

인코더 트레일러를 이용한 이동로봇의 위치 추정

Position Estimation of Wheeled Mobile Robot using Encoder Trailer

최종석, 김병국

(Jong-Suk Choi, and Byung-Kook Kim)

Abstract : To measure the accurate position of mobile robot, dead-reckoning method using the encoder attached to each wheel is conventionally used, since it is easy to compute and inexpensive to develop. However, that method is useless when slip occurs and error is accumulated with time. This paper proposes a position estimation method using encoder trailer composed of 2 encoders only(ET-2). This method provides accurate position information even when slip occurs, and can reduce accumulated error if we select the proper link lengths of encoder trailer. Experimental results show the performance of ET-2 when slip occurs. Finally, accumulated systematic error from encoder resolution is analyzed in comparison with an existing method with encoder trailer composed of 3 encoders. (As a matter of convenience, we will call the existing encoder trailer 'ET-3')

Keywords : dead-reckoning, encoder trailer, position estimation, systematic accumulated error analysis

I. 서론

이동로봇이 올바른 주행을 하기 위해서는 현재 자신의 위치를 정확히 추정할 수 있어야 한다. 이동로봇의 위치추정 방법은 크게 절대적인 방법과 상대적인 방법의 두가지로 나눌 수 있다. 절대적 위치추정 방법은 누적오차가 없어서 시간에 관계없이 신뢰성 있는 위치추정을 수행하게 되고 상대적 위치추정 방법은 비교적 간단하고 단시간 내에서는 정확한 위치추정이 가능하다. 전자로는 인공위성을 이용한 GPS[2], 초음파 센서등을 이용한 map-matching 기법[3] 등을 들 수 있고, 후자로는 모터 인코더나 속도계를 이용한 dead-reckoning 방법, 인코더 트레일러를 이용한 위치추정 방법[4][5] 등을 들 수 있다. GPS의 경우 실내에서는 구현하기 힘들고 정확도가 크게 떨어지며, 초음파 센서를 이용하는 경우 계산량이 많아 처리속도가 느리고 환경을 미리 알아야 한다는 단점이 있다. 이동로봇의 위치추정 방법으로서 흔히 사용되는 것은, 계산하기 쉽고 구현하기에도 저렴한 dead-reckoning 방법이다. 그러나 이 방법의 큰 문제점은 바퀴에 미끄러짐이 일어날 경우 큰 오차가 발생하여 전혀 소용이 없게 되고 또한 정상적인 경우에도 오차가 누적되어 시간이 지남에 따라 신뢰도가 떨어진다는 단점이 있다. Borenstein[4][5]은 2개의 이동로봇과 이들을 연결하는 링크로써 각각의 로봇 위치를 측정하는 연구를 하였고 이를 응용하여 한 개의 로봇뒤에 인코더 트레일러를 설치하여 로봇의 위치를 파악하는 연구를 하였다[6]. 그러나 인코더 트레일러를 만들기 위해 3개의 인코더가 필요하고¹⁾ 트레일러 크기가 커지면, 인코더의 정밀도 한계로부터 생기는 오차가 커질 우려가 있다.

본 연구에서는 2개의 인코더로써 인코더 트레일러²⁾를 구성하여 이로부터 이동로봇의 위치를 추정하는 방법을 제시하고 적절한 설계를 통하여 누적 오차를 줄일 수 있

음을 보인다. II장에서 이동로봇 및 인코더 트레일러의 구조를 설명하고 III장에서 ET-2²⁾를 이용하여 이동로봇의 위치를 추정하는 방법을 제시하고 이를 이용하여 IV장에서 이동로봇의 주행시 바퀴에 미끄러짐이 있는 경우 제시한 방법의 성능평가를 실험을 통해 보이며, 마지막으로 인코더 정밀도 한계로부터 발생하는 오차의 분석을 통해 기존의 ET-3에 대한 ET-2의 우수성을 보인다.

II. 이동로봇 및 인코더 트레일러(ET-2)의 구조

이동로봇 및 인코더 트레일러(ET-2)의 구조를 그림 1에 나타내었다. 이동로봇은 양쪽 바퀴가 로봇의 무게중심을 두고 대칭으로 되어 있고 양쪽 모터에 부착된 인코더의 정보를 이용하여 통상적인 dead-reckoning을 수행

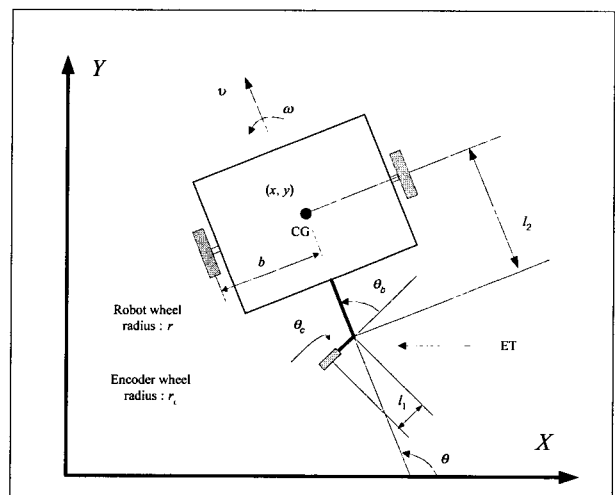


그림 1. 이동로봇 및 인코더 트레일러(ET-2).

Fig. 1. Mobile robot and encoder trailer (ET-2).

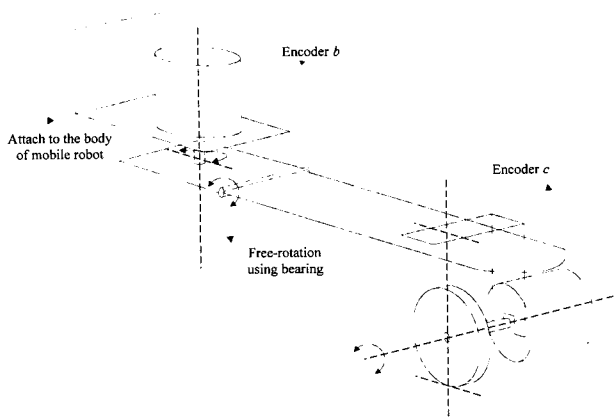


그림 2. ET-2의 세부 구조.
Fig. 2. The full structure of ET-2.

한다. 즉, 양쪽 바퀴의 각속도(w_r, w_l)로부터 이동로봇의 선속도(v)와 각속도(w)를 알아내고 최종적으로 로봇의 위치(x, y) 및 각도(θ)를 알아낸다.

