
모멘트법에 의한 전송 선로의 등가 파라미터 계산

김 기 래*

Calculation for Equivalent Parameter of Multi Transmission Lines by Moment method

Gi-Rae Kim*

요 약

최근 정보통신 기술의 발달로 통신 시스템의 디지털화, 고속화, 소형 경량화 요구에 따라 통신기기 회로의 설계는 수동소자와 능동소자의 복합 형태를 나타내고 있으며, 정보 통신 기기에서 디지털 신호의 전송속도가 높아짐에 따라 선로의 종류와 특성에 따라 발생하는 누화(*Crosstalk*)와 상호 결합 등의 문제로 인하여 데이터의 손실 및 왜곡이 발생한다. 이런 문제점을 해석하기 위해서는 전송 선로를 등가적인 회로로 표현하는 것이 필요하며 중요하다. 본 논문에서는 전송 선로의 등가 파라미터를 계산하기 위해 모멘트법을 이용하여 단층 및 다층 구조의 마이크로 스트립 선로에 대한 해석 결과를 비교하여 나타낸다.

Abstract

Recently the necessity of MMIC is increasing because clock frequency goes up by digital data transmission of Gbps class being demanded and the density of circuits gets high for the purpose of lightening and miniaturizing system, owing to the development of ultra high speed.

When massing lines in a MMIC and super high speed integrated circuit cause the crosstalk and dispersion of signal, a digital signal is distorted and EMI is occurred. To solve this problems, It is necessary to analyze the equivalent parameters of transmission lines. This paper represent the results of the equivalent parameters of transmission lines for single and bi-level structure by using moment method.

* 신라대학교 컴퓨터정보공학부
접수일자 : 1999년 4월 2일

I. 서 론

마이크로파와 같이 주파수가 높은 경우는 신호의 파장이 매우 짧아져 전송선로의 길이가 신호의 파장에 비하여 길어지기 때문에 전원의 한 순시 값이 부하에 도달하기 전에 전원에서는 다른 한 순시 값을 보내지게 되므로 분산 및 상호 간섭 등의 문제들이 발생한다. 이런 전송 특성을 해석하기 위해서 분포 회로 해석법을 사용하는데 이를 위해 우선적으로 전송 선로의 구조에 대한 등가회로의 파라미터(R, L, G, C)를 구해야 한다. 전송선로에서 전기적 상호 결합은 직렬저항(R), 캐패시턴스(C), 인덕턴스(L)에 의해 결정되며, 직렬저항은 재질과 상호 결합의 크기에 의해 쉽게 구할 수 있으며, 고밀도 집적회로에서 상호결합과 관계 있는 기생 캐패시턴스와 인덕턴스는 고속 디지털 집적회로 기술에서 중요한 요소가 된다. 기생 캐패시턴스의 정확한 계산을 위해서는 이웃한 도체에 의한 차폐효과 뿐만 아니라 가장자리 전계 (fringing field)의 효과도 고려하여야 한다. 이와 관련하여 여러 수학적 해석법이 발표되었다. 예를 들면, Schwarz-Christoffel 은 conformal mapping 법에 의해 대칭적인 두 선로에서 타원 적분법(elliptic integral)을 이용하여 정확한 결과를 얻었으나^[1], 이 해석법은 2개 이상의 다중 선로나 비대칭 선로에 대해서는 해석이 복잡하고 정확한 해를 구할 수 없다. Galerkin's method^[2]는 스펙트럴 영역에서 푸리에 시리즈(Fourier series)를 사용하여 복잡한 비균일 유전체 다중전송 선로에 대해 정확한 해석을 할 수 있다. Green 함수 적분 방정식 법^[3]은 사각형 또는 원형 구조의 선로의 해석에 적합하지만, 불규칙한 기하학적 형태에 대해서는 해석이 복잡해진다. 유한요소법(Finite Element Method)^[4]과 유한 차분법(Finite Difference Method)^[5]은 선로의 도체 표면에 전하 분포를 계산하여 캐패시턴스를 구하므로 어떤 형태의 선로 구조에 대해 적용이 쉽다. Network Analog Method^[6]는 편미분 방정식의 차분식으로 표현되며, 이 해석법은 손실(lossy) 매질, 이방성(anisotropic) 매질, 다층 구조뿐만 아니라 2차원 해석과 3차원 해석이 가능하다^[7]. 본 논문에서는 상호 결합 구조에서 다중 영상법(multiple

image method)을 이용하여 구한 Green 함수에 모멘트법을 적용하여 다중 선로의 상호 결합 캐패시턴스와 인덕턴스를 계산하는 방법과 결과를 나타낸다.

II. Green 함수 유도

1. 영상기법(image method)

영상기법은 도체 표면과 유전체 표면에 있는 주어진 전하에 의한 전압을 구하여 Green 함수를 계산하기 위해 사용된다. 그림 1에서와 같이 유전율이 ϵ_2 인 유전체 경계면과 접해있는 ϵ_1 인 유전체 매질내에 선전하 ρ [c/m] 가 거리 d 만큼 떨어져 있는 경우, 두 매질의 접촉면에서는 다음의 두 가지 경계 조건이 만족된다.

- (1) 두 경계면에서 전기장 밀도 D_n 의 수직 성분은 같다.
- (2) 전기장의 접선 성분 E_t 는 두 경계면에서 같다.

