

능동 현가 장치의 외란 적응 슬라이딩 모드 제어

Active Suspension using Disturbance Accommodating Sliding Mode Control

김 종 래, 김 진 호
(Jongrae Kim, and Jinho Kim)

Abstracts : This paper presents a disturbance accommodating sliding mode control for a quarter-car active suspension using an electro-hydraulic actuator. The electro-hydraulic actuator model is nonlinear and uncertain. The hardware constrains on the actuator prevent high gain in a sliding mode control, which deteriorates the force tracking performance. DAC(Disturbance Accommodating Control) is combined with the sliding mode control to improve the tracking performance. DAC observer estimates the pressure due to the actuator uncertainty. The additional control is designed to compensate the estimated pressure. Simulation results show the improved tracking performance with the proposed control methods.

Keywords : DAC, active suspension, sliding mode control

I. 서론

능동 현가 장치의 성능은 skyhook 감쇠력 특성을 구동기가 얼마나 잘 추종하느냐 하는 것에 달려 있다. 효과적인 추종 성능을 얻기 위한 중요한 요소 가운데 하나는 구동기의 동특성이다. 그러나, 작동기의 동특성을 고려한 제어기 설계의 연구가 최근에 진행되고 있다. 능동 현가 장치에서 사용되는 유압-전기 작동기의 동특성은 비선형 방정식으로 표현되며, 피스톤의 압력 방향에 따라 변하는 3개의 변수(α , β , γ)로 표현된다[1].

이러한 유압-전기 작동기에 대한 슬라이딩 제어는 그 효율성이 실험적으로 검증되었다. 슬라이딩 제어는 비선형 시스템인 작동기에 대한 적절한 제어방법으로 알려져 있지만, 불확실한 매개변수와 일정한 크기의 시정수를 갖는 유압-전기 작동기로 인해 강건성을 유지하기 위하여 슬라이딩 제어기 이득을 감소시켜야 한다. 제어 이득을 감소시키면, 추종 성능이 감소하게 된다.

이 문제를 해결하는데 가장 널리 사용되는 방법이 적응제어기법이다. [1]에서는 리아프노프 함수를 이용하여 α , β , γ 각각에 대한 3개의 관측기를 설계하여 슬라이딩 제어기에서 사용되는 값을 보정해 주는 방법을 사용하였다. 그러나 3개의 변수는 피스톤이 움직이는 방향에 따라 두 값 사이를 진동하는 특성을 가지고 있으므로 결과적인 추정값에 의한 제어는 성능에 있어 큰 개선을 보이지 못했다. [1]에서 제안된 새로운 방법은 피스톤이 움직이는 방향에 따라 다른 추정 알고리즘을 사용하는 것이다. 실험에 의한 결과는 만족할 만한 성능 개선을 보이고 있으나, 결과적으로 6개의 비선형 추정기를 사용한 것이다. 또한, 최근에는 adaptive backstepping 기법을 이용한 제어논리의 연구가 진행되고 있다.[2]

본 논문에서 제안한 DAC(Disturbance Accommodating Control)는 신호 합성 개념의 적응 제어로서 C. D.

Johnson에 의해 제안된 방법이다. DAC에서는 외란을 미리 정해진 기저함수의 선형 결합으로 가정한 후 이를 추정하여 외란의 영향을 제거한다. [3]

설계된 DAC 관측기는 매개변수의 변화에 따른 추종 힘 오차를 외란으로 간주하여 이를 추정한다. 값을 매 시점마다 보정해 주는 적응 제어 기법과 달리 추정된 내부 외란의 양을 슬라이딩 제어기에서 보상해 줄 수 있도록 알고리즘이 구성된다. 또한 설계된 DAC 관측기는 선형으로 선형시스템에 대한 다양한 설계방법과 해석방법을 그대로 적용할 수 있다는 장점이 있다.

