

<연구논문>

## 미세극성 유체 유동장에 놓여진 썰기형 물체주위의 열경계층에 관한 연구

김 윤 제

성균관대학교 기계공학부  
(1999년 1월 5일)

### A Study on the Thermal Boundary Layer Flow of a Micropolar Fluid in the Vicinity of a Wedge

Youn J. Kim

School of Mechanical Engineering  
Sungkyunkwan University, 300 Chunchun-dong, Suwon 440-746, Korea  
(Received January 5, 1999)

#### 요 약

일정한 표면 온도를 갖는 썰기형 물체 주위를 지나는 미세 극성유체의 정상상태 층류유동에 대하여 고찰하였다. Falkner & Skan에 의하여 유도된 유사해법을 이용하여 유동방향의 비선형 경계층 방정식의 해를 구하였다. 4계 Runge-Kutta법을 사용하여 Pr 수가 1일 경우의 열전달 특성을 수치적으로 해석하였고, 물질 매개변수에 대한 영향을 고찰하였다. 경계층을 가로지르는 무차원 속도와 Nusselt 수의 분포는 썰기형 물체 주위를 지나는 Newtonian 유체의 경우와 비교하였다. Pr 수가 1이고 일정한 썰기각을 가질 경우 물질 매개변수  $K$ 값이 증가할수록 Newtonian 유체의 경우보다 미세 극성유체의 경우 경계층의 두께가 증가하는 결과를 보였다. 그러나 물질매개변수  $K$ 값이 일정할 경우, Newtonian 유체보다 미세 극성유체의 열전달율이 더 작은 경향을 나타내었다.

**Abstract**—The characteristics of thermal boundary layer flow of a micropolar fluid in the vicinity of a wedge has been studied with constant surface temperature. The similarity variables found by Falkner and Skan are employed to reduce the streamwise-dependence in the coupled nonlinear boundary layer equations. Numerical solutions are presented for the heat transfer characteristics with  $Pr=1$  using the fourth-order Runge-Kutta method and their dependence on the material parameters is discussed. The distributions of dimensionless temperature and Nusselt number across the boundary layer are compared with the corresponding flow problems for a Newtonian fluid over wedges. Numerical results show that for a constant wedge angle with a given Prandtl number,  $Pr=1$ , the effect of increasing values of  $K$  results in an increasing thermal boundary thickness for a micropolar fluid, as compared with a Newtonian fluid. For the case of the constant material parameter  $K$ , however, the heat transfer rate for a micropolar fluid is lower than that of a Newtonian fluid.

**Keywords** : Micropolar Fluid, Similarity Solution, Wedge, Thermal Boundary Layer

#### 1. 서 론

임의로 운동하는 막대기 형태나 아령(dumbbell) 모양의 분자구조를 내포하는 유체라든지 병진운동(translation)과 회전운동(rotation)을 병행하는 미소 체적 요소로 구성된 유체의 물리적인 특성을 분석할 때 Newtonian 유체에서는 볼 수 없는 여러가지 흥미로운 현상을 관찰하게 된다. Eringen[1,2]은 이러한 현상을 체계적으로 연구하는 과정에서 미세극성(micropolar) 유체 이론을 정립하였는데, 이는 유체 요소의 국소 조직과 미소 운동으로부터 야기되는 미세한 효과를 설명하는 이론이다. 이것은 연속체 역학을 배경으로 한 유체 운동학(fluid kinematics)으로부터 유도되었으며, 산업의 적용성 때문에 많은 연구자들의 관심을 끌고 있다 (Bergholz[3]; Emra & Kulacki[4]; Chandra Shekar

et al.[5]; Ariman[6]).

미세 극성유체란 고분자 화합물, 혈액 유동, 윤활제, 액체 결정성장, 오염된 기름이나 콜로이드 상태의 부유물 등과 같이 유체 속에 미세입자를 포함하는 유체를 말한다. 이러한 미세 극성유체 이론에 기초를 둔 수학적 모델은 다양한 유체유동의 해석에 적용되고 있다. 예를 들어, Ariman[6]은 미세 극성유체 이론을 적용하여 100  $\mu\text{m}$ 의 크기를 갖는 작은 동맥에서의 혈액 유동을 해석하였다. 그는 벽면에서 미세 회전 성분이 없더라는 가정하에 속도구배 값을 해석하였으며 기존의 실험 데이터와 비교하여 일치된 결과를 나타내었다.

