

GSP를 이용한 수학과 교수-학습을 위한 자료 개발 및 방법 연구 - 중학교 함수, 기하분야를 중심으로

노영순¹⁾ · 육상국²⁾

I. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

최근 우리 나라는 수요자 중심의 열린교육을 지향하면서 수학에서도 이론적인 삭막함을 벗어나 생활 속에서 경험을 통해 학습할 수 있는 방법들이 제시되고 있다.

그런데 중학교 교과서에 나오는 기하학 파트의 많은 정리들은 대부분 수식화 또는 기호화된 문자를 사용하여 증명을 해주고 사용함으로써, 학생들이 수학을 어려워하고 멀리하게 되는 한 요인으로 작용하여 왔다.

따라서 본 프로그램은 GSP라는 저작도구를 이용하여 교사가 수업 현장에서 학생들을 상대로 수업을 전개함에 있어 정리내용을 기호화된 수식을 통해 증명해주기 전에 그 정리 내용이 정말 성립하는지의 여부를 학생들이 실험을 통해 직접 눈으로 확인해보게 함으로써, 정리 내용을 쉽게 받아 들에게 할뿐만 아니라 흥미를 유발시켜 학습 의욕과 성과를 증대시키고자 한다.

이에, 이러한 증명을 컴퓨터를 이용하여 하나의 정리에 대한 다양한 경우를 직접 조작 실험을 통해 경험해 봄으로써, 정리 내용

을 보다 쉽게 이해하고 기하학은 어렵다는 선입견을 제거해 줄 필요성을 느끼게 되었다. 즉, 그 동안 기호화된 수식을 통해 증명해 오던 고전적인 방법을 탈피하여, 수학적 지식의 부족한 학생들도 기하학에 재미를 붙이고 공부할 수 있는 경험적인 방법(실험)을 통해 “아하 그렇구나”하는 말이 나올 수 있도록 하고자 한다.

또한 GSP라는 프로그램은 현재 각급 학교에서 사용되어지고 있는 저작도구와 비교할 때, 여러 과목에서 광범위하게 사용할 수 있는 것은 아니지만 사용방법이 간단하고 기하 부분에서는 효과적으로 사용할 수 있는 프로그램이라 생각된다. 특히 GSP는 1996년 12월 한국교원대학교에서 주최한 청람수학회에서 처음 소개된 이후로 현재까지 여러 수학 세미나나 학회가 있을 때마다 거의 빠지지 않고 소개되고 있어 많은 교사들에게 인지도가 있으나 아직까지 한글로 된 매뉴얼이 나와있지 않고 일부 프로그램들이 인터넷상에 올라와 있기는 하지만 GSP를 배우고자 하는 사람들에게는 많은 어려움이 있는 실정이다. 따라서 본 프로그램에서는 GSP를 사용하여 프로그램을 제작하고자 하는 사람들을 위하여 각각의 프로그램마다 제작방법과 사용방법을 기술하여 차후 GSP를 이용하여 프로그램을 제작하고자 하는 사람들에게 하나의 지침서로서 사용될 수 있기를 바란다. 본 프로그램의 개발 목적을 정리하면 다음과 같다.

1) 흥미를 유발하여 학습효과를 증대 할 수 있는 보조 자료로서 개발한다.

1) 공주대학교 사범대학 수학교육과
2) 충남 주산중학교 sangkug@ppp.kornet21.net

2) 기존의 나열식에서 탈피하여 프로그램 내에서 각 도형을 자유롭게 움직여 보고 Animation 효과까지 주어 학생들이 각 정리 내용을 직접 실험을 통해 찾아낼 수 있도록 한다.

3) 교사가 수업 현장에서 정리에 대한 단순한 증명이 아닌 직접 도형을 움직여 가며 실제 정리 내용이 성립함을 눈으로 확인시킬 수 있어 정리 내용의 이해를 쉽게 할 수 있도록 돕는다.

4) 개별화 학습이 가능하도록 한다.

5) GSP를 이용하여 프로그램을 제작하고자 하는 사람들에게 하나의 지침서 역할을 할 수 있도록 한다.

2. 연구의 제한점

1) 본 연구는 수학과 학습동기 및 흥미의 유발과 프로그램 제작방법을 목적으로 한 프로그램 개발이므로 특정 단원을 체계적으로 다루지 않고 중학교 과정에서 GSP를 이용하여 효과적으로 지도할 수 있는 부분을 선정하여 제작하였다.

2) 본 프로그램은 GSP의 특성상 하나의 파일에 하나의 정리만이 실행되도록 작성되었다.

3) GSP에서는 기존의 다른 프로그램처럼 다양한 음향효과를 줄 수 있게 되어 있지 않다는 점이 아쉽다.

4) GSP는 미국에서 개발된 프로그램으로 본 연구에서 제작된 프로그램들이 GSP의 기능을 100% 효과적으로 사용하였는지 다소 염려가 된다.

3. 용어의 정의

1) GSP : The Geometer's sketch Pad 의 약자로 이 프로그램은 1995년 미국의 Scott Steketee와 Nick Jackiw에 의해서 만들어진 저작도구이다.

