수산경영론집, Vol. XXX, No. 2 (1999. 12)

# 다단계 재고시스템에서의 서비스수준에 관한 연구*

어 윤 양**

# Service level in multiechelom lnventory systems

Eh, Youn-Yang

目 次



## Ⅰ. 문제의 제기

부패성 상품의 최적주문량 결정을 위한 수리계획모형은 그동안 꾸준히 개발되어 왔다. 부패성 상품(perishable product)은 상품의 물리적 기능 또는 가치가 시간이 지남에 따라 저하되는 것을 의미한다. 이러한 부패성 상품의 특성과 관련하여 Ghare(1963)는 부패성 상품은 전체 재고비용과 비용절감에 큰 영향을 미치므로 재고분석을 할 때에 반드시 고려하여야 한다고 지적한 바 있다. 부패성 상품은 상품의 가치가 시간에 따라 감소하는 특성 뿐만 아니라 한정된 상품수명(product lifetime)을 가지기 때문에, 부패성 재고에 관련된 재고모형을 구축할 때 이를 고려하여야 할 필요성이 제기된다. 그러나 부패성 상품들의 특성들을 고려한 현실성 있는 모형을 구축하면 분석모형이 매우 어려워지는 문제가 발생한다.[1)]

다단계 재고시스템에서 최적주문량에 대한 연구는 근래에 중요한 연구과제로 인식되어 이에 대한 연구도 지속적으로 이루어져 오고 있다. 그러나 부패성 상품에 대한 다단계 재고시스템의 최적주문량과 서비스수준에 대한 연구는 매우 한정적으로 이루어졌다. 이러한 다단계 재고시스템 연구 가운

* 본 논문은 부경대 기성회 학술연구조성비의 지원에 의하여 연구되었음.
** 부경대학교 교수
1) 부패성 재고이론에 대한 review 논문은 Nahimias(1982) 참조

데 이단계 제대 재고시스템에 대한 연구는 모형적용상의 간단함과 현실성 때문에 연구가 집중적으로 이루어져 왔으며, 이단계 제대 재고시스템에서의 부패성 상품의 가치하락을 고려한 연구도 이루어져 왔다.[2] 다단계 재고시스템에서 부패성 상품의 재고모형과 관련된 기존의 연구를 보면 다음과 같은 특징을 가지고 있음을 알 수 있다.

첫째, 부패성 상품의 판매기간에 초점을 맞추어 모형을 구축하고 분석하는 경우이다. 이들의 연구는 다단계보다는 다기간에 초점을 두고 부패성에 대한 부분을 고려하였으며, 상품의 가치하락보다는 수요함수와 주문기간에 초점을 맞추고 있다. 이러한 연구로 두 기간동안의 부패성 상품의 재고모형에 대하여 연구한 Van Zyl(1964), m 기간동안의 수명을 가지는 부패성 상품에 대하여 재고유지비용과 진부화비용을 고려하여 Van Zyl 모형을 일반화한 Nahmias(1975, 1977)와 Fries(1975), 부패성 상품의 주문 리드타임을 고려하는 모형을 제시한 Craig(1999)의 연구를 들 수 있다. 이러한 연구들은 상품의 부패성을 기간 측면에서만 고려하였기 때문에 가치하락에 대한 문제를 고려하지 못한다는 한계점을 지니고 있다. 그리고 다기간 재고모형에서 다단계시스템을 고려하는 데에는 수학적 복잡성이 매우 증가하기 때문에 부패성 상품의 가치하락까지 고려하기 어렵다. (Chew, 1996)

둘째, 부패성 상품의 유통되는 재고시스템에 초점을 맞추어 모형을 구축하고 분석하는 경우이다. 이들의 연구는 다기간보다는 재고시스템의 다단계에 초점을 두고 부패성에 대한 부분을 고려하였으며, 이러한 연구로는 Abdel-Malek(1988), Axsater(1993), Bahl(1987), Chen(1998) 등의 연구를 들 수 있다. Abdel-Malek(1988)은 이단계 재고시스템에서 부패성 상품의 가치하락을 선형으로 가정하고 모형을 구축하여 최적주문량에 대한 분석을 하였으나 수요를 확정적으로 가정하여 서비스수준에 대한 분석은 시도하지 않았다. Axsater(1993), Bahl(1987), Chen(1998)등은 수요의 형태에 따른 확률함수를 가정하고 수요함수에 따른 최적주문량에 대한 분석을 하였다. 이들은 수요의 변동에 따른 서비스수준의 결정에 연구의 초점을 맞추었으나 상품의 가치하락에 대해서는 고려하지 않고 있다.

이러한 기존연구의 특성을 살펴볼 때, 다단계 재고시스템에서 부패성 상품의 최적주문량과 서비스수준에 대한 연구가 활발하게 이루어지지 않는 이유로 다음과 같은 몇 가지를 생각해 볼 수 있다.