Rees & Bassom[7]은 Blasius 경계층 유동의 micropolar 유사해를 연구하였으며, 비상사성(non-similar) 경계층 방정식을 유도하여 Keller-box 법을 사용하여 해를 구하였다.

또한 그들은 수치적으로 경계층이 두개의 층 구조로 발전하는 결과를 얻었으며, 전연(leading edge)에서 멀리 떨어진 지점에 대하여 점근전개법(matched asymptotic expansion method)을 이용한 해석을 수행하였다.

Kazakia & Ariman[8]은 처음으로 미세 극성유체의 열전도 문제를 연구하였고, Gorla[9]는 micropolar 경계층 이론을 일정한 벽면 온도를 갖는 2차원 정상상태를 갖는 정체점(stagnation-point) 유동에 적용하였으며, 항력 감소나 열교환기에서 열전달 증가의 목적으로 사용할 수 있다고 하였다. 또한, 그는 실린더를 따라 균일한 유속을 갖는 축대칭, 층류, 미세 극성유체 유동을 연구하였는데 무차원화된 곡률 매개변수 특성과 물질 매개변수의 다양한 값들에 대한 속도, 마이크로 회전장, 그리고 열전달 특성에 대한 수치해를 제시하였다[10,11].

본 연구에서는 먼저 쐐기형 물체 주위를 지나는 미세 극성유체 유동장의 해를 구하기 위하여 상사변환을 통한 지배방정식과 경계조건에 대하여 2장에서 요약하였고, 그 다음 장에서는 열전달 특성에 대한 자세한 수치적인 해를 제시하였으며, 특히 물질 매개변수 변화가 해에 미치는 영향을 고찰하였다.

## 2. 이론적 배경

일정한 표면 온도를 갖는 쐐기형 물체 주위를 지나는 층류, 비압축성, 미세 극성유체의 2차원 정상유동을 고려하였다. 물리적 모델과 기하학적 좌표계는 Fig. 1에 나타내었으며, 점성소산(viscous dissipation)의 영향은 무시하였다. 일반적으로 경계층 유동의 근사적인 해석에서 체적력과 조합력(couple stress)이 없다고 가정할 때 미세 극성유체의 2차원 경계층 유동이 갖는 지배방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다[14].

연속방정식:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

운동량 보존방정식:

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + (\mu + \kappa) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \kappa \frac{\partial \omega}{\partial y} \tag{2}$$

각운동량 보존방정식:

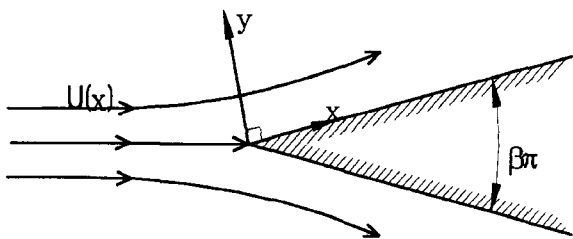


Fig. 1. The physical model and coordinate system.

$$\rho j \left( u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \gamma \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) - \kappa \left( 2\omega + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \tag{3}$$

미세 관성 보존방정식:

$$u \frac{\partial j}{\partial x} + v \frac{\partial j}{\partial y} = 0 \tag{4}$$

에너지 방정식:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{5}$$

위 식에서, x와 y는 쐐기 표면에 평행, 수직인 방향의 좌표를 나타낸다. u와 v는 각각 x와 y 방향으로의 속도 성분을 나타내고, T는 온도, ρ는 밀도, j는 미세관성밀도(micro-inertia density), μ는 점성계수, κ는 회전점성계수(vortex viscosity), 그리고 ω는 회전축이 xy 평면에 수직인 미세회전 요소이다. 또한 점성계수와 미세 관성력의 관계를 나타내는 회전 구배 점성계수(spin gradient viscosity) γ는 다음과 같이 정의된다[6].

$$\gamma = \left( \mu + \frac{\kappa}{2} \right) j \tag{6}$$

전술한 지배방정식 (1)-(5)의 해를 구하기 위해서는 속도, 미세회전, 그리고 온도장에 대한 다음 경계조건을 만족하여야만 한다.