2) Script : 프로그램의 실행 순서를 기록하여 저장하고 있는 파일

3) Trace:어떤 점이 움직일 때의 그 점의 자취

4) Locus:어떤 점이 움직인 결과로 나오는 자취

5) Loop :한번 실행한 것에 대한 반복실행

II. GSP의 개관

1. GSP의 개념과 특징

1) 종래의 프로그램은 종이와 연필, 그리고 자와 컴퍼스만을 이용하여 생생한 기하학적 원리를 담은 그림을 정확히 그리기에는 분명치 못하고 그 한계를 가지고 있었다.

이 GSP는 기본적으로 점, 직선, 그리고 원을 이용하여 여러 기하학적 표현을 쉽고 명확하게 구현할 수 있으며 빠르고 엄밀하게 도형들의 기본적인 관련성을 쉽고 명백하게 나타낼 수 있다.

특히 GSP는 각의 이등분선, 선분의 중점, 평행선 그리기, 수직선 그리기 등 작도가 되는 기본적인 기능을 한번에 수행할 수 있다. 또한 평행이동, 대칭이동, 회전이동의 변환도 한번에 제공한다.

2) 그림 그리는 과정을 기록할 수 있고, 그 기록을 따라 다시 재생할 수도 있으며 Animation(동화상)도 쉽게 구현된다. 따라서 이 동적 기하 프로그램을 통하여 도형의 자취나 궤적을 쉽게 알아볼 수 있고 스크립트 기능을 이용하면 프랙탈을 그릴 수도 있다.

3) 뿐만 아니라 도형의 여러 요소의 색상 처리, 변환, 측정, 계산, 도형의 방정식 등의 표현이 쉽게 구현되며, 레벨링을 하거나 주석을 다는 여러 표현도 쉽게 처리할 수 있고, 도형의 각 요소의 움직임에 따라 각 도형끼리의 관련성을 그대로 유지되면서 그 우아한 움직임을 관찰할 수 있다.

4) 그래프 메뉴의 Plot으로 두 변량의 관계에 대한 해석기하학적 접근이 가능하다. 계를 그래프로 나타낼 수 있다.

2. GSP를 통한 평면기하의 지도 의의

1) 동적인 평면기하의 성질을 정적인 상태의 인쇄매체, 칠판에서의 강의 등을 통하여 지도할 때 보다 더 쉽게 이해시킬 수 있다.

2) 새로운 멀티미디어 매체로서 GSP는 일반적인 그림 프로그램과 달리 자와 컴퍼스만을 사용하는 작도와 측정을 통하여 학생들의 흥미를 자극할 수 있고 학생들이 직접 GSP를 사용한다면 더욱 학습욕구를 유발할 수 있을 뿐만 아니라 학습 내용을 확인 할 수 있어서 효과적이다.

3) 평면기하의 어떤 성질이 성립할 것인가? 또는 평면기하의 성질을 발견적으로 찾아낼 수 있도록 자극할 때 GSP는 마치 실험 도구로 사용하여 실제로 작도하고, 측정하여 그 성질에 대한 가설을 학습자 스스로 세울 수 있도록 도와 줄 수 있다.

4) 평면기하의 성질이 학습자에게 충분히 이해된 다음 연역적인 증명이 필요한데, 이때에도 GSP는 정확한 그림을 제공하여 증명이나 문제 풀이에 필요한 정보를 제공하게 한다.

5) Animation 과 Drag를 사용하여 평면기하의 성질을 연속적이면서 역동적으로 관찰할 수 있다. 특히 Animation으로 만들어지는 Trace는 도형의 자취를 생생하게 보여준다. 또 Locus에 의하여 자취를 한번에 제공하기도 한다. 따라서 많은 도형을 그 정의에 의하여 구현해 봄으로써 확실한 개념을 취득하고 그로부터 파생되는 도형의 성질에 자연스럽게 접근할 수 있다.

6) Script의 Loop기능을 사용하면 같은 작업을 계속적으로 반복할 수 있어서 Fractal과 같은 그림도 한번에 구현할 수 있다.

7) GSP에서 제공하는 직교 좌표계와 극좌표계를 통하여 평면기하의 여러가지 성질

Ⅲ. 프로그램의 개발

1. 소프트웨어 설계 및 구현

1) 개발환경

구 분	사 용 환 경
운영체제	win95
CPU기억용량 및 메모리	1024KB, RAM 32M
한글표시	40자×25줄, 완성형 한글
Video카드	SVGA 800×600
디스크 드라이브	FDD 3.5인치, HDD 2.1GB
주변기기	마우스

2) 개발 저작 도구

본 프로그램의 개발에 이용한 저작도구는 1995년 미국의 Scott Steketee와 Nick Jackiw에 의해서 만들어진 저작도구로 windows 3.1 이상의 환경에서 실행할 수 있으며, 이와 유사한 프로그램으로 '캐브리'라는 유틸리티가 있다.