첫째, 부패성 재고모형의 복잡성과 모형의 해를 구하기 위한 알고리즘의 개발이 어렵다는 점이다.

둘째, 부패성 상품의 서비스수준에 대한 개념적 분석틀이 다단계시스템에 적용하기 어렵다는 점이다. 일반적으로 부패성 재고의 서비스수준은 한 기간동안의 수익과 비용을 고려하여 결정하는 단일기간 재고모형을 이용하는 것이다. 그러나 이러한 단일기간 재고모형은 다기간 또는 다단계 재고모형에서 적용하기가 어렵다.

본 연구는 부패성 상품이 재고시스템에 머무르는 동안 시간에 따라 가치가 지수적으로 하락하는 경우에 최적주문량과 서비스수준에 대한 연구를 하고자 한다. 본 연구에서 분석하고자 하는 재고시스템은 이단계 연속제대모형(two-echelon serial inventory systems)이며, 이 재고모형에서 고려하

---

2) 이단계 재고시스템에 대한 overview논문은 Federgruen(1993)을 참조

는 변수는 재고유지비, 주문비, 제품비, 판매가격이다.

본 논문은 Ⅰ.문제의 제기 Ⅱ.수학적 모형의 구축 및 분석 Ⅲ. 모형의 결과와 수치 예 Ⅳ. 결론으로 구성되었다.

## Ⅱ. 수학적 모형의 구축 및 분석

### 2.1 모형의 가정

서비스수준에 대한 정의는 주문기간동안에 수요의 불확실성에 대비하기 위한 안전재고(safety stock)의 수준이라고 할 수 있다. 이단계 제대 재고시스템에서 각 제대에서 일정한 수요를 가정하고, 주문기간(lead time)이 알려져 있다고 가정하면, 이 재고시스템모형에서의 서비스수준은 100%가 될 것이다. 이 경우 서비스수준 결정은 재고에 관련된 비용을 고려하여 일단계 제대에서의 주문량 Qp와 이단계 제대에서의 Qf의 값을 구하고 주문기간을 고려하여 적정주문량을 주문하는 것이 문제가 된다. 이단계 연속제대 재고시스템에서 수요의 변동을 고려하면 서비스수준은 각 단계별 주문기간동안의 수요변동에 대한 안전재고의 수준을 결정하는 것이 문제가 된다. 이러한 문제에서 다기간 재고모형은 수요가 어떠한 확률적 분포로 나타나는가에 따라 그 특성이 달라지게 되며 대부분의 기존 연구(Chew(1996), Axsäter(1993))를 보면 수요발생분포를 포아송 분포로 보거나 어랑분포로 가정하여 서비스수준을 결정하고 있다.

부패성 재고의 서비스수준은 제품수명기간 동안에 판매되는 상품과 폐기되는 상품간에 발생하는 이익과 비용의 균형점을 서비스수준으로 정한다. 그러므로 부패성 상품의 서비스수준은 비용중심이라고 할 수 있으며 일반상품의 서비스수준은 수요만족중심이라고 할 수 있다. 부패성 상품의 비용을 고려치 않는 경우의 수요중심의 모형구축은 다기간 모형으로 구축하여 연구가 이루어지고 있으나 비용을 고려하는 경우에는 모형의 복잡성 때문에 모형의 구축과 분석이 매우 힘들다(Williams,1999).

부패성 상품의 부패가 제대모형에서 일단계에서는 적고 이단계에서 크게 일어난다고 가정하면 즉, 상품의 부패가 시간이 지날수록 커지는 경우는 상품의 가치하락에 대한 서비스수준에 대한 결정문제는 일단계 제대보다는 이단계 제대에서 더 중요한 의사결정문제가 된다. 또 부패성 상품의 상품수명이 짧은 경우는 다기간 재고모형보다는 단일기간 재고모형이 모형의 적용측면에서 유용성이 있다. 본 연구에서는 이러한 측면에서 단일기간 재고모형으로 이단계 제대에서의 서비스수준에 대한 것만을 분석하고자 한다.

본 연구에서는 다음과 같은 연구를 위한 가정을 설정하였다.

첫째, 일단계 제대와 이단계 제대에서 수요의 기대값과 분산은 정규분포 N(d, $\sigma^2$)를 따른다.

둘째, 상품가치[판매가격C(t)]의 함수는 다음과 같이 나타난다. 이 함수는 시간 t에 따른 가격의 하락이 초기에는 적게 감소하다가 시간이 지나갈수록 많이 감소하는 실제적 가격의 변화를 나타내기 위한 근사적인 가격함수의 특성을 갖도록 설정되었다.

$$C(t)=\begin{cases} Pe^{-it^2} & P, i>0,\ 0\leq t\leq L \\ 0 & t>L \end{cases}$$

c(t) : t시점에서의 상품가격

여기서 P : 상품의 초기 판매가격

i : 가격의 시간에 따른 탄력상수

L : 상품의 수명

셋째, 각 제대에서 발생하는 비용은 재고유지비용과 주문비 그리고 상품자체의 비용만 발생한다.