$$u = 0, v = 0, \omega = -\frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial y}, T = T_w \text{ on } y = 0 \tag{7}$$

$$u \rightarrow U, v \rightarrow 0, \omega \rightarrow 0, T \rightarrow T_\infty \text{ as } y \rightarrow \infty \tag{8}$$

여기서 U는 자유유동 속도이며, 경계조건 (7)은 물체표면에서의 미세회전은 유체가 갖는 와도(vorticity)의 반이라는 것을 의미한다. 물체 표면에서의 미세회전 성분은 대한 해석에 있어 학자들간에 다른 접근을 시도한 바 있다. 먼저 Unsworth & Chiam[12]은 무시할 수 있다고 가정하는데 반하여, Ahmadi[13]는 유체의 전단응력에 비례한다는 의견을 개진하였는데 최근에는 Ahmadi의 의견이 현실성 있는 것으로 받아들여지고 있어 본 논문에서도 그의 이론을 따랐다.

Falkner & Skan[14]은 변수 η = yg(x) 을 이용하여 쐐기 주위의 경계층 유동방정식에는 상사성이 존재한다는 연구결과를 발표하였으며, 자유흐름 속도분포가 다음식과 같다는 가정하에 경계층 방정식의 상사해를 구하였다.

$$U(x) = Cx^m \tag{9}$$

여기서 C는 임의의 상수이며, 지수 m은 Falkner-Skan 매개변수로써 쐐기각(wedge angle)에 대하여 다음과 같은 관계가 있다.

$$\beta = \frac{2m}{1+m} \tag{10}$$

위 식에서 β가 양수이면 쐐기 표면을 따라서 자유흐름 속도가 증가한다는 것을 나타내며, 음수는 감소함을 뜻한다.

상사방정식을 유도하기 위하여 본 연구에서는 다음과 같은 변환을 도입하였다.

$$\begin{aligned}
 y &= \left[ \frac{2\nu x}{(m+1)U(x)} \right]^{1/2} \eta = \frac{1}{g(x)} \eta, \\
 \psi &= \left[ \frac{2\nu x U(x)}{(m+1)} \right]^{1/2} f(\eta) \\
 \omega &= U(x) \left[ \frac{(m+1)U(x)}{2\nu x} \right]^{1/2} h(\eta), \\
 j &= \frac{2\nu x}{(m+1)U(x)} i, \\
 \gamma &= \left( \mu + \frac{K}{2} \right) \frac{2\nu x}{(m+1)U(x)} i, \\
 u &= U(x)f', \\
 v &= - \left[ \frac{\nu U(x)}{2(m+1)x} \right]^{1/2} \{ (m+1)f + \eta(m-1)f' \}, \\
 \theta &= \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}
 \end{aligned} \tag{11}$$

여기서 상첨자 ( )는  $\eta$ 에 관한 미분을 뜻한다. 또한, 연속 방정식은 다음과 같은 유동함수  $\psi$ 에 의하여 자동적으로 만족함을 알 수 있다.

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = - \frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{12}$$

위의 변환을 통하여 경계층 방정식 (2)-(4)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$(1 + K)f''' + Kh' + ff'' + \frac{2m}{m+1}[1 - (f')^2] = 0 \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
 \left( 1 + \frac{K}{2} \right) (ih')' - K(2h + f'') \\
 = i \left[ \left( \frac{3m-1}{m+1} \right) f'h - fh' - \left( \frac{m}{m+1} \right) \eta f'h' \right]
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\frac{2(m-1)}{m+1} f'i + fi' = 0 \tag{15}$$

여기서  $K$ 는 무차원 점성계수로써 다음과 같이 정의된다.

$$K = \frac{K}{\mu} \tag{16}$$

만약  $m$ 이 0이라고 가정하면 위의 지배방정식은 반무한 평판에서의 비압축성 미세극성 유체의 경계층 유동 방정식으로 축약됨을 알 수 있다[13].