3) 파일 일람표

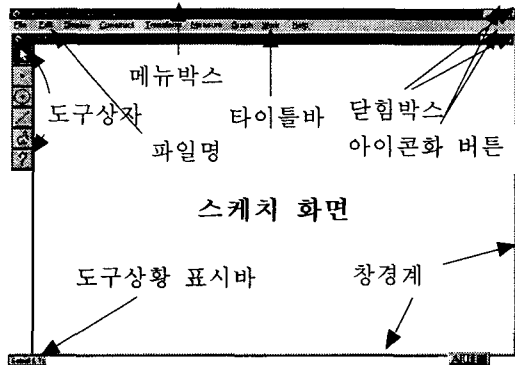
파 일 명	크 기	용 도
Gsketchp.exe	930KB	실행프로그램
Gsketchp.hlp	275KB	도움말 파일
Logo8bit.bmp	62KB	비트맵 이미지
Readme.gsp	2KB	사용설명서
Setuplog.txt	21KB	텍스트문서
Samples<dir>	744KB	예제 작품
Uninstal.exe	32KB	설치프로그램

4) GSP의 설치 및 구동방법

본 소프트웨어는 두 장의 3.25 inch 디스켓으로 구성 되어있는데 이중 1개는 프로그램 파일이 들어있고 다른 하나에는 예제 프로그램이 수록되어 있다. 설치방법은 1번

디스켓을 넣고 Win 3.1 이상의 환경에서 제어판의 프로그램 추가 삭제 버튼을 누르면 자동으로 설치하여 준다. 또 Win 탐색기에서 프로그램 파일들을 일괄적으로 복사하여 실행시킬 수도 있다. 프로그램의 설치가 끝난 후에는 Gsketchp.exe 파일을 찾아 실행시키면 되겠다.

2 프로그램(The Geometer's Sketch Pad)의 구성



- (1) File - 새로운 파일의 설정 및 열기, 기록파일의 열기, 닫기, 저장, 인쇄, 끝내기 등
- (2) Edit - 바로 전에 실행한 명령의 실행 취소 및 재실행, 도형의 선택과 복사, 붙이기, Animation의 설정과 버튼 작성, 다른 프로그램과의 연결 등
- (3) Display - 도형이나 문자의 색상표현, 크기, 문자형태, 감추기, Animation, 자취, 선택 옵션 등
- (4) Construct - 그림 화면에서의 여러 가지 작도 즉, 점, 선분, 중점, 교점, 수직선, 평행선, 각의 이등분선, 원, 호, 영역, 자취 등의 다양한 구현
- (5) Transform - 도형의 평행이동, 회전이동, 확대, 축소, 비율지정, 합성변환의 정의 등의 구현
- (6) Measure - 도형의 각 요소에 대한 길이, 기울기, 각의 크기, 넓이 등의 측정 및 계산, 도표 등을 나타냄
- (7) Graph - 좌표축의 설정 및 변경, 좌표계의 여러 표현기법을 통한 도형의 방정식,

점의 자취 등의 구현

(8) Work - 기록파일의 작성 및 활동, 화면의 창 조절

(9) Help - 여러 가지 정보활용과 의문에 대한 설명

3. 프로그램의 개발

현행 중학교 1,2,3학년의 일차함수, 이차함수, 닮음비와 넓이와의 관계, 삼각형의 오심, 원의 성질, 삼각비 등 GSP를 이용하여 수업을 전개할 수 있는 부분들을 발췌하여 학생들의 흥미를 유발하고 창의력을 제발해 줄 수 있는 방향으로 이루어졌으며 아울러 여러 분야를 대상으로 하여 제작하였고 각각의 프로그램 내에 제작방법과 실행순서 등을 수록하여 향후 GSP를 이용하여 수업자료를 만들고자 하는 사람들의 길잡이가 될 수 있도록 하였다.

각각의 프로그램들을 좀더 구체적으로 알아보면

- (1) 일차함수 $y=x, y=2x, y=\frac{1}{2}x$, 의 그래프를 정의역을 달리해가며 그려보아 정의역이 수 전체의 집합으로 확대 될 때, 직선이 됨을 보여주고 있다.
- (2) 일차함수 $y=ax$ 의 그래프에서 a 의 값이 변함에 따라 그래프가 어떻게 변하는지 Animation을 곁들여 보여줌으로써 학생들이 직접 결론을 내릴 수 있도록 하였다.
- (3) 이차함수 $y=ax^2, y=a(x-p)^2+q,$
 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프를 a, p, q, b, c 의 값을 변화시켜 가며 보여줌으로써 해서 a, p, q, b, c 의 값이 변할 때, 그래프의 모양이 어떻게 변하는지 알아보고 결론을 이끌어 낼 수 있도록 하였다.
- (4) 닮음인 삼각형을 그린 후 각각의 삼각형의 모양을 변화시켜 가면서 닮음인 삼각형의 성질을 학습할 수 있게 하였고 또, 닮음인

도형의 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계를 알아볼 수 있도록 하였다.

(5) 삼각형의 내심, 외심, 무게중심을 각각 작도하고 그 성질을 알아보도록 하였다.