넷째, 상품의 가치하락은 이단계 제대에서부터 발생한다.

다섯째, 주문기간은 확정적이다.

### 2. 2 변수의 정의 및 분석

William(1983)은 수요가 일정한 경우, 이단계 제대모형에서의 최적주문량 $Q_p$와 $Q_f$의 비율은 정수 즉 $Q_p=n \cdot Q_f$로 나타난다고 증명한 바 있다. 그러나 여기서 n의 값은 Q에 의하여 결정되는 값이 아닌 변수이므로, 이단계 연속적 제대모형에서 결정하여야 할 의사결정변수는 n, Q 두 변수라고 할 수 있다. 또 서비스수준을 결정하기 위하여 단일기간 재고모형을 고려한 기존의 연구에서는 상품수명을 기준으로 하여 발생하는 재고부족비용과 재고잉여비용간의 균형문제로 서비스수준 문제를 다루었으나 최적주문량에 따른 판매를 고려할 경우, 최적주문량의 주문주기는 언제나 상품의 수명한도보다 적거나 같아야 한다. 상품수명이 주문기간과 같은 경우에도 단일기간 재고모형의 적용이 가능하지만 모형의 현실성이 없다고 할 수 있다.

이단계 제대재고모형에서의 최적주문량과 서비스수준을 결정하기 위하여 다음과 같이 변수를 정의하였다.

| | |
|---|---|
| $A_p$, $A_f$ | : 일단계 제대와 이단계 제대에서의 주문비(set up cost ; s.c) |
| $P_f$ | : 이단계 제대에서의 부분 미납주문비(partial backorder cost ; p.c) |
| $v_p$, $v_f$ | : 일단계 제대와 이단계 제대에서의 제품비용(costs of item ; c.i) |
| $r_p$, $r_f$ | : 일단계 제대와 이단계 제대에서의 단위기간당 재고유지비(carrying charge ; c.c) |
| $v_a$ | : 일단계 제대와 이단계 제대에서의 비용(가치)증가분 즉, $v_a=v_f-v_p$ |
| D | : 분석기간동안의 평균수요량 |
| d | : 단위기간(일)의 평균수요 |
| $\sigma^2$ | : 수요의 분산 |
| $Q_p$, $Q_f$ | : 일단계 제대와 이단계 제대에서의 주문량 |
| L | : 상품의 수명 |
| LT | : 주문기간 |
| CT(i) | : i 단계에서의 주문기간 |

Cs : 재고부족비용

Ce : 재고잉여비용

SL(q) : 수요기준의 서비스수준

SL(c) : 비용기준의 서비스수준

위의 변수를 이용하여 최적주문량 $Q_f^*$을 구하기 위한 관계식을 정리하면, 다음 <식 1>과 같다.[3)]

maximize

$$Z=R-[(v_p+v_f)D+(A_p/n+A_f)D/Q_f+Q_f(nv_pr_p-v_pr_p+v_fr_f)/2] \quad \text{<식 1>}$$

s.t.

$$Q_f/D\leq L \quad \text{<식 2>}$$

여기서 n ; 정수, $Q_f \geq 0$

Z ; 단위기간동안의 이익

R ; 단위기간동안의 수익

단위기간동안의 수익 R은 상품의 가치함수를 설정하는 것에 따라 다르게 나타난다. 상품의 가치하락을 선형함수로 가정하여 부패성 재고의 문제를 분석하는 경우 모형의 결과는 일반적인 EOQ식의 변형으로 해가 나타난다.[3] 그러나 모형의 현실적용성을 고려하여 본 논문에서 가정한 가격함수를 이용하여 수익함수를 설정하면 다음과 같다.

$$D\int_{t=0}^{Q_f/D} Pe^{-it^2}dt \quad \text{<식 3>}$$

재고유지비용(Holding Cost ; HC)은 평균재고량에 대한 단위원가에 따른 비용을 곱한 형태로 나타나므로 일단계 제대와 이단계 제대에서의 재고유지비는 다음과 같고, 이는 <식 4>와 같이 나타난다.

재고유지비(HC)=일단계 제대에서의 평균재고량$((Q_p-Q_f)/2)$ · 재고유지비/단위$(v_p \cdot r_p)$

+이단계 제대에서의 평균재고량 $(Q_f/2))$ · 재고유지비/단위$(vf \cdot rf)$

$$HC=Q_f(nv_pr_p-v_pr_p+v_fr_f)/2 \quad \text{<식 4>}$$

주문비용(OC)은 주문횟수에 비례하여 나타남으로 다음 <식 5>와 같다.

$$OC=A_p \cdot D/nQ_f+A_f \cdot D/Q_f \quad \text{여기서 } Q_p=n \cdot Q_f$$

$$=D(A_p/n+A_f)/Q_f \quad \text{<식 5>}$$

제품비용(CI)는 $(v_p+v_f)D$로 나타난다. 제약조건은 상품수명(L)이 끝나면 상품으로 판매가 불가능하다는 것을 의미한다.

