

GPS를 이용한 자세 측정 시스템의 미지정수 결정기법

An Integer Ambiguity Resolution Method for GPS Attitude Determination

박 찬 식, 김 일 선
(Chan Sik Park, and Il Sun Kim)

Abstracts : The attitude of a vehicle can be precisely determined using GPS carrier phase measurements from more than two antennas attached to a vehicle and an efficient integer ambiguity resolution technique. Many methods utilizing the known baseline length as a constraint of independent elements of integer ambiguities are proposed to resolve integer ambiguity at real time. Three-dimensional search space is reduced to two-dimensional search space with this constraint. Thus the true integer ambiguity can be easily determined with less computational burden and fewer number of measurements. But there are still strong requirements for the real time integer ambiguity resolution, which uses single epoch measurement of long baseline. In this paper, a new constraint from the geometry of multiple baselines is derived. With this new constraint, two-dimensional search space is further reduced to one-dimensional search space. It makes possible to determine integer ambiguity with single epoch measurement. The proposed method is applied to real data to show its effectiveness.

Keywords : GPS, carrier phase, attitude determination, integer ambiguity resolution

I. 서론

GPS(Global Positioning System)의 C/A(Coarse Acquisition)코드신호는 300m의 칩 길이(chip length)를 갖고 있으며, 이 코드 측정치를 이용하면 수평면 상에서 수십 m 정도의 오차를 갖는 위치를 구할 수 있다. DGPS(Differential GPS) 기법을 이용하면 오차를 수 m 이내로 줄일 수 있음이 많은 연구를 통해서 알려져 있다[9]. 이보다 더 정밀한 위치를 요구하는 측지 혹은 비행기의 착륙등의 응용에서는 반송파 위상신호를 이용하여 수 cm 이내의 오차를 갖는 위치를 구할 수 있으며, 이방법과 두개 이상의 안테나를 이용하여 항체의 자세를 구하는 많은 연구가 진행되고 있다[2][4][10][11]. GPS의 L1 반송파 위상신호는 그 파장이 약 19cm로 코드신호에 비하여 월등히 높은 해상도를 제공하며 이를 이용하면 두 안테나 사이의 거리가 가까운 경우 수 mm 정도의 정 확도로 위치를 구할 수 있다. 그러나 반송파 위상신호를 사용하기 위해서는 두개 이상의 안테나를 사용하여 두 안테나 사이의 기저선 벡터(baseline vector)를 구하여 위치를 구하는 상대위치 결정기법이 고려되어야 하며, 기저선 벡터를 구하기 위해서는 반송파 위상신호에 포함된 미지 정수(integer ambiguity)가 결정되어야 한다. 이 과정은 측지 분야에서 많은 연구가 진행되고 있으나 실시간 미지 정수 결정 즉 최소의 측정치와 최소의 계산량을 갖는 미지정수 결정에 대한 고려가 부족하다. 측지 분야에서의 관심은 최종적인 위치이며 주로 후처리 기법을 사용하므로 계산량에 대한 고려가 부족하여 이를 항

법에 사용하기에는 아직 해결해야 할 문제가 많은 실정이다.

측지에서 시작된 초기의 미지정수 결정방법은 정지한 상태에서 측정치를 수집하여 후처리 기법으로 미지정수와 위치를 결정하는 방법이 주류를 이루었으며 이후에 움직이는 상태에서 현장에서 미지정수와 위치를 구하고자 하는 OTF(On-The-Fly) 혹은 RTK(Real Time Kinematics)에 대한 연구가 진행중이다. 측지에서의 미지정수 결정은 여러 epoch의 측정치를 모아서 실수 영역에서의 미지정수와 위치를 구하고, 공 분산(covariance) 정보를 이용하여 정해진 범위를 검색하는 정수 최소자승법(integer least squares method)을 사용하여 이루어진다[5]. 이 과정에서 검색 범위 및 계산량을 줄이기 위하여 FARA(Fast Ambiguity Resolution Approach)[7], LAMBDA(Least squares AMBiguity Decorrelation Adjustment)[14], Euler와 Landau의 방법[6] 등이 제시되었다. 측지에서 사용되는 방법은 반송파 위상신호만을 사용하고 여러 epoch의 측정치를 모아서 사용하므로 실시간 위치와 자세를 요구하는 항법에 적용하기는 어려운 구조이다. 한번의 측정치로 미지정수의 결정이 가능한 구조인 코드 측정치와 반송파 위상 측정치를 동시에 사용하는 방법으로는 AFM(Ambiguity Function Method)[3]과 LSAST(Least Squares Ambiguity Search Technique)[8]가 대표적인 방법이다. AFM은 코드 측정치에 의하여 위치와 공 분산을 구하고 이로부터 검색범위를 결정한 다음 격자검색(grid search) 등을 이용하여 위치 영역에서 검색하는 기법으로 정수가 아닌 실수영역에서의 위치를 검색해야 하는 어려움이 있다. LSAST는 미지정수 항들 중 3개만 독립이라는 사실을 활용하여 검색범위를 줄이는 방법을 사용한다. 그러나 LSAST에서 독립 미지정수 항을 결정하기 위하여 독립 미지정수에 해당하는 위성을

접수일자 : 1998. 1. 30., 수정완료 : 1998. 7. 25

박찬식 : 충북대학교 전기전자 공학부

김일선 : 삼성전자 멀티미디어 연구소

※ 이 연구는 정보통신부의 정보통신 우수시범학교 지원 사업에 의하여 수행된 것입니다.

이용하여 위치를 구하고 이 위치와 나머지 위성의 미지정수 항을 이용하여 유수의 제곱의 합으로 정의되는 목적함수를 계산해야 하므로 실시간으로 처리하기에는 계산량이 많으며 독립 미지정수 항과 나머지 미지정수 항의 분리에 대한 구체적인 기준이 없다. AFM과 LSAST는 한번의 측정치로도 미지정수를 결정할 수 있는 구조이지만 측정잡음의 영향을 고려하면 한번의 측정치로 미지정수를 결정하는 데는 위험이 따른다. 따라서 추가의 제약조건이 없는 측지에 사용되는 경우 여러 epoch 동안의 측정치를 연속적으로 사용하며 한 개의 미지정수 후보만 남으면 이를 참 미지정수로 결정한다. 이 과정에서 미지정수의 결정을 빠르게 하기 위하여 비율검사(ratio test)와 임계치를 사용하여 불필요한 검사를 줄여 계산량을 줄일 수 있다. 그러나 임계치의 결정에 대한 체계적인 연구가 없으며 실험적으로 결정된 상수 값을 주로 사용하므로 측정잡음의 영향으로 참 미지정수가 초기에 제거될 위험이 있다.

