
교란 대기를 통한 스펙클 전파의 통계적 코바리언스 함수의 효과

성 평 식*, 박 계 원**

Effect of the covariance function on the statistics of speckle
propagation through the turbulent atmosphere.

pyung-shik sung*, kye-won park**

요 약

본 논문은 확장된 Huygens-Fresnel 원리를 이용하여 섭동대기 공간을 통하여 진행되는 스펙클 전파에서 수신된 강도를 통계적으로 해석 하였다. 그결과 이러한 수식들은 파구조 함수 뿐만 아니라 log-amplitude 코바리언스를 포함하고, 정규화 바리언스가 섭동세기에 의존하여 1 이상이 되는 것을 알았다.¹⁾²⁾³⁾⁴⁾⁵⁾⁶⁾

Abstract

In the paper, the extended Huygens-Fresnel principle has been used to make an analysis of the statistics the received intensity for speckle propagation through the turbulent atmosphere.

The results of these formulations include of the log-amplitude covariance as well as the wave structure functions, and it was found that the normalized variance is dependent on the turbulence strength and rises above unity.

I. 서 론

교란 대기를 통해 전파되는 레이저 빔의 스펙클 효과는 Remote sensing, Laser radar, COAT시스템 연

구에 있어서 중요한 고려사항이다. 레이저 빔이 확산표적에 전파되고 speckle field가 수신단으로 되돌아 올 때, 필드는 레이저 빔에 영향을 미치는 교란대기의 효과를 포함하고 있다. 따라서 교란대

* 재능대학 컴퓨터정보과 교수

** 재능대학 정보통신과 교수

접수일자 : 1999년 2월 2일

기를 통해 전파된 스펙클 필드를 해석함으로써 수신된 intensity에 대한 이론적 해석들은 시스템 설계의 최적화를 이루는 데 유용할 것이다.

본 연구는 확장된 Huygens-fresnel 원리를 이용하여 목표점으로 진행하는 레이저빔과 수신기로 되돌아 오는 speckle에 미치는 섭동 대기 공간의 효과를 조사하고, 임의의 레이저 빔에서 수신된 광원의 강도, variance covariance, time delayed variance, temporal power spectral density를 유도하였다.⁷⁾⁸⁾⁹⁾

II. 광 필드에 대한 해석

광원, 표적, 수신단에 대한 구성도를 그림 1에 나타냈다. r, ρ, P 는 각각 광원, 표적, 수신단에서의 좌표이다.

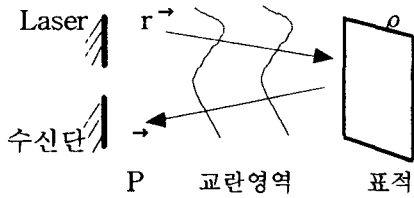


그림 1. 광원, 표적, 및 수신단 구성도

광원에서의 진폭분포식은 (1)식과 같다.

$$U_0(r) = U_0 \exp(-r^2/2\alpha_0^2 - ik r^2/2F) \dots (1)$$

α_0 : 빔의 반경
 F : 초점거리

목표점에서 산란 되기전 목표점에서의 field는 확장된 Huygens-Fresnel 원리에 의하여 (2)식과 같다.

$$U'(\rho) = (k/2\pi iL) \exp ik(L + \rho^2/2L) \times \int U_0(r) \exp[ik(r^2 - 2r \cdot \rho)/2L + \psi_1(\rho, r)] dr \dots (2)$$

ψ_1 : 광원과 표적사이의 구면파에서의 랜덤 물질에 의한 효과.

수신기에서의 field는 목표점에서의 field에 다시 확장된 Huygens-Fresnel 원리를 적용하면 (3)식과 같다.

$$U(p) = (k/2\pi iL) \exp ik(L + p^2/2L) \times \int U(\rho) \exp[(ik/2L)(\rho^2 - 2\rho \cdot p) + \psi_2(p, \rho)] d\rho \dots (3)$$

ψ_2 : 표적과수신단 사이의 구면파에서의 랜덤 물질에 의한 효과.