3) 이 식의 도입과 해의 산출방법은 어윤양, "이단계 제대재고모형에서 부패성 상품의 주문량에 관한 연구," 대한경영학회 2000 동계학술발표대회 발표논문집 참조

위의 관계식을 이용하여 최적주문량 $Q_f^*$는 다음과 같이 구할 수 있다.

### 2.3 최적주문량과 서비스수준

<식 1>은 비선형 정수계획문제로 일반적인 해를 구하기는 불가능하다. 그러나 최적해를 구할 수는 없지만 근사적인 해를 다음과 같은 방법으로 구할 수 있다. R의 가격함수는 멕크로린 함수(Maclaurin series)를 이용하여 전개하고 2번째 항까지만 선택하여 정리하면 다음 <식 6>과 같이 된다.

$$R=\left(1-\frac{i\,(Q_f/D)^2}{3}\right)P\cdot D \qquad \text{<식 6>}$$

<식 1>에 <식 6>을 넣고 제약조건에 여유변수를 도입하면 다음 <식 7>로 정리된다.

$$\max.\ Z=\left(1-\frac{i(Q_f/D)^2}{3}\right)P\cdot D-[(v_p+v_f)D+(A_p/n+A_f)D/Q_f+Q_f(nv_pr_p-v_pr_p+v_fr_f)/2\ ] \qquad \text{<식 7>}$$

subject to

$$Q_f/D+S^2=L \qquad \text{<식 8>}$$

위의 <식 7>의 최적해의 조건을 결정하기 위한 라그랑지 함수(Lagrangian function)와 쿤-터커 조건(Kuhn-Tucker condition)은 다음과 같다.

$$L=Z+\lambda(L-Q_f/D-S^2) \qquad \text{<식 9>}$$

$$\frac{\delta L}{\delta Q_f}=\frac{\delta L}{\delta n}=\frac{\delta L}{\delta \lambda}=\frac{\delta L}{\delta S}=0 \qquad \text{<식 10>}$$

여기서 $L$은 라그랑지 함수(Lagrangian function)이고 $\lambda$는 라그랑지 승수(Lagrangian multiplier)이다. 쿤터커 조건 $\delta L/\delta S=-\ 2\lambda S=0$ 때문에 이 조건의 구속력 여부에 따라 최적주문량은 두 가지 가능성이 존재한다.

(1) 조건이 구속력이 없는 경우($\lambda=0$)

$$Q_{f1}=\frac{-a}{3}+\frac{2^{1/3}a^2}{3(-2a^3+(27c(4a^3+27c))^{1/2}-27c))^{1/3}}+\left(\frac{-2a^3+(27c(4a^3+27c))^{1/2}-27c^{1/3}}{3\cdot 2^{1/3}}\right) \qquad \text{<식 11>}$$

여기서

$$a=\frac{3D}{4iP}(nv_pr_p-v_pr_p+v_fr_f)$$

$$c=-3\frac{D^2}{2iP}\left(\frac{A_p}{n}+A_f\right)$$

$27c(4a^3+27c)>0$

$n=\text{Integer}$

(2) 조건이 구속력이 있는 경우( $S=0$ )

$$Q_f=DL \qquad \text{<식 12>}$$

$$n=\sqrt{\frac{2A_p}{L^2v_pr_pD}} \qquad \text{<식 13>}$$

이 조건의 구속력은 상품수명까지 상품을 판매하느냐에 따른 문제이므로 이에 따라 서비스수준을 결정하여야 한다. 그러므로 위의 두 가지 경우에 대하여 서비스수준을 분석하면 다음과 같다.

1) 상품수명이 구속력이 없는 경우의 서비스수준

상품수명이 구속력이 없는 경우는 상품수명 이전에 상품을 판매하는 경우의 서비스수준을 의미하며 이 때는 시간이 경과함에 따라 상품의 가치가 지속적으로 하락하게 되는 경우를 말한다.

부패성 상품의 단일기간 재고모형에서는 재고부족비용(Cs)이나 재고과잉비용(Ce)이 수요의 변동에 따라 발생할 때 두 비용간의 균형점을 서비스수준으로 결정하게 된다. 여기서 재고부족비용은 주문기간(LT) 동안의 최대수요에 의하여 발생하는 기회비용적 요소이며 재고과잉비용은 상품의 부패에 따른 비용이다. 이러한 비용의 균형을 고려하는 경우의 단일기간 재고모형에서의 서비스수준은 다음 <식 14>와 같이 나타난다.[4]

$$\text{서비스수준}(SL(c))=Cs\,/\,(Cs+Ce) \qquad \text{<식 14>}$$

<식 14>의 특성을 보면 비용측면의 서비스수준은 재고부족비용, 즉 기회비용이 커질수록 서비스수준은 높아지며 주문량은 커지게 된다. 그러므로 비용관점에서의 서비스의 수준은 수요가 재고수준을 초과하지 않을 가능성을 말한다.

