

Hopfield Network를 이용한 이종 부품 결합의 최적화 알고리즘

Optimal Connection Algorithm of Two Kinds of Parts to Pairs using Hopfield Network

오제휘, 차영엽, 고경용

(Je-Hui Oh, Young-Youp Cha, and Kyoung-Yong Ko)

Abstracts : In this paper, we propose an optimal algorithm for finding the shortest connection of two kinds of parts to pairs. If total part numbers are of size N , then there are order $2 \cdot (N/2)^N$ possible solutions, of which we want the one that minimizes the energy function. The appropriate dynamic rule and parameters used in network are proposed by a new energy function which is minimized when 3-constraints are satisfied. This dynamic rule has three important parameters ; an enhancement variable connected to pairs, a normalized distance term and a time variable. The enhancement variable connected to pairs have to a perfect connection of two kinds of parts to pairs. The normalized distance term get rids of a unstable states caused by the change of total part numbers. And the time variable removes the un-optimal connection in the case of distance constraint and the wrong or not connection of two kinds of parts to pairs. First of all, we review the theoretical basis for Hopfield model and present a new energy function. Then, the connection matrix and the offset bias created by a new energy function and used in dynamic rule are shown. Finally, we show examples through computer simulation with 20, 30 and 40 parts and discuss the stability and feasibility of the resultant solutions for the proposed connection algorithm.

Keywords : connection of two kinds of parts, combinatorial optimization, neural network, Hopfield network

I. 서론

Hopfield에 의하여 제안된 자기연상 기억 모델(auto-associative memory model)은 풀기 어려운 최적화 문제의 해결 방법으로 많이 이용되고 있다[1]. 간단한 다중-입력(multi-input)구조이며, 비선형적 구동을 하는 Hopfield network는 입력값의 변화를 조정할 수 있는 운동 방정식(dynamic rule)과 에너지 방정식(energy function)을 가지고 있다. 에너지 방정식의 가장 큰 특징은 언제나 운동 방정식에 의해 진행이 될 때 감소(또는 상수를 유지)한다는 것이다. 이러한 특징으로 인하여 에너지 방정식의 최소값을 구하므로 어려운 최적화 문제를 풀 수가 있다.

최적화 문제가 NP인 경우, 대체로 크기가 N 인 문제는 각각 다른 e^N 또는 $N!$ 배의 경우해를 가지며, 에너지 방정식이 최소인 해가 최적의 해가 될 것이다. 이러한 문제를 조합적 최적화 문제(combinatorial optimization problem)라 한다. 이러한 조합적 최적화 문제를 풀기 위해 신경 회로망 중 Hopfield Network가 이용된다. Hopfield network를 이용한 조합적 최적화 문제 풀이의 주안점은 그 문제를 풀기 위한 에너지 방정식을

어떻게 정식화하느냐에 있다. 이러한 풀이의 대표적인 예로는 도시 사이의 거리가 d_{ij} 인 N 개의 도시가 있다면, 각 도시를 오직 한번씩 그리고 시작한 도시로 되돌아오는 최소 거리의 연결을 찾는 문제인 Traveling Salesman Problem(이하 TSP)과 graph bipartitioning 등을 들 수 있다[2]. 특히, Hopfield와 Tank에 의하여 처음 Hopfield network에 적용된 조합적 최적화 문제 풀이인 TSP는 여러 연구가들에 의하여 연구되어져 왔다[3].

본 연구는 TSP문제를 결합 부품 연결과 전체 부품 연결로 나누어서 결합 부품 연결에는 weighted matching problem을 그리고 전체 부품 연결에는 TSP를 적용한 그전의 연구[3]를 심화한 경우이다. 즉, 조합적 최적화 문제의 특수한 문제인 이종(二種) 부품 결합 경로 결정에 대한 새로운 연구이다. 이종 부품의 최적 결합이란 볼트와 너트 같이 종류가 다른 것끼리 서로 짙을 이루면서 결합이 되어야 하는 부품을 이종 부품이라 한다면, 이 부품들이 가장 짙은 거리의 쌍으로만 결합-즉, 볼트와 너트 결합-이 되는 경우를 말한다. 그럼 1(a)는 부품의 개수가 10개인 이종 부품의 최적 결합을 보여주고 있다. 그리고, 그림 1(b)는 이종 부품 결합을 할 때 고려되어야 할 결합 예리를 표시하고 있다. Case-A는 비록 이종 부품간의 결합은 잘됐지만 그 결합 거리에서 최적의 값이 아닌 경우이며, Case-B는 동일(同一) 부품 간의 결합과 부품이 결합되지 않는 경우를 나타낸다. Case-A는 Case-B보다 이종 부품간의 결합이 된다는 면에서 약간의 조건을 만족하는 예리이며, Case-B는 피해

