0]^T \quad (83)$$

$$v_i = (c\gamma_i \ s\gamma_i \ 0)^T, \quad (84)$$

$$\gamma_i = i\gamma_b + i\gamma_2, \quad i=1,2,3. \quad (85)$$

(79)와 (80)를  $\phi$ 에 관하여 정리하면 다음과 같으며,

$$A \cos \phi + B \sin \phi = C \quad (86)$$

여기서,

$$A = C_{23} s(\gamma_1 - \gamma_2) s(\gamma_3 - \gamma_2) - C_{12} s(\gamma_3 - \gamma_2) s(\gamma_1 - \gamma_2 - \phi_2), \quad (87)$$

$$B = -C_{23} s(\gamma_1 - \gamma_2) c(\gamma_3 - \gamma_2) + C_{12} s(\gamma_3 - \gamma_2) c(\gamma_1 - \gamma_2 - \phi_2), \quad (88)$$

$$C = -s(\gamma_1 - \gamma_2) \{ (P_{2x} - P_{3x}) s\gamma_3 - (P_{2y} - P_{3y}) c\gamma_3 \} - s(\gamma_3 - \gamma_2) \{ (P_{2y} - P_{1y}) c\gamma_1 - (P_{2x} - P_{1x}) s\gamma_1 \}. \quad (89)$$

(86)으로부터  $\phi$ 는 아래와 같이 구해진다:

$$\phi = \text{Atan2}(B, A) \pm \text{Atan2}(\sqrt{A^2 + B^2 - C^2}, C). \quad (90)$$

$\phi$ 에 대한 두가지 해가 얻어지는데 이는 메카니즘이 두 가지의 정위치 해석해(두 개의 다른 형상)를 갖는다는 것을 의미한다. 기하학적으로 보면, 이러한 해는 점  $C_1$ 와  $C_2$ 가 각각 선분  $\overline{P_1 C_1}$ 와  $\overline{P_2 C_2}$ 를 따라 움직일 때 점  $C_3$ 는 타원의 궤적을 그리게 되는데 선분  $\overline{P_3 C_3}$ 와 만나는 점들을 의미한다.

한편, (79)와 (80)으로부터  ${}_2d_2$ 는 다음과 같이 구해진다:

$${}_2d_2 = \frac{(P_{2y} - P_{3y}) c\gamma_3 - (P_{2x} - P_{3x}) s\gamma_3 - s(\gamma_3 - \gamma_2 - \phi) C_{23}}{s(\gamma_3 - \gamma_2)} \quad (91)$$



그러므로, 출력변수  $x, y, \phi$ 에 관한 해는 각각 다음과 같이 표현된다:

$$x = P_{2x} + {}_2d_2c\gamma_2 + {}_2lc(\gamma_2 + \phi + \varphi_{2r}), \quad (92)$$

$$y = P_{2y} + {}_2d_2s\gamma_2 + {}_2ls(\gamma_2 + \phi + \varphi_{2r}), \quad (93)$$

$$\phi = \gamma_2 + \phi + \varphi_{2r} + i\gamma_t. \quad (94)$$

2. 역위치 해석

역위치 해석은 출력변수  $x, y, \phi$ 가 주어졌을 때 입력 변수  ${}_i d_1 (i=1,2,3)$ 의 값을 구하는 문제이다. 먼저 시스템의 출력은 다음과 같이 표현되므로,

$$x = {}_i d_1 c_i \gamma_b + {}_i d_2 c(i\gamma_b + i\gamma_2) + {}_i lc(i\gamma_b + i\gamma_2 + i\theta) + B_{ix}, \quad (95)$$

$$y = {}_i d_1 s_i \gamma_b + {}_i d_2 s(i\gamma_b + i\gamma_2) + {}_i ls(i\gamma_b + i\gamma_2 + i\theta) + B_{iy}, \quad (96)$$

$$\phi = i\gamma_b + i\gamma_2 + i\theta + i\gamma_t, \quad (97)$$

$i\theta$ 와  ${}_i d_1$  그리고  ${}_i d_2 (i=1,2,3)$ 는 각각 다음과 같이 구해진다.

$$i\theta = \phi - i\gamma_b - i\gamma_2 - i\gamma_t, \quad (98)$$

$$\begin{bmatrix} {}_i d_1 \\ {}_i d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_i \gamma_b & c(i\gamma_b + i\gamma_2) \\ s_i \gamma_b & s(i\gamma_b + i\gamma_2) \end{bmatrix}^{-1} \quad (99)$$

$$\begin{bmatrix} x - B_{ix} - {}_i lc(i\gamma_b + i\gamma_2 + i\theta) \\ y - B_{iy} - {}_i ls(i\gamma_b + i\gamma_2 + i\theta) \end{bmatrix}.$$

3. 일차 기구학 모델링

각 직렬 부속체인의 관절속도벡터와 메카니즘의 출력속도 ( $\dot{\mathbf{u}}_m = (\dot{x}_m \ \dot{y}_m \ \omega_m)^T$ ) 사이의 관계식은 아래와 같이 구할 수 있으며,

$$\dot{\mathbf{u}}_m = [{}_i G_\phi^{u_m}]_i \dot{\phi} \quad (100)$$

여기서

$$[{}_i G_\phi^{u_m}] = \begin{bmatrix} c_i \gamma_b & c(i\gamma_b + i\gamma_2) & -{}_i ls(i\gamma_b + i\gamma_2 + i\theta) \\ s_i \gamma_b & s(i\gamma_b + i\gamma_2) & {}_i lc(i\gamma_b + i\gamma_2 + i\theta) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (101)$$