또한, 벽면 온도가 일정할 경우 식(5)로부터 다음과 같은 온도장을 지배하는 상미분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\theta'' + fPr\theta' = 0 \tag{17}$$

경계조건 (7)과 (8)은 무차원 변수 (11)을 이용하여 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$f = f' = 0, h = -\frac{1}{2}f'', \theta = 1 \text{ on } \eta = 0 \tag{18}$$

$$f' \rightarrow 1, h \rightarrow 0, \theta \rightarrow 0 \text{ as } \eta \rightarrow \infty \tag{19}$$

전술한 바와 같이, 경계조건의 회전성분은 썩기표면에서의 각속도와 동일하게 취해진다. 경계조건 (18)을 만족하는 미세관성밀도 (15)의 해는 다음과 같다.

$$i = I f^{\frac{2(1-m)}{1+m}} \tag{20}$$

여기서  $I$ 는 무차원 상수이다.

만약 미세 관성밀도의 변화가 없는 임의의 미세 극성유체가 존재한다고 가정할 때, 즉 점성비  $K$ 가 0이 아니고,  $I$ 가 0이라면 식(14)로부터 회전장은 다음식과 같아짐을 알 수 있다.

$$h = -\frac{1}{2}f'' \tag{21}$$

즉, 회전은 각속도와 동일하게 되며, 식 (13)은 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$\left( 1 + \frac{K}{2} \right) f''' + ff'' + \frac{2m}{m+1}[1 - (f')^2] = 0 \tag{22}$$

위 식은 종속변수의 간단한 변화에 의하여 Blasius 방정식으로 축약됨을 알 수 있다[13].

썩기 표면에서의 국소 열속(heat flux)은 Fourier의 열전도 법칙에 의하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$q_w(x) = -k \frac{\partial T}{\partial y} = -k(T_w - T_\infty)\theta'(0) \sqrt{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{x} \sqrt{Re_x} \tag{23}$$

여기서  $Re_x$ 는 일반적인 방법으로 정의되는 Reynolds 수이다.

또한, 국소 열전달 계수는 다음과 같이 주어진다.

$$h_t(x) = \frac{q_w(x)}{T_w - T_\infty} = -k\theta'(0) \sqrt{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{x} \sqrt{Re_x} \tag{24}$$

위 식으로부터 국소 Nusselt 수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Nu_x = \frac{h_t x}{k} = -\theta'(0) \sqrt{\frac{m+1}{2}} \sqrt{Re_x} \tag{25}$$

### 3. 결과 및 고찰

경계조건 (18)과 (19)를 만족하는 비선형 상미분 방정식 (13), (14), 그리고 (17)은  $I$ 와  $Pr$  수가 각각 1일 때, 다양한 물질 매개변수(material parameter)  $K$ 와  $m$ 이 해에 미치는 영향을 고찰하였다. 상사변환을 통한 지배방정식은 RAM 64Mb와 Pentium 200MHz CPU를 갖는 PC를 사용하여 4계 Runge-Kutta법을 이용하여 해를 구하였다. 또한, 경계조건 (19)를 만족시키기 위하여 무한대 값을 갖는 경계층의 최대 두께는  $\eta_{max}=8$ 을 설정하였고, 계산단계는  $\Delta\eta=0.001$ 을 사용하였다.

본 연구의 계산 모델에 대한 정확성을 입증하기 위하여 해석 결과는 이미 알려진 썩기형 물체 위를 지나는 Newtonian 유체의 속도 분포[15]와 비교하였으며, 또한

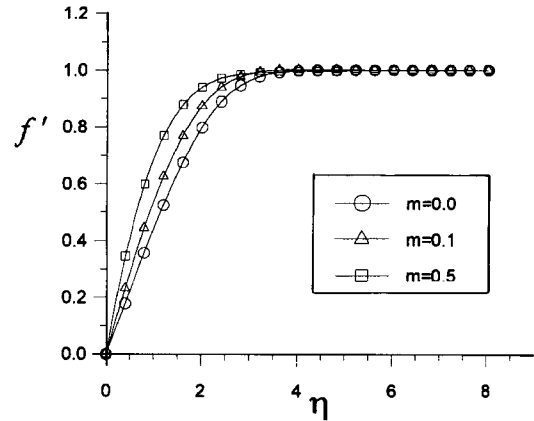
Ahmadi[13]가 계산한 반무한 평판 위를 지나는 미세 극성 유체를 갖는 경계층 유동과 비교하였는데, 일치된 결과를 얻었다.