접수일자 : 1998. 4. 24., 수정완료 : 1998. 11. 17.

오제휘 : (주) 동방 화닉스

차영엽 : 원광 대학교 기계공학부

고경용 : 원광 대학교 기계공학과 대학원

* 본 연구는 1997년도 교육부 학술연구조성비(기계공학 : ME97-D-14)에 의하여 연구되었습니다.

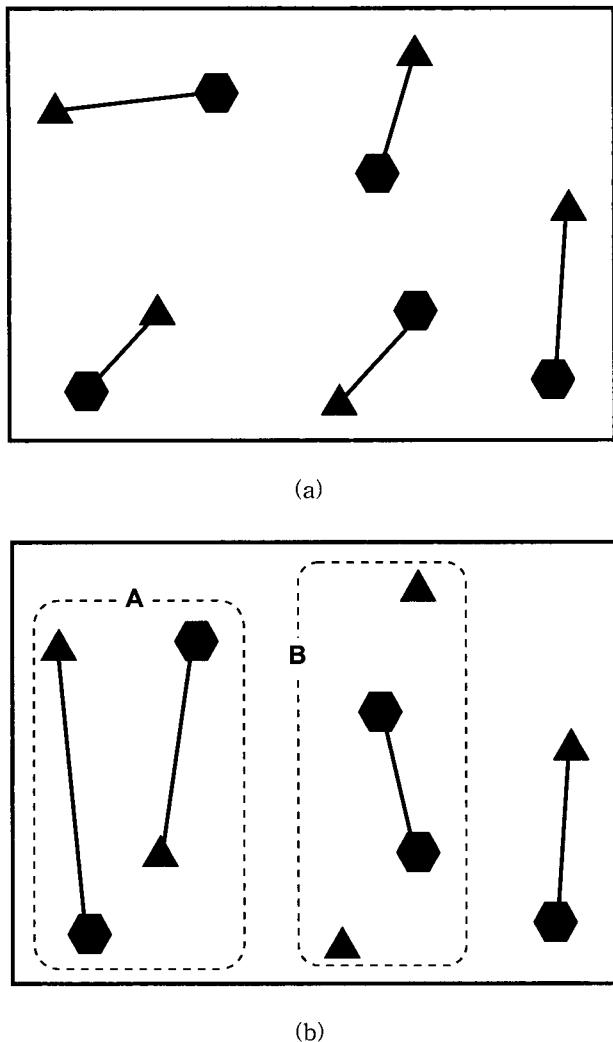


그림 1. 이종 부품 결합의 예.

(▲ : I형 부품, ● : II형 부품)

Fig. 1. Example connection of two kinds of parts. (▲ : type-I element, ● : type-II element)

야 할 에러이다.

따라서, 본 연구는 결합 부품의 개수와 위치가 일정하지 않으며 연결하는 객체가 2가지의 종류를 가진 경우에 Hopfield network를 이용하여 Case-A와 Case-B와 같은 에러가 존재하지 않는 최적 해를 능동적으로 찾는 이종 부품 결합 알고리즘을 만드는 것이 목적이다. 여기서는 위의 문제를 해결하기 위하여 우선적으로 Hopfield network의 기본적인 운동 방정식과 에너지 방정식을 설명하겠다. 그리고 이종 부품 결합의 해결을 위해 제약 조건(constraint) 및 주요 고려사항들을 정리한 후, 운동 방정식에 적용할 수 있는 에너지 방정식을 제안하고, 이 방정식을 이용하여 결합 행렬과 외부 자극을 유도하겠다. 마지막으로 부품의 수가 20, 30 그리고 40개인 경우에 대하여 실험 및 고찰을 통하여 여기에서 제안한 알고리즘이 이종 부품의 최적 결합에 안정적이고 유효하다는 것을 보이겠다.