두개 이상의 안테나를 항체에 부착하고 그 중 한 개를 기준 안테나로 정의하고 이와 나머지 안테나들간의 기저선 벡터를 구함으로써 항체의 자세를 구할 수 있다. GPS를 이용하면 INS(Inertial Navigation System)을 이용하는 경우 발생하는 시간의 증가에 따른 오차의 증가를 방지할 수 있으며, INS에 비하여 정확한 방위각(heading)을 쉽게 얻을 수 있다. INS와 GPS의 결합으로 서로의 장점을 취할 수 있으며, GPS만으로 위치, 시간, 속도뿐만 아니라 자세까지 구할 수 있으므로 저가의 항법 장치를 구현할 수 장점이 있으므로 최근에 이에 대한 연구가 활발히 진행중이다. 자세를 결정하는 응용에서도 위에서 설명한 미지정수 결정 방법들이 사용될 수 있지만 실시간 구현의 어려움으로 인하여 L1, L2를 동시에 사용하는 이중 주파수 수신기 혹은 한 개의 수신기에 여러 개의 안테나를 장착하는 고가의 수신기가 발표되기도 하였다 [1]. 최근에 범용의 단일 주파수를 사용한 저가의 실시간 자세 측정 시스템에 대한 연구가 활발하며 ARCE(Ambiguity Resolution with Constraint Equation)[13][15]가 대표적인 방법이다. ARCE는 미지정수 항간의 제한 조건식을 유도하고 이로부터 3개의 미지정수 항만이 독립임을 이용하여 검색범위를 줄인다. 또한 독립 미지정수 항의 결정을 위한 위성 선택 기준 및 위성의 배치를 고려한 가변 임계치를 사용함으로써 측정잡음 및 위성신호의 단절에도 강인하게 미지정수를 결정할 수 있도록 하는 장점이 있다. ARCE를 자세 측정에서 사용하는 경우 안테나의 설치 시 미리 알고있는 기저선의 길이의 정보를 이용하여 2개의 미지정수 항만이 독립임을 보일 수 있으며 이로부터 다시 검색범위를 줄여 실시간 미지정수 결정이 가능하다.

GPS 반송파 위상신호를 이용하여 자세를 구하는 경우 구해진 자세의 정확도는 기저선 길이에 비례한다. 즉 두 안테나 사이의 거리가 길수록 더욱더 정확한 자세를 구할 수 있다. 그러나 기저선의 길이가 길어지면 미지정수의 결정을 위하여 더 많은 측정치를 요구한다. 실험적

으로 대략 수 m 이내의 기저선에 대해서는 한번의 측정치로 미지정수를 결정할 수 있지만 그 이상의 기저선에 대해서는 더 많은 측정치를 이용하여야 미지정수를 결정할 수 있다[15]. 따라서 자세 측정 시스템을 차량이나 소형 비행기에서 사용하는 경우 실시간 미지정수 결정이 가능하지만 선박이나 대형 비행기에서 사용하고자 하는 경우 실시간 미지정수 결정을 위하여 정확도를 희생하면서 안테나를 가까이 설치해야 하는 단점이 있다. 본 논문에서는 이러한 단점들을 보완할 수 있는 새로운 미지정수 검색기법을 제시한다. 제시될 미지정수 결정기법은 3개 이상의 안테나를 사용하며 ARCE 기법에 기초를 두고 있다. 즉 기저선 길이를 알고있다는 조건 외에 기저선 사이의 배치를 추가로 사용하여 기저선의 길이가 긴 경우에도 한번의 측정치로 자세측정이 가능한 미지정수 결정기법을 제시한다. 또한 제시될 결과는 3개 이상의 안테나를 설치하여 항체의 3차원 자세를 구하는 경우 기저선 벡터들 사이의 관계를 이용함으로써 처음 기저선 벡터에 관계된 미지정수는 2개의 항이 독립이지만 나머지 기저선 벡터에 관계된 미지정수는 1개의 항만이 독립임을 보여준다. 따라서 각각의 기저선 벡터를 독립적으로 사용하는 기존의 방법들에 비하여 월등히 계산량이 줄어들어 실시간 구현이 용이해진다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2장에서는 2개의 안테나를 사용하는 경우에 대한 미지정수 결정문제를 정의하고 측지와 자세 결정에서 사용되는 기존의 방법을 소개한다. 3장에서는 3개 이상의 안테나를 사용하는 경우의 미지정수 검색기법을 설명하고, 4장에서는 실제 측정치를 이용한 실험결과를 나타낸다. 마지막 5장에 결론을 나타낸다.

II. 단일 기저선에서의 미지정수 결정

두개의 안테나 A, B 를 항체에 설치하면 한 개의 기저선 벡터가 형성되며 선형화된 반송파위상 측정치는 (1)과 같이 나타난다[9].

$$l_{AB} = H_{AB}r_{AB} + \lambda N_{AB} + w_{AB} \quad (1)$$

여기서 l_{AB} 은 이중차분된 반송파 위상신호, H_{AB} 는 측정 행렬, r_{AB} 는 안테나 A, B 사이의 기저선 벡터, λ 는 반송파 위상신호의 파장(L1 반송파의 경우 19.03cm), N_{AB} 는 미지정수, $w_{AB} \sim N(0, Q_{D\phi}) = N(0, DD \cdot Q_{\phi} \cdot DD^T)$ 는 측정잡음, DD 는 이중 차분 연산자, Q_{ϕ} 는 차분되기 전의 반송파 위상신호의 공분산을 각각 나타낸다. (1)에서 기준 안테나 A 의 위치를 정확히 알고 있다고 가정하며 기저선 벡터는 기준 안테나 A 에 대한 안테나 B 의 상대위치를 나타낸다. m 개의 위성신호가 측정된다면 $(m-1)$ 개의 이중 차분된 미지정수가 존재하므로 m 개의 측정치로부터 $(m-1)$ 개의 미지정수와 3차원의 기저선 벡터를 찾아야 한다. 따라서 반송파 위상신호만을 사용하는 경우 한번의 측정치만으로 미지정수의 결정이 불가능하며 여러 epoch의 측정치를 모아서 사용한다. 혹은 (2)의 코드신호를 동시에 사용하면 측정치의 수가 부족한 문제를