II 절에서는 전기적 유압 구동기를 포함한 1/4 자동차의 동적 모델을 토대로 하여 비선형 상태 방정식을 정리하였다. III 절에서는 skyhook 감쇠력을 추종하기 위한 구동기 내의 제어 압력을 궤환 선형화 기법과 슬라이딩 모드 제어기법을 이용하여 계산하였다. 이렇게 계산된 제어 압력을 얻기 위하여 구동기 내의 피스톤 밸브 제어 기기를 슬라이딩 모드 제어기법으로 설계하였다. IV 절에서는 구동기의 불확실성에 의한 힘을 DAC 기법으로 추정기를 설계하였고, V 절에서는 제안한 기법의 성능을 검증하기 위하여 수행한 시뮬레이션의 결과를 제시하였다.

II. 운동 방정식

그림 1과 같이 구성되는 1/4 자동차 모델을 현가장치 설계를 위한 제어기 대상으로 하였다. 여기서, M_s , M_u 는 각각 sprung mass, unsprung mass의 질량이다. x_2 는 sprung mass의 속도이고, x_4 는 unsprung mass의 속도이며, x_5 는 구동기 압력이며, F_f 는 구동기 피스톤과 벽면 사이에 작용하는 마찰력이고, A 는 피스톤 단면적이다. 그리고 K_s , K_t 는 각각 현가 스프링과 타이어의 스프링 상수이며, B_s 는 수동 감쇠기의 감쇠계수이다. 또한, Z_r 은 1/4 자동차 모델의 고유주파수에서 가장 낮은 1Hz로 진동하고 크기가 2.54cm인 외란으로 가정하여, 시뮬레이션을 수행하였다.

1/4 자동차 모델의 동역학운동 방정식은 다음과 같다 [1].

접수일자 : 1997. 11. 24., 수정완료 : 1998. 12. 10.

김종래, 김진호 : 인하대학교 항공우주공학과

* 본 논문은 95년도 인하대학교 교내연구비 및 RA 연구비를 지원 받아 연구하였습니다.

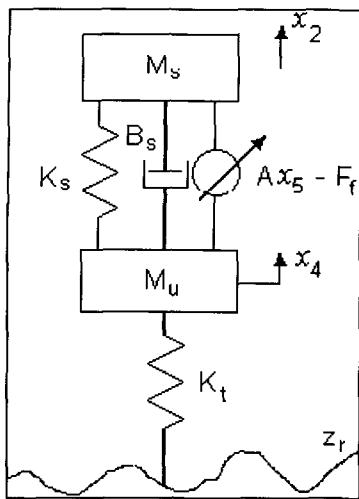


그림 1. 1/4 자동차 모델.

Fig. 1. Quarter-car model.

$$x_1 = x_2 - x_4 \quad (1)$$

$$x_2 = \frac{1}{M_s} (-K_s x_1 - B_s(x_2 - x_4) + Ax_5 - F_f) \quad (2)$$

$$x_3 = x_4 - z_r \quad (3)$$

$$x_4 = \frac{1}{M_u} (K_s x_1 - B_s(x_2 - x_4) - K_t x_3 - Ax_5 + F_f) \quad (4)$$

$$x_5 = -\beta x_5 - \alpha A(x_2 - x_4) + \gamma x_6 \sqrt{P_s - \text{sgn}(x_6)x_5} \quad (5)$$

$$x_6 = \frac{1}{\tau} (-x_6 + u) \quad (6)$$

여기서 $\alpha := 4 \frac{\beta_e}{V_t}$, $\beta := \alpha C_{bm}$, $\gamma := \alpha C_d \omega \sqrt{\frac{1}{\beta}}$ 로 정의되는 변수이고, V_t 는 구동기 전체의 체적, β_e 는 bulk modulus, A 는 실제 단면적, C_{bm} 은 압력에 의한 총 손실 계수, C_d 는 방출계수, ω 는 스플 뱀브의 기울기이다. 이 때 출력 방정식은 다음과 같다.