(2)식과 (3)식을 이용하여 수신된 광원 세기를 통계적으로 유도 할 수 있다. 필요한 모든 통계식은 time-delayed correlation 함수에서 유도 할 수 있으므로 광원 강도에 대한 time-delayed correlation 함수는 (4)식과 같다.

$$B_1(p_1, p_2, \tau) = [U(p_1, 0) U^*(p_1, 0) U(p_2, \tau) U^*(p_2, \tau)] = (k/2\pi L)^4 \iiint d\rho_1 d\rho_2 d\rho_3 d\rho_4 [U(\rho_1, 0) U^*(\rho_2, 0) \times U(\rho_3, \tau) U^*(\rho_4, \tau) \times \exp\{(ik/2L)[\rho_1^2 - \rho_2^2 + \rho_3^2 - \rho_4^2 - 2\rho_1 \cdot (-2p_1 \cdot (\rho_1 - \rho_2) - 2p_2 \cdot (\rho_3 - \rho_4))]\}] \times H(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; p_1, p_2; \tau) \dots (4)$$

여기서 파구조 함수와 log-amplitude covariance 함수는 (5),(6)과 같다

$$H = (\exp[\Psi(p_1, \rho_1, 0) + \Psi^*(p_2, \rho_2, 0) + \Psi(p_2, \rho_3, \tau) + \Psi^*(p_2, \rho_4, \tau)]) = \exp[-(1/2)(D_{12} - D_{13} + D_{14} + D_{23} - D_{24} + D_{34} + 2C_{23} + 2C_{24})] \dots (5)$$

$$(1/2)D_{ij} = (1/2)\langle [\Psi(p_i, \rho_i, t_i) - \Psi(p_j, \rho_j, t_j)]^2 \rangle = (2.91/2)L k^2 \int_0^1 C_n^2(l) |k(p_j - p_i) - V(t_j - t_i)| + (1 - l)(\rho_j - \rho_i)|^{5/3} dt \dots (6)$$

만약 식이 C_n^2 (비균일 섭동)와 V (crosswind속도)가 설명되면 정규화된 경로 길이는 두 전파방향과 구분 되어야 한다. 따라서 목표점에서 수신까지의 정규화거리를 t 로 놓으면 송신기에서 목표점으로 전파할때에는 $1-t$ 로 놓게된다.

$$[U(\rho_1, 0) U^*(\rho_2, 0) U(\rho_3, \tau) U^*(\rho_4, \tau)] = (4\pi/k^2)^2 \langle I(\rho_1, 0) \rangle \langle I^*(\rho_3, \tau) \rangle \delta(\rho_1 - \rho_2) \delta(\rho_3 - \rho_4) + (4\pi/k^2)^2 \langle U(\rho_1, 0) U^*(\rho_4, \tau) \rangle \langle U(\rho_2, \tau) U^*(\rho_2, 0) \rangle \times \delta(\rho_1 - \rho_4) \delta(\rho_3 - \rho_2) \dots (7)$$

(9)식을 (4)식에 대입하고 $d\rho_1$ 와 $d\rho_3$ 을 적분하면 time-delayed correlation 함수는 (8)식과 같다.

$$B_I(p, r) = \frac{1}{\pi^2 L^4} \int \int d\rho_2 d\rho_4 \langle K(\rho_2, 0) \rangle \langle K(\rho_4, r) \rangle H_1(\rho_2, \rho_4)(p_1, p_2) + \frac{1}{\pi^2 L^4} \int \int d\rho_2 d\rho_4 \langle U(\rho_4, 0) \rangle \langle U^*(\rho_4, r) \rangle \langle U(\rho_2, r) \rangle \langle U^*(p_2, 0) \rangle \times \exp[i(k/L)p \cdot \rho] H_2(\rho_2, \rho_4, p_1, p_2) \dots \dots \dots (8)$$

time delayed covariance는 (9),(10)식과 같다.

$$C_I(p, r) = B_I(p, r) - \langle I \rangle^2 \dots \dots \dots (9)$$

$$\langle I \rangle = \left(\frac{I}{\pi L^2} \right) \int d\rho \langle I(\rho) \rangle \dots \dots \dots (10)$$

(8),(9),(10)식에서 time delayed covariance는 (11)식과 같이 유도된다.

$$C_I(p, r) = C_n + C_b = \frac{1}{\pi^2 L^4} \int \int d\rho_2 d\rho_4 (e^{iC_s(\rho, r)} - 1) \langle K(\rho_2) \rangle \langle K(\rho_4) \rangle + \frac{1}{\pi^2 L^4} \int \int d\rho_2 d\rho_4 H_2(p, \rho, r) \exp[i(k/L)p \cdot \rho] \times \langle U(\rho_4, 0) \rangle \langle U^*(\rho_4, r) \rangle \langle U(\rho_2, r) \rangle \langle U^*(p_2, 0) \rangle \dots \dots \dots (11)$$