해결할 수 있다.

$$\rho_{AB} = H_{AB} r_{AB} + v_{AB} \quad (2)$$

여기서 ρ_{AB} 는 이중 차분된 코드신호, $v_{AB} \sim N(0, Q_{D\psi}) = N(0, DD \cdot Q_{\psi} \cdot DD^T)$ 는 측정잡음, Q_{ψ} 는 차분되기 전의 코드신호의 공분산을 각각 나타낸다. (1)과 (2)에서 반송파 위상신호는 코드신호에 비하여 $(m-1)$ 개의 미지정수를 추가의 미지수로 포함되지만 그 해상도가 코드신호에 비하여 월등히 우수하다. 수신기의 해상도는 측정잡음의 표준편차에 영향을 미치며 일반적으로 코드신호의 측정잡음(σ_{ψ})은 3m, 반송파 위상신호의 측정잡음(σ_{ϕ})은 0.2mm 정도의 표준편차를 가지며 특히 이중차분에 의하여 2배 증폭되므로[12], 미지정수를 찾아야 하는 부담이 있음에도 불구하고 자체결정에서는 반송파 위상신호가 사용된다.

(1)과 (2)로 주어진 반송파 위상신호와 코드신호를 이용하여 미지정수와 기저선 벡터를 결정하는 과정을 요약하면 다음과 같다[15]. 먼저 종속 미지정수 항의 분산을 최소화하는 위성의 조합을 결정하고 이들을 양각의 순서로 나열하여 독립 미지정수 항을 위한 위성의 순서를 결정한다. 독립 미지정수 항을 위해서는 4개의 위성이 사용되며 이들 4개의 위성의 측정치는 (3)과 (4)로 나타난다.

$$\rho_{AB,I} = H_{AB,I} r_{AB,I} + v_{AB,I} \quad (3)$$

여기서 $\rho_{AB,I}$ 는 독립 미지정수 항에 대한 이중차분된 코드신호, $H_{AB,I}$ 는 독립 미지정수 항에 의하여 나누어진 H_{AB} 의 한부분, $v_{AB,I}$ 는 독립 미지정수 항에 대한 이중차분된 측정잡음을 나타낸다.

$$l_{AB,I} = H_{AB,I} r_{AB,I} + \lambda N_{AB,I} + w_{AB,I} \quad (4)$$

여기서 $l_{AB,I}$ 는 독립 미지정수 항에 대한 이중 차분된 반송파 위상신호, $N_{AB,I}$ 는 독립 미지정수 항, $w_{AB,I}$ 는 독립 미지정수 항에 대한 이중차분된 측정잡음을 나타낸다. (3)과 (4)로부터 독립 미지정수의 추정치는 다음과 같이 구해진다

$$\hat{N}_{AB,I} = \frac{l_{AB,I} - \rho_{AB,I}}{\lambda} \quad (5)$$

여기서 코드와 반송파 위상이 상관 관계가 없고, 수신기 채널별 특성이 같다면 $Q_{D\psi} = \sigma_{\psi}^2(DD \cdot DD^T)$, $Q_{D\phi} = \sigma_{\phi}^2(DD \cdot DD^T)$ 가 되며 추정된 독립 미지정수의 공분산은 (6)으로 나타난다.

$$\text{cov}(\hat{N}_{AB,I}) = \frac{(\sigma_{\psi}^2 + \sigma_{\phi}^2)}{\lambda^2} (DD \cdot DD^T) \quad (6)$$

여기서 $N_{AB,I} = [n_{AB,1} \ n_{AB,2} \ n_{AB,3}]^T$ 로 정의하고 (6)을 항별로 정리하면 (7)이 되며 검색범위는 (8)로 나타난다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{n_1}^2 & \sigma_{n_1}\sigma_{n_2} & \sigma_{n_1}\sigma_{n_3} \\ \sigma_{n_1}\sigma_{n_2} & \sigma_{n_2}^2 & \sigma_{n_2}\sigma_{n_3} \\ \sigma_{n_1}\sigma_{n_3} & \sigma_{n_2}\sigma_{n_3} & \sigma_{n_3}^2 \end{bmatrix} = \frac{\sigma_{\psi}^2 + \sigma_{\phi}^2}{\lambda^2} \begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\hat{n}_{AB,i} - \delta n_i \leq \hat{n}_{AB,i} \leq \hat{n}_{AB,i} + \delta n_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

여기서 $\delta n_i = \beta \frac{2}{\lambda} \sqrt{\sigma_{\psi}^2 + \sigma_{\phi}^2}$ (β : significant level)로 주

어진다.