그림 1의 좌표에서 경계면을 $y=0$ 으로 취하면 경계조건은 식(1),(2)와 같이 된다.

$$D_{n1} = D_{n2}, \text{ 또는 } \epsilon_1 E_{y1} = \epsilon_2 E_{y2} \dots\dots\dots (1)$$

$$E_{x1} = E_{x2} \dots\dots\dots (2)$$

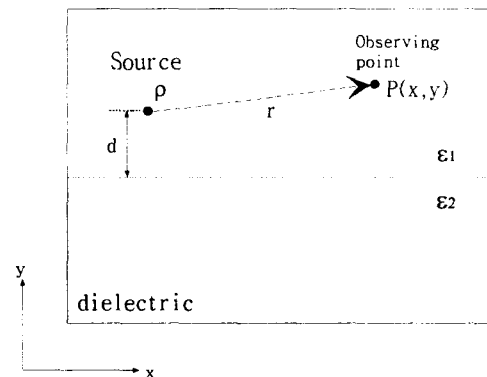


그림 1. 유전상수 ϵ_1 인 유전체 중간에 위치하는 선전하 (ρ)

Fig. 1 Line charge density in the medium ϵ_1

일반적으로 유전율이 ϵ 인 매질내에 존재하는 무한 선로 전하 ρ 에 대하여 거리 r 만큼 떨어진 점 $P(x,y)$ 에서 전압(V)은 다음과 같이 된다.

$$V(x,y) = -\frac{\rho}{4\pi\epsilon} \ln(r^2) \dots\dots\dots (3)$$

접촉면에 다른 유전체가 존재할 때 실제 전하 ρ 는 유전체 경계면의 반대측에 영상 전하를 만들어 내며, 이것은 관측점의 위치에 따라 영상전하가 다르게 나타난다.

그림 2(a)와 같이 관측점이 실전하와 같은 측에 있다면 영상전하 ρ_1 은 접촉면에서 d 만큼 아래에 식(4)와 같은 크기로 존재한다.

$$\rho_1 = \rho \left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \right) \dots\dots\dots (4)$$

실전하가 $x=0, y=d$ 에 있다고 하면 관측점과 실전하와의 거리는 $r = \sqrt{x^2 + (y-d)^2}$ 이며, 영상전하와의 거리는 $r_1 = \sqrt{x^2 + (y+d)^2}$ 이다. 식(3)을 이용하여 접촉면 위에서의 전압은 실전하와 영상 전하에 의한 전압의 합으로 식(5)와 같이 된다.

$$V_1 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_1} [\rho \ln(r^2) + \rho_1 \ln(r_1^2)] \dots\dots (5)$$

경계조건을 만족시키기 위해 접선 성분의 전계는 다음과 같이 된다.

$$E_{x1} = -\frac{\partial V_1}{\partial x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_1} \left[\rho \frac{2x}{x^2 + (y-d)^2} + \rho_1 \frac{2x}{x^2 + (y+d)^2} \right] \dots\dots\dots (6)$$

$$E_{y1} = -\frac{\partial V_1}{\partial y} = \frac{1}{4\pi\epsilon_1} \left[\rho \frac{2(y-d)}{x^2 + (y-d)^2} + \rho_1 \frac{2(y+d)}{x^2 + (y+d)^2} \right] \dots\dots\dots (7)$$

그림 2(b)와 같이 관측점 P 가 유전율 ϵ_2 인 매질 내에 있을 때 실제 선 전하 ρ 에 의한 점 $P(x,y)$ 에서의 전압은 유전체 표면의 효과를 고려하여 나타나

어진다. 이 효과를 고려한 수정된 전하를 ρ_2 라고 하면 실전하 ρ 와의 관계는 식(8)과 같다.

$$\rho_2 = \rho \left(\frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \right) \dots\dots\dots (8)$$

접지된 도체 평면에 대한 영상 전하는 실전하와 크기는 같고 부호는 반대이며 영상 전하의 위치는 실전하와 접지면에 대해 대칭인 반대측에 존재한다.

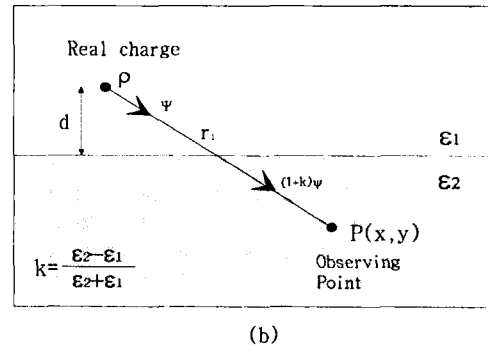
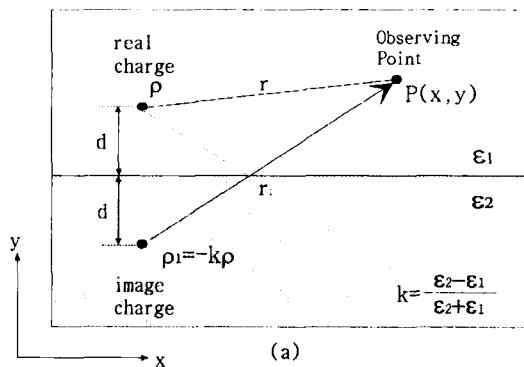


그림 2. 관측점에 따른 영상전하 (a) 실전하와 같은 좌표 (b) 실전하와 반대 좌표

Fig. 2 Image charge for observation point (a) the same medium to real charge. (b) the opposite medium to real charge