II. Hopfield network

Hopfield network는 뉴런(neuron)이라고 불리는 각각의 요소들이 서로 피드백(feedback)으로 연결된 구조를 이룬다. 일반적으로 i 번째의 뉴런은 현재의 상태 또는 입력값 U_i , 그리고 그 출력값 V_i 등으로 표시가 가능하며, 출력값 V_i 는 비선형의 0 - 1(또는 -1 — +1) 사이의 값을 갖는 출력 함수 $g(U_i)$ 와 관계를 가지고 있다. 출력 함수 $g(U_i)$ 는 여러 가지 형태가 있으나, 일반적으로 Step 함수 또는 쌍곡선 탄젠트(hyperbolic tangent) 형태를 갖는다. j 번째 뉴런의 출력값 V_j 는 결합 행렬(connection matrix) $T_{i,j}$ 와 곱해져서 i 번째 뉴런의 입력값 U_i 가 되며, 각각의 뉴런에는 offset bias라는 외부 자극(external excitation) I_i 를 받게 된다.

i 번째 뉴런 U_i 는 이 뉴런의 총 입력값에 대한 함수로 값이 개신(update)되며, 이 함수는 사용하는 값이 연속적(continuous)이나, 이산적(discrete)이거나에 따라 구별되어 진다. 이산적인 경우에는 network의 거동 방정식을 정의 할 때, 미분 방정식의 적용이 불가능하므로 여기에서는 연속적인 경우라 설정하여 다룰 것이다[3].

연속적인 경우의 미분 방정식으로 표시되는 network의 운동 방정식은

$$\frac{dU_i}{dt} = \sum_{j=1}^N T_{i,j} V_j - \frac{U_i}{\tau} + I_i \quad (1)$$

이며, (1)에서 τ 는 회로의 시간 상수(time constant)를 나타낸다. 또한 개신을 위한 출력함수 $g(U_i)$ 는 쌍곡선 탄젠트로서 아래와 같다.

$$V_i = g(U_i) = \tanh\left(\frac{U_i}{U_0}\right) \quad (2)$$

여기서, U_0 는 초기의 뉴런값을 나타낸다. U_i 가 비동기적(asynchronous ; 뉴런들의 값이 무작위로 개신되는 경우)으로 개신되고, 결합 행렬 $T_{i,j}$ 가 대칭적이면, (1)로부터 유도되는 기본적인 에너지 방정식(energy function)은 다음과 같다.

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N T_{i,j} V_i V_j - \sum_{i=1}^N I_i V_i \quad (3)$$

에너지 방정식은 Liapunov 함수 또는 목적 함수(objective function)라고도 하며, 중요한 특성으로는 시스템은 언제나 감소(또는 일정한 상수로 수렴)하는 방향으로 나아간다는 것이다. 그러므로 초기의 입력값이 점점 감소하여 에너지 최소점(energy minima)에 도달하면 일정 상수가 되고, 이 에너지 최소값이 우리가 원하는 해가 될 수 있다.

III. 이형 부품 결합 문제

이형 부품 결합 문제를 풀기 위하여 Hopfield network를 사용하였다. 우선 이형 부품 결합에 대하여 설명을 하고, 결합을 위한 에너지 방정식을 제안하겠다. 그리고 제안한 에너지 방정식을 이용하여 결합 행렬과 외부 자극을 얻어내어 운동 방정식을 완성하겠다.