(6) 중학교 3학년의 원의 성질에 나오는 여러 정리들을 이해하기 쉽도록 그 성질을 눈으로 직접 확인해 보고, 학생 스스로 정리를 이끌어 낼 수 있도록 하였다.

(7) 끝으로 삼각비의 성질을 이해하고 그 값이 갖는 특징을 알아보았다.

1) 일차함수 $y = ax$ 의 그래프

(1) 제작방법(실행화면 참조)

① $y = x$ 의 그래프 그리기

(1) 정의역의 간격이 1일 때의 그래프 그리기

㉠ x, y 축을 그린다 (Graph - Show Axes 선택)

㉡ Graph - Plot points 선택 (화면에 작은 활성창이 생성됨)

㉢ ㉡에서 생성된 활성창에 $y=x$ 의 정의역 내에서 x, y 좌표를 차례로 입력한다. 즉, (-4,-4) (-3,-3) ... (3,3) (4,4)

㉣ 원하는 범위에서의 좌표값이 입력되었는지 확인해 보고 OK버튼을 누른다.

㉤ Edit - Action button - Show/Hide 선택 (화면에 Show, Hide 버튼이 생성됨)

㉥ ㉤에서 만들어진 버튼 내부의 문자 바꾸기 (화면 왼쪽의 손가락 선택 - Show 버튼을 더블 클릭 - "간격 1" 입력 - Ok 선택)

(2) 정의역의 간격이 0.5일 때의 그래프 그리기

㉦ 이 경우에도 위의 경우와 똑같이 실행하되 좌표 입력시 좌표를 (-3.5,-3.5) (-3,-3) ... (3.5,3.5)으로 바꾸어 입력하면 됨

(3) 정의역의 간격이 0.1일 때의 그래프 그리기

㉧ 이 경우에도 위의 경우와 똑같이 실행하되 좌표 입력시 좌표를 (-3.9,-3.9), (-3.8,-3.8) (-3.7,-3.7), ... (3.9,3.9)으로 바꾸어 입력하면 됨

(4) $y = x$ 의 직선 그리기

㉨ 위에서 짚은 점들 중 양쪽 끝의 두 점

선택 - Construct - Segment 선택

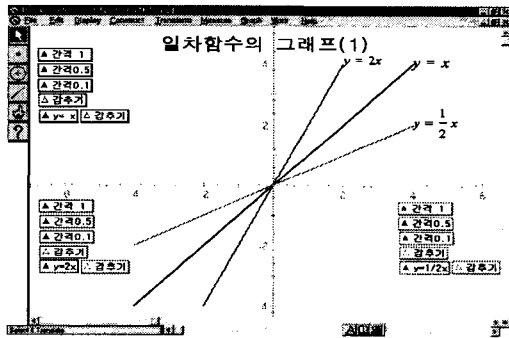
㉩ ㉨에서 생성된 직선 선택 - Edit - Action button - Show/Hide 선택 (화면에 Show/Hide 버튼이 생성됨)

(5) ㉩에서 만들어진 버튼 내부의 문자 바꾸기 (화면 왼쪽의 손가락 선택 - Show 버튼을 더블 클릭 - " $y = x$ " 입력 - Ok 선택)

② $y = 2x, y = \frac{1}{2}x$ 의 그래프 그리기

이 경우에도 1의 실행과 똑같이 실행하되 입력시키는 좌표값 만 달리해 주면 된다.

(2) 실행화면



(3) 사용방법

이 프로그램은 $y=ax$ 의 그래프의 모양을 알아보기 위한 것으로 일차함수의 그래프를 그리는데 있어서 처음에는 정의역 $X = \{-4, -3, -2, \dots, 2, 3\}$ 으로 하여 그래프를 그리고, 다음 다시 정의역을 $X = \{-4, -3.5, -3, \dots, 4\}$ 으로 또 정의역을 $X = \{-4, -3.9, -3.8 \dots 3.9, 4\}$ 으로 정의역의 간격을 줄여가면서 그래프를 그려 보아 정의역이 수 전체의 집합으로 확대 될 때 직선이 됨을 설명하게 되는데 본 프로그램은 이러한 과정을 쉽게 유도할 수 있도록 하였다. 즉 위의 그림의 화면 왼쪽 상단에 있는 "간격1", "간격0.5", "간격0.1", " $y=x$ "을 마우스로 차례대로 더블클릭 해주면 각각 정의역의 간격을 달리해 가며 그래프를 그려주게 되어있다. 또 화면 왼쪽 하단의 버튼들은 $y=2x$ 의 그래프를 위와 같은 과정으로 그려

주며, 화면 오른쪽 하단의 버튼들은 $y = \frac{1}{2}x$ 의 그래프를 같은 방법으로 그려주게 된다. 다음으로 위의 3개의 그래프를 다 그려본 후에는 학생들로 하여금 a 값에 따라 그래프의 모양이 어떻게 변하고 있는지 관찰하게 하여 a 값이 그래프의 모양에 어떤 영향을 미치는지 찾아낼 수 있도록 유도하고, 아울러 모든 그래프들이 원점을 지난다는 사실까지 발견해 낼 수 있도록 이끌어 가면 좋겠다.