2. 마이크로스트립 구조에서의 Green 함수

Green 함수는 경계 조건 내에서 단위 전하에 대한 편미분 방정식의 해이다. Green 함수를 얻기 위

해서는 먼저 해석 영역에서 모든 전하원에 의한 전위를 결정해야 한다. 그림 3과 같이 마이크로 스트립 선로의 구조에서 여러 경계면이 존재하여 하나의 전하는 유전체 경계면과 접지면에 의해 여러 개의 영상전하가 생긴다. 즉, 실제 전하 ρ 는 접지면에 의해 반대쪽에 영상전하 $-\rho$ 가 생기고, 다시 유전체 경계면에 의해 영상전하 $\rho_1 = \rho(\epsilon_0 - \epsilon_r)/(\epsilon_0 + \epsilon_r)$ 이 생기며, 이것은 계속해서 유전체 경계면과 접지면에 의해 반복해서 영상전하가 생겨 다중 영상전하가 만들어진다. 여기서 유전체 경계면에서 영상전하의 크기 변화에 대한 계수를 k 라 두면 식(9)와 같이 된다.

$$k = \frac{\epsilon_r - \epsilon_0}{\epsilon_r + \epsilon_0} \dots\dots\dots (9)$$

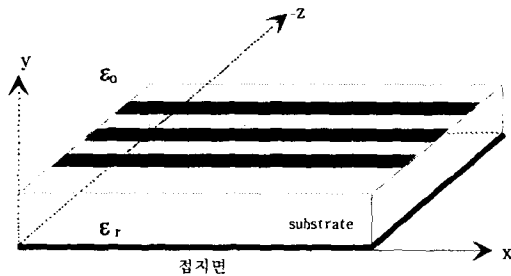


그림 3. 마이크로스트립 선로의 구조
Fig. 3 Structure of microstrip line

그림 3에서와 같이 접지면 위에 유전율이 ϵ_r 인 유전체와 그 위에 선 전하 ρ 가 있고, 그 위에 ϵ_0 인 공기 매질이 있는 구조에서는 그림 4와 같이 다중으로 영상 전하가 만들어진다. 일반적으로 점 (x_j, y_j) 에 위치한 선전하 ρ 에 의한 점 (x_i, y_i) 에서의 전위는 식(10)과 같이 된다.

$$V(x_i, y_i) = -\frac{\rho}{4\pi\epsilon_0} \ln(r^2) \dots\dots\dots (10)$$

여기서 r 은 두 점 사이의 거리로써,
 $r = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$ 이다.

그림 4에서 영상 전하로부터 측정점까지의 거리

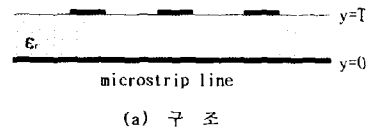
가 각각 다르므로, n 번째 영상 전하에 의한 전위는 식(11)과 같이 된다.

$$V_n(x_i, y_i) = -\frac{\rho}{4\pi\epsilon_0} \ln(r_n^2) \dots\dots\dots (11)$$

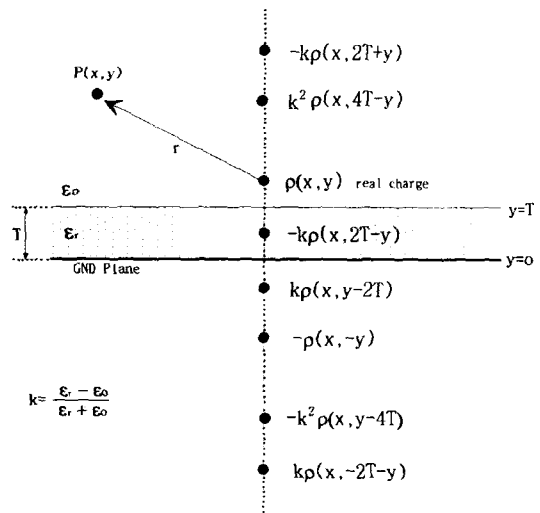
점 $P_n(x_i, y_i)$ 에서 전체 전위는 각 영상 전하에 의한 전위의 합으로 식(12)와 같이 된다.

$$V(x_i, y_i) = \sum_{n=1}^{\infty} V_n \dots\dots\dots (12)$$

여기서 V_n 은 n 번째 영상 전하에 의한 전위를 나타낸다.



(a) 구조



(b) 영상전하의 분포

그림 4. 마이크로스트립 선로 구조에서의 영상 전하
Fig. 4 Image charge for microstrip line

그림 4와 같이 $y_i \geq T$ 와 $y_j \geq T$ 인 경우에서 전위는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 V(x_i, y_i) = & \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0} \{ -\ln[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2] \\
 & + k \ln[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j - 2T)^2] \\
 & - k^2 \ln[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j - 4T)^2] + \dots \\
 & + k \ln[(x_i - x_j)^2 + (y_i + y_j - 2T)^2] \\
 & - k^2 \ln[(x_i - x_j)^2 + (y_i + y_j - 4T)^2] \\
 & + k^3 \ln[(x_i - x_j)^2 + (y_i + y_j - 6T)^2] + \dots \\
 & - k \ln[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j + 2T)^2] \\
 & + k^2 \ln[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j + 4T)^2] \\
 & - k^3 \ln[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j + 6T)^2] + \dots \\
 & - \ln[(x_i - x_j)^2 + (y_i + y_j)^2] \\
 & - k \ln[(x_i - x_j)^2 + (y_i + y_j + 2T)^2] \\
 & + k^2 \ln[(x_i - x_j)^2 + (y_i + y_j + 4T)^2] + \dots \} \\
 \dots\dots\dots (13)
 \end{aligned}$$