수요측면에서의 서비스수준은 조달기간동안 수요가 공급을 초과하지 않을 가능성을 의미한다. 수요가 정규분포를 보이는 경우 수요의 변동을 표준편차로 나타낼 수 있음으로 고정주문량 시스템에서의 서비스수준에 대한 관계식은 다음 <식 15>와 같다.

$$ROP=d(LT)+Z_\alpha\sigma_{(LT)} \qquad \text{<식 15>}$$

ROP : 재주문점

d(LT) : 주문기간(LT)동안의 평균수요

$Z_\alpha$ : 재고부족 확률 $\alpha$하에서의 표준정규변수

$\sigma$(LT) : 주문기간(LT)동안 수요의 표준편차

<식 14>와 <식 15>의 관계를 보면 주문량이 결정된후<식 14>는 수요의 변동에 따른 비용의 균형점이 서비스수준이고 <식 15>는 수요변동에 대한 안전재고의 크기가 서비스수준을 결정하므

4) 백종현외, 생산관리, 법문사, 1999, pp. 423

로 주문량을 매개로 하여 이 두 식은 서로 함수관계에 있다.

SL(c)=f (SL(d))

비용과 수요측면의 두 서비스수준간 특성을 보면 수요가 평균수요로 발생하면 언제나 서비스수준은 0.5로 서로 같다. 그러나 수요의 변동을 고려하는 경우 두 서비스수준의 값은 서로 달라지게 되지만 비용기준의 서비스수준을 주문기간동안의 비용의 변동정도로 정의하면, 서로 환산은 가능하다. 예를 들어 SL(d)=0.95를 설정한다면 이러한 서비스수준을 만족시키는 안전재고의 크기를 결정할 수 있고 이러한 안전재고의 크기에 따른 Cs, Ce값을 구할 수 있으면 Cs / (Cs+Ce) 값을 구할 수 있음으로 SL(c) 값을 구할 수 있게 된다. 물론 SL(c)를 먼저 결정하면 역시 이 값에 따른 SL(d)을 찾을 수 있다. 그러나 단일기간모형에서의 상품이 수명을 갖기 때문에 지속적으로 보유가 불가능하므로 서비스수준은 주문기간동안의 재고에 따른 비용의 변동으로 결정되어야 한다. 이러한 특성 때문에 서비스수준에 따른 관리적 방법은 주문기간동안에 수요의 변동이 없는 경우의 재주문점(reorder point: ROP)을 기준으로 하여 첫째, 주문기간동안의 수요변동을 고려하여 주문을 앞당기는 경우 ROP값보다 더 큰 값에서 주문 둘째, 주문기간동안의 안전재고를 더한 값을 주문하는 경우 셋째, ROP값에서 최적 주문량을 주문하고 부분 미납주문(partial backorder)을 하는 경우중 한가지를 선택하게 된다. 부분 미납주문을 허용하지 않는 경우는 주문기간동안의 안전재고 수준에 따른 즉 최적주문량 이상의 주문에 따른 비용의 변동을 분석함으로서 SL(c), SL(d)를 결정할 수 있음으로 이에 따른 서비스수준을 결정할 수 있다.

<식 1>에서 주문량 변동에 따른 비용 또는 이익의 변동이 일어나는 것을 분석하여 보면 주문비의 성격을 갖는 부문은 변동이 없고 재고유지비는 비용의 변동이 일어나며 상품의 가치변동에 따라 발생하는 수익의 변동이 발생한다. 수요의 변동에 대비한 안전재고가 한 기간동안에 판매되는 것을 가정하면 수요의 변동에 따른 SL(d)값 즉 $Z_\alpha\sigma(LT)$이 $\kappa\sigma$가 되므로 이 값에 따른 기간을 고려한 Ce, Cs는 다음과 같이 나타난다.

$$Ce=\int_{t=Q_f^*/d}^{(Q_f^*+k\sigma)/d} Pe^{-it^2}\,dt+\kappa\sigma\cdot v_f r_f/2 \qquad \text{<식 16>}$$

$$Cs=\int_{t=(Q_f^*-k\sigma)/d}^{Q_f^*/d} Pe^{-it^2}dt+\kappa\sigma\cdot v_f r_f/2 \qquad \text{<식 17>}$$

이러한 비용과 수익의 변동이 발생할 경우의 <식 16>과 <식 17>을 <식 14>에 대입하면 SL(c)를 구할 수 있다. 여기서 SL(c)에 대응되는 SL(d) 값은 SL(c)를 먼저 정하고 이 값을 만족시키는 $\kappa\sigma$값을 구하면 된다.