1. 이형 부품 결합 문제의 정의

이종 부품 결합이란 볼트와 너트 같이 서로 짹을 이루면서 결합이 되어야 하는 부품을 이종 부품이라 한다면, 이 부품이 가장 짧은 거리의 쌍으로 결합-즉, 볼트와 너트 연결-이 되는 경우를 말한다. 여기서 발생되는 경우의 수는 부품이 N 개라면 $2 \cdot (N/2)^N$ 가지 경우의 수가 존재한다. 최적 설계를 문제 해결에 이용하여 최소 거리로 결합을 가능하게 하는 에너지 함수를 만들기 위해, 부품의 개수가 N 개이고, $N/2$ 개의 동일 부품이 두 종류인 이종 부품 결합 문제에서 고려할 조건은 다음과 같다.

C1) 각 부품은 오직 다른 종류의 한 개의 부품에만 결합되어야 한다.

C2) 결합된 부품의 개수는 N 개이어야 한다.

C3) 쌍으로 결합된 거리의 합이 최소가 되어야 한다.

위의 세 가지 항을 모두 만족하여야 하지만, C1, C2는 그림 1의 Case-B와 같은 경우를 갖지 않고 유효한 값을 얻기 위해 꼭 만족해야 할 강한 제약조건(strong constraint)들이며, C3은 다른 조건들에 비해 약한 제약조건(weak constraint)으로, 여기에 만족하지 못하면 Case-A와 같은 경우를 유발시킨다.

여기서, 표기법의 통일을 위해 뉴런 $V_{x,i}$ 는 x 번 부품과 i 번 부품의 결합으로 정의한다. 만일 x 번 부품과 i 번 부품이 결합된다면, 그 값이 '1'이 되고, 그렇지 않다면 '0'이 된다. 그리고, $V_{x,i}$ 는 위의 정의에 의하여 대칭 ($V_{x,i} = V_{i,x}$)이다. 그러므로, $x < i$ 인 경우만 고려한다면 이종 부품 결합을 위한 network의 뉴런 수는 $N(N-1)/2$ 이며, 결합 행렬의 수는 $(N(N-1) * [N(N-1)-2]) / 8$ 이다.

2. 에너지 방정식

이종 부품 결합을 위한 운동 방정식은

$$\frac{dU_{x,i}}{dt} = \sum_{y=1}^N \sum_{j=1}^N T_{xi,yj} V_{y,j} - \frac{U_{x,i}}{\tau} + I_{x,i} \quad (4)$$

$$\text{여기서, } V_{x,i} = g(U_{x,i}) = \tanh\left(\frac{U_{x,i}}{U_o}\right) \quad (5)$$

과 같다. 여기서 $T_{xi,yj}$ 는 결합을 갖는 부품 x, i 와 다른 부품들 y, j 사이의 관계를 행렬 형태의 에너지 값으로 표현한 결합 행렬로서, $\sum_{y=1}^N \sum_{j=1}^N T_{xi,yj} V_{y,j}$ 값이 작으면 작을수록 결합력이 강함(즉, 부품 x, i 가 결합)을 의미한다. 그리고, (4)에서 유도되는 기본적인 에너지 방정식은 다음과 같이 표현 할 수가 있다.

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{y=1}^N \sum_{j=1}^N T_{xi,yj} V_{x,i} V_{y,j} - \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N I_{x,i} V_{x,i} \quad (6)$$

3.1절의 조건에 만족하는 이종 부품 결합 문제의 에너지 방정식을 각각 정의한다면 다음과 같다.

$$E1 = + \frac{A}{2} \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N V_{x,i} V_{x,j} + \frac{A}{2} \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{y=1, y \neq i}^N V_{x,i} V_{y,x}$$

$$+ \frac{B}{2} \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{y=1, y \neq x}^N V_{x,i} V_{y,i} + \frac{B}{2} \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq x}^N V_{x,i} V_{i,j} \quad (7)$$

$$E2 = + \frac{C}{2} \left(\sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N V_{x,i} - N \right)^2 \quad (8)$$

$$E3 = + D \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N d_{x,i} V_{x,i} (2P_{x,i} - 1) \quad (9)$$

여기서, A, B, C 그리고 D 는 각각 임의의 상수, N 은 총 부품 수를 나타낸다. $d_{x,i}$ 는 x 부품과 i 부품사이의 거리를 나타낸다. 그리고 $P_{x,i}$ 는 이종 결합 강화 변수를 나타내며 다음과 같이 정의한다.