Figs. 2-4는 유동특성과 경계층 두께의 증가에 따른 미세 극성유체의 온도장을 보여주고 있다. 다양한  $\beta$ 와  $K$ 값의 변화에 따른  $-h(0)$ ,  $f''(0)$ , Nusselt 수는 Table 1에 나타내었다. 수치해석 결과 물질 매개변수  $K$ 가 증가함에 따라  $-h(0)$ 와  $f''(0)$ 는 감소하였다. 이러한 이유는  $K$ 가 증가함에 따라 속도 및 각속도가 더욱 커지고, 이로 인하여 표면 마찰력과 벽면에서의 조합응력이 감소하기 때문이다. 부연 설명하면, 벽면에서 갖는 회전장(gyration field)의 최대 절댓값이  $K$ 값이 증가할수록 감소하기 때문이다. 즉, 와동의 신장은 벽면에서 미세입자 또는 고분자와의 상호작용에 의해 발생하며, 와동 신장의 감소는 고분자 첨가물과의 혼합을 감소시키는 한편, 와류의 소멸속도를 증가시키기 때문에 마찰저항의 감소를 유발시킨다고 할 수 있다[16]. 또한, 쐐기표면에서의 Nusselt 수는 동일한  $K$ 값을 가질 경우 쐐기각의 증가와 함께 선형적으로 증가하였지만, 동일한 쐐기각을 가질 경우에는  $K$ 의 증가에 따라 Nusselt 수가 감소하는 경향을 나타내었다.

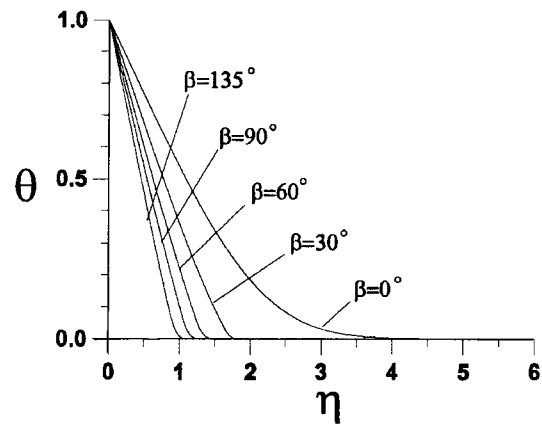
Fig. 2는 물질 매개변수  $K=0.1$ 일 때 다양한 쐐기각에 대하여 경계층의 두께 증가에 따른 무차원 속도  $f'$ 의 변화를 보여주고 있다. 쐐기각이 커질수록, 즉 가속되는 유동 ( $m, \beta > 0$ )일 경우에는 Newtonian 유체와 마찬가지로 경계층의 두께는 평판 유동일 때보다 더욱 얇아지는 특성을 나타내었다.

**Table 1.** The effect of wedge angle on the wall heat transfer rate functions and gyration field at the wedge surface for  $Pr=1$

$\beta$	$K$	$-h(0)$	$f''(0)$	$Nu$
0° ( $m=0.0$ )	0.00	0.2348	0.4696	0.3321
	0.01	0.2340	0.4679	0.3309
	0.02	0.2331	0.4661	0.3296
	0.03	0.2320	0.4639	0.3280
	0.04	0.2301	0.4602	0.3254
	0.05	0.2259	0.4519	0.3195
45° ( $m=1/7$ )	0.00	0.3660	0.7319	0.5533
	0.03	0.3605	0.7209	0.5450
	0.05	0.3555	0.7110	0.5375
	0.08	0.3433	0.6866	0.5190
	0.10	0.3261	0.6523	0.4931
90° ( $m=1/3$ )	0.00	0.4638	0.9277	0.7574
	0.05	0.4520	0.9040	0.7381
	0.10	0.4395	0.8790	0.7177
	0.15	0.4263	0.8525	0.6961
	0.20	0.4119	0.8238	0.6727
135° ( $m=3/5$ )	0.00	0.5452	1.0904	0.9753
	0.05	0.5303	1.0607	0.9487
	0.10	0.5157	1.0314	0.9225
	0.15	0.5012	1.0024	0.8966
	0.20	0.4868	0.9737	0.8708



**Fig. 2.** Distribution of velocity profile  $f'$  with  $\eta$  for various  $m$  with  $I=1$  and  $K=0.1$ .



**Fig. 3.** Effects of wedge angles on the dimensionless temperature profiles for Newtonian fluid ( $K=0$ ) with  $Pr=1$ .