여기서 확장된 Huygens-fresnel 원리를 다시 이용하면 (12)식과 같다.

$$\langle U(\rho_4, 0) \rangle \langle U^*(\rho_4, r) \rangle = \left(\frac{k}{2\pi L} \right)^2 U_0^2 \int \int d r_1 d r_2 (\times \exp[-(\frac{r_1^2 + r_2^2}{2\alpha_0^2}) + i\frac{k}{2L}(1 - \frac{L}{F})] \times (r_1^2 - r_2^2) - i\frac{k}{L} \rho_4 \cdot (r_1 - r_2)) \dots \dots \dots (12) \times \langle \exp[\Psi(\rho_4, r_1, 0) + \Psi(\rho_4, r_2, r)] \rangle$$

(12)식을 변수에 대해서 정리하면 (13)식이 된다.

$$C_n(p, r) = \frac{\langle D \rangle^2 (\frac{k}{L})^2}{2\pi} \int \int r_2 d r_2 d\rho J_0(\frac{k}{L} r_2 \rho) \times \langle \exp[4(x(p, e, r)) - 1] \rangle \times \exp[-\frac{r_2^2}{2\alpha_0^2} - D_\Psi(0, r_2, 0) - 2[\frac{k}{L} \frac{\alpha_0}{2} (1 - \frac{L}{F})]^2 r_2^2] \dots \dots \dots (13)$$

(13)식은 variance, covariance, power spectral density의 세 개의 통계적양을 포함하고 있다. variance는 $P=0, t=0$ 로 놓으면 (14)식은 variance 식이다.

$$\sigma_I^2 = \langle I \rangle^2 (\frac{k}{L})^2 \int \int r_2 d r_2 d\rho \times \exp(-D_\Psi(0, r_2, 0) - r_2^2 [\frac{1}{2\alpha_0^2} + 2[\frac{k}{L} \frac{\alpha_0}{2} (1 - \frac{L}{F})]^2] \times \{2\exp[4C_s(\rho)] - 1\} J_0(\frac{k}{L} r_2 \rho) \dots \dots \dots (14)$$

covariance는 (13)식에서 $\tau=0$ 으로 놓으면 (15)식이 된다.

$$C_B(p, 0) = \frac{\langle D \rangle^2 (\frac{k}{L})^2}{2\pi} \int \int r_2 d r_2 \times \exp\left\{-\frac{r_2^2}{2\alpha_0^2} - D_\Psi(0, r_2, 0) - 2r_2^2 [\frac{k}{L} \frac{\alpha_0}{2} (1 - \frac{L}{F})]^2\right\} \times \int d\rho \exp(ik/L p \cdot \rho) J_0(\frac{k}{L} r_2 \rho) H_2(\rho, p, 0) \dots \dots \dots (15)$$

temporal power spectral density는 $p=0$ 일 때 time delayed covariance 함수의 fourier 변환이다.

$$S_{II}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jw\tau} [C_n(0, r) + C_b(0, r)] d r \dots \dots (16)$$

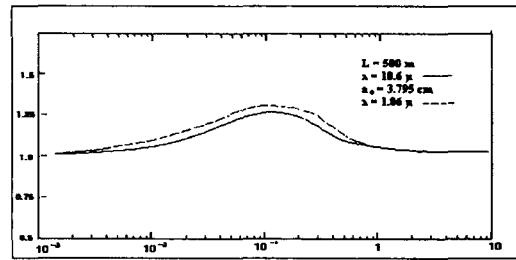


그림 2. $\lambda = 1.06\mu m$, $\alpha_0 = 3,975cm$, $\lambda = 10,6\mu m$, $L = 500m$ 인 경우 수신 intensity에 대한 정규화바리언스, log-amplitude코바리언스.

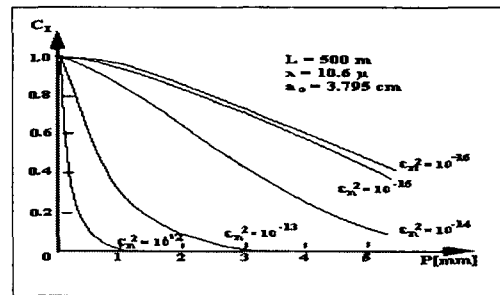


그림 3. $\alpha_0 = 3,975cm$, $\lambda = 1.06\mu m$, $L = 500m$ 인 경우 수신 intensity에 대한 정규화 코바리언스