만일  $[{}_i G_\phi^{u_m}]^{-1}$ 이 비특이하다면 다음과 같은 역 관계식이 성립한다:

$$i\dot{\phi} = [{}_i G_\phi^{u_m}]^{-1} \dot{\mathbf{u}}_m. \quad (102)$$

(102)는 출력속도가 주어졌을 때 각 직렬부속체인의 관절이 갖는 속도를 나타내고 있다. 그러므로, 구동 입력관절에 관한 식을 뺐아냄으로서 다음과 같은 메카니즘의 입출력 속도관계식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\mathbf{u}}_m = [G_a^{u_m}] \dot{\phi}_a, \quad (103)$$

여기서

$$\dot{\phi}_a = [{}_1 d_1 \ {}_2 d_1 \ {}_3 d_1]^T, \quad (104)$$

$$[G_a^{u_m}]^{-1} = \begin{bmatrix} [{}_1 G_\phi^{u_m}]_i^{-1} \\ [{}_2 G_\phi^{u_m}]_i^{-1} \\ [{}_3 G_\phi^{u_m}]_i^{-1} \end{bmatrix}. \quad (105)$$

IV. 3-PPR 3-PSP형태의 6 자유도 혼합형 메카니즘

1. 6 자유도 혼합형 메카니즘의 구조

6 자유도 혼합형 메카니즘은 그림 10과 같이 평면형 3 자유도 모듈의 플랫폼 위에 공간형 3 자유도 모듈이 위치하는 구조이며, 평면형 모듈에서의 3개의 미끄럼 관절과 공간형 모듈에서의 3개의 미끄럼 관절로 이루어지는 6개의 입력관절에 의해서 구동된다. 평면형 모듈은 단지  $x-y$ 평면에서의 운동과  $z$ 축 방향으로의 회전을 출력으로 가지며 공간형 모듈은 앞절에서 이미 기술된 바와 같이  $x$ 축과  $y$ 축으로의 회전과  $z$ 축방향으로의 선형 운동을 출력벡터로 사용될 수 있지만 실제로 나머지 세 방향 즉,  $x-y$ 평면에서의 운동과  $z$ 축 방향으로의 회전 변위를 동시에 가지므로 6 자유도 공간상에서 3 자유도를 가진다.

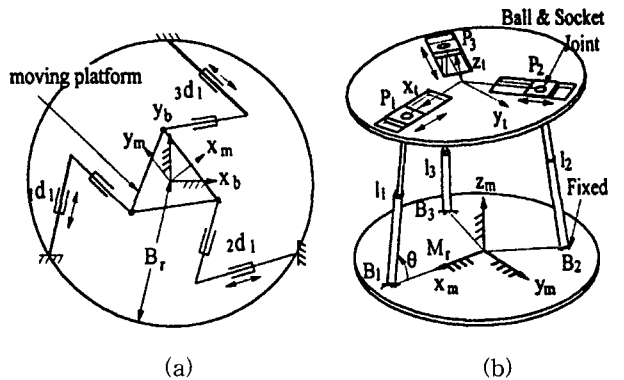


그림 10. (a) 3 자유도 3-PPR 평면형 모듈과 (b) 3 자유도 3-PSP형 공간형 모듈.

Fig. 10. (a) 3-DOF 3-PPR planar module (b) 3-DOF 3-PSP spatial module.

그러면 6 자유도 혼합형 메카니즘의 좌표계에 관하여 기술한다. 그림 10에서와 같이 평면형 모듈의 중앙에 기준 좌표계 ( $x_b, y_b, z_b$ )가 고정되어 있으며 전체 6 자유도 혼합형 메카니즘의 출력 좌표계 ( $x_t, y_t, z_t$ )가 공간형 모듈의 상판 중앙에 고정되어 있다. 평면형 모듈의 하판에 고정되어 있는 첫 번째 미끄럼 관절은 기준 좌표계의 원점에서 반경  $B$ 의 원상에 서로  $120^\circ$ 의 사이각을 유지하는 위치에 놓여있다. 평면형 메카니즘의 구동 입력 미끄럼 관절들은 각 직렬 부속체인의 하판에 고정된 첫 번째 미끄럼 관절로서 각각의 관절변위는  ${}_1 d_1, {}_2 d_1, {}_3 d_1$ 이고, 출력은 상판의 위치는  $x_m, y_m$ , 그리고 상판의  $z_m$ 축에 대한 회전 방위각  $\gamma_m$ 로 표현된다. 이와 같이 평면형 모듈 상판의 중앙에 고정된 국부 좌표계 ( $x_m, y_m, z_m$ )를 그림 10과 같이 정의한다.

공간형 모듈의 경우, 하판의 중앙에 원점을 가지는 기준 좌표계와 상판의 중앙에 고정된 국부 좌표계는 그림 10과 같이 각각 ( $x_m, y_m, z_m$ )와 ( $x_t, y_t, z_t$ )로 정

의한다. 공간형 모듈의 입력 구동 미끄럼 관절변위  $l_1, l_2, l_3$ 와 하판과 상판과의 교차점까지의 위치벡터를 각각  $B_i, P_i (i=1,2,3)$ 라 정의한다. 여기서  $B_i$ 는 하판의 기준 좌표계로부터 반경  $M_i$ 의 원상에 위치한다.