본 연구에서는 이동로봇의 선속도와 각속도를 알아내기 위하여 로봇에 포함되어 있는 모터 인코더를 이용하는 것이 아니라, 그림 2와 같이 독립적으로 설계된 인코더 트레일러 ET-2를 이용하고자 한다. 인코더 트레일러는 이미 완성되어 있는 어떤 로봇이라도 후미에 부착만 하면 되기 때문에 로봇과 동시에 설계할 필요가 없다는 장점이 있고 따라서 범용적이다. 또한 로봇의 위치 추정을 위해서 필요한 인코더의 최소갯수인 2개만으로 인코더 트레일러를 구성하여 하드웨어면에서 간소화 시켰다. ET-2에 사용된 인코더는 2개의 작고 정밀한 인코더로서 1개는 링크 l_1 의 회전각(θ_b)을 측정하고 나머지 1개는 작은 보조 바퀴를 부착하여 그 바퀴가 회전한 각도(θ_c) 및 각속도(w_c)를 측정해서 이를 이용하여 로봇의 위치를 추정한다. 이동로봇의 본체 바퀴의 경우 가속 및 감속시에 미끄러짐이 일어날 확률이 높지만 ET-2의 보조 바퀴는, 힘을 능동적으로 전달하는 부분이 아니기 때문에 가속 및 감속시에 미끄러짐이 일어날 확률이 매우 낮다. 이는 일반적으로 동력을 전달하는 바퀴(driving wheel)보다 그렇지 않은 바퀴(passive wheel or non-driving wheel)의 경우 slip이 현저하게 적다고 할 수 있기 때문이다. 예로써 F. Gustafsson[7]의 논문에서와 같이 타이어의 slip을 구하기 위해 non-driving wheel의 속도정보를 실제 속도정보로 사용하고 있다. 또한 인코더 b 와 인코더 c 사이에 베어링을 이용하여 인코더 c 가 상하로 자유롭게 움직이도록 하였기 때문에 불규칙한 지면에서도 인코더 c 에 부착된 바퀴가 중력에 의해 바닥에 항상 접촉하게 되므로 미끄러짐을 최소화 시킬 수 있다. 본 연구에 사용된 이동로봇을 $1m/s^2$ 의 가속으로 0.5m주행 후, 다시 $1m/s^2$ 의 감속으로 0.5m 직선 주행하는 과다한 가속 주행의 경우 실제 이동거리 및 주 바퀴에 부착된 인코더 정보를 비교한 결과 평균 8.0mm의 오차를 보이는 반면, 보조 바퀴 정보의 경우 평균 1.5mm의 오차가 발생하였다. 이는 보조 바퀴의 미끄러짐이 거의 없음을

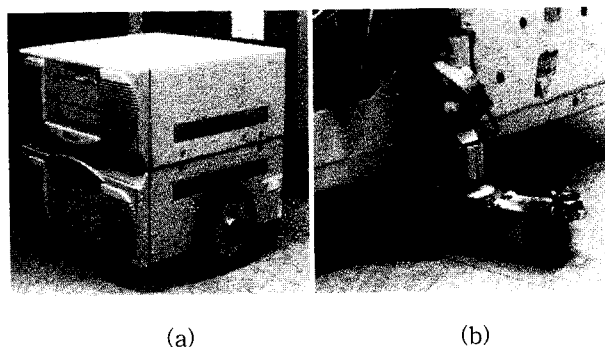


그림 3. 이동로봇과 ET-2의 사진.
Fig. 3. The picture of mobile robot and ET-2.

나타낸다고 할 수 있다. 그림 3은 실제 제작한 이동로봇과 ET-2의 사진이다.

III. 인코더 트레일러를 이용한 위치 추정

ET-2의 보조 바퀴에서의 2가지 constraint equation을 다음과 같이 세울 수 있다

1. Pure rolling condition(바퀴가 회전하는 방향으로 미끄러짐 없이 구르기만 한다)

$$(\cos \theta_b)v + (l_2 \sin \theta_b)w = r_c w_c \tag{1}$$

여기서

- v : 이동로봇의 선속도
- w : 이동로봇의 회전각속도
- w_c : Encoder c 의 각속도

2. Non slipping condition(바퀴가 회전해 나가는 방향의 수직 방향으로 미끄러짐이 없다)

$$(-\sin \theta_b)v + (l_1 + l_2 \cos \theta_b)w = l_1 w_b \tag{2}$$

여기서

- w_b : Encoder b 의 각속도

3. 보조 바퀴에서의 미끄러짐은 무시할 정도로 작다.(II장에서 설명한 바와 같이 베어링을 사용하여 인코더 c 에 부착된 바퀴가 항상 바닥에 밀착할 수 있도록 하였다.)

(1)과 (2)의 constraint equation으로부터 다음과 같이 이동로봇의 v, w 를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} v &= \frac{(l_1 + l_2 \cos \theta_b)r_c w_c - l_1 l_2 w_b \sin \theta_b}{l_2 + l_1 \cos \theta_b} \\ w &= \frac{r_c w_c \sin \theta_b + l_1 w_b \cos \theta_b}{l_2 + l_1 \cos \theta_b} \end{aligned} \tag{3}$$

위와 같은 방법으로 얻어진 k 번째 선속도 및 각속도를 v_k, w_k 라 하고 샘플링 타임을 T_s , 초기 위치 및 각도를 각각 x_0, y_0, θ_0 라 하면 n step 후의 이동로봇의 위치 및 각도는 (4)와 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} x_n &= x_0 + \sum_{k=0}^{n-1} \Delta S_k \cos \theta_k \\ y_n &= y_0 + \sum_{k=0}^{n-1} \Delta S_k \sin \theta_k \\ \theta_n &= \theta_0 + \sum_{k=0}^{n-1} \Delta \theta_k \end{aligned} \tag{4}$$

여기서

$$\Delta S_k = v_k T_s, \quad \Delta \theta_k = w_k T_s$$

IV. 실험

ET-2의 성능을 검토하기 위해 그림 4와 같은 경로로 이동로봇 주행 실험을 하였다. 우선 30cm 직선주행을 하고 반지름이 23cm인 원호를 90°만큼 회전주행 한 후 이를 4번 반복하여 모서리가 완만한 사각형 모양의 경로를 계획하였고 출발시에 왼쪽 바퀴에 강제적으로 미끄러짐을 가함으로써(왼쪽 바퀴 밑에 OHP film을 겹으로 끼워서 가속시에 미끄러짐 발생 유도) 미끄러짐 발생시의 ET-2의 성능효과를 보이하고자 하였다. 여기에 사용한 제어구치는 primary and secondary control로서, 이동로봇의 동역학 모델을 이용하여 primary controller를 구현하고 PD를 사용하여 secondary controller를 구현하였다.