점 (x_i, y_i) 에서 Green 함수는 $\rho=1$ 일 때 전위이므로 $G(x_i, y_i; x_j, y_j)$ 는 식(14)와 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 G(x_i, y_i; x_j, y_j) \\
 = & \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \{ (-1)^n k^{n-1} \ln[(x_i - x_j)^2 \\
 & + (y_i - y_j - 2(n-1)T)^2] \\
 & + (-1)^{n+1} k^n \ln[(x_i - x_j)^2 \\
 & + (y_i + y_j - 2nT)^2] \\
 & - (-1)^{n+1} k^n \ln[(x_i - x_j)^2 \\
 & + (y_i - y_j + 2nT)^2] \\
 & - (-1)^n k^{n-1} \ln[(x_i - x_j)^2 \\
 & + (y_i + y_j + 2(n-1)T)^2] \} \\
 \dots\dots\dots (14)
 \end{aligned}$$

식(14)에서 다중 전송 선로가 마이크로스트립(microstrip) 선로인 경우에 대해서는 같은 평면에 존재하므로 $y_i = y_j = T$ 가 되고, Green 함수는 식(15)와 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 G(x_i, T; x_j, T) \\
 = & \frac{1}{2\pi(\epsilon + \epsilon_0)} \sum_{n=1}^{\infty} \{ (-1)^{n+1} k^{n-1} \\
 & \times \{ \ln[(x_i - x_j)^2 + (2nT)^2] \\
 & - \ln[(x_i - x_j)^2 + (2(n-1)T)^2] \} \\
 \dots\dots\dots (15)
 \end{aligned}$$

식(15)의 2차원 Green 함수 식을 나타내면 다음과 같이 된다.

$$G(x_i, T; x_j, T) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n [g_{ijn1} - g_{ijn2}] \dots\dots\dots (16)$$

여기서

$$A_n = \frac{1}{2\pi(\epsilon + \epsilon_0)} [(-1)^{n+1} k^{n-1}]$$

g_{ijn1} 은 측정 점에서 $y_j - y_i = 2nT$ 의 거리에 있는 n 번째 영상전하에 대한 자유 공간에서의 Green 함수이고, g_{ijn2} 는 측정 점으로부터 $y_j - y_i = 2(n-1)T$ 의 거리에 있는 n 번째 영상전하에 대한 자유공간에서의 Green 함수이다.

다음은 식(16)을 일정한 선로의 폭과 길이를 갖는 전하에 대해 적용하기 위해 전하에 의해 발생되는 전위를 3차원으로 계산해야 한다. 유전체 위에 있는 도체를 길이가 Δx_j , 폭이 Δy_j , 면적이 ΔS_j 인 미소 사각형 도체로 무수히 많이 나누고, 자유공간에 있는 점(nk x_j, y_j, z_j)의 미소 사각형에 대해 단위 전하 밀도에 의해 측정점 (x_i, y_i, z_i) 에서 전위는 식(17)과 같이 미소 구간의 전 영역에 대해 적분한 형태가 된다.

$$\begin{aligned}
 V(x_i, y_i, z_i) \\
 = & \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{1}{[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2]^{1/2}} dx dy \\
 \dots\dots\dots (17)
 \end{aligned}$$

여기서 $x_1 = x_j - \frac{\Delta x_j}{2}$

$$\begin{aligned} y_1 &= y_j - \frac{\Delta y_j}{2} \\ x_2 &= x_j + \frac{\Delta x_j}{2} \\ y_2 &= y_j + \frac{\Delta y_j}{2} \end{aligned}$$

식(17)에 대해 적분식을 계산하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} &V(x_i, y_i, z_i) \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ (x_j - x_i) \ln \left[\frac{(c + A_1)(d + B_1)}{(d + C_1)(c + D_1)} \right] \right. \\ &+ \left(\frac{\Delta x_j}{2} \right) \ln \left[\frac{(d + B_1)(d + C_1)}{(c + D_1)(c + A_1)} \right] \\ &+ (y_j - y_i) \ln \left[\frac{(a + A_1)(b + B_1)}{(b + D_1)(a + C_1)} \right] \\ &+ \left(\frac{\Delta y_j}{2} \right) \ln \left[\frac{(b + B_1)(b + D_1)}{(a + C_1)(a + A_1)} \right] \\ &- h \left[\arctan \left(\frac{ac}{hA_1} \right) + \arctan \left(\frac{bd}{hB_1} \right) \right] \\ &+ h \left[\arctan \left(\frac{ad}{hC_1} \right) + \arctan \left(\frac{bc}{hD_1} \right) \right] \left. \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

여기서

$$\begin{aligned} h &= z_j - z_i & A_1 &= \sqrt{a^2 + c^2 + h^2} \\ a &= x_j - x_i - \frac{\Delta x_j}{2} & B_1 &= \sqrt{b^2 + d^2 + h^2} \\ b &= x_j - x_i + \frac{\Delta x_j}{2} & C_1 &= \sqrt{a^2 + d^2 + h^2} \\ c &= y_j - y_i - \frac{\Delta y_j}{2} & D_1 &= \sqrt{b^2 + c^2 + h^2} \\ d &= y_j - y_i + \frac{\Delta y_j}{2} \end{aligned}$$