$$P_{x,i} = \begin{cases} 1 & \text{if } x \text{ and } i \text{ are different kinds} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

(4)에서 우변의 첫 번째 항과 두 번째 항은 $V_{x,i}$ 에서 x 에 관한 제약으로 각각 $x \neq y, x \neq j$ 인 경우를 나타내며, 우변의 세 번째 항과 네 번째 항은 i 에 관한 제약으로 각각 $i \neq j, i \neq y$ 인 경우를 나타낸다. 즉, x 부품과 i 부품이 결합되면 x 부품과 i 부품은 다른 부품과 결합할 수 없음을 정의한 C1을 나타낸다. 그리고 (5)는 C2의 조건에 만족하는 방정식으로 $V_{x,i}=1$ 인 경우의 합이 부품 개수 N 과 같아야 함을 나타내며, (6)은 C3를 만족하는 방정식으로 $V_{x,i}=1$ 이고 이종 결합(즉, $P_{x,i}=1$)인 경우의 최소의 거리를 찾는 방정식이다. 그러므로, (7), (8) 그리고 (9)을 합한 것이 이종 부품 결합 문제의 에너지 방정식이라 볼 수 있다.

$$E = E1 + E2 + E3 \quad (11)$$

(6)과 (11)의 에너지 방정식이 같다고 놓고 풀면, 상수 항, $V_{x,i}$ 에 비례하는 선형 항 그리고 $V_{x,i}$ 의 쌍과 비례하는 2차 항이 나온다. 여기서, 2차 항은 (4)의 운동 방정식에 이용될 결합 행렬 $T_{xi,yj}$ 을 나타내며, 선형 항은 외부 자극 $I_{x,i}$ 를 나타낸다.

그러므로, (11)에 의하여 얻어지는 결합 행렬 $T_{xi,yj}$ 와 외부 자극 $I_{x,i}$ 는 각각 다음과 같다.

$$T_{x,i,y,j} = -A\delta_{x,y}(1 - \delta_{i,j}) - A\delta_{x,i}(1 - \delta_{i,y}) - B\delta_{i,j}(1 - \delta_{x,y}) - B\delta_{i,y}(1 - \delta_{x,j}) - C \quad (12)$$

$$I_{x,i} = CN - D \cdot d_{x,i} \cdot (2P_{x,i} - 1) \quad (13)$$

(12)에서 $\delta_{i,j}$ 는 Kronecker 델타 함수이며 $\delta_{i,j} = \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$ 와 같이 정의된다.

(12), (13)에서 A, B 그리고 C 의 항이 D 항 보다 작은 값이라면 Case-B와 같이 모두 결합하지 못할 것이며, A, B 그리고 C 의 항이 크다면 Case-A와 같이 최단 거리 결합을 이루지 못할 것이다. 그러므로 시간에 따라 변화하는 가상의 시간변수를 γ 로 정의하고 이를 이용하여, 초기에는 D 의 값보다 작은 값으로 출발하여,

시간의 변화에 따라 변수 γ 값을 점점 커지게 하므로서 모든 결합이 최단의 결합이 될 수 있게 할 수 있을 것이다. 이러한 목적을 위하여 (4)의 운동 방정식과 (13)의 외부 자극에 시간 변수 γ 를 추가하였으며, 결과 식은 다음과 같다.

$$\frac{dU_{x,i}}{dt} = \sum_{y=1}^N \sum_{j=1}^N (\gamma \cdot T_{xi,yj}) V_{x,j} - \frac{U_{x,i}}{\tau} + I_{x,i} \quad (14)$$

$$I_{x,i} = \gamma CN - D \cdot d_{x,i} \cdot (2P_{x,i} - 1) \quad (15)$$

IV. 실험 및 고찰

1. 실험

실험을 위하여 (14)에서 $-U_{x,i}/\tau$ 항을 소거 (왜냐하면, A, B, C, D 값이 상당히 크다면 이 항의 값을 보상해 줌)하였으며, 출력함수 $g(U_{x,i})$ 로는 쟁곡선 탄젠트를 쓰는 대신 더욱 안정적이고 빠른 수렴을 위해 아래와 같은 계단 선형함수를 새로 만들어 사용하였다.