$$y = [x_2 \ x_2 \ x_4 \ x_4 \ Ax_5 - F_f \ x_6]^T \quad (7)$$

여기서, x_2 , x_4 는 각각 sprung mass와 unsprung mass에 장착되어 있는 가속도계의 출력이며, $Ax_5 - F_f$ 는 구동기가 sprung mass에 힘을 가하는 실린더 헤드에 장착되어 있는 load cell의 출력값이고, x_5 는 실린더 헤드의 압력이고, x_6 는 스플 뱀브 위치 센서의 출력이다. 또한, x_2 , x_4 는 각각의 가속도계 적분값인 sprung mass와 unsprung mass의 속도이며, P_s 는 유압 펌프에 의해 공급되는 압력이다. 본 논문에서는 위의 각 센서에서 잡음은 없는 것으로 가정하였으며 또한 가속도계를 적분함으로 발생할 수 있는 초기 조건의 오차와 적분과정의 오차는 중요한 오차이지만 이를 무시하였다.

본 논문에서 제안한 제어기의 강건성을 검증하기 위하여 α , β , γ 을 공칭 값($\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$)을 기준으로 하고,

불확실성을 다음과 같다고 가정하여 시뮬레이션을 수행하였다.

$$\alpha(t) = \hat{\alpha} + 0.5\hat{\alpha}(1 - e^{-7t}) + 0.1\hat{\alpha}\text{sgn}(x_5) \quad (8)$$

$$\beta(t) = \hat{\beta} + 0.4\hat{\beta}(1 - e^{-7t}) + 0.1\hat{\beta}\text{sgn}(x_5) \quad (9)$$

$$\gamma(t) = \hat{\gamma} + 0.3\hat{\gamma}(1 - e^{-7t}) + 0.1\hat{\gamma}\text{sgn}(x_5) \quad (10)$$

여기서, $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ 는 각각의 공칭 값이며, t 는 시간이다. 구동기 피스톤과 벽면 사이에 작용하는 마찰력 F_f 는 참고문헌[5]에서 제시한 바와 같이 상대속도에 대한 마찰력을 다음과 같이 가정하였다.

$$F_f = \mu \text{sgn}(x_2 - x_4), |x_2 - x_4| > 0.01m/s \quad (11)$$

$$F_f = \mu \text{sgn}(\frac{x_2 - x_4}{0.01} \frac{\pi}{2}), |x_2 - x_4| \leq 0.01m/s \quad (12)$$

μ 는 피스톤과 벽면 사이의 마찰력은 정지 상태에서 최대값을 갖지만 운동을 시작한 후에는 일정한 값을 갖는다는 가정하에 다음과 같은 식으로 시뮬레이션을 통한 강건성 해석을 수행하였다.

$$\mu(t) = 240 + 160e^{-1} \quad (13)$$

III. 슬라이딩 제어

구동기의 미분방정식을 다음과 같은 비선형 방정식으로 표현된다.

$$x_5 = f(x) + g(x)u \quad (14)$$

여기서,

$f(x) = -\beta x_5 - \alpha A(x_2 - x_4)$, $g(x) = \gamma \sqrt{P_s - \text{sgn}(x_6)x_5}$ 이며 $u = x_6$ 이다. 궤환 선형화 기법을 이용하여 다음과 같은 입력을 설정하여 비선형 요소를 제거한다.

$$u = \frac{1}{g(x)}(-f(x) + v) \quad (15)$$

결과적으로 시스템은 $x_5 = v$ 로서 선형시스템이 된다. 여기서 입력 v 를 x_5 가 시정수 $1/k$ 로 $x_{5desired}$ 로 수렴하도록 설정한다.

$$v = x_{5desired} - ks_1 \quad (16)$$

여기서, k 는 이득값이며 $s_1 = x_5 - x_{5desired}$ 이다. 구동기의 원하는 압력과 원하는 압력의 시간 미분은 다음과 같이 skyhook 감쇠력에 의해 정의된다.