그림 5는 출발 시에 미끄러짐을 일으켜 사각형 모양의 경로를 1바퀴 주행시키되 같은 실험을 3번 반복하여 최종 위치의 오차(원점으로부터의 거리)를 측정된 값을 그래프로 나타낸 것이고 그림 6은 2바퀴 주행시의 결과

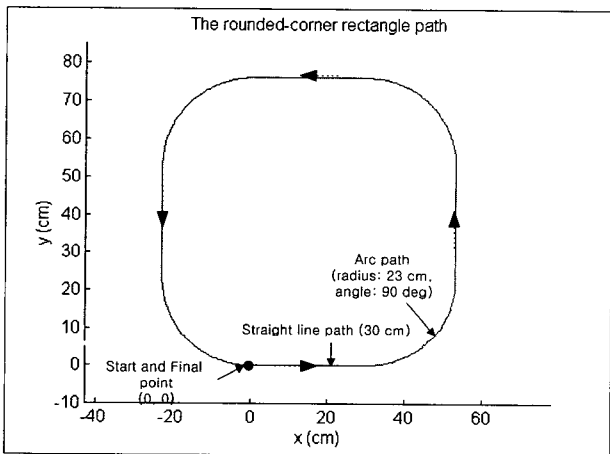


그림 4. 모서리가 완만한 사각형 모양의 경로.
Fig. 4. Rounded-corner rectangular path.

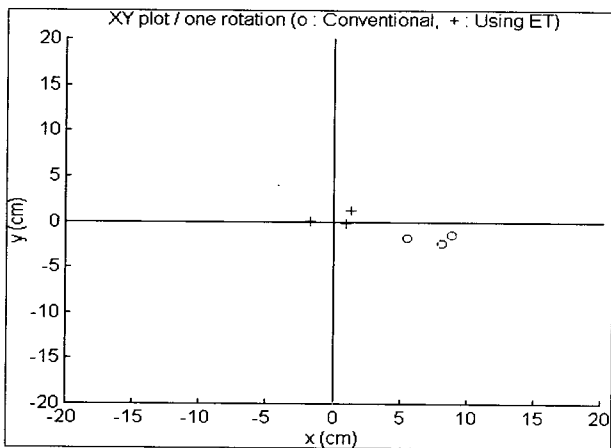


그림 5. 1바퀴 주행시의 최종 오차 측정값.
Fig. 5. The error of final position in one rotation.

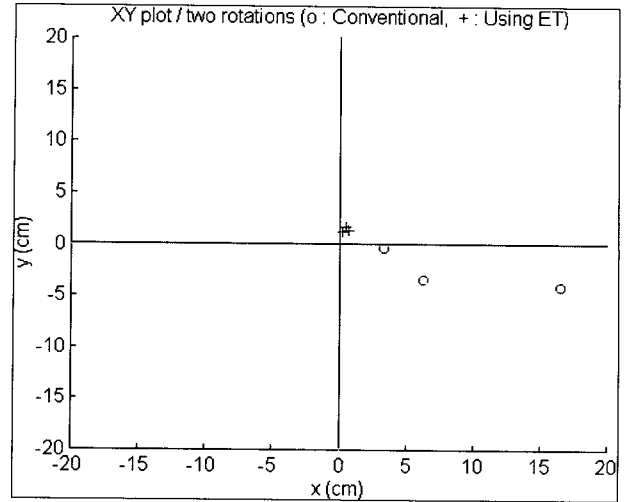


그림 6. 2바퀴 주행시의 최종 오차 측정값.
Fig. 6. The error of final position after two rotations.

표 1. 최종 위치 오차 비교.

Table 1. Comparison of the error of final position.

	Conventional (a)	Using ET (b)	Comparison (a)/(b)
1-rotation	7.82 (cm)	1.50 (cm)	5.21
2-rotations	9.25 (cm)	1.52 (cm)	6.09

를 나타낸 것이다. 1바퀴 주행 시 모터에 부착된 인코더를 이용한 conventional dead-reckoning 방식은 평균 7.82cm, ET-2를 이용한 위치 추정 방식은 평균 1.50cm의 오차를 나타내어서 ET-2를 이용한 경우가 5.2배 정확하였고 2바퀴의 경우에는 역시 ET-2를 이용한 경우가 6.1배 정확하였음을 알 수 있다(표 1).

V. 오차 분석

작고 정밀한 인코더 트레일러를 사용하여 이동로봇 미끄러짐 시에도 보다 정확한 위치추정을 할 수 있지만 인코더 자체에 정밀도의 한계가 있으므로 이로부터 누적되는 오차는 불가피하다. 물론 작고 정밀한 만큼 누적 오차도 크지 않을 것이며 인코더 트레일러의 링크 길이를 적절히 조절하여 누적 오차를 줄일 수 있다. 이 장에서는 이러한 인코더 정밀도 한계로부터 발생하는 누적오차의 정량적 분석을, ET-2와 ET-3의 비교를 통해 알아보고 아울러 이 오차를 줄일 수 있는 인코더 트레일러의 설계를 제시한다.

1. ET-2

II, III장에서 그림 1과 같은 ET-2의 위치 추정은 (4)와 같은 과정을 통해 얻어짐을 밝힌 바 있다. 이 위치 추정 과정에서 각 샘플링 타임마다 인코더 정밀도 한계로부터 $\Delta S_k, \Delta \theta_k$ 에 오차가 발생할 수 있다. 이 오차 성분을 각각 $\delta S_k, \delta \theta_k$ 라고 하고, 초기 위치를 (x_0, y_0) 라 하면 n-step 후의 이동로봇의 최종 위치추정 결과는 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x_n' &= x_0 + \sum_{k=0}^{n-1} (\Delta S_k + \delta S_k) \cos(\theta_k + \sigma\theta_k) \\ y_n' &= y_0 + \sum_{k=0}^{n-1} (\Delta S_k + \delta S_k) \sin(\theta_k + \sigma\theta_k) \\ \theta_n' &= \theta_n + \sigma\theta_n, \quad \sigma\theta_n = \sum_{k=0}^{n-1} \delta\theta_k \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 각 오차성분의 크기는 (6)과 같이 제한 됨을 알 수 있다(부록 A. 참조).