6 자유도 혼합형 메카니즘에 대하여 기준 좌표계의 원점으로부터 상판의 중심까지의 위치벡터를  $R_t = (x \ y \ z)^T$ 로 표현하고 상판의 방위는 다음과 같은  $x-y-z$ 축에 대한 연속적인 회전을 나타내는 Euler 각들을 이용하여 표현한다.

$$[R'_b] = [Rot(x, \alpha)][Rot(y, \beta)][Rot(z, \gamma)] \quad (106)$$

$$= \begin{bmatrix} c\beta c\gamma & -c\beta s\gamma & s\beta \\ s\alpha s\beta c\gamma + c\alpha s\gamma & -s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & -s\alpha c\beta \\ -c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma & c\alpha s\beta s\gamma + s\alpha c\gamma & c\alpha c\beta \end{bmatrix}$$

2. 정위치 해석

6 자유도 혼합형 메카니즘에 대한 정위치 해석은 전체 시스템의 입력벡터  $\phi = ({}_1d_1 \ {}_2d_2 \ {}_3d_1 \ l_1 \ l_2 \ l_3)^T$ 가 주어졌을 때 출력벡터  $u = (x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma)^T$ 를 구하는 문제이다. 혼합형 메카니즘에 대한 정위치 해석하는 공간형과 평면형 모듈에 대한 정위치 해석을 독립적으로 수행한 후 이들 결과를 결합함으로써 구할 수 있는데 본 절에서는 이러한 두 모듈 각각의 정위치 해석하는 구해졌다고 가정하고 이들 두 모듈의 정위치 해석해 결과를 활용하여 전체 6 자유도 메카니즘의 정위치 해석해를 구하는 방법에 대해 간략하게 그 과정만을 기술한다.

먼저 평면형 모듈과 공간형 모듈 각각의 기준 좌표계에 관한 각 모듈의 출력위치 벡터를 각각 다음과 같이 정의한다:

$$\vec{R}_m^{(b)} = (x_m \ y_m \ z_m)^T, \quad (107)$$

$$\vec{R}_t^{(m)} = (x_t \ y_t \ z_t)^T. \quad (108)$$

평면형 모듈과 공간형 모듈의 출력방위는 각각의 기준 좌표계에 관하여 다음과 같이 표현될 수 있으므로

$$[R_b^m] = Rot(z, \gamma_m), \quad (109)$$

$$[R_t^m] = Rot(x, \alpha_t)Rot(y, \beta_t)Rot(z, \gamma_t), \quad (110)$$

전체 6 자유도 혼합형 메카니즘의 출력방위를 나타내는 회전행렬과 출력 위치벡터는 각각 아래와 같이 표현된다:

$$[R'_b] = [R_b^m][R_t^m], \quad (111)$$

$$\vec{R}_t = \vec{R}_m^{(b)} + [R_b^m]\vec{R}_t^{(m)}. \quad (112)$$

(106)과 (111)로부터 출력 방위변수  $\alpha, \beta, \gamma$ 가, 그리고 (112)로부터 출력 위치벡터  $x, y, z$ 가 각각 구해진다.

3. 역위치 해석

6 자유도 혼합형 메카니즘에 대한 역위치 해석은 전체 시스템의 출력벡터  $u = (x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma)^T$ 가 주어졌을 때 입력 관절벡터  $\phi = ({}_1d_1 \ {}_2d_2 \ {}_3d_1 \ l_1 \ l_2 \ l_3)^T$ 를 구하는 문제이다. 공간형 모듈의 출력은 6 자유도 공간에서 3 자유도를 가지므로 독립출력변수로서  $\alpha_t, \beta_t, \gamma_t$ 가 선정되

었다고 가정한다. 그러므로, 이들 독립 출력변수가 주어지면 나머지 종속 출력변수( $x_t, y_t, z_t$ )들은 모듈의 구속 관계식으로부터 구해진다. 그리고 (5)와 (111)으로부터 모듈의 출력방위는 전체 6 자유도 혼합형 메카니즘의 출력변수와 각 모듈의 출력변수로 표현하면 다음과 같다.

$$[R'_b] = Rot(z, \gamma_m)Rot(x, \alpha_t)Rot(y, \beta_t)Rot(z, \gamma_t) \quad (113)$$

$$= Rot(x, \alpha)Rot(y, \beta)Rot(z, \gamma).$$

(113)에서 각 모듈에 대한 출력방위는 네 개의 변수로 표현되었지만  $z_t = z$ 이며 II. 3절에 기술된 바와 같이  $\gamma_t$ 가  $\alpha_t, \beta_t$  그리고  $z_t$ 의 종속변수이다. (113)에서 (3, 3)에 해당하는 식은

$$c\alpha_t c\beta_t = c\alpha c\beta, \quad (114)$$

여기서 ( $i, j$ )는  $i$ 번째 행  $j$ 번째 열을 의미한다. 그리고 (113)에서 (3, 1)과 (3, 2)에 해당하는 식은 각각 다음과 같다.

$$-c\alpha_t s\beta_t c\gamma_t + s\alpha_t s\gamma_t = -c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma, \quad (115)$$

$$c\alpha_t s\beta_t s\gamma_t + s\alpha_t c\gamma_t = c\alpha s\beta s\gamma + s\alpha c\gamma. \quad (116)$$

(115)와 (116)은  $\alpha \neq 0^\circ, \beta \neq 0^\circ$ 인 경우, 다음과 같이 정리된다.