2) 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프

(1) 제작방법(실행화면 참조)

① $y = x^2$ 의 그래프 그리기

(가) x 축과 y 축을 그린다.(Graph - crate axes 선택)

(나) x 축 위에 한 점을 잡는다.(x 축 선택 - Construct - point on object 선택)

(다) (나)에서 잡은 점의 좌표를 화면에 나타낸다.(점 선택-Measure - Coordinates선택)

(라) x 좌표만 끌어낸다. ((다)에서 생성한 좌표 선택 - Measure - calculate - x 좌표 선택)

(로) x^2 값 생성((라)에서 생성한 x 좌표 선택 - Measure - calculate - x^2 값 계산)

(리) 그래프 그리기

㉠ (나),(로)에서 생성한 값을 차례로 선택 - Graph - Plat as선택

㉡ ㉠에서 생성한 점 선택 - Display - Trace point 선택

㉢ (가)에서 생성한 점과 x 축을 차례로 선택 - Edit - Action button - Animation 선택 (화면에 실행버튼이 생성됨)

② 나머지 그래프 그리기

(가) 위의 (가)-(리)지의 과정을 반복하되 (리)번에서 x^2 값을 계산하는 대신에 $2x^2, \frac{1}{2}x^2,$

$\frac{1}{3}x^2, -2x^2, -x^2, -\frac{1}{2}x^2, -\frac{1}{3}x^2$ 값을 계산하여 실행

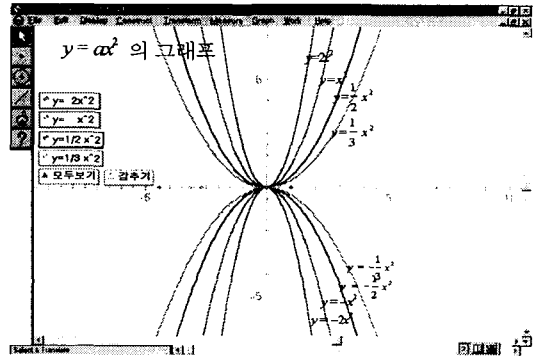
(나) 모두보기 버튼 만들기

㉣ 위의 (가)에서 생성된 점과 ㉡서 생성한 점을 차례로 선택 - Construct - Locus선택 (그래프가 하나 나타남)

㉤ ㉣에서와 같은 방법으로 나머지 점에 대해서도 실행

㉥ 앞에서 만들어진 그래프를 모두 선택 - Edit - Action button - hide선택)

(2) 실행화면



(3) 사용방법

위 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에서 a 값에 따른 그래프의 모양을 알아보기 위한 것으로 위 화면은 프로그램이 완전히 실행된 상태를 보여주고 있는 것이므로 먼저 화면 왼쪽 하단의 감추기 버튼을 클릭하여 그래프들을 모두 감춘 다음 화면 왼쪽에 있는 버튼을 위에서부터 차례로 더블클릭 하면 그때마다 $y = 2x^2$ 의 그래프에서부터 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 그려주게 되어 있다. 따라서 이를 차례로 실행시켜 본 후 학생들에게 $y = ax^2$ 그래프의 특징을 찾아낼 수 있도록 유도하는데 사용하면 되겠다.

3) 닳은인 도형의 넓이의 비

(1) 제작방법(실행화면 참조)

① 삼각형 1 만들기

(ㄱ) 선분 BC를 긋는다.

(ㄴ) B점을 회전의 중심으로 하여 C점을 60도 회전시킨다.(B점 더블클릭 - C점 선택 - Transform - Rotate - 60° 입력 - ok선택)

(ㄷ) 정삼각형을 그린다.(ㄴ)의 결과로 생긴 한 점과 B,C점을 연결)

(ㄹ) (ㄷ)에서 만들어진 삼각형을 우측으로 평행이동(삼각형 ABC선택, Transform - Translate - Vertical을 0으로, Horizontal을 4로 설정 - Ok선택) - (ㄱ)에서 그린 삼각형이 오른쪽으로 4만큼 평행 이동된 삼각형이 나타남 - 가운데 있는 삼각형

(ㄺ) (ㄹ)에서 만든 삼각형을 2배로 확대시킨다.(B'점을 더블 클릭(변환의 중심 설정) - 이 삼각형의 모든 선분과 점을 선택 - Transform - Dilate - old를 1로 new를 2로 선택 - Ok 선택 - 처음 삼각형을 두 배로 확대한 삼각형이 만들어짐 - 불필요한 선분이나 점은 hide 시킴)

(ㄻ) 삼각형 ABC를 우측으로 평행 이동한 후 3배 확대 (위의 (ㄹ),(ㄺ)번 과정을 반복하되 (ㄹ)에서 Horizontal을 8로, (ㄺ)에서 new를 3으로 설정)

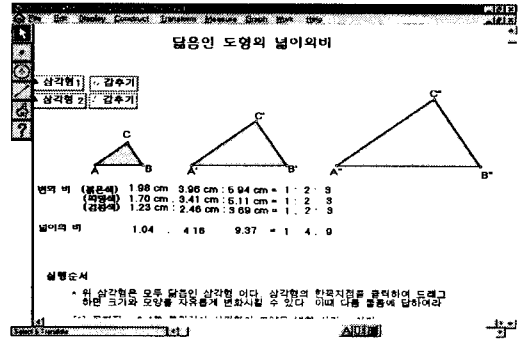
(ㄼ) 이제 각 삼각형의 꼭지점을 클릭하면 모양과 크기가 1:2:3을 유지하면서 변화됨.