$$g(U_{x,i}) = \begin{cases} 0 & U_{x,i} \leq -0.5 \\ U_{x,i} + 0.5 & -0.5 < U_{x,i} < +0.5 \\ 1 & U_{x,i} \geq +0.5 \end{cases} \quad (16)$$

그리고 초기의 $V_{x,i}$ 값은 다음과 같이 하였다.

$$(V_{ini})_{x,i} = 0.5 + 0.00001 \cdot \theta_{x,i} \quad (17)$$

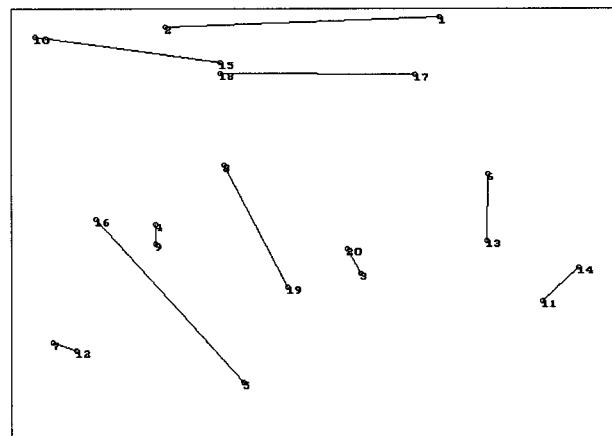
여기서, $\theta_{x,i}$ 는 $-0.5 \leq \theta_{x,i} \leq +0.5$ 사이의 무작위 값으로 선택하였으며, 부품간의 거리 $d_{x,i}$ 는 정규화(normalization)하였다.

이종 결합 강화 변수 $P_{x,i}$ 를 위하여 프로그램에서 이 종 부품의 표시를 0 또는 1로 하였다. 즉, 볼트와 너트가 있다면 볼트는 '0'으로 너트는 '1'로 표시하였다. γ 에 의 하여 A, B, D 의 차이가 보상되므로 상수 A, B, D 는 300으로 하였고 $C = 300/N$ 로 하였다 dt 는 0.00001로 하였다. 그리고 γ 는 초기값이 0.8부터 시작하여 iteration이 4회 끝나 후에 0.005씩 증가하게 하였다.

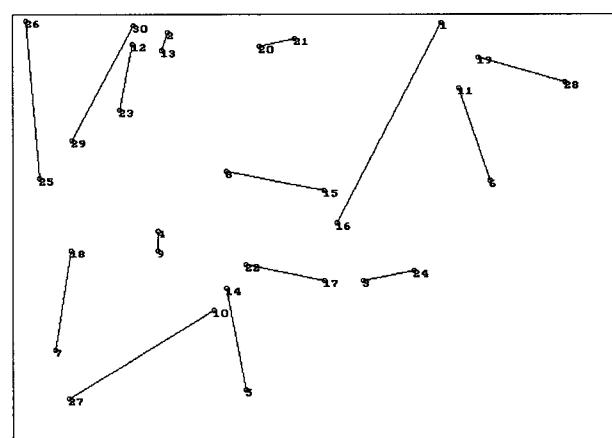
2. 결과

그림 2는 이종 부품 최적 결합을 위해 본 연구에서 제안한 (12), (14) 그리고 (15)와 4.1절의 조건들을 사용하여 각각 부품의 개수가 20, 30 그리고 40개일 경우의 실험 결과를 나타내고 있다. 여기서 짹수 번은 '0'인 부품이고 홀수 번은 '1'인 부품을 나타낸다. 이 그림에서는 모든 결합이 최적의 거리로 이종 부품끼리(짝수 번과 홀수 번) 완벽하게 결합됐음을 볼 수 있다. 그림 3은 γ 의 변화에 따른 결합율의 변화를 보여준다.