$$x_{5desired} = \{-Cx_2 - B_s(x_2 - x_4)\}/A \quad (17)$$

$$x_{5desired} = \{-Cx_2 - B_s(x_2 - x_4)\}/A \quad (18)$$

여기서, 수동감쇠기 항이 첨가된 이유는 능동 현가 제어 시에는 현가스프링과 전기 유압 구동기만이 장착되어 있다고 가정하였기 때문이다. 그러므로 구동기에서 발생시켜야 할 힘은 skyhook 힘과 수동 감쇠기가 발생시키던 힘의 합이 된다[1]. 이때 $x_{6desired}$ 는 다음과 같다.

$$x_{6desired} = \frac{1}{\gamma \sqrt{P_s - \text{sgn}(x_6)(y_5/A)}} \quad (19)$$

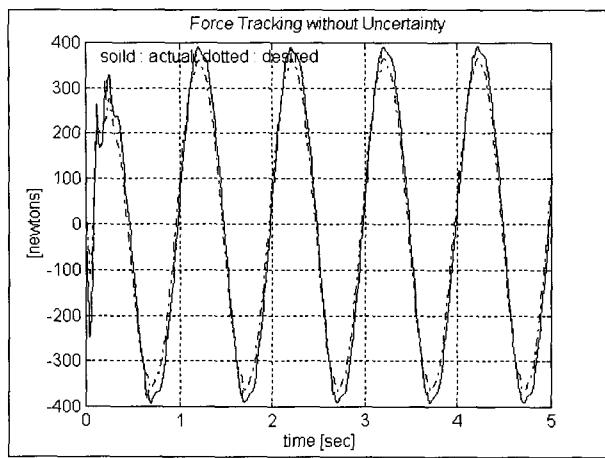


그림 2. 불확실성이 없을 때 슬라이딩 제어에 의한 힘 추종.

Fig. 2. Force tracking using sliding control without uncertainty.

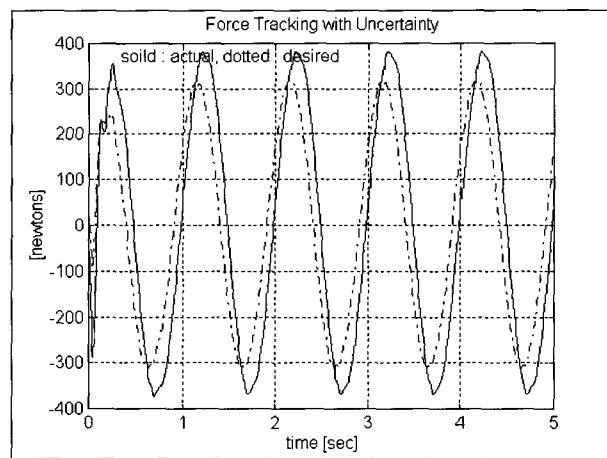


그림 4. 불확실성이 있을 때 슬라이딩 제어에 의한 힘 추종.

Fig. 4. Force tracking using sliding control with uncertainty.

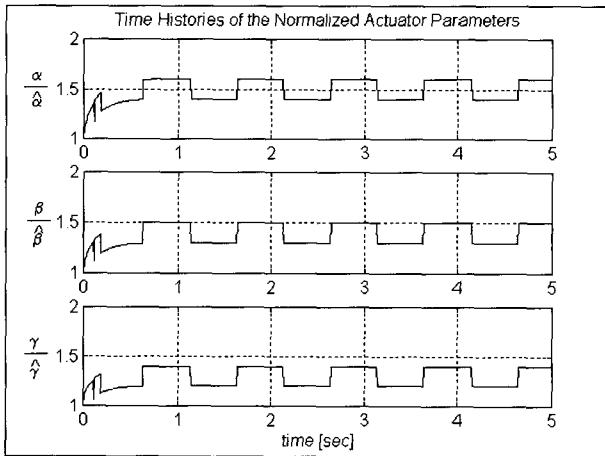


그림 3. 구동기 매개변수 공침값의 시간에 따른 변화.