(오) 삼각형 1, 감추기 만들기 (위에서 그린 그림 모두를 선택 - Edit - Action Button -Show/hide 선택)

② 삼각형 2 만들기

(ㄱ) 위에서 실행한 대로 반복하되 일반적인 삼각형이므로 처음 삼각형 작도시 선분을 선택하여 적당한 크기로 삼각형을 그린후 위의 (ㄴ)-(오)까지 실행하면 된다.

(2) 실행화면



(3) 사용방법

위 그림은 닳은인 삼각형의 닳은비와 넓이의 비 사이의 관계를 알아보기 위한 것으로 화면의 “삼각형2”버튼을 클릭하여 실행시킨 화면이므로 지도시에는 먼저 “삼각형1”을 클릭하여 실행하면 닳은비가 1:2:3인 세 개의 정삼각형이 나오는데 이 삼각형의 꼭지점을 클릭하여 자유롭게 삼각형의 크기를 변화시켜 보면서 닳은비와 넓이의 비 사이의 관련성을 찾아낼 수 있도록 하면 되겠다. 다음으로 “삼각형2”를 실행하면 위와 같은 화면이 나오는데 이는 일반적인 삼각형으로 닳은비가 1: 2: 3 이다. 이 또한 삼각형의 꼭지점을 클릭하여 그 크기와 모양을 자유롭게 움직여 보면서 닳은비와 넓이의 비 사이의 관계를 찾아내도록 유도하면 되겠다.

4)삼각형의 무게중심

(1) 제작방법(실행화면 참조)

① 화면 왼쪽의 선분을 선택한 후 삼각형 ABC를 그린다.

② 중선 그리기

(ㄱ) 선분 BC를 선택 - Construct - Point at Midpoint 선택 (선분BC의 중점이 표시됨)

(ㄴ) 꼭지점 A와 (ㄱ)에서 생성된 중점을 선택 - Construct - Segment 선택

(ㄷ) 나머지 두개의 중선도 위와 같은 방

법으로 작도

③ 삼각형의 넓이 지정

(㉑) 삼각형 AFG : 삼각형의 세 꼭지점 A, F, G 를 선택 - Construct - Interior 선택 - Measure - Area 선택 (화면에 삼각형 AFG의 넓이가 표시됨)

(㉒) 나머지 5개의 삼각형도 위와 같은 방법으로 설정함

④ 변의 길이 설정

(㉑) 두 점 A, G 선택 - Construct - Segment 선택 - Measure - Length 선택(화면에 선분 AG의 길이가 표시됨)

(㉒) 두 점 G, D 선택 - Construct - Segment 선택 - Measure - Length 선택(화면에 선분 GD의 길이가 표시됨)

(㉓) (㉑),(㉒)에서 산출된 값 선택 - Measure - Calculate - 화면에 나타난 계산기에 (㉑)/(㉒) 입력 (선분AG, 선분GD 의 값이 화면에 나타남)

(㉔) 나머지 것도 위와 같은 방법으로 실행

⑤ 동작버튼 만들기

(㉑) 삼각형 ABC의 꼭지점 주변에 원을 각각 겹치지 않도록 1개씩 그린다.(다음 그림에는 이 원이 보이지 않는데 보기를 원할 경우 Display - Show all hidden을 선택 하면 볼 수 있음)

(㉒) A점, A점이 움직일 원, B점, B점이 움직일 원, C점, C점이 움직일 원을 차례로 모두 선택 - Edit - Action button 선택 - Animation 선택(화면에 Animation 버튼이 나타남, 이것을 더블 클릭하면 A,B,C점이 지정된 원 위에서 움직임)

(㉓) (㉑)에서 그린 원은 실행시 학생들이 볼 필요가 없으므로 감춘다(원 3개 선택 - Display - Hide 선택)

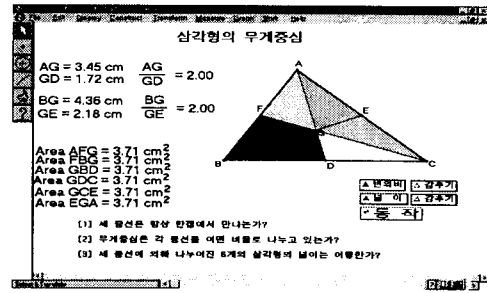
⑥ 변의 비, 넓이 버튼 만들기

(㉑) 화면 왼쪽 상단의 변의 길이가 나와 있는 것을 모두 선택 - Edit - Action Button 선택 - Show/Hide 선택)