식(16)을 3차원에 대한 식으로 나타내면, g_{ijn1} 과 g_{ijn2} 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} &g_{ijn1} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ (x_j - x_i) \ln \left[\frac{(c + A_2)(d + B_2)}{(d + C_2)(c + D_2)} \right] \right. \\ &+ \left(\frac{\Delta x_j}{2} \right) \ln \left[\frac{(d + B_2)(d + C_2)}{(c + D_2)(c + A_2)} \right] \\ &+ (y_j - y_i) \ln \left[\frac{(a + A_2)(b + B_2)}{(b + D_2)(a + C_2)} \right] \left. \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \left(\frac{\Delta y_j}{2} \right) \ln \left[\frac{(b + B_2)(b + D_2)}{(a + C_2)(a + A_2)} \right] \\ &- 2nT \left[\arctan \left(\frac{ac}{2nTA_2} \right) + \arctan \left(\frac{bd}{2nTB_2} \right) \right] \\ &+ 2nT \left[\arctan \left(\frac{ad}{2nTC_2} \right) + \arctan \left(\frac{bc}{2nTD_2} \right) \right] \left. \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } A_2 &= \sqrt{a^2 + c^2 + (2nT)^2} \\ B_2 &= \sqrt{b^2 + d^2 + (2nT)^2} \\ C_2 &= \sqrt{a^2 + d^2 + (2nT)^2} \\ D_2 &= \sqrt{b^2 + c^2 + (2nT)^2} \end{aligned}$$

g_{ijn2}

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ (x_j - x_i) \ln \left[\frac{(c + A_3)(d + B_3)}{(d + C_3)(c + D_3)} \right] \right. \\ &+ \left(\frac{\Delta x_j}{2} \right) \ln \left[\frac{(d + B_3)(d + C_3)}{(c + D_3)(c + A_3)} \right] \\ &+ (y_j - y_i) \ln \left[\frac{(a + A_3)(b + B_3)}{(b + D_3)(a + C_3)} \right] \\ &+ \left(\frac{\Delta y_j}{2} \right) \ln \left[\frac{(b + B_3)(b + D_3)}{(a + C_3)(a + A_3)} \right] \\ &- 2(n-1)T \left[\arctan \left(\frac{ac}{2(n-1)TA_3} \right) \right. \\ &+ \left. \arctan \left(\frac{bd}{2(n-1)TB_3} \right) \right] \\ &+ 2(n-1)T \left[\arctan \left(\frac{ad}{2(n-1)TC_3} \right) \right. \\ &+ \left. \arctan \left(\frac{bc}{2(n-1)TD_3} \right) \right] \left. \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } A_3 &= \sqrt{a^2 + c^2 + (2(n-1)T)^2} \\ B_3 &= \sqrt{b^2 + d^2 + (2(n-1)T)^2} \\ C_3 &= \sqrt{a^2 + d^2 + (2(n-1)T)^2} \\ D_3 &= \sqrt{b^2 + c^2 + (2(n-1)T)^2} \end{aligned}$$

식(19)와 식(20)의 g_{ijn1} 과 g_{ijn2} 를 식(16)에 대입하여 3차원 Green 함수를 나타내면 다음과 같이 된다.

$$G_{ij} = G(x_i, T; x_j, T) \\ = \frac{1}{2\pi(\epsilon + \epsilon_0)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} k^{n-1} \\ (T_1 + T_2 + T_3 + T_4 - T_5 + T_6 + T_7 - T_8) \dots (21)$$

여기서

$$T_1 = (x_j - x_i) \ln \left[\frac{(c + A_3)(d + B_3)(d + C_2)(c + D_2)}{(d + C_3)(c + D_3)(c + A_2)(d + B_2)} \right] \\ T_2 = \left(\frac{dx_i}{2} \right) \ln \left[\frac{(d + B_3)(d + C_3)(c + D_2)(c + A_2)}{(c + D_3)(c + A_3)(d + B_2)(d + C_2)} \right] \\ T_3 = (y_j - y_i) \ln \left[\frac{(a + A_3)(b + B_3)(b + D_2)(a + C_2)}{(b + D_3)(a + C_3)(a + A_2)(b + B_2)} \right] \\ T_4 = \left(\frac{dy_i}{2} \right) \ln \left[\frac{(b + B_3)(b + D_3)(a + C_2)(a + A_2)}{(a + C_3)(a + A_3)(b + B_2)(b + D_2)} \right] \\ T_5 = 2(n-1)T \left[\arctan \left(\frac{ac}{2(n-1)TA_3} \right) + \arctan \left(\frac{bd}{2(n-1)TB_3} \right) \right] \\ T_6 = 2(n-1)T \left[\arctan \left(\frac{ad}{2(n-1)TC_3} \right) + \arctan \left(\frac{bc}{2(n-1)TD_3} \right) \right] \\ T_7 = 2nT \left[\arctan \left(\frac{ac}{2nTA_2} \right) + \arctan \left(\frac{bd}{2nTB_2} \right) \right] \\ T_8 = 2nT \left[\arctan \left(\frac{ad}{2nTC_2} \right) + \arctan \left(\frac{bc}{2nTD_2} \right) \right]$$

Ⅲ. 등가 파라미터를 구하기 위한 모멘트 해석

1. 모멘트 법 (Moment Method)

N개의 상호 결합 선로가 있는 구조에서 전체 전하에 의한 전위를 구하기 위해서는 나누어진 각 미소 조각의 면전하를 구하여 적용해야 하므로 Green 함수에 모멘트법을 적용하였다. 그린 함수와 전압의 일반적인 관계식은 식(22)와 같다⁹⁾.

$$V_i = \sum_{j=1}^N \int_S G_{ij}(x_i, y_i; x_j, y_j; z) \sigma_j(x_j, y_j) dx_j dy_j \dots (22)$$