Fig. 3. Time history of the normalized actuator parameters.

$$\times [\beta(y_5/A) + \alpha A(x_2 - x_4) + x_{5\text{desired}} - ks_1] \quad (19)$$

원하는 밸브 위치로 서보 밸브를 제어하기 위해 다음과 같이 두번째 슬라이딩 면을 정의하고,

$$s_2 = x_6 - x_{6\text{desired}} \quad (20)$$

제어입력 u 는 서보 밸브의 시정수(τ)를 고려하여, x_6 의 오차특성이 극점을 k_2 에 위치하도록 다음과 같이 설계하였다.

$$u = x_6 + \tau(x_{6\text{desired}} - k_2 s_2) \quad (21)$$

여기서, $x_{6\text{desired}}$ 는 다음과 같이 오차를 줄이는 방향으로 설정하였다.

$$x_{6\text{desired}} = -k_3 s_2 \quad (22)$$

위와 같이 슬라이딩 제어기가 설계되었을 때, load cell 출력은 원하는 힘을 마찰력이 작용할 때도 그림 2와 같

이 질 추종하고 있다. 그러나, 원하는 밸브 위치를 계산하는 식에서 α , β , γ 는 일정한 공침값을 사용하여야 한다[1].

$$x_{6\text{desired}} = \frac{1}{\hat{\gamma} \sqrt{P_s - \text{sgn}(x_6)(y_5/A)}} \times [\hat{\beta}(y_5/A) + \hat{\alpha}A(x_2 - x_4) + x_{5\text{desired}} - ks_1] \quad (23)$$

이와 같이 제어기 설계 시에는 공침값을 사용한다. 하지만 구동기의 매개변수가 그림 3과 같이 변하게 됨에 따라 그림 4와 같이 힘 추종 성능이 저하된다.

IV. 외란 적응 제어

1. 이상적 수정 제어 입력

전기 유압 구동기의 매개변수에 불확실성이 다음과 같다고 가정하였다.

$$\alpha(x, t) = \hat{\alpha} + \delta\alpha(x, t) \quad (24)$$

$$\beta(x, t) = \hat{\beta} + \delta\beta(x, t) \quad (25)$$

$$\gamma(x, t) = \hat{\gamma} + \delta\gamma(x, t) \quad (26)$$

이와 같은 매개변수의 불확실성은 제어기 설계 시 사용되는 $f(x, t)$, $g(x, t)$ 을 다음 식과 같이 공침값과 불확실성 $\delta f(x, t)$, $\delta g(x, t)$ 의 합으로 구분하였다.

$$f(x, t) = \hat{f}(x) + \delta f(x, t) \quad (27)$$

$$g(x, t) = \hat{g}(x) + \delta g(x, t) \quad (28)$$

슬라이딩 제어기에서 설계된 스플 밸브의 원하는 위치 $x_{6\text{desired}}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$x_{6\text{desired}} = \frac{1}{\hat{g}(x)} [\hat{f}(x) + \nu + \nu_c] \quad (29)$$

여기서, ν_c 는 구동기 매개변수 불확실성에 의한 영향을 보정하기 위한 제어 입력이다. 입력이 위와 같은 경

우, 구동기의 압력 추종 오차 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta x_5 + k \Delta x_5 = \frac{g(x, t)}{\hat{g}(x)} \nu_c + \delta f(x, t) + \frac{\delta g(x, t)}{\hat{g}(x)} [-\hat{f}(x) + \nu] \quad (30)$$

그러므로, 구동기 매개변수 불확실성에 의한 영향을 제거하기 위한 이상적 수정 제어 입력 ν_c 은 다음과 같다.

$$\nu_c = -\frac{\hat{g}(x)}{g(x, t)} \left[\delta f(x, t) - \frac{\delta g(x, t)}{\hat{g}(x)} (-\hat{f}(x) + \nu) \right] \quad (31)$$