$$\begin{aligned} |\delta S_k| &\leq \frac{2\pi(r_c + l_1)}{N}, \quad |\delta\theta_k| < \frac{2\pi\sqrt{r_c^2 + l_1^2}}{Nl_2} \\ |\sigma\theta_n| &= \left| \sum_{k=0}^{n-1} \delta\theta_k \right| < \frac{2n\pi\sqrt{r_c^2 + l_1^2}}{Nl_2} \end{aligned} \quad (6)$$

N : pulses/revolution of encoder

따라서 n step후의 최종 위치 오차는 (5)에서 (4)를 뺀 결과이므로 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x_e &\doteq x_n' - x_n \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} \Delta S_k [\cos(\theta_k + \sigma\theta_k) - \cos\theta_k] \\ &\quad + \sum_{k=0}^{n-1} \delta S_k \cos(\theta_k + \sigma\theta_k) \\ y_e &\doteq y_n' - y_n \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} \Delta S_k [\sin(\theta_k + \sigma\theta_k) - \sin\theta_k] \\ &\quad + \sum_{k=0}^{n-1} \delta S_k \sin(\theta_k + \sigma\theta_k) \\ \theta_e &\doteq \theta_n' - \theta_n = \sigma\theta_n = \sum_{k=0}^{n-1} \delta\theta_k \end{aligned} \quad (7)$$

(6)과 (7)로부터 l_1 을 작게, l_2 를 크게 설계하면 오차가 작아짐을 예상할 수 있다.

2. ET-3

3개의 인코더로 구성된 기존의 인코더 트레일러 구조는 그림 7 같으며 이 ET-3로부터 이동로봇의 위치추정식은 (8)과 같다[6].

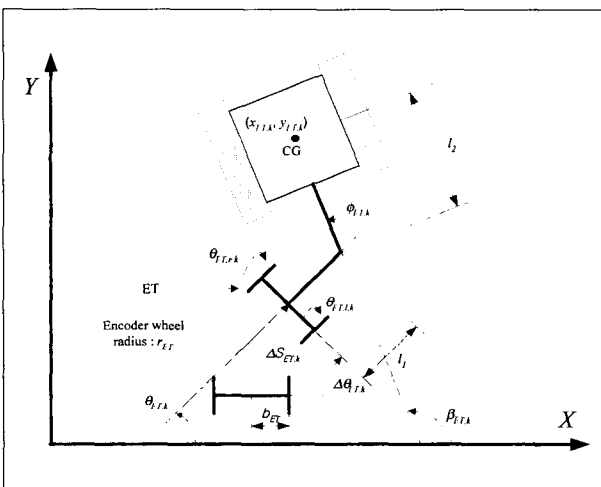


그림 7. 이동로봇 및 기존의 인코더 트레일러(ET-3).
Fig. 7. Mobile robot and existent encoder trailer (ET-3).

$$\begin{aligned} x_{ET,n} &= x_{ET,0} + \sum_{k=0}^{n-1} \Delta S_{ET,k} \cos\theta_{ET,k} \\ &\quad + l_1 \cos\theta_{ET,n-1} + l_2 \cos\beta_{ET,n-1} \\ y_{ET,n} &= y_{ET,0} + \sum_{k=0}^{n-1} \Delta S_{ET,k} \sin\theta_{ET,k} \\ &\quad + l_1 \sin\theta_{ET,n-1} + l_2 \sin\beta_{ET,n-1} \\ \beta_{ET,n} &= \theta_{ET,0} + \sum_{k=0}^{n-1} \Delta\theta_{ET,k} + \phi_{ET,n} \end{aligned} \quad (8)$$

ET-3의 경우에도 위치추정 과정에서 각 샘플링 타임마다 인코더 정밀도 한계로부터 $\Delta S_{ET,k}$, $\Delta\theta_{ET,k}$, $\phi_{ET,k}$ 에 오차가 발생할 수 있다. 이 오차 성분을 각각 δS_k , $\delta\theta_k$, $\sigma\phi_k$ 라고 하면 n step 후의 이동로봇의 최종 위치추정 결과는 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x_{ET,n}' &= x_{ET,0} + \sum_{k=0}^{n-1} (\Delta S_{ET,k} + \delta S_{ET,k}) \cos(\theta_{ET,k} + \sigma\theta_{ET,k}) \\ &\quad + l_1 \cos(\theta_{ET,n-1} + \sigma\theta_{ET,n-1}) + l_2 \cos(\beta_{ET,n-1} + \sigma\beta_{ET,n-1}) \\ y_{ET,n}' &= y_{ET,0} + \sum_{k=0}^{n-1} (\Delta S_{ET,k} + \delta S_{ET,k}) \sin(\theta_{ET,k} + \sigma\theta_{ET,k}) \\ &\quad + l_1 \sin(\theta_{ET,n-1} + \sigma\theta_{ET,n-1}) + l_2 \sin(\beta_{ET,n-1} + \sigma\beta_{ET,n-1}) \\ \beta_{ET,n}' &= \beta_{ET,n} + \sigma\beta_{ET,n}, \quad \text{where } \sigma\beta_{ET,n} = \sum_{k=0}^{n-1} \delta\theta_{ET,k} + \sigma\phi_{ET,n} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 각 오차성분의 크기는 (10)과 같이 제한 됨을 알 수 있다(부록 B. 참조).

$$\begin{aligned} |\delta S_{ET,k}| &\leq \frac{2\pi r_{ET}}{N_{ET}}, \quad |\delta\theta_{ET,k}| \leq \frac{2\pi r_{ET}}{N_{ET} b_{ET}}, \quad |\sigma\phi_{ET,k}| \leq \frac{\pi}{N_{ET, \phi}} \\ |\sigma\beta_{ET,n}| &= \left| \sum_{k=0}^{n-1} \delta\theta_{ET,k} + \sigma\phi_{ET,n} \right| \\ &\leq \frac{2n\pi r_{ET}}{N_{ET} b_{ET}} + \frac{\pi}{N_{ET, \phi}} \end{aligned}$$