한편 (4)를 이용하여 기저선 벡터를 구하면 (9)가 되며, 안테나 사이의 거리 b_{AB} 를 알고 있다는 조건으로부터 (10)이 성립한다.

$$\hat{r}_{AB,I} = H_{AB,I}^{-1} (l_{AB,I} - \lambda N_{AB,I}) \quad (9)$$

$$b_{AB}^2 = (l_{AB,I} - \lambda N_{AB,I})^T H_{AB,I}^{-T} H_{AB,I}^{-1} (l_{AB,I} - \lambda N_{AB,I}) \quad (10)$$

Cholesky 분해에 의하여 $H_{AB,I} H_{AB,I}^T$ 를 하 삼각 행렬의 곱인 LL^T 로 나타낼 수 있으므로 (10)은 (11)으로 나타낼 수 있다.

$$b_{AB}^2 = [L^{-1} (l_{AB,I} - \lambda N_{AB,I})]^T [L^{-1} (l_{AB,I} - \lambda N_{AB,I})] \quad (11)$$

여기서 $l_{AB,I} = [l_{AB,1} \ l_{AB,2} \ l_{AB,3}]^T$ 로 두고, L^{-1} 를 (12)로 정의하면 (13)이 성립하고 길이의 제약은 (14)로 나타난다.

$$L^{-1} = \begin{bmatrix} x_{11} & 0 & 0 \\ x_{21} & x_{22} & 0 \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$L^{-1} (l - \lambda N) = [c_{AB,1} \ c_{AB,2} \ c_{AB,3}] =$$

$$\begin{bmatrix} x_{11}(l_{AB,1} - \lambda n_{AB,1}) \\ x_{21}(l_{AB,1} - \lambda n_{AB,1}) + x_{22}(l_{AB,2} - \lambda n_{AB,2}) \\ x_{31}(l_{AB,1} - \lambda n_{AB,1}) + x_{32}(l_{AB,2} - \lambda n_{AB,2}) + x_{33}(l_{AB,3} - \lambda n_{AB,3}) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$b_{AB}^2 = c_{AB,1}^2 + c_{AB,2}^2 + c_{AB,3}^2 \quad (14)$$

(14)로부터 $-b_{AB} \leq c_{AB,1} \leq b_{AB}$, $-\sqrt{b_{AB}^2 - c_{AB,1}^2} \leq c_{AB,2} \leq \sqrt{b_{AB}^2 - c_{AB,1}^2}$ 가 성립하며 이를 미지정수에 대하여 나타내면 다음과 같다.

$$-\frac{b_{AB}}{\lambda x_{11}} + \frac{l_{AB,1}}{\lambda} \leq n_{AB,1} \leq \frac{b_{AB}}{\lambda x_{11}} + \frac{l_{AB,1}}{\lambda} \quad (15)$$

$$-\frac{\sqrt{b_{AB}^2 - c_{AB,1}^2}}{\lambda x_{22}} + \xi_1 \leq n_{AB,2} \leq \frac{\sqrt{b_{AB}^2 - c_{AB,1}^2}}{\lambda x_{22}} + \xi_1 \quad (16)$$

여기서 $\xi_1 = \frac{x_{22}(l_{AB,1} - \lambda n_{AB,1}) + x_{22}l_{AB,2}}{\lambda x_{22}}$ 이다.

(8)은 코드정보를 이용하여 구해진 위치를 중심으로 측정잡음의 공분산에 의하여 구해진 범위를 검색하고, (15)는 기준 안테나의 위치를 중심으로 기하학적인 조건에 의하여 구해진 범위를 검색하며 일반적으로 (17)로 $n_{AB,1}$ 의 검색범위를 나타낼 수 있다.

$$\max(-\delta n_1, \frac{-b_{AB}}{\lambda x_{11}}) \leq n_{AB,1} \leq \min(\delta n_1, \frac{b_{AB}}{\lambda x_{11}}) \quad (17)$$

(17)을 이용한 미지정수의 검색 과정은 다음과 같다. 먼저 식 (17)을 만족하는 범위내의 독립 미지정수항 $n_{AB,1}$ 에 대하여 $n_{AB,2}$ 의 범위를 구한다. $n_{AB,2}$ 의 범위도 (8)과 (16)을 이용하여 (17)과 같은 방법으로 구할 수 있다. 이렇게 구해진 독립 미지정수후보 ($n_{AB,1}, n_{AB,2}$)에 대하여 실수 영역에서의 $\tilde{n}_{AB,3}$ 는 각각 (18)과 (19)을 이용하여 구해진다.

$$\tilde{n}_{AB,3} = \pm \frac{\sqrt{b_{AB}^2 - c_{AB,1}^2 - c_{AB,2}^2}}{\lambda x_{33}} + \xi_2 \quad (18)$$

여기서

$$\xi_2 = \frac{x_{31}(l_{AB,1} - \lambda n_{AB,1}) + x_{32}(l_{AB,2} - \lambda n_{AB,2}) + x_{33}l_{AB,3}}{\lambda x_{33}} \text{ 이다.}$$

$$n_{AB,3} = \text{round}(\tilde{n}_{AB,3}) \quad (19)$$

나머지 종속 미지정수 항은 다음의 과정을 통하여 구할 수 있다. 즉 (1)의 이중 차분된 반송파 위상신호로부터 다음의 제한 조건식을 얻을 수 있다.

$$l_{AB,E} = \lambda E_{AB}^T N_{AB} + \omega_{AB,E} \quad (20)$$

여기서 $E_{AB} = \text{null}(H_{AB}^T)$, $l_{AB,E} = E_{AB}^T l_{AB}$, $\omega_{AB,E} = E_{AB}^T \omega_{AB}$ 이며 $\omega_{AB,E} \sim N(0, E_{AB}^T Q_D \Phi E_{AB}) \equiv N(0, Q_E)$ 로 정의된다. 위의 제한 조건식에서 어떤 미지정수 후보를 다음과 같이 3개의 독립 항과 나머지의 종속 항으로 나누면 다음과 같다.

$$l_{AB,E} = E_{AB,I}^T \lambda N_{AB,I} + E_{AB,D}^T \lambda \tilde{N}_{AB,D} + \omega_{AB,E} \quad (21)$$

여기서 $N_{AB,I}$ 는 N_{AB} 중 3개의 독립 미지정수 항, $\tilde{N}_{AB,D}$ 는 나머지 $(m-1)$ -3개의 실수 영역에서의 종속 미지정수 항, $E_{AB,I}^T$ 는 $N_{AB,I}$ 의 정의에 따라 나누어진 E_{AB} 부분, $E_{AB,D}^T$ 는 $\tilde{N}_{AB,D}$ 의 정의에 따라 나누어진 E_{AB} 부분을 각각 나타낸다. 여기서 $E_{AB,D}$ 가 정방 행렬이므로 (22)을 이용하여 실수 영역에서의 종속 미지정수 항을 구할 수 있으며 (23)을 이용하여 정수영역에서의 종속 미지정수를 구할 수 있다.