여기서 σ_j 는 미소구간 j 의 표면 전하 밀도이며, G_{ij} 는 이 구조에 대한 Green 함수이다. 도체를 작게 나누어 표면전하밀도가 상수가 되도록 하면 모멘트 법을 적용하여 식(22)는 다음과 같이 행렬식으로 나타낼 수 있다.

$$[V] = [\sigma_j][G] \dots (23)$$

식(23)으로 부터 역행렬에 의해 미지의 전하 밀도 σ_j 는 식(24)과 같이 된다.

$$[\sigma_j] = [G]^{-1} [V] \dots (24)$$

식(24)으로 부터 전체 전하는 미소구간에 대한 전하의 합으로 다음과 같이 된다.

$$Q_i = \sum_{j=1}^N \sigma_j \dots (25)$$

도체의 캐패시턴스는 식(25)과 같은 전압과 전하의 관계식에 의해 계산된다.

$$C_i = \frac{Q_i}{V} \dots (26)$$

결합 캐패시턴스는 식(26)에서 전압 V의 분포에 따라 기 · 우 모드로 구분하여 해석되어진다.

2. 기모드(odd mode), 우모드(even mode) 캐패시턴스

그림 5와 6과 같이 일정한 거리만큼 떨어진 두 개의 도체 1, 2 사이에 결합 캐패시턴스가 존재하는 경우, 두 결합 도체의 자체 캐패시턴스와 상호 결합 캐패시턴스를 구하기 위해 두 도체와 접지 사이의 캐패시턴스를 C_{11}, C_{22} 라고 하고, 두 도체 사이의 캐패시턴스를 C_{12} 라고 하면 해석을 위해 두 도체의 전압 분포에 따라 모드를 구분한다. 우모드에서는 그림 5와 같이 각 도체에 같은 +1V의 전압이 걸려 있는 것이고, 기모드는 그림 6과 같이 한 쪽은 +1V, 다른 쪽은 -1V의 서로 다른 부호의 전압이 가해져 있는 것으로 한다. 그림 5는 우모드를 나타내고 있으며, 이 때 두 도체사이 중심 대칭면에는 전기력선이 존재하지 않으므로 이 평면은 두 도체 사이에 어떠한 상호 캐패시턴스가 없는 개방회로를 나타내는 자기장 벽 (magnetic field wall)으로 취급한다. 우모드 캐패시턴스는 다음과 같이 된다.

$$C_1^{(e)} = C_{11} \dots\dots\dots (27)$$

$$C_2^{(e)} = C_{22} \dots\dots\dots (28)$$

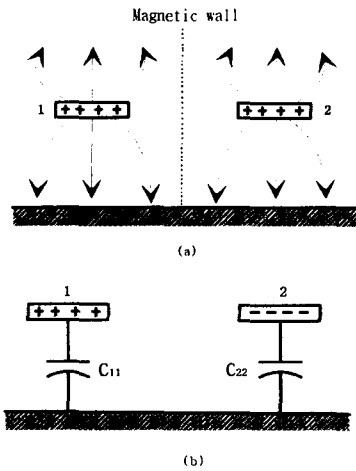


그림 5. 우모드 구조 (a) 전기력선 (b) 등가회로
Fig. 5 Even Mode (a) Electric field (b) Equivalent circuit

기모드는 그림 6과 같이 두 도체 사이의 대칭면을 전기장 벽(electric field wall)으로 취급할 수 있다.

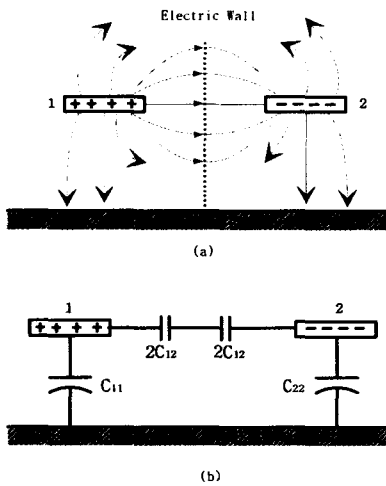


그림 6. 기모드 구조 (a) 전기력선 (b) 등가회로
Fig. 6 Odd Mode (a) Electric field (b) Equivalent circuit

이것은 상호 캐패시턴스 C_{12} 에 의하여 단락된 형태를 나타내므로 기모드 경우의 캐패시턴스는 다음과 같이 된다.

$$C_1^{(o)} = C_{11} + 2C_{12} \dots\dots\dots (29)$$

$$C_2^{(o)} = C_{22} + 2C_{12} \dots\dots\dots (30)$$

그러므로

$$C_{12} = \frac{C_1^{(o)} - C_1^{(e)}}{2} \dots\dots\dots (31)$$

그림 5를 확장하여 세 개의 결합 도체에 대한 우모드(even mode)의 캐패시턴스는 식(32)와 같이 된다.

$$C_1^{(e)} = C_{11}, C_2^{(e)} = C_{22}, C_3^{(e)} = C_{33} \dots\dots (32)$$

그림 6을 확장하여 세 개의 결합 도체에 대한 기모드(odd mode)의 경우의 캐패시턴스는 다음과 같이 된다.