$$\tan \gamma_t = \frac{-c\alpha_t s\beta_t (c\alpha s\beta s\gamma + s\alpha c\gamma) + s\alpha_t (c\alpha s\beta c\gamma - s\alpha s\gamma)}{c\alpha_t s\beta_t (s\alpha s\gamma - c\alpha s\beta c\gamma) - s\alpha_t (c\alpha s\beta s\gamma + s\alpha c\gamma)} \quad (117)$$

그러므로, (114)와 (117), 그리고 공간형 모듈의 구속 방정식인 (47)-(52), (54)로부터  $\alpha_t, \beta_t, \gamma_t$ , 그리고 공간형 모듈의 입력벡터  $l = (l_1, l_2, l_3)^T$ 가 구해진다.  $x_t, y_t$ 는 (53)으로부터 구해진다. 한편, (113)에서 (1, 3)과 (2, 3)에 해당하는 식은

$$c\gamma_b s\beta_t + s\gamma_b s\alpha_t c\beta_t = s\beta, \quad (118)$$

$$s\gamma_b s\beta_t - c\gamma_b s\alpha_t c\beta_t = -s\alpha c\beta, \quad (119)$$

과 같이 표현되며 이 식으로부터  $\gamma_b$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\gamma_b = \text{atan2}(-s\beta_t s\alpha c\beta + s\beta s\alpha_t c\beta_t, s\beta_t s\beta + s\alpha_t c\beta_t s\alpha c\beta) \quad (120)$$

한편,  $\alpha = 0^\circ, \beta = 0^\circ$ 인 경우, (114)로부터  $\alpha_t = 0^\circ, \beta_t = 0^\circ$ 임을 알 수 있으며  $\gamma_t$ 의 값은 II. 3절에서 제시된 공간형 3 자유도모듈의 역해석으로부터 얻어진다. 그러므로,  $\gamma_b$ 의 값은 (113)에서 쉽게 알 수 있는 바와 같이  $\gamma_b = \gamma - \gamma_t$ 의 관계식으로부터 구해진다.

평면형 모듈에 대한 역위치해석은 공간형 모듈의 결과로부터 평면형 모듈의 출력변위가 각각  $x_m = x - x_t, y_m = y - y_t$ , 그리고  $\gamma_m = \gamma_b$ 로 결정되므로 III. 2절에서와 기술된 바와 같은 방법으로 입력벡터  $d = ({}_1d_1 \ {}_2d_1 \ {}_3d_1)^T$ 가 구해진다.

4. 일차 기구학 모델링

평면형 3 자유도 모듈의 출력속도벡터를 6 자유도 속도벡터인  $\dot{u}_m = (\dot{x}_m \ \dot{y}_m \ \dot{z}_m \ \dot{\omega}_{mx} \ \dot{\omega}_{my} \ \dot{\omega}_{mz})^T$ 로 표현하

자. 여기서  $\omega_{mx}, \omega_{my}, \omega_{mz}$ 는 각각 기준 좌표계의  $x_m, y_m, z_m$  축 방향에 대한 회전속도를 나타낸다. 이때 출력 속도벡터와 입력관절 속도벡터  $\dot{d} = (\dot{d}_1 \ \dot{d}_2 \ \dot{d}_3)^T$  사이의 미분관계식은 다음과 같이 표현된다:

$$\dot{u}_m = [G_d^m] \dot{d} = \begin{bmatrix} [G_d^{mt}] \\ [G_d^{mr}] \end{bmatrix} \dot{d}. \quad (121)$$

(121)에서  $[G_d^{mt}]$ 와  $[G_d^{mr}]$ 는 각각 입력 관절 속도 벡터  $\dot{d}$ 와 출력속도벡터  $\dot{u}_{mt} = (\dot{x}_m \ \dot{y}_m \ \dot{z}_m)^T$ 와 출력각속도벡터  $\dot{u}_{mr} = (\dot{\omega}_{mx} \ \dot{\omega}_{my} \ \dot{\omega}_{mz})^T$ 사이의 일차 기구학적 영향계수를 나타낸다.

한편, 평면형 3 자유도 모듈의 유동판 중앙에 위치한 국부 좌표계에 대한 공간형 3 자유도 모듈의 출력 속도 벡터를  $\dot{u}_f = (\dot{x}_f \ \dot{y}_f \ \dot{z}_f \ \dot{\alpha}_f \ \dot{\beta}_f \ \dot{\gamma}_f)^T$ 라 할 때 출력 변수 벡터와 입력 관절 속도 벡터  $\dot{i} = (i_1 \ i_2 \ i_3)^T$ 사이의 미분 관계식은 다음과 같이 표현된다:

$$\dot{u}_f = [G_f^i] \dot{i} = \begin{bmatrix} [G_f^{fi}] \\ [G_f^{fr}] \end{bmatrix} \dot{i}. \quad (122)$$