미세극성 유체의 특성을 고찰하기 위하여 다양한 쐐기 각 변화에 대하여 Newtonian 유체 ( $K=0$ )의 무차원 온도 분포를 Fig. 3에 도시하였다. 쐐기각이 증가할수록 온도 경계층의 두께는 감소하였고, 경계층을 가로지르는 온도 분포는 더욱 균일하였다.

Fig. 4는  $Pr$  수가 1일 때 다양한 쐐기각에 대하여 무차원 온도변화에 미치는 무차원 점성계수  $K$ 의 영향을 보여 주고 있다. 물질 매개변수  $K$ 가 증가할수록 온도경계층의 두께가 두꺼워지는 경향을 나타내었는데, 평판 유동일 경우(Fig. 4a 참조) 온도경계층의 두께는 거의 변하지 않음을 알 수 있다. 또한,  $K$ 가 일정할 경우, 쐐기각이 증가할수록 표면에서의 열전달은 증가하는 경향을 나타내었다.

Fig. 5는  $Pr=1$ 일 때 다양한 쐐기각에 대하여  $Nu_x Re_x^{-1/2}$ 의 변화를 도시하였다. 일정한 Reynolds 수를 가질 때 쐐기각이 증가할수록 Nusselt 수는 증가하였고,  $K$ 값의 변화에 따른 열전달율의 미소한 변화가 관찰되었다. 그러나 쐐기각이 일정할 경우, 쐐기표면에서의 열전달은 미세 극성 유체가 Newtonian 유체 보다 낮게 나타났다.

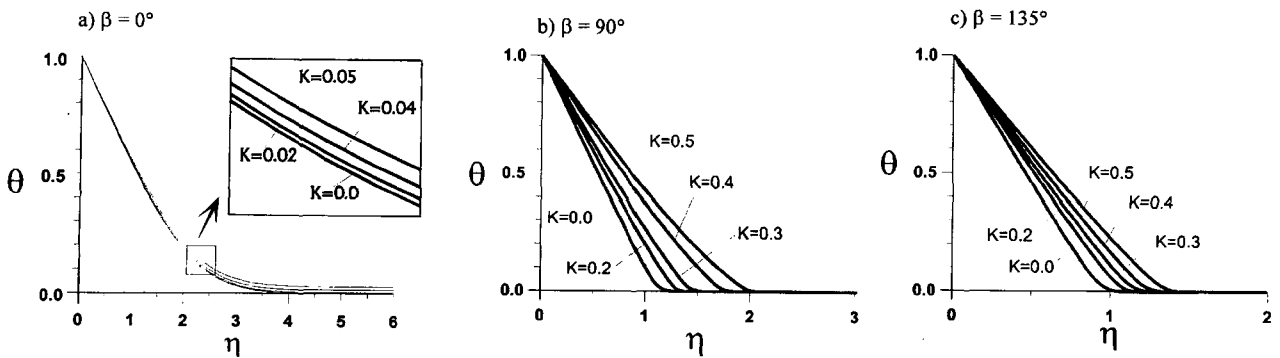


Fig. 4. Effects of material parameter K on the dimensionless temperature profiles for various wedge angles with Pr=1.

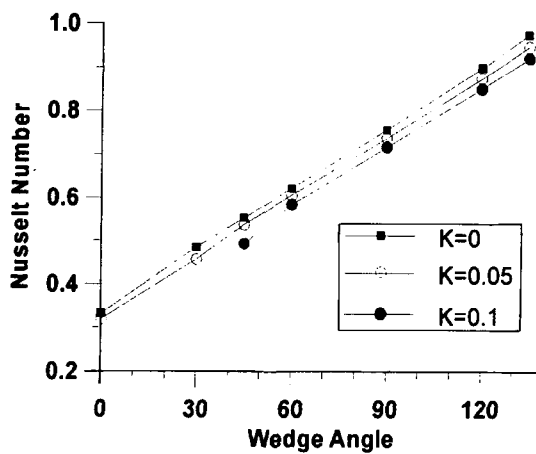


Fig. 5. Nusselt number variations for various wedge angles with Pr=1.