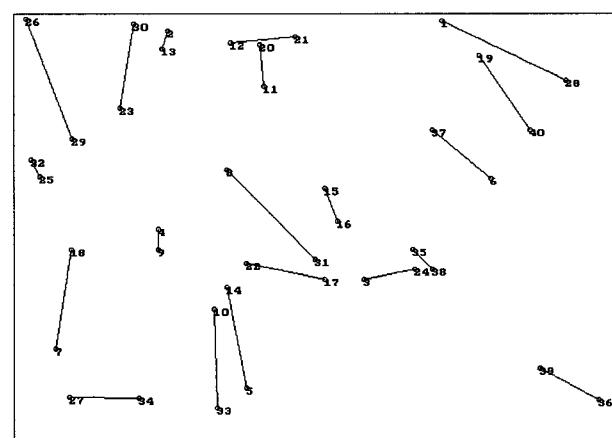
그림에서 x축은 γ 의 변화를 나타내며, y축은 완전 결합율을 나타낸다. 이 그림에서 각각 부품의 개수가 20, 30 그리고 40개일 경우 모두 초반에는 γ 의 미소한 변화에도 부품간의 결합율이 커지지만, 결합율이 90~100% 사이에서는 γ 의 변화에 둔감하다가 γ 가 약 3.2를 넘으면 다시 미세한 변화에도 결합율이 이룬다. 이렇게 부품의 개수가 20, 30 그리고 40개일 경우 모두 비슷한 경향을 보이는 이유는 부품간의 거리 d_{ij} 를 정규화 하였기 때-



(a) $N = 20$



(b) $N = 30$

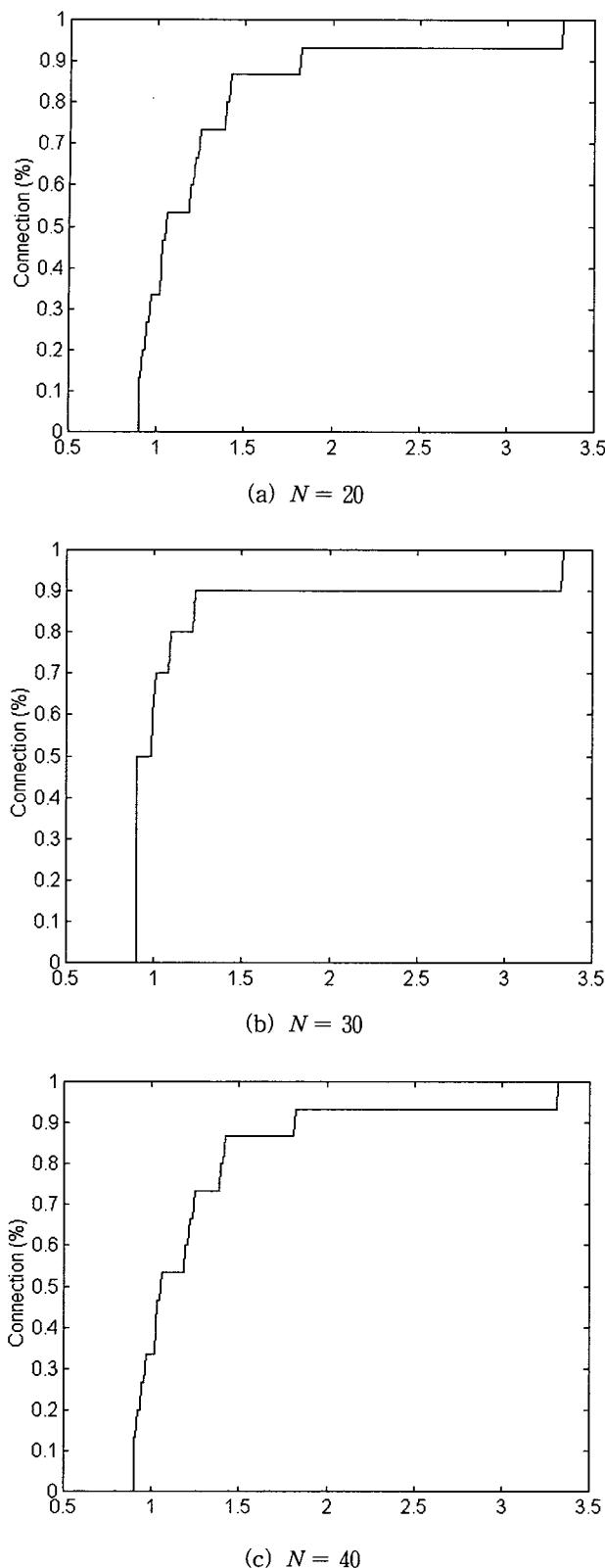


(c) $N = 40$

그림 2. 실험 결과.
Fig. 2. Experiment result.