(㉒) 화면 왼쪽 하단의 넓이가 나와 있는 것들 모두 선택 - Edit - Action Button 선택

- Show/Hide 선택)

(2) 실행 화면



(3) 사용방법

위 그림은 삼각형의 무게중심 즉, 세 꼭지점에서 각각 대변의 중점에 선을 그은 것이다. 먼저 삼각형의 각 꼭지점을 마우스로 클릭하여 자유롭게 삼각형의 모양과 크기를 바꾸어 보면서 세 중선이 항상 한 점에서 만난다는 사실을 확인 할 수 있겠고 다음으로 화면 왼쪽에 나와 있는 수치를 이용하여 무게중심이 중선을 2 : 1로 내분한다는 사실을 보여 줄 수 있겠다. 또 화면 왼쪽 하단부의 각 삼각형의 넓이가 나와 있으므로 이를 이용하여 삼각형 ABC 내부에 만들어진 각각의 삼각형의 넓이가 동일하다는 사실도 실험을 통해 인지시킬 수 있겠다.

IV. 소프트웨어의 운영

1. 운영 환경

구분	사 용 환 경
운영체제	win3.1 또는 win95 이상
CPU기억용량 및 메모리	640KB 이상
한글표시	조합형 또는 완성형 한글
Video카드	VGA
디스크 드라이브	FDD 3.5인치, HDD 권장
주변기기	마우스

2. 사용방법

GSP 프로그램을 구동시키면 아래 그림과 같은 첫 화면이 나오는데 마우스를 한번 클릭 해주고 난 후 화면크기를 보기에 적당하게 확대시킨다.

다음 File메뉴에서 불러오기를 선택해 본인이 원하는 항목에 해당하는 파일을 하나씩 불러들여 사용하면 된다. 그러면 본 논문에서 제시된 파일들의 목록을 정리해 보도록 하겠다.

순서	파일명	내용
1	f(ax).gsp	· $y=ax$ 그래프를 처음 도입할 때 사용할 수 있는 프로그램
2	f(axb).gsp	· $y=ax+b$ 의 그래프에서 a, b 의 값에 따른 그래프의 변화를 알아보기 위한 프로그램
3	f(ax2).gsp	· 이차함수의 그래프에서 각각의 변수가 변함에 따라 그래프의 모양이 어떻게 변하는지 알아보기 위한 프로그램
4	표준형.gsp	
5	일반형.gsp	
6	same.gsp	· 닮음인 다각형의 성질을 알아보기 위한 프로그램
7	sam(tra).gsp	· 닮음비와 넓이의 비 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보기 위한 프로그램
8	내심.gsp	· 내심, 외심, 무게중심이 갖는 특성들을 알아보기 위한 프로그램
9	외심.gsp	
10	무게.gsp	
11	호현.gsp	· 중심각의 크기와 호, 현의 길이의 비례관계
12	중심현.gsp	· 원의 중심에서 현에 그은 수선이 갖는 특징
13	접선.gsp	· 접선 길이가 같음을 알아보기 위한 프로그램
14	공통현.gsp	· 중심선과 공통현의 관계를 알아보기 위한 프로그램
15	중심각.gsp	· 원주각과 중심각의 관계를 알아보기 위한 프로그램
16	비례.gsp	· $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD} = \frac{1}{2}$ 임을 알아보기 위한 프로그램
17	삼각비.gsp	· 삼각비의 값 및 성질을 알아보기 위한 프로그램

3. 운영방법 및 유의점

본 프로그램은 그 운영방법이 간단하여 학생들에게 1-2시간만 설명해주면 간단한 기능들을 사용하기에 충분하므로 사전에 학생들에게 프로그램 사용법에 대하여 설명한 후 학생들이 이 프로그램을 직접 실행해 볼 수 있도록 한다면 더욱 효과적이겠다. 그러나 학교의 환경이 이에 미치지 못한다면 선생님이 수업시간에 직접 시연해 보여 줌으로써 학생들의 이해를 돕고 흥미를 유발할 수 있겠다.

또한 이 프로그램에는 이 논문을 접하는 교사들이 이 프로그램을 어떻게 제작하였는지 알 수 있도록 제작하였을 뿐만 아니라 각 단원별로 특색 있는 것들을 제작하였으므로 차후 GSP를 이용하여 프로그램을 제작하고자 하는 분들에게 조금 이나마 참고 자료가 될 수 있기를 바란다. 아울러 GSP를 수업시간에 너무 과도하게 사용할 경우에는 기존의 증명방법에 대하여 안이하게 생각하고 증명을 더 어렵게 생각하게될 우려가 있으므로 학생들의 이해를 돕는 정도로만 사용하고 너무 과신하여 사용하는 것은 좋은 방법이라고 생각되지 않는다.