2. DAC 관측기

슬라이딩 제어기에 의한 입력과 수정 제어 입력이 가해질 때 구동기의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_5 &= \nu + \nu_c + \delta f(x, t) \\ &+ \delta g(x, t) \hat{g}(x) [-\hat{f}(x) + \delta f(x, t) + \nu] + \frac{\delta g(x, t)}{\hat{g}(x)} \nu_c \end{aligned} \quad (32)$$

여기서, 오른쪽의 세번째 항부터 마지막 항까지는 매개 변수 불확실성에 의한 항으로 외란($w(t)$)으로 취급하면 구동기의 운동 방정식은 다음과 같이 간략화 시킬 수 있다.

$$x_5 = \nu + \nu_c + w(t) \quad (33)$$

DAC에서는 일반적인 외란이 실제로 불규칙한 백색 잡음으로 가정하는 것보다는 가끔씩 시간에 따라 불규칙적으로 변한다는 가정한다. 본 논문에서는 외란을 시간에 대한 2차 다항식으로 가정하였다[6].

$$w(t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 \quad (34)$$

여기서 c_1, c_2, c_3 은 짧은 시간 동안은 일정하지만 계속적으로 변하는 계수이다. 외란이 위와 같이 시간 함수의 선형 결합으로 표현되면 이를 다음과 같이 선형 상태 방정식 형태로 표현할 수 있으며 블럭 선도는 그림 5와 같다.

$$w(t) = H(t)z \quad (35)$$

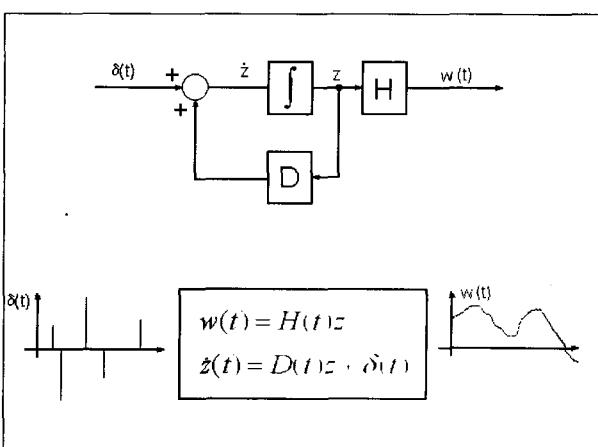


그림 5. 외란의 상태 공간 모형.

Fig. 5. State space model of disturbance

$$\dot{z} = D(t)z + \delta(t) \quad (36)$$

여기서, $z = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T$ 이며, $\delta(t)$ 는 그 크기와 발생 시간을 알 수 없는 불규칙 임펄스로서 외란의 불연속적인 변화를 표현하기 위한 것이다. 그러나 임펄스와 다음 임펄스 사이의 최소 시간 간격이 정해져 있으므로 센서 잡음과 같은 백색 잡음은 아니다[3].

외란을 시간에 대한 2차 함수로 가정하였으므로, 행렬 $H(t)$, $D(t)$ 는 다음과 같이 상수 행렬로 정해진다.

$$H = [1 \ 0 \ 0] \quad (37)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

위의 상태 방정식에서 z 에 대한 관측기를 설계한 후 새로운 변수 $Q = z - k_1(y_6/A)$ 를 정의하여 정리하면 다음과 같다[6].

$$\begin{aligned} Q &= (D - k_1 H)Q \\ &+ (D - k_1 H)k_1 \frac{y_6}{A} - k_1(\nu + \nu_c) - k_1 \frac{F_f}{A} \end{aligned} \quad (39)$$

여기서, $Q = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ 이고, $k_1 = [k_{11} \ k_{12} \ k_{13}]^T$ 은 관측기 이득이다. 위의 관측기 식에서 마찰력의 미분항이 존재하는데, 마찰력을 측정하거나 따로 관측기를 설계하여 시간 미분을 한다는 것은 실제로 구현하는데 매우 큰 어려움이 있다. 그러나, 마찰력은 최대 마찰력에서 짧은 시간 후에 정상상태에 도달하기 때문에 정상상태의 미분값은 무시한 후의 다음 식을 관측기 설계에 사용한다[5].