III. 수치해석 및 고찰

수신된 intensity에 대한 일정한 교란인 경우 variance와 covariance식은 (17)식과 같다.

$$\sigma^2 = (D)^2 \left(\frac{k}{L}\right)^2 \int_0^\infty \int_0^\infty r dr \rho d\rho d\theta [2 \exp[4C_x(\rho)] - 1] \times J_0\left(\frac{k}{L} r \rho\right) f_2(r) \dots (17)$$

$$C_I(\rho) = C_{I_1}(\rho) + C_{I_2}(\rho) \dots (18)$$

여기서

$$C_n(P) = \langle D \rangle^2 \frac{1}{2\pi} \left(\frac{k}{L}\right)^2 \int \int \int d\theta dr d\rho r \rho \times [\exp[4C_x(\rho, \theta)] - 1] J_0\left(\frac{k}{L} r \rho\right) f_2(r) \dots (19)$$

$$C_z(\rho) = \langle D \rangle^2 \frac{1}{2\pi} \left(\frac{k}{L}\right)^2 \exp[-2\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{5/3}] \times \left\{ \int \int \int d\theta dr d\rho r \rho (\rho \cdot \theta) J_0\left(\frac{k}{L} r \rho\right) f_2(r) \right\} \dots (20)$$

$$f_1(\rho, \theta) = \exp\left\{ i \frac{k}{L} \rho \cdot \theta - 2 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{5/3} + \frac{8}{3} \frac{1}{\rho_0^{5/3}} \right. \\ \times \left[\int_0^1 dt | \rho t + (1-t)\rho |^{5/3} + \int_0^1 dt | \rho t - (1-t)\rho |^{5/3} \right] \\ \left. + 2 C_x(\rho, \theta) + 2(C_x(\rho_2 - \theta)) \right\} \dots (21)$$

$$f_2(r) = \exp\left(-r^2 \left[\frac{1}{2} \frac{1}{\alpha_0^2} - 2 \left[\frac{k}{L} \frac{\alpha_0}{2} \left(1 - \frac{L}{F}\right) \right]^2 \right] \right. \\ \left. - 2 \left(\frac{r}{\rho^2}\right)^{5/3} \right) \dots (22)$$

적분을 간단히 하기 위하여 $f_2(r)$ 을 fourier-bessel 로 전개하고 다음식을 이용하면, (23)식이 된다.

$$\int_0^2 r J_0(\alpha r) J_0(\beta r) dr = \frac{2\delta(\alpha - \beta)}{\alpha + \beta} \dots (23)$$

$$f_2(r) = \sum_m b_m J_0\left(\frac{P_m}{A} r\right) \dots (24)$$

여기서,

$$b_m = \frac{2}{A^2 J_1^2(P_m)} \int_0^A x f(x) J_0\left(\frac{P_m}{A} x\right) dx \dots (25) \\ J_0(P_m) = 0$$

(23)~(25)을 이용하여 variance와 covariance로 표현하면 (26), (27)식과 같다.

$$\delta^2 = \langle I \rangle^2 \sum_m b_m [2 \exp[4 C_x\left(\frac{L}{k} \frac{P_m}{A}\right)] - 1] \dots (26)$$

$$C_1 = -\frac{(D)^2}{2\pi} \sum_m b_m \int d\theta \left\{ \exp[4 C_x\left(\frac{L}{k} \frac{P_m}{A}, \theta\right)] - 1 \right. \\ \left. + \exp[-2\left(\frac{P}{\rho_0}\right)^{5/3}] f_1\left(\frac{L}{k} \frac{P_m}{A}, \theta\right) \right\} \dots (27)$$

(26),(27)식에는 (28)식과 같이 주어진 log-amplitude covariance 함수를 포함하고 있다.

$$C_x(\rho, \theta) = 0.132 \pi^2 k^2 C_n^2 \int_0^1 dt \int_0^\infty du u^{-8/3} \\ \times \sin^2((u^2 t(1-t)L/2k) J^0(u | \rho t + \rho(1-t) |)) \dots (28)$$

variance의 경우 P=0 일 때 모든 섭동 레벨에서의 성립은 (29)와 같다.

$$C_x(\rho, 0) = 2.95 \sigma^2 \tau \int_0^1 du [u(1-u)]^{5/6} \int_0^\infty dy \frac{\sin^2 y}{y^{11/6}} \\ \times \exp\{-\sigma^2 \tau [u(1-u)]^{5/6} f(y)\} J_0\left[\left(\frac{4\pi y u}{1-u}\right)^{1/2} \frac{\rho}{\sqrt{\lambda L}}\right] \dots (29)$$