N_{ET} : pulses/revolution of encoder

따라서 n step후의 최종 위치 오차는 (9)에서 (8)을 뺀 결과이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x_{ET,e} &= x_{ET,n}' - x_{ET,n} \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} \Delta S_{ET,k} [\cos(\theta_{ET,k} + \sigma\theta_{ET,k}) - \cos\theta_{ET,k}] \\ &\quad + \sum_{k=0}^{n-1} \delta S_{ET,k} \cos(\theta_{ET,k} + \sigma\theta_{ET,k}) \\ &\quad + l_1 [\cos(\theta_{ET,n-1} + \sigma\theta_{ET,n-1}) - \cos\theta_{ET,n-1}] \\ &\quad + l_2 [\cos(\beta_{ET,n-1} + \sigma\beta_{ET,n-1}) - \cos\beta_{ET,n-1}] \\ y_{ET,e} &= y_{ET,n}' - y_{ET,n} \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} \Delta S_{ET,k} [\sin(\theta_{ET,k} + \sigma\theta_{ET,k}) - \sin\theta_{ET,k}] \\ &\quad + \sum_{k=0}^{n-1} \delta S_{ET,k} \sin(\theta_{ET,k} + \sigma\theta_{ET,k}) \\ &\quad + l_1 [\sin(\theta_{ET,n-1} + \sigma\theta_{ET,n-1}) - \sin\theta_{ET,n-1}] \\ &\quad + l_2 [\sin(\beta_{ET,n-1} + \sigma\beta_{ET,n-1}) - \sin\beta_{ET,n-1}] \\ \beta_{ET,e} &= \beta_{ET,n}' - \beta_{ET,n} \\ &= \sigma\beta_{ET,n} = \sum_{k=0}^{n-1} \delta\theta_{ET,k} + \sigma\phi_{ET,n} \end{aligned} \quad (11)$$

표 2. ET-2 와 ET-3의 비교에 사용된 수치.
Table 2. Parameters used for comparison between ET-2 and ET-3.

ET-2		ET-3	
ΔS_k	0.5 (cm)	ΔS_{ETk}	0.5 (cm)
θ_k	0	$\theta_{ET,0}, \phi_{ET,k}$	0
b	23.75 (cm)	$b_{ET} = b/3$	7.917 (cm)
r_c	1.385 (cm)	r_{ET}	1.385 (cm)
l_1	4.96 (cm)	l_1	4.96 (cm)
l_2	24.9 (cm)	l_2	24.9 (cm)
N	720	N_{ET}	720

(10)과 (11)로부터 l_1, l_2 를 모두 작게 설계하면 ET-3의 경우에도 오차가 작아짐을 예상할 수 있다. 그러나 l_2 의 경우 이동로봇의 몸체에 의해 최소길이의 제한을 받으므로 무한정 줄일 수는 없다. 따라서 l_1 을 작게 하고 l_2 을 크게 하여 오차를 줄일 수 있는 ET-2의 경우가 유리함을 알 수 있다.

3. ET-2와 ET-3의 오차 비교

이 절에서는 1절과 2절의 결과에 전형적인 수치를 대입하여 비교 및 분석해본다. 대부분의 수치들은 실험에 사용된 값이며 ET-3의 경우 ET-2에 준하여 수치를 대입시켰다. 표 2는 ET-2 및 ET-3의 오차 비교에 사용된 수치들이다. 이동로봇이 초기 위치에서 직선주행만을 한다고 가정하고, 매 샘플링 타임마다의 오차가 최악의 상황으로 쌓일 경우를 비교해 본다.

최종 위치의 오차를 편의상 다음과 같이 제정의 하면

$$ET-2 : e_t \doteq \sqrt{\theta_e^2 + x_e^2 + y_e^2} \tag{12}$$

$$ET-3 : e_{ET,t} \doteq \sqrt{\beta_{ET,e}^2 + x_{ET,e}^2 + y_{ET,e}^2}$$

100 step 후의 오차 비교는 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \theta_e \\ x_e \\ y_e \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 5.24053 \\ 4.94828 \\ 0.178677 \end{pmatrix}, & e_t &= 7.20975 \\ \begin{pmatrix} \beta_{ET,e} \\ x_{ET,e} \\ y_{ET,e} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0.655899 \\ 8.46585 \\ 0.155507 \end{pmatrix}, & e_{ET,t} &= 8.49265 \end{aligned} \tag{13}$$

위와 같이 ET-2나 ET-3의 오차 결과가 비슷하지만 l_2 가 2배로 커지면 다음과 같이 ET-2의 경우가 ET-3보다 오차가 훨씬 작아진다.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \theta_e \\ x_e \\ y_e \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 5.46284 \\ 2.47913 \\ 0.0893385 \end{pmatrix}, & e_t &= 5.99972 \\ \begin{pmatrix} \beta_e \\ x_{ET,e} \\ y_{ET,e} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0.355434 \\ 12.3224 \\ 0.155507 \end{pmatrix}, & e_{ET,t} &= 12.3285 \end{aligned} \tag{14}$$

이를 정리하면 다음 표 3과 같게 되고 l_2 를 늘임에 따라 ET-2가 ET-3보다 더 작은 오차가 생김을 알 수 있다.

한편, 수행 시간을 비교한 결과는 표 4와 같으며 ET-2가 ET-3보다 좀 더 많은 계산 시간이 필요함을 알 수 있다. 이는 ET-2의 경우 (4)의 ΔS_k 와 $\Delta \theta_k$ 를 구함에 있어 (3)과 같이 조금 복잡한 식이 사용되기 때문

표 3. ET-2와 ET-3의 최종 위치 오차 비교.
Table 3. Comparison of final position error between ET-2 and ET-3.

	e_t (ET-2)	$e_{ET,t}$ (ET-3)	$e_{ET,t} / e_t$
$l_2 = 24.9$ (cm)	7.20975	8.49265	1.17793
$l_2 = 49.8$ (cm)	5.99972	12.3285	2.05485

표 4. ET-2와 ET-3의 수행 시간 비교.
Table 4. Comparison of execution time between ET-2 and ET-3.

	ET-2	ET-3
수행시간	0.0061 ms	0.0042 ms

이다. 그러나 이 수행 시간은 Pentium 90의 PC를 사용한 결과로서 각각의 값이 수 μ sec 정도에 그치기 때문에 일반 제어를 함에 있어 아주 작은 값이므로 그 크기의 차이는 큰 의미가 없다고 할 수 있다.

VI. 결론

본 연구에서는 2개의 인코더만으로 구성된 인코더 트레일러(ET-2)를 제작하고 이로부터 이동로봇의 위치를 추정하는 방법을 제시하였다. ET-2는 어느 이동로봇이나 뒷부분에 부착만 하면 되기 때문에 로봇과 무관하게 제작할 수 있고 보다 범용으로 사용할 수 있다. ET-2를 이용하면 이동로봇의 바퀴에 미끄러짐이 일어나는 경우에 대해서도 conventional dead-reckoning의 방법보다 5배 이상 신뢰성이 있음을, 실험을 통하여 확인하였다. 또한 인코더 트레일러에 있어서 인코더 자체의 정밀도 한계로부터 오는 누적오차에 대한 분석을 통해서 기존의 ET-3에 대해 ET-2의 우수성을 확인하였다. ET-2를 포함한 인코더 트레일러는 토크를 능동적으로 발생시키는 부분이 아니기 때문에 가속이나 감속시의 미끄러짐이 일어날 확률이 적지만, 노면상태에 따라 미끄러짐이 일어날 수 있으며 보다 더 정확한 위치 추정을 위해서는 이 경우에 대한 대책도 필요할 것이다.