문이다.

그림 3에서 γ 가 낮을 때 결합이 잘된 이유는 A, B 그리고 C 항이 D 항 보다 작은 값이므로 최적의 결합을 찾을 수가 있으며, γ 가 커지면서 그림 1의 Case-B와 같은 경우를 억제하여 완벽한 결합을 가능하게 하였다. 이

그림 3. γ 와 결합율의 변화.Fig. 3. Change of γ and connection rate.

러한 γ 의 변화가 너무 빠르면 최종 결합이 그림 1의 Case-A와 같은 경우를 유발하며, 변화가 너무 느리면 정확한 해를 찾는 시간이 너무 많이 걸리는 단점이 있다.

V. 결론

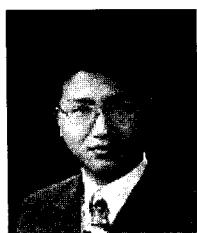
본 논문에서는 일정하지 않은 부품 개수와 거리를 갖는 이종 부품의 최적 결합을 위한 알고리즘을 위해 Hopfield network의 에너지 방정식을 이용하여 이종 부품 결합 알고리즘을 만들었다.

제안된 알고리즘의 특징은 Hopfield network의 에너지 방정식을 이용하여 알고리즘의 운동 방정식을 만들었으며, 이종 결합 강화 변수 $P_{x,i}$ 에 의하여 이종 부품간의 결합을 가능하게 하였다. 그리고 부품간의 거리 $d_{x,i}$ 의 정규화로 인하여 부품 개수에 의한 알고리즘의 불안정성을 제거할 수가 있으며, 시간 변수 γ 에 의하여 결합 및 최적 거리 결합을 보장할 수가 있었다는 것이다.

본 연구는 기존의 행한 결합 부품 결정과 전체 부품 연결 결정에 대한 연구를 이종 부품인 경우로 확장하여 사용할 수 있으며, 특히, 이종 결합 강화 변수 $P_{x,i}$ 를 확장한다면, 실제로 여러 종류의 부품 결합에도 능동적인 부품의 결합 경로 결정을 가능하게 한다.

참고문헌

- [1] J. A. Freeman, and D. M. Skapura, *Neural Networks*, Addison-Wesley Pub., pp. 141-168, 1992.
- [2] J. Hertz, A. Krogh and R. G. Palmer, *Introduction to the Theory of Neural Computation*, Addison-Wesley Pub., pp. 71-87, 1991.
- [3] S. V. B. Aiyer, M. Niranjan and F. Fallside, "A Theoretical investigation into the performance of the Hopfield model," *IEEE Trans. Neural. Networks*, vol. 1, no. 2, pp. 204-215, 1990.
- [4] 오제휘, 차영엽, "부품 조립 공정에서 경로의 최적화 알고리즘," *한국정밀공학회지*, 14권, 8호, pp. 122-129, 1997.



오제희

1972년 2월 12일생. 1996년 원광대 기계공학과 졸업. 동대학원 석사(1998). 1998년-현재 (주)동방 화닉스 근무. 관심분야는 지능제어, 영상처리.



차영엽

1961년 11월 18일생. 1984년 부산대 기계공학과 졸업. 1987년 한국과학기술원 생산공학과(석사), 한국과학기술원 정밀공학과 박사(1995). 1995년-현재 원광대학교 기계공학부 조교수. 관심분야는 이동 로봇, 영상처리,

지능제어.



고경용

1972년 4월 28일생. 1997년 원광대 기계공학과 졸업. 1998년-현재 동대학원 석사 과정. 관심분야는 지능제어, 영상처리.