$$C_1^{(o)} = C_{11} + 2C_{12} + 2C_{13} \dots\dots\dots (33)$$

$$C_2^{(o)} = C_{22} + 2C_{12} + 2C_{23} \dots\dots\dots (34)$$

$$C_3^{(o)} = C_{33} + 2C_{13} + 2C_{23} \dots\dots\dots (35)$$

식(33)에서 식(35)로부터 세 개의 결합 도체 선로 구조에서 상호 결합 캐패시턴스는 다음과 같이 된다.

$$C_{12} = \frac{[-C_1^{(e)} - C_2^{(e)} + C_3^{(e)} + C_1^{(o)} + C_2^{(o)} - C_3^{(o)}]}{4} \dots\dots\dots (36)$$

$$C_{13} = \frac{[-C_1^{(e)} + C_2^{(e)} - C_3^{(e)} + C_1^{(o)} - C_2^{(o)} + C_3^{(o)}]}{4} \dots\dots\dots (37)$$

$$C_{23} = \frac{[C_1^{(e)} - C_2^{(e)} - C_3^{(e)} - C_1^{(o)} + C_2^{(o)} + C_3^{(o)}]}{4} \dots\dots\dots (38)$$

3. 선로의 인덕턴스 계산

다중 전송 선로의 구조에서 n 개의 도체에 대한 인덕턴스 계산은 캐패시턴스의 관계에서 구해진다. n 개의 다중 전송선로의 캐패시턴스가 다음과 같다고 하자.

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \\ C_{n1} & \dots & & C_{nn} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (39)$$

여기서 행렬의 대각선 성분, C_{ii} 는 도체 i 의 자체 캐패시턴스이고, C_{ij} 는 도체 i 와 도체 j 사이의 상호결합 캐패시턴스의 음수이다. 비자성체이고 손실이 없는 유전체에서 공기중에 있는 도체의 인덕턴스는 캐패시턴스로부터 다음과 같이 된다.

$$[L_{ij}] = \frac{1}{v_o^2} [C_{ij}]^{-1} \dots\dots\dots (40)$$

여기서 v_o 는 자유공간에서의 전송속도로서, $v_o = 1/\sqrt{L_o C_o}$ 이다.

IV. 해석 결과

그림 7과 같은 단층 및 다층 구조의 마이크로 스트립 선로의 구조에서 등가 L, C 파라미터를 계산하는 방법에는 여러 가지 방법이 있으나 본 논문에서는 Green 함수를 이용한 모멘트법을 적용하여 프로그램을 작성하여 구하였다. 프로그램은 그림 7 나타낸 단층과 이층 구조의 다중 전송 선로 뿐만 아니라 변형된 구조에 대해서도 적용이 가능하다. 대표적인 단층과 이층 구조에 대해 결합용량과 인덕턴스를 프로그램에 의해 계산한 결과를 그림 8에서부터 그림 11 나타냈다.

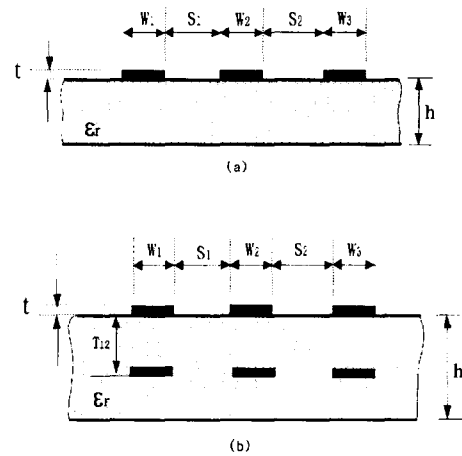


그림 7. 마이크로 스트립 선로 (a) 단층 구조 (b) 다층 구조
Fig. 7 Microstrip Lines (a) Single-Level (b) Bi-level structure

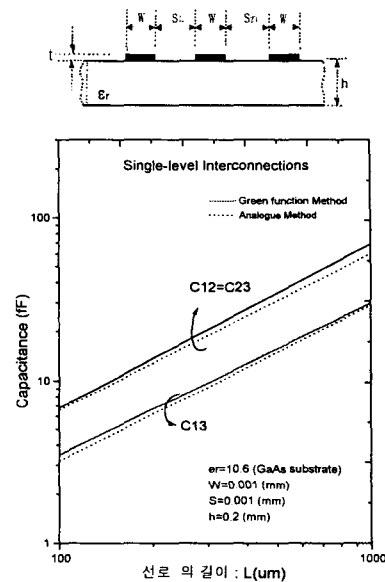


그림 8. 단층구조에서 선로 길이에 대한 결합 용량
Fig. 8 Coupling capacitance for single-level regarding to interconnection Length

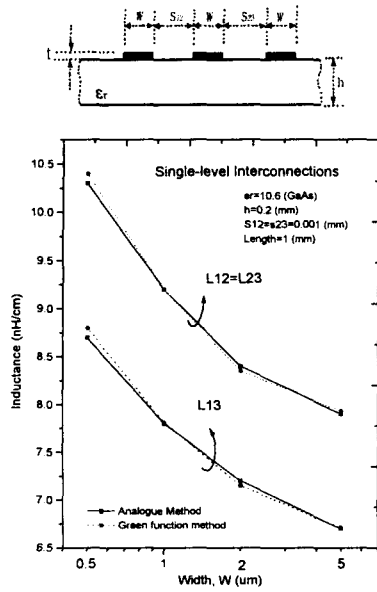


그림 9. 단층구조에서 선로 폭에 대한 인덕턴스
Fig. 9 Inductance for single-level regarding to interconnection width