2) 상품수명이 구속력이 있는 경우의 서비스수준

상품수명이 구속력이 있는 경우는 경제적 주문량을 판매하는 기간이 상품수명과 동일한 경우를 의미하며, 이 경우는 상품수명 이후는 상품의 가치가 변동하지 않고 일정한 값을 가지게 된다. 이 경우 수요의 변동에 따라 SL(d)값 즉 $Z_\alpha\sigma(LT)$이 $\kappa\sigma$라면 이 값에 따른 기간을 고려한 Ce, Cs는 다음과 같다.

$$Ce=\kappa\sigma Pe^{-i(Q_f \cdot /d)^2}+\kappa\sigma \cdot v_f r_f/2 \qquad \text{<식 18>}$$

$$Cs=\int_{t=(Qf^*-k\sigma)/d}^{Q_f^*/d} Pe^{-it^2}dt+\kappa\sigma \cdot v_f r_f/2 \qquad \text{<식 19>}$$

위에서와 같이 <식 18>과 <식 19>를 <식 14>에 대입하면 SL(c)를 구할 수 있다. 여기서 SL(c)에 대응되는 SL(d) 값은 SL(c)를 먼저 정하고 이 값을 만족시키는 $\kappa\sigma$값을 구하면 된다.

## Ⅲ. 모형의 결과와 수치 예

상품수명이 최적주문량을 결정할 때 구속력이 있는 경우는 상품수명과 주문간격이 같은 특수한 경우이다. 이것은 또 t=L일 경우이므로 간단하게 해를 구할 수 있다. 상품수명이 구속력이 없는 경우의 SL(c)를 찾는 계산절차는 다음과 같다.

단계 1 : <식 13>으로부터 n(i), i=1 값을 계산하여 정수부분을 초기 값으로 한다.

단계 2 : n(i) 값을 넣고 $27C(4a^3+27c)$값을 계산한다. 만약 그 값이 0보다 적으면 단계 6으로 간다

단계 3 : $Q_f$를 계산한다

단계 4 : <식 7>을 이용하여 Z(i)값을 계산하고 처음 값인 경우 그 값을 Z*으로 한다.

단계 5 : 만약 Z(i)>Z* 이면 Z(i)을 Z*으로 한다. 만약 Z(i)<Z*이면 Z*가 최적해이므로 이 경우의 $Q_f$가 최적주문량이다. $Q_f$가 최적주문량이면 단계 8로 간다.

단계 6 : i=i+1, n(i+1)=n(i)+1

단계 7 : 단계 2로 간다.

단계 8 : SL(d)에 의한 서비스수준에 따른 수요의 변동에 대비한 재고 즉 단일기간의 안전재고 $\kappa\sigma$를 계산한다.

단계 9 : <식 16>과 <식 17>의 값을 계산한다.

단계 10 : <식 14>에 <식 16>과 <식 17>의 값을 대입하여 SL(c)를 찾는다.

제기한 재고시스템모형의 특성과 적용을 위하여 Abdel-Malek[3]의 연구에서 이용한 수치 <표 1>

<표 1> 수치 예에 이용된 상수

| Parameter(단위) | case1 | case2 | case3 |
|---|---|---|---|
| D (개/년) | 1000 | 1000 | 1000 |
| $\sigma$ | 1, 2, 3 | 1, 2, 3 | 1, 2, 3 |
| LT (일) | 3, 4, 5, 6, 7 | 3, 4, 5, 6, 7 | 3, 4, 5, 6, 7 |
| i | 10, 20, 50 | 10,20,50 | 10,20,50 |
| Ap (원/회) | 10 | 10 | 10 |
| Af (원/회) | 15 | 15 | 15 |
| $v_p$ (원/년) | 1 | 1 | 1 |
| $v_f$ (원/년) | 4 | 4 | 4 |
| $r_p$ (원/년) | 1 | 0.5 | 0.25 |
| $r_f$ (원/년) | 1 | 0.5 | 0.25 |
| P (원) | 10 | 10 | 10 |

을 이용하여 해를 구한 결과는 다음 <표 2>와 같다.

위의 수치 결과에서 보면 최적주문량은 i값의 변동에 의하여 크게 변동하였으나 총이익의 변동은 상대적으로 크지 않는 것으로 나타나고 있다. 모형을 좀더 자세히 분석하기 위하여 <표 2>에서 서비스수준에 영향을 미치는 변수 i, LT, $\sigma$에 민감도 분석을 시행한 결과를 보면 다음과 같은 모형의 특성을 살펴볼 수 있다.