(122)에서  $[G_f^{fi}]$ 와  $[G_f^{fr}]$ 는 각각 입력 관절 속도 벡터  $\dot{i}$ 과 출력 속도 벡터  $\dot{u}_{fi} = (\dot{x}_f \ \dot{y}_f \ \dot{z}_f)^T$ 와 출력 오일러 각속도 벡터  $\dot{u}_{fr} = (\dot{\alpha}_f \ \dot{\beta}_f \ \dot{\gamma}_f)^T$ 사이의 자코비안을 나타낸다. 공간형 모듈의 기준좌표계에 대한 출력 각속도 벡터를  $\dot{u}_{fr} = (\dot{\omega}_{fx} \ \dot{\omega}_{fy} \ \dot{\omega}_{fz})^T$ 라 하자. 이때 오일러 rate 벡터와 절대 각속도 벡터 사이의 관계식은

$$\dot{u}_{fr} = [E_{\alpha\beta\gamma}] \dot{u}_{fr} \quad (123)$$

으로 표현되며 여기서

$$[E_{\alpha\beta\gamma}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & s\beta_t \\ 0 & c\alpha_t & -s\alpha_t c\beta_t \\ 0 & s\alpha_t & c\alpha_t c\beta_t \end{bmatrix}. \quad (124)$$

그러므로,  $\dot{u}_f = (\dot{x}_f \ \dot{y}_f \ \dot{z}_f \ \dot{\omega}_{fx} \ \dot{\omega}_{fy} \ \dot{\omega}_{fz})^T$ 와  $\dot{d}$ 사이의 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{u}_f = [G_f^i] \dot{i} = \begin{bmatrix} [G_f^{fi}] \\ [G_f^{fr}] \end{bmatrix} \dot{i}, \quad (125)$$

여기서

$$[G_f^{fr}] = [E_{\alpha\beta\gamma}] [G_f^{fr}]. \quad (126)$$

(121)과 (125)로부터 전체 시스템의 출력 속도 벡터  $\dot{u} = (\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \dot{\omega}_x \ \dot{\omega}_y \ \dot{\omega}_z)^T$ 와 입력 속도 벡터  $\dot{\phi} = (\dot{d}^T \ i^T)^T$  사이의 관계식은 다음과 같이 구할 수 있다:[17]

$$\dot{u} = [G_\phi^u] \dot{\phi}, \quad (127)$$

여기서

$$[G_\phi^u] = \left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{d}} \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{i}} \right], \quad (128)$$

$$\left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{d}} \right]_{:n} = \begin{bmatrix} [G_d^{mr}]_{:n} \times \vec{R}_t + [G_d^{mt}]_{:n} \\ [G_d^{mr}]_{:n} \end{bmatrix}, \quad (129)$$

$$\left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{i}} \right]_{:n} = \begin{bmatrix} ([R_b^{mr}] [G_f^{fr}]_{:n}) \times (\vec{R}_t - \vec{R}_m) + [R_b^{mr}] [G_f^{fi}]_{:n} \\ [R_b^{mr}] [G_f^{fr}]_{:n} \end{bmatrix}. \quad (130)$$

5. 혼합형 메카니즘의 기구학 특성 분석

본 절에서는 3-PPR 3-PSP형 6 자유도 혼합형 메카니즘의 작업 공간의 크기와 기구학 특성을 입출력 속도 전달비를 나타내는 자코비안의 등방성 지수를 통하여 조사한다. 다음의 모든 시뮬레이션에서는 편의상 평면형 모듈의 반경  $B_r$ 과 공간형 모듈의 하판 반경  $M_r$ 이 각각 단위 값을 갖는다고 가정하였다. 그리고 메카니즘이 대칭을 이루도록 평면형 모듈의 상판의 인자를 다음과 같이 설정하였다:

$${}_1d_3 = {}_2d_3 = {}_3d_3 = l. \quad (131)$$

그림 11(a)-(b)는 공간형 모듈의 설계인자 중  $\theta = 90^\circ$ 인 경우의 3-PPR 3-PSP형 6 자유도 혼합형 메카니즘에 대한 작업공간의 크기 및 기구학적 등방성 지수를 나타내는 그림이다. 그리고 평면형 모듈의 설계인자값들은 각각  $\gamma = -45^\circ, \ i\gamma_b = 90^\circ, \ i\gamma_2 = -90^\circ, \ l = 0.3$ 로 고정하였으며 그림 11(a)의 경우에  $\alpha = \beta = \gamma = 0^\circ, \ z = 1.5$ , 그리고 그림 11(b)의 경우는  $\alpha = \beta = \gamma = 0^\circ$ , 그리고  $y = 0$ 으로 각각 고정하였다. 그리고 평면형 모듈의 미끄럼 입력관절의 행정거리는  $-0.3 \leq d_i \leq 1.7$ 로 제한하였으며 공간형 모듈의 경우는 각 미끄럼 입력관절의 행정범위를  $1.0 \leq l_i \leq 2.0 (i = 1, 2, 3)$ 로 제한하였다.

제시된 혼합형 6 자유도 시스템의 성능을 분석하기 위하여 6 자유도 Stewart 메카니즘의 성능과 비교하고자 한다. 그림 12는 일반적인 스튜워트 플랫폼형 메카니즘을 나타내며, 기본적인 구조는 상판과 하판, 그리고 상판과 하판을 연결하는 6개의 미끄럼 관절로 구성되어있다. 그림 13a)-13b)는 스튜워트 플랫폼형 메카니즘의 작업공간의 크기 및 기구학적 등방성 지수를 나타내는 그림이다. 사용된 설계인자들의 값을 요약하면 다음과 같