참고문헌

- [1] B. d'Andrea-Novet, G. Bastin and G. Campion, "Modelling and control of nonholonomic wheeled mobile robots," *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1130-1135, Apr., 1991.
- [2] R. H. Byrne, "Global positioning system receiver evaluation results," Sandia Report SAND93-0827, Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM, Sep., 1993.
- [3] B. Schiele and J. Crowley, "A comparison of position estimation techniques using occupancy grids," *Proc. of IEEE Int. Conf. on robotics and Automation*, pp. 1628-1634, May, 1994.
- [4] J. Borenstein, "The CLAPPER : a dual-drive mobile robot with internal correction of dead-reckoning errors," *Proc. of IEEE Int. Conf. on*

Robotics and Automation, pp. 3085-3090, May, 1994.

- [5] J. Borenstein, "Internal correction of deadreckoning errors with a dual-drive compliant linkage mobile robot," *Journal of Robotic Systems*, vol. 12, no. 4, pp. 257-273, Apr., 1995.
- [6] Z. Fan, J. Borenstein, D. Wehe and Y. Koren, "Experimental evaluation of an encoder trailer for dea-reckoning in tracked mobile robots," *Proc. of 10th IEEE Int. Symp. on Intelligent Control*, pp. 571-576, Aug., 1995.
- [7] F. Gustafsson, "Slip-based tire-road friction estimation," *Automatica*, vol. 33, no. 6, pp. 1087-1099, 1997.
- [8] 최 종석, "이동로봇의 효율적 주행제어 시스템에 대한 연구," KAIST 석사학위논문 1996.

부록

A. ET-2에서의 δS_k , $\delta \theta_k$ 의 범위

Assumption :

a) Encoder trailer의 encoder로부터 얻는 각도 및 각속도 정보는 다음과 같은 방법으로 구한다.

$$\theta_{b,k} \Leftarrow 2\pi \frac{n_{b,k}}{N_b}, \quad \theta_{c,k} \Leftarrow 2\pi \frac{n_{c,k}}{N_c},$$

$n_{b,k}, n_{c,k}$: number of pulses counted at k th step (15)

N_b, N_c : number of pulses per rotaion

$$w_{b,k} \Leftarrow \frac{\theta_{b,k} - \theta_{b,k-1}}{T_s}, \quad w_{c,k} \Leftarrow \frac{\theta_{c,k} - \theta_{c,k-1}}{T_s},$$

T_s : sampling time (16)

b) $l_2 > l_1$

c) $-\pi/2 \leq \theta_{b,k} \leq \pi/2$ (이동로봇이 전진만 한다고 가정할 때 $v \geq 0$ 이 타당)

d) 최종 x, y, θ 는 (17) 및 (18)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta S_k &= v_k T_s \\ &= \frac{(l_1 + l_2 \cos \theta_{b,k}) r_c w_{c,k} T_s - l_1 l_2 w_{b,k} T_s \sin \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \\ &= \frac{(l_1 + l_2 \cos \theta_{b,k}) r_c (\theta_{c,k} - \theta_{c,k-1}) - l_1 l_2 (\theta_{b,k} - \theta_{b,k-1}) \sin \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \Delta \theta_k &= w_k T_s \\ &= \frac{r_c w_{c,k} T_s \sin \theta_{b,k} + l_1 w_{b,k} T_s \cos \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \\ &= \frac{r_c (\theta_{c,k} - \theta_{c,k-1}) \sin \theta_{b,k} + l_1 (\theta_{b,k} - \theta_{b,k-1}) \cos \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \Delta S_k \cos \theta_k \\ y_{k+1} &= y_k + \Delta S_k \sin \theta_k \\ \theta_{k+1} &= \theta_k + \Delta \theta_k \end{aligned} \quad (18)$$

가정 a)에서 $n_{b,k}$ 를 측정함에 있어 $n_{b,k} \pm 1/2$ 의 오차가 있을 수 있으므로($n_{c,k}$ 에 대해서도 마찬가지) 실제값은 측정값에 대해 다음과 같은 오차가 생길 수 있다.

$$\frac{2\pi(n_{i,k}-1/2)}{N_i} < \theta_{i,k} < \frac{2\pi(n_{i,k}+1/2)}{N_i} \quad (19)$$

$$\frac{2\pi n_{i,k}}{N_i} - \frac{\pi}{N_i} < \theta_{i,k} < \frac{2\pi n_{i,k}}{N_i} + \frac{\pi}{N_i}, \quad i = b, c$$

따라서 실제값을 $\theta_{i,k}$ 측정값을 $\theta_{i,k}'$ 이라고 하면 다음과 같이 오차의 범위를 나타낼 수 있다.

$$\theta_{i,k}' = \theta_{i,k} + \delta \theta_{i,k}, \quad (20)$$

$$|\theta_{i,k}' - \theta_{i,k}| = |\delta \theta_{i,k}| \leq \frac{\pi}{N_i}, \quad i = b, c$$

실험에서 실제로 사용한 N_i 는 720이므로 $|\delta \theta_{b,k}| \leq 0.00436$ 이고 $\cos(\theta_{b,k} + \delta \theta_{b,k}) = \cos(\theta_{b,k}) + \alpha$ 라고 했을 때 $|\alpha| \leq 0.004386$ (maximum at $\theta_{b,k} = \pi/2 \pm n\pi, n = \text{정수}$)으로서 무시할 정도로 작은 오차라고 할 수 있고 따라서 $\cos \theta_{b,k}'$ 는 정확하다고 가정할 수 있다($\sin \theta_{b,k}'$ 에 대해서도 마찬가지임). 한편, (16)의 $\theta_{i,k}$ 와 $\theta_{i,k-1}$ 에 대해서 각각 (20)의 범위에서 독립적으로 오차가 날 수 있으므로 이를 고려하면 $\theta_{i,k} - \theta_{i,k-1}$ 의 오차는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta_{i,k}' - \theta_{i,k-1}' &= (\theta_{i,k} - \theta_{i,k-1}) + (\delta \theta_{i,k} - \delta \theta_{i,k-1}) \\ |\theta_{i,k} - \delta \theta_{i,k-1}| &\leq |\delta \theta_{i,k}| + |\delta \theta_{i,k-1}| \\ &\leq \frac{\pi}{N_i} + \frac{\pi}{N_i} \\ &= \frac{2\pi}{N_i}, \quad i = b, c \end{aligned} \quad (27)$$