집속 빔인 경우, 수치 계산 결과에 대한 정규화 코 바리언스 곡선을 그림 2~7에 나타냈으며, 가로축은 수신점들 사이의 간격이고 세로축은 정규화 코 바리언스이다. 그림 2는 식에 대한 수신 intensity에 대한 정규화 variance와 log-amplitude variance의 관계이며 낮은 섭동에서 variance는 1 이되고 섭동이 증가하면 variance는 최대값 1.3 정도까지 증가함을 알 수 있다. 섭동이 더욱 증가하면 variance는 다시 1 로 감소한다. 전송된 레이저빔이 목표점에 의하여 산란될 때 산란된 필드의 위상은 랜덤하게 된다. 따라서 대기에 의하여 발생하는 위상섭동은 더 이상 바리언스를 증가시킬 수 없다. 그러나 log-amplitude 섭동은 제약 받지 않으며 바리언스가 1 이상으로 증가하는 것을 설명하여준다. 섭동이 증가하면서 long-amplitude 섭동은 포화되고 대기 섭동은 위상섭동이 된다. 따라서 variance는 높은 섭동정도에서는 다시 1로 된다. 일반적으로 (27)식에서 covariance를 계산하려면 모든 섭동 정도에 성립하는 4점 log-

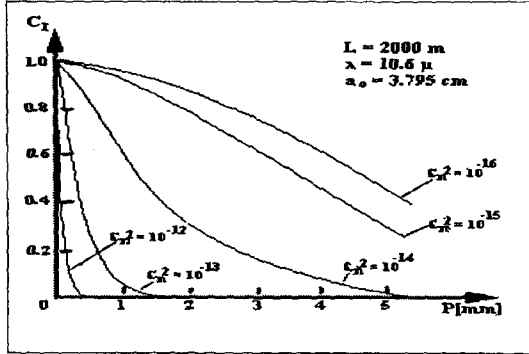


그림 4. $\alpha_0 = 3.975\text{cm}$, $\lambda = 1.06\mu\text{m}$, $L = 2000\text{m}$ 인 경우 수신 intensity에 대한 정규화코바리언스.

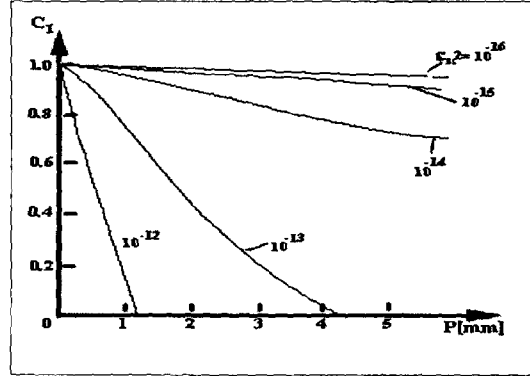


그림 5. $\alpha_0 = 3.975\text{cm}$, $\lambda = 0.6328\mu\text{m}$, $L = 500\text{m}$ 인 경우, 수신 intensity에 대한 정규화 코바리언스.

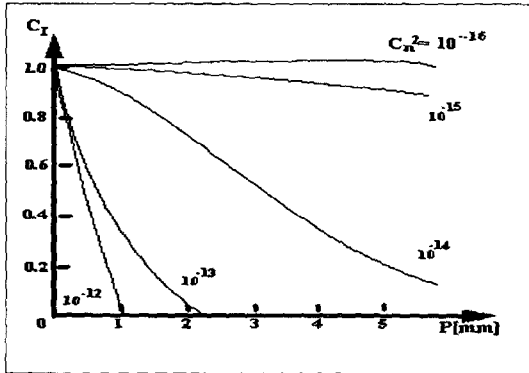


그림 6. $\alpha_0 = 3.975\text{cm}$, $\lambda = 0.6328\mu\text{m}$, $L = 2000\text{m}$ 인 경우, 수신 intensity에 대한 정규화 코바리언스.