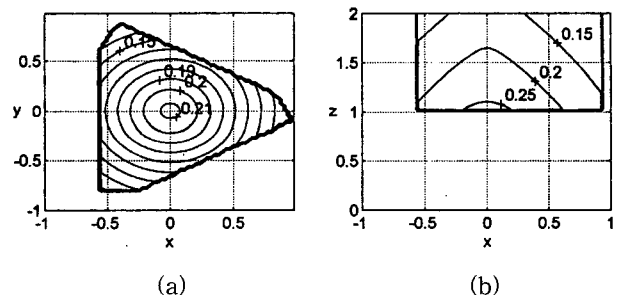


그림 11. 3-PPR 3-PSP형 6자유도 혼합형 메카니즘의 등방성지수 :  $\theta = 90^\circ, \ i\gamma_b = 90^\circ, \ i\gamma_2 = -90^\circ, \ l = 0.3$  : (a)  $x-y$  평면, (b)  $x-z$  평면

Fig. 11. Isotropic index of 3-PPR 3-PSP type 6 D.O.F. hybrid mechanism when :  $\theta = 90^\circ, \ i\gamma_b = 90^\circ, \ i\gamma_2 = -90^\circ, \ l = 0.3$  : (a)  $x-y$  plane, (b)  $x-z$  plane.

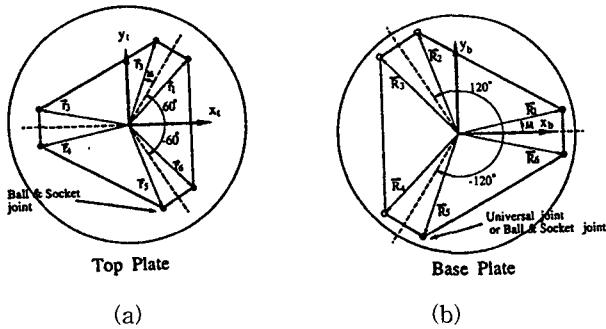
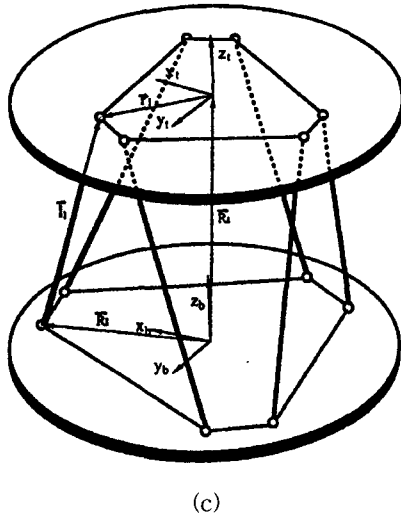


그림 12. Stewart platform 메카니즘 : (a) 상판 (b) 하판 (c) 전체 시스템  
 Fig. 12. A Stewart platform mechanism : (a) top plate (b) bottom plate (c) whole system



다[18].  $R$ 과  $r$ 은 각각 하판과 상판의 반경을 나타내며 1.0과 0.25로 가정하였다. 그리고 각 미끄럼 관절의 행정범위는  $1 \leq l_i \leq 2$ 로 제한하였으며 상판에 고정된 3자유도 회전관절의 위치를 나타내는 오프셋 각  $\mu$ 는  $2^\circ$ 를 사용하였다. 마지막으로 출력위치  $z$ 와 출력방위각( $\alpha, \beta, \gamma$ )은 각각 1.1과  $0^\circ, 0^\circ, 0^\circ$ 으로 고정하였다. Stewart 시스템에서도 3 자유도 회전관절의 허용 회전각( $\psi_{max}$ )의 범위는 제한하지 않았다.

그림 11(a)-(b)와 그림 13(a)-(b)를 비교해 보면 스텔워드 메카니즘이 3-PPR 3-PSP형 6 자유도 혼합형 메카니즘에 비해 다소 넓은 작업공간을 가지는 것으로 나타나지만 등방성 지수의 측면에서 작업영역의 크기를 비교하게 되면 전반적으로 Stewart platform보다는 3-PPR 3-PSP형 6 자유도 혼합형 메카니즘이 크다는 것을 알 수 있다. 즉, 그림 11(a)과 그림 13(a)에서 등고선 위에 표시된 등방성지수 값이 큰 영역의 크기를 비교할 때 제안된 혼합형 메카니즘의 성능이 스텔워드 플랫폼보다는 보다 넓은 작업영역안에서 우수한 등방성 특성을 가진다는 것을 알 수 있다. 한편, 제시된 혼합형 6 자유도 매니플레이터 시스템의 각 모듈의 설계인자 값을 적절히 조절하는 경우 보다 큰 크기의 작업공간을 가진다는 것을 시뮬레이션을 통하여 확인할 수 있었다.

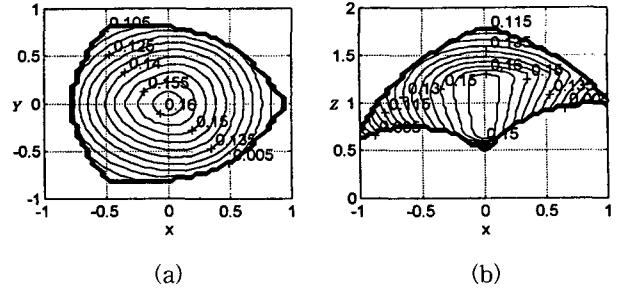


그림 13. Stewart platform의 등방성 지수 : a) x-y 평면 b) x-z 평면  
 Fig. 13. Isotropic index of a Stewart platform : a) x-y plane b) x-z plane

V. 결론

본 논문에서는 새로운 3 자유도 공간형 메카니즘이 제안되었으며 위치해석과 일차 기구학 해석이 기술되었다. 시뮬레이션을 통하여, 메카니즘의 작업공간의 크기와 기구학적 특성에 관하여 조사하였으며, 메카니즘이 작업공간과 기구학 특성에서 두 개의 회전변수( $\alpha, \beta$ )와 하나의 병진변수( $z$ )가 독립출력변수로 선정되었을 때 가장 효율적인 것을 보였다. 결론적으로, 본 논문에서 제안한 공간형 3 자유도 모듈의 장점을 요약하면 다음과 같다: 메카니즘은 1) 병렬구조로 인하여 고정밀성을 유지할 수 있다, 2) 단일한 정위치 해석해를 가지고 있으므로 실시간 제어(특히,  $\theta=90^\circ$ 인 경우)에 매우 효과적이며, 3) 다 자유도 로봇의 모듈로서 활용될 수 있는 우수한 특성을 가지고 있다.