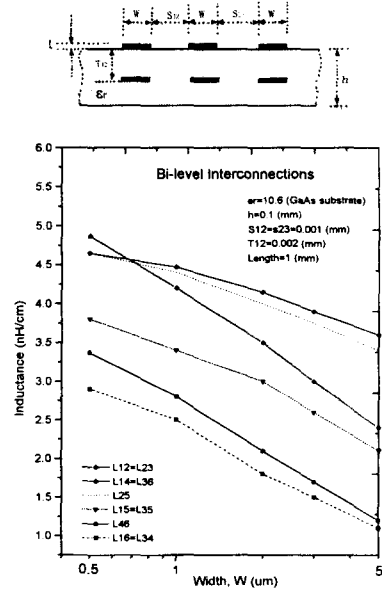


그림 11. 이층 구조에서 선로 폭에 대한 인덕턴스
Fig. 11 Inductance for bi-level regarding to interconnection width

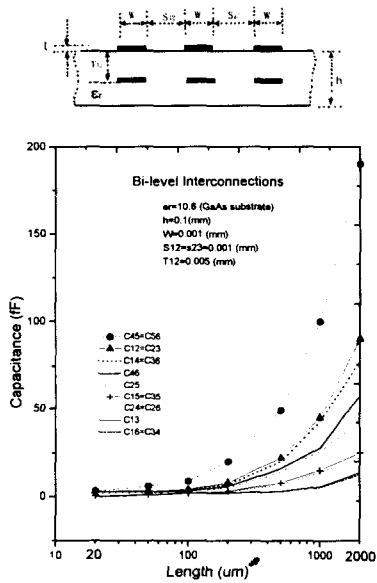


그림 10. 이층 구조에서 선로 길이에 대한 결합 캐패시턴스
Fig. 10 Coupling capacitance for bi-level regarding to interconnection Length

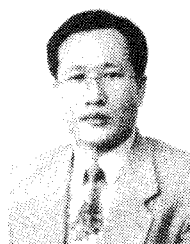
V. 결 론

정보 통신 기기에서 디지털 신호의 전송속도가 높아짐에 따라 선로의 종류와 특성에 따라 발생하는 누화(*Crosstalk*)와 상호 결합 등의 문제로 인하여 데이터의 손실 및 왜곡이 발생하게 되는데 이런 문제점을 해석하기 위해서는 전송 선로의 등가 파라미터를 계산하여 FDTD(Finite Difference Time Domain)법이나 SPICE 해석법으로 누화나 인터컨넥션 문제를 해석한다. 정확한 해석을 위해서 선행되어야 할 과제가 정확한 등가 파라미터의 계산이다. 본 논문에서는 모멘트법을 이용하여 VLSI 설계에서 단층 및 다층 구조의 마이크로 스트립 선로에 대한 해석 결과를 Analogue Method^[6]와 비교하여 나타내었다. 이 계산 결과를 이용하여 FDTD법에 의한 누화 해석 결과를 연구하여 발표할 것이다.

참고문헌

[1] K. J. Binns and P. J. Lawrenson, Analysis and

- Computation of Electric and Magnetic Field Problems, Macmillan, New York, 1963
- [2] Y. Rahmat-Samii, T. Itoh, and Mittra, "A Spectral Domain Technique for solving Coupled Microstrip line Problems," *Archiv fur Electronik und Ubertragungstechnik*, 27, pp. 69-71, 1973
- [3] N. G. Alexopoulos, J. A. Maupin, and P. T. Greiling, "Determination of the electrode Capacitance matrix for the GaAs FETs" *IEEE Trans, Microwave Theory Tech., MTT-28*, No. 5 pp. 459-466, 1973
- [4] K. H. Huebner, *The Finite Element Method for Engineers*, Wiley, NY, 1975.
- [5] J. W. Duncan, "The Accuracy of Finite-Difference Solutions of Laplace's Equations," *IEEE Trans, Microwave Theory Tech., MTT-15*, pp. 575-582, 1967
- [6] G. Liebmann, "Solution of Partial Difference Equations with a Resistance Network Analogue," *Brit. J. Appl. Phys.*, 1, pp. 92-103, April 1950
- [7] B. L. Lennartson, "A Network Analog Method for Computing the TEM Characteristic of Planar Transmission Lines," *IEEE Trans, Microwave Theory Tech., MTT-20*, pp. 586-591, 1972
- [8] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, Macmillan, NY, 1968
- [9] J. A. Maupin, "Self- and Mutual-Capacitance of Printed or Embedded patch Conductors," M.S. Thesis, University of California, LA, 1979.
- [10] Robert E. Collin, *Foundations for microwave engineering*, McGraw-Hill, N. Y. , 1985
- [11] H. T. Youn, Y. Lin, S. Y. Chiang, "Properties of Interconnection on Silicon, Sapphire and Semiinsulating Gallium Arsenide Substrates," *IEEE Trans. Electron. Devices*, Ed-29, pp. 439-444, April 1982.



金紀來(Gi-Rae, Kim)

1986년 2월 : 서강대학교 전자공학과 졸업 (공학사)

1988년 2월 : 서강대학교 대학원 전자공학과 (공학석사)

1988년 1월 ~ 1993년 3월 : 삼성전자(주) 정보통신연구소

선임연구원

1993년 3월 ~ 1999년 2월 : 마산대학 정보통신과 조교수

1995년 3월 ~ 1999년 2월 : 경남대학교 대학원 전자공학과 (공학박사)

1999년 2월 ~ 현재 : 신라대학교 컴퓨터정보공학부 정보통신과

* 관심분야 : 전파해석 및 모델링, 초고주파 회로 설계, MMIC