1. 사례1에서 사례2, 사례3으로 재고유지비가 50%씩 감소함에 따라 이익은 i=10인 경우에 3212에서 3485, 3591로 증가하였다. i=20인 경우는 3148에서 3447, 3542로 증가하였다. 이 결과는 단위당 재고유지비가 적을수록 이익은 더 크게 발생하나 그 차이는 크지 않음을 보여주고 있어 재고유지비의 변동은 i의 변동보다 적게 영향을 주고있음을 보여주고 있다.

2. 각 사례에서 i값에 따른 주문량과 이익의 변동을 보면 i값이 커짐에 따라 주문량 20%-40% 정도까지 변동한 것에 비하여 이익은 5%-6.5% 변동하고 있다. 이는 전형적인 최적해 근방의 주문량에 따른 비용변동이 적은 Harris 재고모형의 특성과는 매우 차이가 나는 결과라고 할 수 있다. 이는 부패성 상품의 특성을 모형이 제대로 보여주고 있음을 의미한다.

3. 주문기간의 변동은 수요변동(Var변동)이나 표준화상수의 변동보다 서비스수준에 적게 영향을 미쳤다. 이것은 서비스수준에 현재의 i값에서 주문기간 변동이 수요변동이나 표준화상수보다 영향을 주는 것을 의미한다. 만약 시간에 따라 부패되는 속도를 결정하는 가격함수의 지수($it^2$)가 커진다면 다른 결과를 보일 것으로 생각된다.

<표 2> 변수 변화에 따른 사례별 주문량과 이익 및 서비스수준

| case | i | 최적 주문량<br>총이익 | LT에 따른 SL(Var=1, k=1.65) | | | | | Var에 따른 SL (LT=3, k=1.65) | | | k에 따른 SL (LT=3, Var=3) | | | | k에 따른 SL (LT=3, Var=2) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 1 | 2 | 3 | 0 | 1 | 1.65 | 1.96 | 1 | 1.65 | 1.96 |
| case1 | 10 | 52.6<br>3212.0 | 0.526 | 0.530 | 0.534 | 0.537 | 0.540 | 0.526 | 0.553 | 0.579 | 0.500 | 0.548 | 0.579 | 0.594 | 0.532 | 0.553 | 0.563 |
| | 20 | 43.2<br>3148.8 | 0.532 | 0.537 | 0.541 | 0.545 | 0.549 | 0.532 | 0.564 | 0.596 | 0.500 | 0.558 | 0.596 | 0.614 | 0.539 | 0.564 | 0.576 |
| | 50 | 34.6<br>3028.4 | 0.539 | 0.545 | 0.551 | 0.555 | 0.560 | 0.539 | 0.579 | 0.618 | 0.500 | 0.571 | 0.618 | 0.641 | 0.547 | 0.579 | 0.593 |
| case2 | 10 | 59.7<br>3485.8 | 0.523 | 0.526 | 0.530 | 0.532 | 0.535 | 0.523 | 0.546 | 0.569 | 0.500 | 0.542 | 0.569 | 0.582 | 0.528 | 0.546 | 0.555 |
| | 20 | 49.5<br>3447.2 | 0.527 | 0.532 | 0.535 | 0.539 | 0.542 | 0.527 | 0.555 | 0.583 | 0.500 | 0.550 | 0.583 | 0.599 | 0.533 | 0.555 | 0.566 |
| | 50 | 36.3<br>3368.0 | 0.537 | 0.543 | 0.548 | 0.553 | 0.557 | 0.537 | 0.575 | 0.612 | 0.500 | 0.568 | 0.512 | 0.633 | 0.545 | 0.575 | 0.589 |
| case3 | 10 | 60.7<br>3591.9 | 0.522 | 0.526 | 0.529 | 0.532 | 0.534 | 0.522 | 0.545 | 0.568 | 0.500 | 0.541 | 0.568 | 0.581 | 0.527 | 0.545 | 0.554 |
| | 20 | 49.5<br>3542.7 | 0.527 | 0.532 | 0.535 | 0.539 | 0.542 | 0.527 | 0.555 | 0.583 | 0.500 | 0.550 | 0.583 | 0.599 | 0.533 | 0.555 | 0.566 |
| | 50 | 37.2<br>3441.6 | 0.536 | 0.542 | 0.547 | 0.551 | 0.555 | 0.536 | 0.573 | 0.609 | 0.500 | 0.566 | 0.609 | 0.630 | 0.544 | 0.573 | 0.586 |

4. i값이 10에서 50으로 커짐에 따라 사례1에서는 3212에서 3028로, 사례2에서는 3485에서 3386으로 사례3에서는 3591에서 3441로 이익이 줄어드는 정도가 커지고 있다. 이것은 모형의 설정에서 가정한 바와 같이 가격함수의 지수($it^2$)가 탄력상수 i와 시간변수 t값의 곱으로 주어지기 때문이다. 부패성의 정도가 심한 상품의 경우는 가격함수의 지수가 커져야 하는데 이러기 위해서는 i값과 t값의 적절한 조정이 필요함을 보여주고 있다. 왜냐하면 시간변수 $Q_f/D$는 주문량을 단위기간수요량으로 나눈 값으로 1보다 적은 값이고 이 값을 제곱하면 더 작은 값으로 나타나 이익 R에 거의 영향을 미치지 않기 때문이다.