또한, 이러한 공간형 3자유도 메카니즘을 모듈로서 활용하는 혼합형 매니플레이터 시스템에 대한 해석 및 특성분석이 수행되었다. 먼저 3-PPR형 평면형 모듈과 3-PSP형 공간형 모듈로 구성된 6 자유도 혼합형 메카니즘을 제시하고, 이러한 6 자유도 혼합형 메카니즘의 정위치 해석해와 역위치해를 구하는 방법에 대하여 기술하였다. 그리고 제시된 혼합형 메카니즘의 기구학적 특성을 알아보기 위하여 작업공간의 크기 및 등방성 지수를 살펴 보았다. 또한, Stewart platform과의 비교분석을 수행하였으며 본 논문에서 제시된 혼합형 메카니즘이 작업공간의 크기나 기구학적 등방성지수 특성측면에서 Stewart platform보다 우수한 특성을 가지고 있다는 것을 확인할 수 있었다.

한편, 제안된 혼합형 메카니즘에 사용된 평면형 모듈은 정위치 해석해와 역위치 해석해를 가지고 있으며 공간형 모듈의 경우 정위치 해석해를 가지고 있으나 역위치 해석해는 없다. 그러나, 메카니즘의 설계인자  $\theta$ 가  $90^\circ$ 인 경우에 역위치 해석은 네 개의 방정식으로 표현되므로 쉽게 구할 수 있다. 그러므로, 본 논문에서 제시한 6 자유도 혼합형 메카니즘의 경우 정위치 해석해가 존재함으로 넓은 작업공간이나 우수한 기구학적 특성이 의외로 실시간 작업을 수행함에 있어 계산하중을 감소시키거나 정확한 위치제어를 수행할 수 있는 장점이 있다. 결론적으로, 제시된 6 자유도 혼합형 메카니즘에 대한

최적화 설계를 수행하는 경우 보다 우수한 성능을 가진 메카니즘의 구현이 가능할 것이다.

끝으로, 혼합형 메카니즘은 두 개의 3자유도 모듈로 구성되어 있으며 이로 인해 각 모듈의 특이형상을 독립적으로 조사할 수 있으므로 특이형상의 분석도 매우 용이하다. 본 논문에서는 제시된 새로운 3-PSP형태의 공간형 3 자유도 메카니즘이 가지는 두 개의 특이형상을 제시하였으며 이러한 연구에 이어 평면형 3 자유도 모듈을 비롯한 다른 다양한 형태의 모듈들의 특이형상에 관한 분석이 수행중에 있다.

#### 참고문헌

- [1] D. Tesar and M. Butler, "A generalized modular architecture for robot structures," *ASME Manufacturing Review*, vol. 2, no. 2, pp. 91-117, 1989.
- [2] W. K. Chung, et al., "Task based design of modular robot manipulator using efficient genetic algorithm," *'97 IEEE Int'l Conf. on Robotics and Automation*, pp. 507-512, 1997.
- [3] J. P. Merlet, "Closed-form resolution of the direct kinematics of parallel manipulators using extra sensors data," *Proc. of IEEE Int'l Conf. on robotics and automation*, vol. 1, pp. 200-204, 1993.
- [4] 김희국, 이병주, "병렬형 3자유도 구형 모듈의 해석과 힘반영 원격조종기구의 구현," 대한기계학회 논문집 제18권, 제10호, pp. 2501-2513, 1994.
- [5] K. M. Lee and D. K. Shah, "Kinematic analysis of a three degrees of freedom in-parallel actuated manipulator," *Proc. IEEE Int'l conf. of Robotics and Automation*, pp. 345-350, 1987.
- [6] K. M. Lee and D. K. Shah, "Dynamic analysis of a three-degrees-of-freedom in-parallel actuated manipulator," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol. 4, no. 3, June, pp. 361-367, 1988.
- [7] Z. Mingayng, Gui Tong, Chao Ge, Li Qunming and Tan Dalong, "Development of a redundant robot manipulator based on three DOF parallel platforms," *IEEE Int'l Conf. on Robotics and Automation*, pp. 221-226, 1995.
- [8] J. P. Merlet, "Direct kinematics of planar parallel manipulators," *Proc. IEEE int'l conf. on robotics and automation*, vol. 1, pp. 3744-3749, 1996.
- [9] Y. K. Byun and H. S. Cho, "Analysis of a novel 6 DOF 3-PPSP parallel manipulator," *Int'l Journal of Robotics Research*, vol. 16, no. 6, pp. 859-872, 1997.
- [10] S. Kim, "Operational quality analysis of parallel manipulators with actuation redundancy," *'97 IEEE Int'l Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2651-2656, 1997.
- [11] W. K. Chung, et. al., "Geometrical approach for the workspace of a 6-DOF parallel manipulators," *'97 IEEE Int'l conf. on Robotics and Automation*, pp. 2986-2991, 1997.
- [12] H. S. Cho, J. H. Shim, J. Y. Park, D. S. Kwon and S. Kim, "Kinematic design of a six degree-of-freedom in parallel manipulator for probing task," *'97 IEEE Int'l Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2967-2973, 1997.
- [13] 이병주, 김희국, "고장에 강인한 구형 3자유도 모듈에 관한 기구학적 해석," 대한기계학회 논문집, 제 18권, 제11호, pp. 2846-2859, 1994.
- [14] K. H. Hunt, *Kinematic Geometry of Mechanisms*, Clarendon Press. Oxford, 1978.
- [15] J. Angeles and C. Lopez-Cajun, "Kinematic isotropy and the conditioning index of serial robotic manipulators," *Int'l Journal of Robotics Research*, 1992.
- [16] B. Y. Yi and W. K. Kim, "On the optimal design of redundantly actuated 4-legged six degree of freedom manipulator," *KSME Journal*, vol. 8, no. 4, pp. 385-403, 1994.
- [17] M. Sklar and D. Tesar, "Dynamic analysis of hybrid serial manipulator systems containing parallel modules," *ASME Trans. Journal of Mech. Trans. and Automation in Design*, 1984.
- [18] W. K. Kim, K. K. Huh, and B. J. Yi, "Kinematic/dynamic optimal design of a stewart platform mechanism," *Journal of Control, Automation and Systems Engineering*, vol. 2, no. 1, March, pp. 45-52, 1996.