$$\lambda \tilde{N}_D = E_{AB,D}^{-T} (l_{AB,E} - E_{AB,I}^T \lambda N_{AB,I}) \quad (22)$$

$$N_D = \text{round}(\tilde{N}_D) \quad (23)$$

(22)과 (23)에서 유도된 실수영역과 정수영역에서의 종속 미지정수 항을 이용하면 미지정수 결정에서의 목적함수를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Omega_E = \lambda^2 \delta N_{AB,D}^T [E_{AB,D} Q_E^{-1} E_{AB,D}^T] \delta N_{AB,D} \quad (24)$$

여기서 $\delta N_{AB,D} = N_{AB,D} - \tilde{N}_{AB,D}$ 를 나타낸다. (24)에서 미지정수 결정을 위한 목적함수 Ω_E 는 실수 영역에서 추정된 종속 미지정수 항과 정수영역에서 추정된 종속 미지정수 항 간의 차이를 나타내는 척도가 됨을 알 수 있으며 이를 이용하여 (25)으로 임계치를 정의할 수 있다. (25)의 임계치는 위성의 배치를 고려하며 매 epoch 변경되므로 고정된 임계치를 사용하는 기존의 방법에 비하여 측정잡음에 강인해진다.

$$\gamma = \tau^2 \lambda^2 \nu^T [E_D Q_E^{-1} E_D^T] \nu \quad (25)$$

여기서 τ 는 수신기의 성능에 따라 결정되는 상수 (0.05-0.1)이며 $\nu = [1 \dots 1]^T$ 는 모든 항이 1인 벡터이다.

이상에서 자체결정을 위한 단일 기저선에 대한 미지정수 결정과정을 나타내었으며, 제시된 방법은 독립인 2개의 미지정수 항만을 검색하므로 $(m-1)$ 차원의 검색문제가 2차원 검색문제로 변경됨을 알 수 있다. 따라서 계산량과 저장에 필요한 메모리를 현격히 감소시킬 수 있어 실시간 구현이 가능해진다. 그러나 기저선의 길이가 길어지면 (17)에서 기저선 길이의 정보의 영향이 줄어들고 측정잡음의 공분산의 영향이 지배적이 되므로 한번의

측정치로 미지정수를 결정하지 못하는 경우가 발생할 수 있다. 이때는 (25)의 임계치 이하인 미지정수 후보만을 대상으로 새로운 측정치에 대하여 (24) 이하의 과정을 반복함으로써 효율적으로 미지정수를 결정할 수 있다. 그러나 다음 장에 나타난 것과 같이 추가의 안테나를 설치하면 기저선이 긴 경우에도 한번의 측정치로 미지정수를 결정할 수 있다.

III. 다중 기저선에서의 미지정수 결정

항체에 3개 이상의 안테나를 부착하면 3차원 자세를 구할 수 있으며, a개의 안테나를 부착하면 (a-1)개의 기저선 벡터가 형성된다. 각각의 기저선 벡터에 대하여 전장에서 설명한 미지정수 결정기법을 적용하여 미지정수를 구할 수 있으나, 이 경우 $2(a-1)$ 개의 독립 미지정수 항에 대하여 검색을 수행하여야 한다. 또한 기저선의 길이가 긴 경우에는 한번의 측정치로 미지정수를 결정하기가 불가능할 수도 있다. 그러나 항체가 강체라는 가정을 이용하면 더욱더 효율적으로 다중 기저선에 대한 미지정수의 결정을 할 수 있다. 즉 항체의 움직임에 대해서도 기저선 사이의 상대적인 배치는 변화하지 않으므로 이를 추가의 조건으로 사용할 수 있다. 그림 1에 세 개의 안테나 A, B, C의 배치를 나타내었다. 그림에서 A는 기준 안테나를 r_{AB}, r_{AC} 는 두개의 기저선 벡터를 나타내며 두 기저선 벡터 사이의 각은 α , 두 기저선 벡터의 길이는 각각 $\|r_{AB}\| = b_{AB}, \|r_{AC}\| = b_{AC}$ 이다.

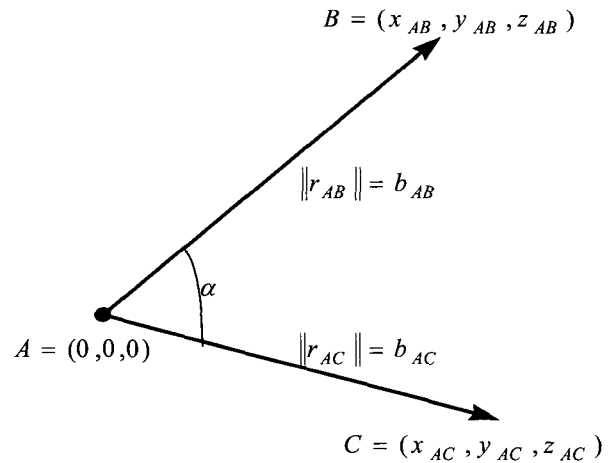


그림 1. 기저선 벡터의 배치.

Fig. 1. Configuration of baseline vectors.

그림 1에서 항체가 강체라는 가정으로부터 (26), (27), (28)이 성립한다. (26)과 (27)은 기저선 벡터의 길이가 일정하는 조건이며, (28)은 두 기저선 사이의 배치가 변하지 않는다는 조건을 나타낸다.