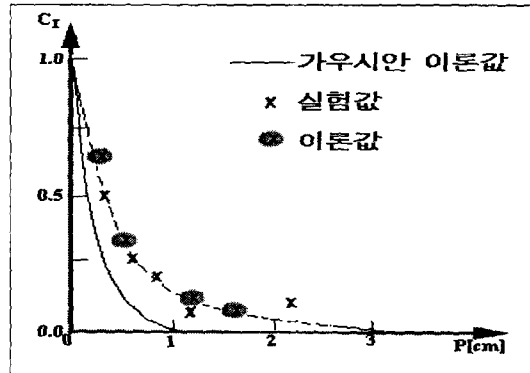


그림 7. $\alpha_0 = 1.3\text{cm}$, $\lambda = 0.6328\mu\text{m}$, $L = 500\text{m}$ $C_n^2 = 6.47 \cdot 10^{-14}$ 인 경우, 수신 intensity에 대한 정규화 코바리언스 이론과 실험값의 비교.

amplitude covariance 함수 $C_x(\rho, P)$ 식이 필요하다. 그러나 적어도 여기에서 고찰된 범위에서는 covariance에 대한 log-amplitude 섭동의 영향은 아주 미소함이 밝혀졌으며 적합한 섭동정도 이상에서도 (29)식과 $C_x(\rho, P)$ 를 이용하여 좋은 결과값을 얻을 수 있었다. 포화상태 (Saturation)에 해당하는 섭동값에 대하여 $C_x(\rho, P) = C_x(P)$ 이 되며 (29)식으로 표시된다. 낮은 섭동정도에서 covariance는 speckle에 의하여 좌우되며 포화되지 않는 위상 섭동의 영향은 log-amplitude 섭동의 영향보다 더욱 빠르게 증가한다. 그리고, covariance가 대기에 의하여 영향 받게되는 점에서는 중요한 섭동효과가 된다. 두 개의 다른 목표점 범위와 파장 그리고 몇몇 섭동값에 대

한 교란 상태 ($C_n^2 = 10^{-12} \sim 10^{-16}$)에 따른 수신점 간격에 대한 수신 intensity들 사이의 정규화 covariance 곡선을 표시했다. 그림 7은 (27)식을 이용한 covariance 곡선이다. covariance 데이터는 이론적 곡선과 잘 일치하고 있다.

IV. 결 론

수신점 간격에 대한 수신 intensity가 완전히 correlate한 경우 1 이고, uncorrelate한 경우, 0임을 알 수 있다. 그리고 매우 약한 교란상태 ($C_n^2 = 10^{-16}$)로부터 매우 강한 교란상태 ($C_n^2 = 10^{-12}$)로 될 수록 빨리 0 으로 수렴하여 uncorrelate가 됨을 알 수 있

다. 또한 대기 교란 상태하에서의 remote sensing, laser radar, coat시스템 등에 대한 수신단에서의 필드 해석이나 수신기 array 설계 및 제작 나아가서는 시스템의 최적 설계에 유용할 것이다.

참고문헌

[1] H.Lee, J.Fred Holmes, and J.R.Kerr, "statistics of speckle propagation through the turbulent atmosphere" J.opt. Soc. Am, 66, 1164-1172(1976)
[2] V.I. Tatarski, "wave propagation in a Turbulent Medium"; McGraw, Hill (1981)
[3] 성평식. "교란대기를 통한 스펙클 전파" 한국전보과학회 전문대학 논문지 1997.6. vol 5, NO1, June.
[4] A.M. prokhorov, K.S. Bunkin, "Laser Irradiance propagation in tubulent Media", proc. IEEE63, 790-811(1975)
[5] A. Ishinaru, "wave propagation and scattering in Random Media (vol.L,2)" Academic press(1988)
[6] H.I.Yura, "Mutual cohereuce Function of a Finite corss section optical Beam propagating in a Turbulent Medium", Appl.Apt.II, 1399-1406(1983)
[7] P.A.Pincus, M.A. Fossey, "speckle propagation through tubulence experimental", J. opt. soc.Am, 68, 760-762(1988)

[8] N.George and A. Jain, " space and wavelengh dependence of speckle intensity", Appl.phy, 4,201 (1984)
[9] w.K. pratt, "Laser communication system", wiley, Newyork, 1989 chap.9.

성 평 식(pyung-shik sung)

1975. 2 건국대학교 공과대학 전자공학과 졸업(공학사)
1979. 2 건국대학교 대학원 전자공학과 졸업 (공학석사)
1988. 2 건국대학교 대학원 전자공학과 박사학위취득 (공학박사)
1999 현재 능대학 컴퓨터 정보과 교수
관심분야 : 광통신, 컴퓨터 그래픽

박 계 원(kye-won park)

1971. 2 광운대학교 무선 통신과 졸업
1978. 2 건국대학교 행정대학원(통신행정전공 이학석사)
1999 현재 재능대학 정보 통신과 교수
관심분야 : 데이터 통신