따라서 (21)의 오차로 인해 (17)에 오차가 생기게 되고 이를 분석하면 다음과 같다($\cos \theta_{b,k}, \sin \theta_{b,k}$ 는 정확하다고 가정).

$$\begin{aligned} \Delta S_k' &= \frac{(l_1 + l_2 \cos \theta_{b,k}) r_c (\theta_{c,k} - \theta_{c,k-1}) + l_1 l_2 (\theta_{b,k} - \theta_{b,k-1}) \sin \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \\ &+ \frac{(l_1 + l_2 \cos \theta_{b,k}) r_c (\delta \theta_{c,k} - \delta \theta_{c,k-1}) + l_1 l_2 (\delta \theta_{b,k} - \delta \theta_{b,k-1})}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \\ &= \Delta S_k \\ &+ \frac{(l_1 + l_2 \cos \theta_{b,k}) r_c (\delta \theta_{c,k} - \delta \theta_{c,k-1}) + l_1 l_2 (\delta \theta_{b,k} - \delta \theta_{b,k-1})}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \end{aligned} \quad (22)$$

그런데 가정 b), c)에 의해

$$\left| \frac{l_1 + l_2 \cos \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \right| \leq 1 \quad (23)$$

$$\left| \frac{1}{l_2 + l_1 \cos \theta_b} \right| \leq \frac{1}{l_2} \quad (24)$$

이므로

$$\begin{aligned} &\left| \frac{(l_1 + l_2 \cos \theta_{b,k}) r_c (\delta \theta_{c,k} - \delta \theta_{c,k-1})}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \right| \\ &\leq r_c |\delta \theta_{c,k} - \delta \theta_{c,k-1}| \leq \frac{2\pi r_c}{N_c}, \\ &\left| \frac{l_1 l_2}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} (\delta \theta_{b,k} - \delta \theta_{b,k-1}) \right| \\ &\leq l_1 |\delta \theta_{b,k} - \delta \theta_{b,k-1}| \leq \frac{2\pi l_1}{N_b} \end{aligned} \quad (25)$$

가 되어 (22)는 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$\begin{aligned}
 \Delta S_k' &= \Delta S_k + \delta S_k, \\
 |\delta S_k| &= \left| \frac{(l_1 + l_2 \cos \theta_{b,k}) r_c (\delta \theta_{c,k} - \delta \theta_{c,k-1})}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{l_1 l_2 (\delta \theta_{b,k} - \delta \theta_{b,k-1})}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \right| \\
 &\leq \left| \frac{(l_1 + l_2 \cos \theta_{b,k}) r_c (\delta \theta_{c,k} - \delta \theta_{c,k-1})}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \right| \\
 &\quad + \left| \frac{l_1 l_2 (\delta \theta_{b,k} - \delta \theta_{b,k-1})}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \right| \\
 &\leq \frac{2\pi r_c}{N_c} + \frac{2\pi l_1}{N_b} = \frac{2\pi(r_c + l_1)}{N}, \quad \text{if } N_b = N_c = N
 \end{aligned} \tag{26}$$

또한

$$\begin{aligned}
 \Delta \theta_k' &= \Delta \theta_k \\
 &\quad + \frac{r_c \sin \theta_b}{l_2 + l_1 \cos \theta_b} (\delta \theta_{c,k} - \delta \theta_{c,k-1}) \\
 &\quad + \frac{l_1 \cos \theta_b}{l_2 + l_1 \cos \theta_b} (\delta \theta_{b,k} - \delta \theta_{b,k-1})
 \end{aligned} \tag{27}$$

라고 할 수 있다. 그런데

$$\begin{aligned}
 &\left| \frac{r_c \sin \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} (\delta \theta_{c,k} - \delta \theta_{c,k-1}) + \frac{l_1 \cos \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} (\delta \theta_{b,k} - \delta \theta_{b,k-1}) \right| \\
 &\leq \left| \frac{r_c \sin \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \right| |\delta \theta_{c,k} - \delta \theta_{c,k-1}| \\
 &\quad + \left| \frac{l_1 \cos \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \right| |\delta \theta_{b,k} - \delta \theta_{b,k-1}| \\
 &\leq \left| \frac{r_c \sin \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \right| \frac{2\pi}{N_c} + \left| \frac{l_1 \cos \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \right| \frac{2\pi}{N_b}
 \end{aligned} \tag{28}$$

이고, $N_b = N_c = N$ 이라 하면

$$\begin{aligned}
 &\left| \frac{r_c \sin \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} (\delta \theta_{c,k} - \delta \theta_{c,k-1}) + \frac{l_1 \cos \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} (\delta \theta_{b,k} - \delta \theta_{b,k-1}) \right| \\
 &\leq \left(\left| \frac{r_c \sin \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \right| + \left| \frac{l_1 \cos \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \right| \right) \frac{2\pi}{N} \\
 &= \frac{|r_c \sin \theta_{b,k}| + |l_1 \cos \theta_{b,k}|}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \frac{2\pi}{N} \quad \leftarrow \text{Assumption (c)}
 \end{aligned} \tag{29}$$

이므로 (27)는 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$\begin{aligned}
 \Delta \theta_k' &= \Delta \theta_k + \delta \theta_k \\
 |\delta \theta_k| &= \left| \frac{r_c \sin \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} (\delta \theta_{c,k} - \delta \theta_{c,k-1}) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{l_1 \cos \theta_{b,k}}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} (\delta \theta_{b,k} - \delta \theta_{b,k-1}) \right| \\
 &\leq \frac{|r_c \sin \theta_{b,k}| + |l_1 \cos \theta_{b,k}|}{l_2 + l_1 \cos \theta_{b,k}} \frac{2\pi}{N} < \frac{2\pi \sqrt{r_c^2 + l_1^2}}{N l_2}
 \end{aligned} \tag{30}$$