$$r_{AB}^T \cdot r_{AB} = b_{AB}^2 \quad (26)$$

$$r_{AC}^T \cdot r_{AC} = b_{AC}^2 \quad (27)$$

$$r_{AB}^T \cdot r_{AC} = b_{AB} b_{AC} \cos \alpha \quad (28)$$

두개의 기저선 벡터 r_{AB}, r_{AC} 를 서로 독립적으로 처리

하는 경우 (26)과 (27)을 이용하여 각 기저선 벡터 당 2개의 미지정수 항, 즉 모두 4개의 미지정수 항을 검색해야 한다. 그러나 (28)의 조건을 추가하면 3개의 미지정수 항만을 검색하면 되고 그 과정은 다음과 같다. 먼저 한 개의 기저선 벡터 r_{AB} 에 대한 2개의 독립 미지정수 항을 검색을 통하여 결정한다. 이때 (26)의 조건이 사용되며 2개의 독립 미지정수항이 결정되면 (19)과 (23)을 이용하여 전체 미지정수를 구할 수 있다. 추가의 기저선 벡터 r_{AC} 에 대한 미지정수 결정을 위하여 세 개의 안테나에서 공통으로 수신되는 위성의 수가 5개 이상이며 이들을 같은 순서로 정렬하면 기저선 벡터의 길이가 수 km 이내이므로 측정 행렬에 대하여 (29)이 성립한다. 따라서 (12)의 하 삼각행렬 L^{-1} 은 r_{AB} , r_{AC} 에 대해서 같은 값을 갖는다. 따라서 (15)을 처음 독립 미지정수 항에 대하여 정리하면 기저선 길이의 제약으로부터 검색 범위를 (30)과 같이 얻는다. 또한 같은 성능의 수신기를 사용한다면 공분산에 의하여 구해진 검색 범위는 (8)이 되며 최종적으로 (31)에 의하여 검색 범위를 나타낼 수 있다.

$$H_{AB} = H_{AC} \quad (29)$$

$$-\frac{b_{AC}}{\lambda x_{11}} + \frac{l_{AC,1}}{\lambda} \leq n_{AC,1} \leq \frac{b_{AC}}{\lambda x_{11}} + \frac{l_{AC,1}}{\lambda} \quad (30)$$

$$\max(-\delta n_1, \frac{-b_{AC}}{\lambda x_{11}}) \leq n_{AC,1} \leq \min(\delta n_1, \frac{b_{AC}}{\lambda x_{11}}) \quad (31)$$

(28)의 제한 조건은 (9)과 (32)으로부터 (33)으로 나타낼 수 있다.

$$\hat{r}_{AC,1} = H_{AC,1}^{-1}(l_{AC,1} - \lambda N_{AC,1}) \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \hat{r}_{AB,1} \cdot \hat{r}_{AC,1} &= (l_{AB,1} - \lambda N_{AB,1})^T H_{AB,1}^{-1} H_{AC,1}^{-1} (l_{AC,1} - \lambda N_{AC,1}) \\ &= [L^{-1}(l_{AB,1} - \lambda N_{AB,1})]^T L^{-1} (l_{AC,1} - \lambda N_{AC,1}) \\ &= b_{AB} b_{AC} \cos \alpha \end{aligned} \quad (33)$$

(33)에서 기저선 r_{AB} 에 대한 미지정수는 이미 구해져 있으므로 (34)과 (35)의 정의를 사용하여 (36)으로 변형할 수 있다.

$$[L^{-1}(l_{AB,1} - \lambda N_{AB,1})]^T L^{-1} = [\mu_1 \mu_2 \mu_3] \quad (34)$$

$$d_i = l_{AB,i} - \lambda n_{AC,i}, i = 1, 2, 3 \quad (35)$$

$$b_{AB} b_{AC} \cos \alpha = \mu_1 d_1 + \mu_2 d_2 + \mu_3 d_3 \quad (36)$$

(27)의 기저선 길이의 제한은 (13), (14), (35)을 이용하여 다음의 (37)으로 변형하여 나타낼 수 있다.

$$b_{AB}^2 = (x_{11} d_1)^2 + (x_{21} d_1 + x_{22} d_2)^2 + (x_{31} d_1 + x_{32} d_2 + x_{33} d_3)^2 \quad (37)$$

따라서 기저선 벡터 r_{AC} 에 해당되는 미지정수는 (31)으로 주어진 한 개의 독립 미지정수 항만을 검색하며, 검색범위내의 값으로 $n_{AC,1}$ 가 고정되면 (36)과 (37)을 이용하여 $n_{AC,2}$, $n_{AC,3}$ 를 직접 구할 수 있다. 이때 (36), (37)이 이차 방정식이므로 2개의 해가 구해지지만 (8)의 범위를 이용하면 쉽게 참 값을 결정할 수 있다. 한편 두 개의 기저선이 평행한 경우, 즉 α 가 0도인 경우 (36)은 아무런 정보를 주지 못하므로 위의 방법을 사용할 수 없으며, 두 기저선 벡터를 독립적으로 처리하여야 한다. 이

경우는 2개의 기저선 벡터를 이용해도 3차원 자세를 구할 수 없는 특수한 경우이다[2].

다중 기저선 벡터가 존재하는 경우 먼저 한 개의 기저선 벡터에 해당하는 2개의 독립 미지정수 항이 결정되면 나머지 기저선 벡터에 대한 미지정수는 한 개의 독립 미지정수 항만을 검색하여 결정할 수 있다. 즉 2차원 검색을 1차원 검색으로 줄일 수 있으므로 계산량을 줄일 수 있으며 한번의 측정치로도 쉽게 미지정수를 결정할 수 있다. 또한 이 결과는 기저선의 길이가 길어서 한번의 측정치로 미지정수를 결정할 수 없는 응용에도 쉽게 적용될 수 있다. 즉 한번의 측정치로 미지정수를 성공적으로 결정하는 데는 위성의 배치, 수신기의 측정 잡음 및 다중 경로 오차 등의 영향도 있지만 기저선의 길이가 가장 중요한 요소이다[16]. 여러 기저선에 대한 실험결과에 따르면 기저선의 길이가 수 m 정도인 경우에는 한번의 측정치로 미지정수의 결정이 가능하고, 기저선의 길이가 수십 m인 경우에는 약 1분 정도의 측정치를 사용해야 미지정수를 결정할 수 있다[15]. 이는 기저선의 길이가 길어질수록 기저선의 길이로 결정되는 검색 범위인 구의 표면적이 증가하여 미지정수의 결정이 어려워짐을 나타낸다. 반면 구해진 자세의 정확도는 기저선이 길수록 정확해진다[15]. 따라서 선박이나 비행기 등에서는 정확한 자세를 구하기 위하여 가능한 한 긴 기저선을 사용하는 것이 유리하나 한번의 측정치로 미지정수를 결정할 수 없는 단점이 있다. 다중 기저선을 사용하면 이런 문제를 쉽게 해결할 수 있다. 즉 한 개의 기저선은 길이를 짧게 하여 한번의 측정치로 미지정수를 결정하고 나머지의 기저선은 길게 설치하여 정확도를 높일 수 있다. 이때 긴 기저선의 미지정수는 짧은 기저선의 미지정수가 결정되면 본 논문에서 제시한 방법을 이용하여 쉽게 결정할 수 있다.