$$Q = (D - k_1 H)Q + (D - k_1 H)k_1 \frac{y_6}{A} - k_1(\nu + \nu_c) \quad (40)$$

결국, 추정된 외란 \hat{w} 는 다음과 같다.

$$\hat{w} = q_1 + k_{11} \frac{y_6}{A} \quad (41)$$

그러므로, 구동기 매개변수의 시간에 따른 변화에 의한 영향을 제거하기 위한 수정 제어 입력 $\delta\nu$ 는 다음과 같다.

$$\delta\nu = -\hat{w} \quad (42)$$

전체 시스템 구성도는 다음 그림 6과 같다.

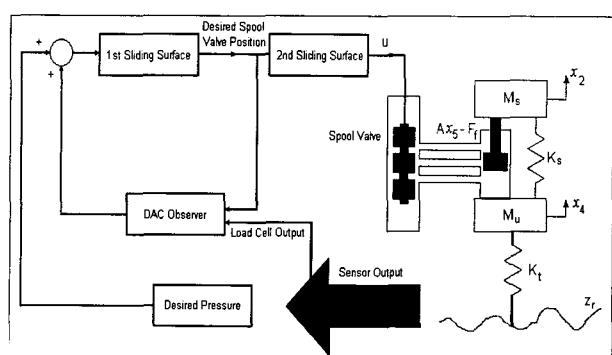


그림 6. 시스템 블록선도.

Fig. 6. System block diagram.

V. 시뮬레이션

시뮬레이션 변수의 값은 다음과 같다[1].

표 1. 시뮬레이션 변수.

Table 1. Simulation parameters.

M_s	290 kg	$\hat{\alpha}$	$4.515e13 N/m^5$
M_u	59 kg	$\hat{\beta}$	1.00
K_s	16812 N/m	$\hat{\gamma}$	$1.545e9 N/(m^{5/2} kg^{1/2})$
k_t	190000 N/m	A	$3.35e-4 m^2$
B_s	1000 N/(m/s)	P_s	10342500 Pa
C	3000 N/(m/s)	τ	0.003 s

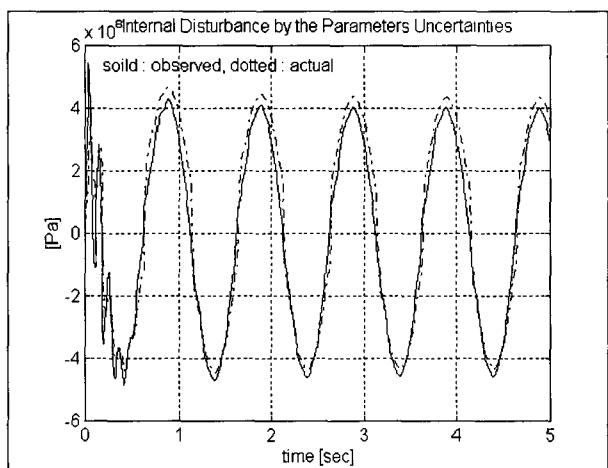


그림 7. DAC 관측기에 의한 수정 제어 입력 추정 값.

Fig. 7. The estimated correction control value by the DAC observer.

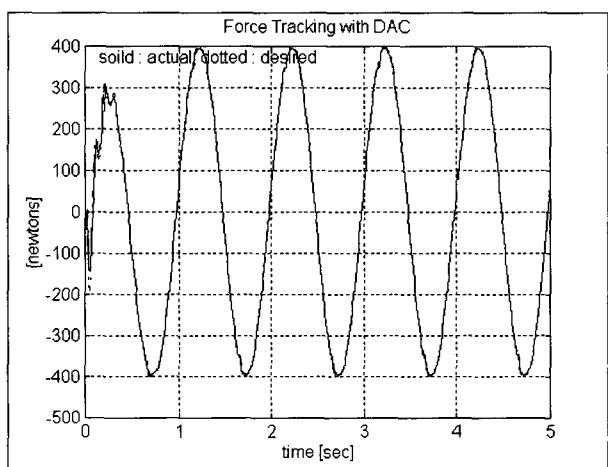


그림 8. 슬라이딩 제어기와 DAC를 함께 사용했을 때 힘 추종.