#### 4. 결 론

Eringen의 미세 극성유체 이론을 이용하여 일정한 벽면 온도를 갖는 썩기형 물체 주위를 지나는 미세 극성유체의 비압축성, 정상상태 유동을 해석하였다. Falkner-Skan 상사 해법을 이용하여 비선형 편미분 지배방정식을 상미분 방정식으로 변환하였으며, 4계 Runge-Kutta법을 이용하여 해를 구하였다. 수치해석 결과에 의하여 유동 및 열전달 특성에 관계되는 미세 극성유체의 물질 특성에 따른 종속성을 고찰하였다.

Pr 수가 1이고 썩기각이 일정할 경우, 미세 극성유체의 온도 경계층은 Newtonian 유체와 비교하였을 때 K가 증가할수록 더욱 두꺼워지는 경향을 나타내었다. 또한, 물질 매개변수 K가 일정한 경우에는 미세 극성유체의 열전달율이 Newtonian 유체보다 작았다.

향후 연구에서는 미세 극성유체 이론의 핵심이라 할 수 있는 표면에서의 미세 회전장 및 미세 관성밀도 등의 계산에 이용된 수식의 검증이 필요할 것이다. 특히, 이러한 수치해석 결과의 신뢰성을 확보하기 위하여 Couette 장치

등을 이용한 유동가시화와 같은 실험적 연구 결과가 뒷받침되어야 할 것으로 사료된다.

#### 기 호

f	Reduced stream function
h	Dimensionless microrotation
$h_t$	Heat transfer coefficient
j	Micro-inertia density ( $m^2$ )
K	Dimensionless parameter of vortex viscosity
k	thermal conductivity (W/m·K)
m	Falkner-Skan power-law parameter
Nu	Nusselt number
p	Pressure (Pa)
Pr	Prandtl number
Re	Reynolds number
T	Temperature (K)
u,v	Fluid velocities in the x and y directions, respectively (m/s)
U	Free stream velocity (m/s)
x	Streamwise coordinate along the body surface (m)
y	Coordinate normal to the body surface (m)

#### Greek Letters

$\alpha$	Thermal diffusivity ( $W/m^2 \cdot K$ )
$\beta$	Wedge angle parameter
$\gamma$	Spin gradient viscosity ( $kg/m \cdot s$ )
$\eta$	Pseudo-similarity variable
$\kappa$	Vortex viscosity ( $kg/m \cdot s$ )
$\mu$	Absolute viscosity of the fluid ( $kg/m \cdot s$ )
$\nu$	Kinematic viscosity ( $m^2/s$ )
$\theta$	Dimensionless temperature
$\rho$	Density of the micropolar fluid ( $kg/m^3$ )
$\omega$	Angular velocity of micropolar fluid ( $rad/s$ )

$\psi$  Stream function

### Subscripts

w Surface conditions

$\infty$  Conditions far away from the surface

### 참고문헌

1. A. C. Eringen, *J. Math. Mech.*, **16**, 1 (1966).
2. A. C. Eringen, *J. Math. Analysis Applic.*, **38**, 480 (1972).
3. R. F. Bergholz, *J. Heat Transfer*, **102**, 242 (1980).
4. A. A. Emara and F. A. Kulacki, *J. Heat Transfer*, **102**, 531 (1980).
5. B. Chandra Shekar, P. Vasseur, L. Robillard, and T. H. Nguyen, *Can. J. Chem. Engng.*, **62**, 482 (1984).
6. T. Ariman, *J. Biomech.*, **4**, 185 (1971).
7. D. A. S. Rees and A. P. Bassom, *Int. J. Engng Sci.*, **34**(1), 113 (1996).
8. Y. Kazakia and T. Ariman, *Rheol. Acta*, **10**, 319 (1971).
9. R. S. R. Gorla, *Int. J. Engng Sci.*, **18**, 611 (1980).
10. R. S. R. Gorla, *Int. J. Engng Sci.*, **22**, 293 (1984).
11. R. S. R. Gorla, *Int. J. Engng Sci.*, **30**(3), 349 (1992).
12. K. Unsworth and T. C. Chiam, *ZAMM*, **61**, 463 (1981).
13. G. Ahmadi, *Int. J. Engng Sci.*, **14**, 639 (1976).
14. A. C. Falkner and S. W. Skan, *Phil. Mag.*, **12**(7), 865 (1931).
15. F. M. White, "Viscous Fluid Flow", 2<sup>nd</sup> ed., McGraw-Hill, New York (1991).
16. G. E. Gadd, *Nature*, **212**, 1348 (1966).