IV. 실험 및 분석

제안된 방법의 효용성을 실제 측정치를 이용하여 검증하였다. 3개의 안테나를 기저선의 길이가 각각 86m와 40cm가 되게 설치하였으며 그 배치는 그림 2에 나타나 있다. 그림에서 두 기저선 벡터의 길이는 각각 $b_{AB} = 40\text{cm}$, $b_{AC} = 86\text{m}$ 이며, 두 기저선 벡터가 이루는 각 α 는 105.167° 이다. 따라서 두 기저선 사이의 관계는 $r_{AB} \cdot r_{AC} = -9.0$ 이 된다. 캐나다 NovAtel사의 3010R 수신기를 사용하였으며 3대의 컴퓨터를 이용하여 1초 간격으로 1,000초 동안의 코드와 반송파 위상신호의 측정치를 저장한 후 Matlab으로 처리하였다.

기저선의 길이에 따른 미지정수 검색에 소요되는 측정치와 계산량을 파악하기 위하여 먼저 두 개의 기저선 벡터를 독립적으로 처리하였다. 이때 기저선 벡터의 길이는 반송파 위상신호를 이용한 측지방법으로 구했으며, (8)의 검색범위 결정을 위한 수신기의 측정잡음은 $\sigma_\theta = 0.7\text{m}$, $\sigma_\phi = 0.003\text{m}$ 로 두었으며 $\beta = 3$ 으로 두었다. (25)의 임계치를 결정하기 위하여 r 는 0.05로 두었다. 기저선 벡터의 길이가 40cm인 경우 매 epoch에 대하여 미지정

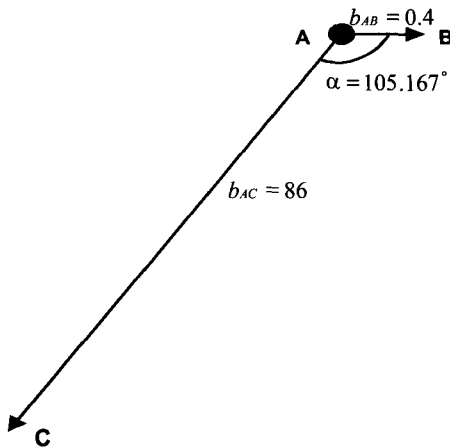


그림 2. 3개의 안테나의 배치.
Fig. 2. Configuration of 3 antennas.

수 검색을 수행한 결과 97% 이상 한 epoch의 측정치로 미지정수를 결정할 수 있었으며, 두 epoch의 측정치를 사용하는 경우 100% 미지정수를 결정할 수 있었다[15]. 이때 평균 검색범위는 $4 \times 5 \times 2$ 이며, 미지정수 결정에 필요한 계산량은 약 0.024 MFLOPS가 소요되었다. 반면에 기저선 벡터의 길이가 86m인 경우 처음 59epoch의 측정치를 사용한 후에 미지정수를 결정할 수 있었으며, 전체 측정치에 대하여 계속 미지정수 검색을 수행한 결과 평균 54.7epoch만에 미지정수를 결정할 수 있었다. 초기의 검색범위는 $48 \times 49 \times 2$ 이며, 그림 3에 처음 59epoch동안의 미지정수 검색과정에서 임계치 검사 후 남은 미지정수의 수와 계산량을 나타내었다. 처음 검색을 시작한 경우 미지정수의 후보가 많아 약 0.8 MFLOPS의 계산량을 필요로하지만 다음 epoch부터는 남은 미지정수 후보의 수가 줄어들고 이에 따라 계산량도 급격히 감소함을 볼 수 있다. 그림에서 기저선 벡터의 길이가 긴 경우 몇 개의 미지정수 후보가 비슷한 크기의 목적함수 값을 가져 비율검사를 통과하지 못하므로 빠른 시간에 참 미지정수를 결정할 수 없음을 볼 수 있다.

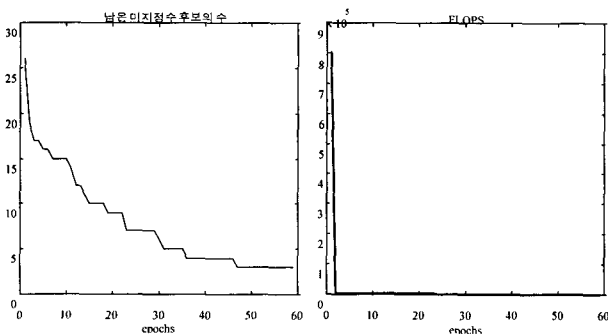


그림 3. 86m 기저선 벡터의 미지정수 검색 결과.
fig. 3. A result of integer ambiguity resolution (86m baseline).

제시된 다중 기저선에서의 미지정수 결정방법을 사용하여 사용한 결과를 표 1에 나타내었다. 표에서 단일 기

표 1. 다중 기저선에서의 미지정수 검색 결과.
Table 1. A result of integer ambiguity resolution (Multi baseline).

	단일 기저선	다중 기저선
미지정수 후보의 수	4.704	96
계산량(MFLOPS)	0.8	0.001
미지정수 결정에 소요된 시간(epoch)	59	1
최소 목적함수와의 비율	3.02	10.76

저선은 기저선 r_{AC} 를 독립적으로 구한 결과를 다중 기저선은 두 기저선 r_{AB}, r_{AC} 의 관계를 이용하여 구한 결과를 나타낸다. 표에서 볼 수 있듯이 2차원 검색을 수행하는 단일 기저선의 경우에 비하여 1차원 검색을 수행하는 다중 기저선의 경우에는 검색해야 하는 미지정수 후보가 약 2%에 불과함을 볼 수 있다. 검색범위가 줄어들어 따라 계산량도 0.8 MFLOPS에서 0.001 MFLOPS로 줄어든다. 또한 미지정수 결정에 소요되는 시간도 59 epoch에서 1epoch으로 줄어들며 참 미지정수를 과정에서 필요한 최소 목적함수와 두 번째 작은 목적함수의 비율도 3.02에서 10.76으로 증가하여 판단이 쉬워진다.