Fig. 8. Force tracking using sliding control with DAC.

시뮬레이션은 Runge-Kutta 6차 적분기를 이용하였다. 그림 7에서 보듯이 DAC 관측기에 의해 추정된 양을 이용한 수정 제어 입력은 이상적인 수정 제어 입력을 비교적 정확하게 추종하고 있다. 힘 추종 성능에 있어서 그림 2는 외란이 없는 경우의 슬라이딩 제어기 만을 적용한 경우 보다 외란이 있는 경우 슬라이딩 제어기를 DAC와 함께 사용한 그림 8의 경우가 뛰어난 것으로 나타나 있다. 이는 슬라이딩 제어기만을 사용하는 경우도 추종 오차가 발생되는데, DAC는 모델의 불확실성 뿐만 아니라 추종오차 또한 추종하여 보상하여 주기 때문이다. 본 논문에서는 1Hz에 대한 추종 특성에 대한 추종 성능 해석을 수행하였다. 이보다 높은 주파수 입력에 대한 효과적인 추종을 위하여 관측기의 이득행렬의 크기를 증가시켜야 한다. 이는 센서 잡음에 민감도를 커지게 될 뿐만 아니라 높은 주파수에 대하여는 자동차 타이어 등의 감쇠 특성이 좋다고 가정하여 1Hz에 대한 해석만을 제시하였다.

VI. 결론

본 논문에서는 4분의 1 자동차 모델에서 비선형 전기 유압 작동기 모델이 고려된 슬라이딩 제어기 설계를 재검토하였으며, 작동기의 불확실성에 의한 슬라이딩 제어기의 성능 감소를 DAC 기법을 이용한 관측기로서 보상 제어를 함으로써 제어기의 성능을 크게 향상시킬 수 있음을 시뮬레이션을 통해 검증하였다. 본 논문에서는 출력에 사용된 각종 센서의 잡음이 없다는 가정 하에 축차 관측기를 설계했다. 그러므로 센서 잡음특성에 대한 해석이 앞으로 수행되어야 하고, 외란 추정기에 대한 강건성 해석 등의 연구가 보완되어야 할 것이다.

참고문헌

- [1] A. Alleyne, K. Hedrick "Nonlinear adaptive control of active suspensions," *IEEE Control System Society*, pp. 94-101, March, 1995.
- [2] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, P. Kokotovic, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- [3] C. D. Johnson, *A New Approach to Adaptive Control*, Academic Press, 1983.
- [4] J. Kim, "Disturbance accommodating sliding mode control," *Proc. of American Control Conference*, pp. 888-890, 1992.
- [5] R. Rajamani, K. Hedrick "Adaptive observers for active automotive suspensions: Theory and experiment," *IEEE Control System Society*, pp. 86-93, March, 1995.
- [6] 김종래, "Disturbance accommodating control 기법을 이용한 3축 안정화 인공위성의 비선형 강건 자세 제어 설계," 인하대학교 석사학위논문, 1996.

**김 종 래**

1991년 인하대 항공공학과 학사. 동대학원 석사(1996). 현재 Texas A&M 항공우주공학과 박사 과정. 관심분야는 인공위성 자세제어 및 자세결정, 비선형 제어, 적응제어.

**김 진 호**

1982년 인하대 항공공학과 학사. Pennsylvania State Univ. 석사(1985). Illinois at UC 박사(1990). 미 해군 연구소 연구원(1990). Fairchild Space & Defense Corp. 선임연구원(1990년-1993). 1993년-현재 인하대 학교 항공우주공학과 부교수. 관심분야는 인공위성, 미사일, 자동차의 동역학 및 제어.