B. ET-3에서의 $\delta S_{ET,k}$, $\delta \theta_{ET,k}$, $\sigma \phi_{ET,k}$ 의 범위

1. Conventional dead-reckoning에서의 오차범위
양쪽 바퀴의 각속도와 이동로봇의 선속도, 각속도는 아래와 같은 관계가 있다

$$v = \frac{rw_r + rw_l}{2}, \quad w = \frac{rw_r - rw_l}{2b} \tag{31}$$

r : radius of wheel,

b : displacement from each of the wheel to the center of gravity

Assumption :

a) 모터의 인코더로부터 얻는 각도 및 각속도 정보는

다음과 같은 방법으로 구한다.

$$\theta_{r,k} \leftarrow 2\pi \frac{n_{r,k}}{N_m}, \quad \theta_{l,k} \leftarrow 2\pi \frac{n_{l,k}}{N_m}, \\
 n_{r,k}, n_{l,k} : \text{number of pulses counted at } k\text{th step} \tag{32}$$

N_m : number of pulses per rotation

$$w_{r,k} \leftarrow \frac{\theta_{r,k} - \theta_{r,k-1}}{T_s}, \quad w_{l,k} \leftarrow \frac{\theta_{l,k} - \theta_{l,k-1}}{T_s}, \tag{33}$$

T_s : sampling time

b) 최종 x , y , θ 의 식은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 x_{k+1} &= x_k + \Delta S_k \cos \theta_k \\
 y_{k+1} &= y_k + \Delta S_k \sin \theta_k \\
 \theta_{k+1} &= \theta_k + \Delta \theta_k
 \end{aligned} \tag{34}$$

$$\Delta S_k = v_k T_s = \frac{r(\theta_{r,k} - \theta_{r,k-1}) + r(\theta_{l,k} - \theta_{l,k-1})}{2} \tag{35}$$

$$\Delta \theta_k = w_k T_s = \frac{r(\theta_{r,k} - \theta_{r,k-1}) - r(\theta_{l,k} - \theta_{l,k-1})}{2b}$$

부록 A.에서와 마찬가지로 모터의 인코더로부터 얻는 각도 및 각속도에는 다음과 같은 범위의 오차가 포함된다.

$$\theta_{i,k}' = \theta_{i,k} + \delta \theta_{i,k}, \tag{36}$$

$$|\theta_{i,k}' - \theta_{i,k}| = |\delta \theta_{i,k}| \leq \frac{\pi}{N_m}, \quad i = r, l$$

$$\theta_{i,k}' - \theta_{i,k-1}' = (\theta_{i,k} - \theta_{i,k-1}) + (\delta \theta_{i,k} - \delta \theta_{i,k-1}) \tag{37}$$

$$|\delta \theta_{i,k} - \delta \theta_{i,k-1}| \leq 2|\delta \theta_{i,k}| \leq \frac{2\pi}{N_m}, \quad i = r, l$$

그러므로 부록 A.와 같은 방식으로 (38) 및 (39)을 유도할 수 있다.

$$\Delta S_k' = \Delta S_k + \frac{r(\delta \theta_{r,k} - \delta \theta_{r,k-1}) + r(\delta \theta_{l,k} - \delta \theta_{l,k-1})}{2} \tag{38}$$

$$\Delta \theta_k' = \Delta \theta_k + \frac{r(\delta \theta_{r,k} - \delta \theta_{r,k-1}) - r(\delta \theta_{l,k} - \delta \theta_{l,k-1})}{2b} \tag{39}$$

(38)과 (39)을 이용하여 전체의 오차분석을 하면 아래의 (40) 및 (41)과 같게 된다.

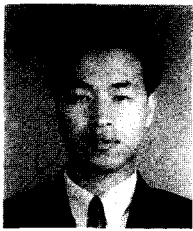
$$\begin{aligned}
 \Delta S_k' &= \Delta S_k + \delta S_k \\
 |\delta S_k| &= \left| \frac{r(\delta \theta_{r,k} - \delta \theta_{r,k-1}) + r(\delta \theta_{l,k} - \delta \theta_{l,k-1})}{2} \right| \\
 &\leq \frac{r}{2} (|\delta \theta_{r,k} - \delta \theta_{r,k-1}| + |\delta \theta_{l,k} - \delta \theta_{l,k-1}|) \\
 &\leq \frac{2\pi r}{N_m}
 \end{aligned} \tag{40}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta \theta_k' &= \Delta \theta_k + \delta \theta_k \\
 |\delta \theta_k| &= \left| \frac{r(\delta \theta_{r,k} - \delta \theta_{r,k-1}) - r(\delta \theta_{l,k} - \delta \theta_{l,k-1})}{2b} \right| \\
 &\leq \frac{r}{2b} (|\delta \theta_{r,k} - \delta \theta_{r,k-1}| + |\delta \theta_{l,k} - \delta \theta_{l,k-1}|) \\
 &\leq \frac{2\pi r}{N_m b}
 \end{aligned} \tag{41}$$

2. ET-3에서의 오차범위

ET-3에서는 이동로봇의 위치추정을 위해 우선 2개의 인코더 바퀴 부분에서 conventional dead-reckoning을 수행한다. 따라서 1에서 구한 오차 범위를 그대로 적용할 수 있다. 따라서 (40)과 (41)으로부터 (42)와 같이 나타낼 수 있다.

$$|\delta S_{ET,k}| \leq \frac{2\pi r_{ET}}{N_{ET}}, \quad |\delta \theta_{ET,k}| \leq \frac{2\pi r_{ET}}{N_{ET} b_{ET}} \quad (42)$$



최 종 석

1994년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 학부 졸업. 동대학원 석사(1996), 1998년-현재 한국과학기술원 전기및전자공학과 박사과정 재학중. 관심분야는 이동로봇 제어 및 응용, 로봇추구, 최적제어 등.

$\phi_{ET,k}$ 의 경우 absolute encoder를 사용했으므로 $\sigma \phi_{ET,k}$ 은 (36)과 같은 방식으로 구해야 하고 (43)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} |\sigma \phi_{ET,k}| &\leq \frac{\pi}{N_{ET,\phi}} \\ |\sigma \beta_{ET,n}| &= \left| \sum_{k=0}^{n-1} \delta \theta_{ET,k} + \sigma \phi_{ET,n} \right| \\ &\leq \frac{2n\pi r_{ET}}{N_{ET} b_{ET}} + \frac{\pi}{N_{ET,\phi}} \end{aligned} \quad (43)$$



김 병 국

1975년 서울대학교 전자공학과 졸업, 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사(1975), 동대학원 박사(1981), 1981년-1986년 우진계기(주) 연구실장 1982년-1984년 University of Michigan 방문연구, 1986년-현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 교수, 관심분야는 로봇틱스, 컴퓨터 공정제어, 고신뢰도 제어, 지능제어, 강인제어 등.