이상의 결과에서 본 논문에서 제시된 방법을 이용하면 기저선의 길이가 긴 경우에도 한번의 측정치를 이용하여 적은 계산량으로 미지정수를 결정할 수 있어 선박, 비행기 등의 자세결정과 같은 실시간을 요구하는 응용분야나 기저선의 길이가 긴 측지에서도 효율적으로 사용될 수 있음을 기대할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 GPS 반송파 위상신호를 사용하는 정밀 자세 결정에서 필요한 효율적인 미지정수 결정기법을 소개하였다. 먼저 두개의 안테나를 가용하여 항체의 2차원 자세를 구하는 단일 기저선의 경우 기저선 길이를 알고 있다는 조건을 이용하여 미지정수의 검색 범위와 계산량을 줄이는 방법을 소개하였으며, 이를 확장하여 3개 이상의 안테나를 사용하여 항체의 3차원 자세를 구하는 다중 기저선의 경우 두 기저선 벡터간의 배치를 이용하여 미지정수의 검색범위와 계산량을 더욱더 줄일 수 있는 효율적인 방법을 제시하였다. 실제 측정치를 이용한 실험을 통하여 다중 기저선을 사용하는 경우 기저선의 길이가 길어지는 경우에도 한번의 측정치로 미지정수의 결정이 가능함을 확인하였다.

본 논문의 결과는 범용의 단일 주파수 수신기를 사용하여 기저선의 길이가 긴 선박, 민간용 항공기의 항법에 적용될 수 있으며 댐, 교량 등 길이가 긴 구조물의 형태를 결정하여 휘어짐 등을 결정하는 응용에도 쉽게 적용될 수 있다. 또한 관성 항법장치와의 결합으로 군용 항법시스템의 정확도와 신뢰도를 향상시킬 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

- [1] Ashtech Three-Dimensional Attitude Determination with the Ashtech 3DF 24-Channel GPS Measurement System, Company Publication, 1991.
- [2] C. E. Cohen and B. W. Parkinson, "Expanding the performance envelope of GPS-Based attitude determination," *Proc. ION GPS-91*, 1991.
- [3] C. C. Counselman, III and S. A. Gourevitch, "Miniature interferometer terminals for earth surveying : ambiguity and multipath with global positioning system," *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, vol. GE-19, no. 4, Oct., 1981.
- [4] A. El-Mowafy, *Kinematic Attitude Determination From GPS*. UCGE Reports #20074, Dept. of Geomatics Eng., The Univ. of Calgary, Dec., 1994.
- [5] C. Erickson, "An analysis of ambiguity resolution techniques for rapid static GPS surveys using single frequency data," *Proc. ION GPS-92*. 1992.
- [6] H. J. Euler and H. Landau, "Fast ambiguity resolution on-the-fly for real-time applications," *Proc. the 6th International Symposium on Satellite Positioning*, Columbus, Ohio, pp. 650-659. 1992.
- [7] E. Frei and G. Beutler, "Rapid static positioning based on the fast ambiguity resolution approach FARA : theory and first results," *Manuscripta Geodaetica*, vol. 15, pp. 325-356. 1990.
- [8] R. Hatch, "Instantaneous ambiguity resolution," *Proc. KIS Symposium*, Banff, Canada. 1990.
- [9] B. H. Hofmann-Wellenhof, H. Lichtenegger and J. Collins, *Global Positioning System Theory and Practice*, Springer-Verlag, Wien. 1993.
- [10] G. Lu, *Development of a GPS Multi-Antenna System for Attitude Determination*, UCGE Reports #20073, Dept. of Geomatics Eng., The Univ. of Calgary, Jan., 1995.
- [11] C. Park, I. Kim, G. I. Jee and J. G. Lee, "Efficient technique to fix GPS carrier phase integer ambiguity on-the-fly," *IEE Proc., Radar, Sonar and Navigation*, vol. 144, no. 3, June, 1997.
- [12] C. Park, I. Kim, G. I. Jee and J. G. Lee, "Relationships between GPS positioning error measures in global positioning system," *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 20, no. 5, pp. 1045-1047, 1997.
- [13] C. Park, I. Kim, J. G. Lee and G. I. Jee, "Efficient ambiguity resolution with constraints equation," *Proc. IEEE PLANS96*, Atlanta, Georgia. 1996.
- [14] P. J. G. Teunissen, "A new method for fast carrier phase ambiguity estimation," *Proc. IEEE Position, Location and Navigation Symposium*, Las Vegas, Nevada, pp. 562-573, 1994.
- [15] 박찬식, 지규인, 이영재, 이장규, "GPS 반송파 위상을 이용한 정밀 자세 측정," 제어자동화 시스템 공학회, 제3권 제6호, pp. 602-612, 1997.
- [16] 박찬식, 김일선, 이장규, 지규인, "GPS 위치결정 오차의 평가척도 사이의 관계," 제어자동화 시스템 공학회, 제4권 제2호, pp. 220-225, 1998.



박 찬 식

1961년 10월 1일생. 1984년 서울대 공대 제어계측공학과 졸업. 1986년 동 대학원 제어계측공학과 석사. 1997년 동 대학원 제어계측공학과 박사. 1984년 3월-1997년 8월 삼성전자 수석연구원. 1997년 8월-현재 충북대학교

제어계측공학과 전임강사.



김 일 선

1965년 5월 11일생. 1988년 서울대 공대 제어계측공학과 졸업. 1990년 동 대학원 제어계측공학과 석사. 1996년 동 대학원 제어계측공학과 박사. 1996년 3월-현재 삼성전자 멀티미디어 연구소 선임연구원.