#### 부록

(39)의 첫 번째와 두 번째행에 해당하는 식은 각각 벡터  $z_i = (r_{13} \ r_{23} \ r_{33})^T$ 의  $r_{13}$ 와  $r_{23}$  요소의 관계식을 나타내며 변수  $\alpha, \beta, l_1, l_2, l_3$ 의 함수로 표현되므로, 이 두 식을 시간에 미분한 후  $\dot{\alpha}, \dot{\beta}$  그리고 입력변수 속도벡터  $\dot{i}$ 에 관하여 행렬식으로 정리하면 다음과 같다:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = [G_i^{ab}] \begin{bmatrix} \dot{l}_1 \\ \dot{l}_2 \\ \dot{l}_3 \end{bmatrix}, \quad (A.1)$$

여기서 행렬  $[G_i^{ab}]$ 의 각 요소들의 표현식은 간단한 미분 과정을 따르면 구해질 수 있으므로 여기서는 생략한다.

한편 (47)-(48), (50)-(51)은 변수  $r = (r_1, r_2, r_3)$ ,  $\mu = (\alpha, \beta, \gamma)$ , 그리고  $l = (l_1, l_2, l_3)$ 에 관한 관계식으로 이 식들을 바로 미분한 후 (A.1)을 결과식에 대입하여 정리하면 다음과 관계식이 얻어진다.

$$[A] \begin{bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} \dot{l}_1 \\ \dot{l}_2 \\ \dot{l}_3 \end{bmatrix} \quad (A.2)$$

(A.2)의 양변에  $[A]^{-1}$  곱하여 정리하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = [G_i^{rr}] \begin{bmatrix} \dot{l}_1 \\ \dot{l}_2 \\ \dot{l}_3 \end{bmatrix} \quad (A.3)$$

여기서

$$[G_i^{rr}] = [A]^{-1} [C]. \quad (A.4)$$

(A.1)과 (A.3)를 합하면 벡터  $(r, \mu)$ 와 입력벡터  $l$ 사이의 속도관계식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\mu} \end{bmatrix} = [G_i^{r\mu}] \dot{l} \quad (A.5)$$

여기서

$$[G_i^{r\mu}] = \begin{bmatrix} [G_i^{a\beta}] \\ [G_i^{r\gamma}] \end{bmatrix}, \quad (A.6)$$

이 식은 다시 변수  $a, \beta, \gamma$ 와  $r_1, r_2, r_3$ 에 대하여 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

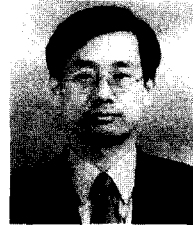
$$[G_i^{r\mu}] = \begin{bmatrix} [G_i^r] \\ [G_i^\mu] \end{bmatrix}. \quad (A.7)$$



김 희 국

1980년 고려대학교 기계공학과 졸업 (공학사). 텍사스 주립대(오스틴) 기계공학과 석사(1985), 동대학원 박사(1990). 1991년-현재 고려대학교 제어계측공학과 부교수. 관심분야는 로봇 공학(여유자유도/잉여구동 로봇시

스템, 로봇 메카니즘설계 및 해석, 로봇 말단효과장치, 원격로봇시스템, 모빌로봇/보행로봇), 제어( $H_\infty$  제어, LMI, fuzzy 제어).



이 병 주

1981년 한양대학교 기계공학과 졸업 (공학사). 텍사스 주립대(오스틴) 기계공학과 석사(1986), 동대학원 박사(1991). 1992년-1995년 한국기술교육대학 제어기계공학과 조교수. 1995년-현재 한양대학교 전자컴퓨터공학부

부교수. 관심분야는 biomechanical system modeling and analysis, parallel/multiple arm and multifingered hands design and control, haptic interface, 여유자유도/여유구동 로봇 시스템, mobile robot design.