V. 결론 및 제언

과학기술이 급속히 발달하면서 현대 사회는 정보화 시대로 변모하고 있다. 이에 발맞추어 학교 현장에서도 90년대에 접어들면서 컴퓨터가 급속히 학교현장에 자리를 잡아가고 있다. 이러한 시대적 요청에 부응하여 학교 현장에서는 많은 교사들이 필요한 자료를 만들어 사용하고 있고, 또 전국 소프트웨어 공모전에 여러 자료들이 발표되고 있으며, 최근 들어서는 교육용 소프트웨어를 전문적으로 만들어 보급하는 기업체들까지도 등장하고 있다. 또한 각급 학교의 교실에서도 컴퓨터가 보급되면서 학교현장에서 컴퓨

터를 이용하여 수업을 전개하는 예가 점점 늘어나고 있다.

특히 컴퓨터를 이용한 수업은 학생들에게 흥미 유발과 학습 효율성을 높일 수 있고, 판서나 언어로는 잘 설명하기 어려운 부분을 학습할 때에 컴퓨터 프로그램을 이용하여 학생들의 이해를 돕는데 효과적으로 사용할 수 있다.

본 연구는 현행 중학교 1,2,3학년의 함수와 도형 부분을 대상으로 한 프로그램들이다. 이 프로그램들은 본 저작도구의 특성상 음향 효과는 주지 못했지만 하나의 도형에 대해서 그 특성은 변화시키지 않고 사용자가 마음대로 그 크기나 모양을 변화시켜 볼 수 있다는 장점이 있다. 따라서 어떤 정리가 성립할 것인가를 기존의 증명을 통해서 이해시킬 때보다 더 선명하게 눈으로 직접 확인 해줌으로서 학생들이 쉽게 받아들일 수 있도록 하였다.

또한 앞으로 GSP를 이용하여 프로그램을 제작하고자 하는 분들에게 본 연구가 조금이나마 도움이 될 수 있도록 각 프로그램마다 제작방법과 사용방법을 기술하였으므로 이를 참고하면 어느 정도의 프로그램은 제작하는데 어려움이 없으리라 생각한다.

그러나 아무리 좋은 설비가 있고 그에 따른 프로그램이 제공된다 하더라도 이들은 모두 교사가 학생들을 지도하기 위한 하나의 방편이므로 어느 한 가지에만 매달려 과신한다면 오히려 역효과를 가져올 수도 있으리라 생각한다. 특히 GSP를 이용하여 학생들을 지도할 때에는 증명을 하는 과정에서 얻어질 수 있었던 논리적인 사고력의 결핍을 가져올 수 있으므로 세심한 주의와 노력이 요구된다 하겠다.

참 고 문 헌

김호우외 3인(1994), 중학교 수학1, 지학사
김호우외 3인(1994), 중학교 수학2, 지학사

김호우외 3인(1994), 중학교 수학3, 지학사
김희수(1995), 멀티미디어 설계와 개발, 교육과학사

박성익(1988), 컴퓨터 보조 교육공학, 교육과학사

손병길(1991), 컴퓨터 교육 장학 편람, 교육부

신현기(1993), 학습자 수준에 따라 개별화한 중학교 과학 코스웨어 연구, 공주대학교 석사학위 논문

오진화(1995), 중학교 수학 교육용 컴퓨터프로그램연구, 공주대학교 석사학위 논문

유은진(1984), 컴퓨터 이용과 교사의 자질, 한국교육개발원

조문형(1996), 멀티미디어 물리 교수 설계연구, 공주대학교 석사학위 논문

Key Curriculum Press(1995), The Geometer's sketch Pad User's and Reference Manual

The method research and the development of teaching-learning materials by using GSP (function and geometry in middle school math)

Ro, Youngsoon¹⁾, Youk Sang-kug²⁾

ABSTRACT

Recently our educational methodologies have been changed to an open , student-centered structure. Mathematics is now learned through experiential interaction and less emphasis is placed on abstract theories.

For example, the axioms of the geometry in the middle school curriculum have been expressed by using symbolic letters. Students find these abstractions very difficult and it hinders their ability to grasp the significance of geometrical concepts.

In an effort to simplify these abstract concepts and enhance the students interest and ability to learn, the GSP (Geometry Sketchpad) is proving to be a useful and effective tool.

First, Second and third grade students have found the GSP to be extremely useful. While the pad has no sound function it still enables the students to freely change diagrams without disrupting the integrity of the program. There is also a running order of instructions at the bottom of the screen to facilitate the step by step understanding of mathematical procedures. This function makes the program ideal for use by teachers, students and even beginners. Anyone experiencing difficulty can get immediate assistance from the guidebook which is located at the back of each program.

Allowing individuals to manipulate and actually see the changing deductions and axiom proofs on the computer screen provides them with immediate feedback and reinforcement. It also enhances their overall interest in learning geometry. The use of the GSP is proving to be an innovative and effective tool in facilitating the transition of mathematics into an open, student-centered educational forum.

1) Dept. of Mathematics Education, Kongju
National University, 314-701, Korea

2) Jusan Middle School, Boreang, Chungnam,
355-080, Korea