5. 주문기간동안의 안전재고의 크기를 결정하는 정규표준화 상수의 변동에 따른 서비스수준의 변동은 i값이 커지고 재고유지비가 적어짐에 따라 더 크게 증가하고 있다. 실제 현실에서 가격의 탄력상수값을 찾기가 어려운 경우 비용측면에서의 서비스수준과 수요측면에서의 서비스수준을 같게 하면 논리적인 것이라는 관리적 판단으로부터 SL(c)와 SL(d)값이 비슷한 값을 갖도록 i값을 결정하는 것이 매우 유용성이 있다고 판단된다.

6. 본 수치 예에서는 제품의 수명주기는 고려치 않았다. 만약 제품의 수명주기(L)가 정해진다면 $Q_f/D$ 값은 이 범위안에서 정해져야 하므로 주문량 Q는 한정적인 값이 될 것이다. 뿐만 아니라 이를 이용하여 다른 모형의 매개변수를 효과적으로 결정할 수 있을 것이다.

## Ⅳ. 결 론

낮은 비용으로 고객에게 주문에 대한 높은 서비스수준[5]을 제공하는 것이 재고관리정책에서 중요한 문제라고 할 수 있다. 본 논문은 부패하는 상품의 경우 연속적 이단계 제대모형에서의 최적주문량과 서비스수준에 대한 문제를 분석하였다. 상품의 부패는 이단계 제대에서부터 시작하는 것으로 가정하여 모형을 구축하고 모형의 최적주문량을 구하는 과정과 비용과 수요를 고려한 서비스수준에 대한 개념을 제시하였다.

모형의 분석결과에 따르면 의미있는 해의 존재여부는 주문비와 재고유지비의 관계에 의하여 결정되었으며($4a^3+27c$의 값) 최적주문량과 서비스수준은 상품의 부패성의 정도를 결정하는 i 값에 제일 큰 영향을 받음으로 그 크기를 결정하는 것이 매우 중요하다는 것을 알 수 있었다. 비용중심의 서비스수준과 수요중심의 서비스수준은 서로 함수관계에 있음을 분석하였으며, 가격함수의 지수 즉 $it^2$의 크기가 큰 값이 될수록 비용중심의 서비스수준이 점차 높아짐을 알 수 있었다. 일반적인 상품의 경우에 최적주문량 근처에서의 주문량의 변동이 목적함수에 적게 영향을 미친다는 기존의 연구결과와는 달리, 부패성 상품의 경우는 i가 커질수록 주문량의 변화에 총이익이 민감하게 변화하는 것으로 나타났다.

제기된 모형의 적용을 위해서는 부패성 상품의 시간에 따른 가격을 측정하여 적정한 i 값을 찾아야 할 것으로 생각된다. 이 값을 찾기가 어려운 경우에 근사적으로 SL(d)를 이용하여 결정할 수도 있다

5) 여기서 서비스 수준은 주문만족횟수/주문의 수를 의미한다.

는 것을 제시하였다. 모형의 현실성을 높이기 위해서 i값을 크게 하거나 수명이 짧은 부패성 상품의 특성을 고려하여 수요를 일일수요로 바꾸어 즉 척도를 바꾸어 주문량과 서비스수준을 결정하는 것도 필요할 것으로 생각된다. 모형의 적용에 있어 중요한 문제는 상품의 수명을 찾는 문제와 적절한 가치 함수를 선정하는 것이 앞으로의 중요한 연구 주제가 될 수 있을 것으로 생각된다.

## 참 고 문 헌


어윤양, "부패성 재고의 경제적 주문량에 관한 연구," 「수산경영론집」, Vol. 25, No.2( 1994), pp. 103~113

Abad P. L., "Optimal pricing and lot-sizing under conditions of perishability and partial backordering," *Management Science*, Vol. 42, No. 8(1996), pp.1093~1104.

Abdel-Malek L. L., & H. Ziegler, "Age dependent perishability in two-echelon serial inventory systems," *Computer & Operation Research*, Vol. 15, No.3(1988), pp. 227~238.

Aggarwal S. P., & CK Jaggi, Ordering policies of deteriorating items under permissible delay in payments," *Journal of Operational research Society*, Vol. 46( 1995), pp. 658~662.

Axsäter S., "Exact And Approximate Evaluation Of Batch-ordering Policies For Two-level inventory systems," *Operations Research*, Vol. 41(1993), pp. 777~785.

Bahl, H. L., & R. J. Gupta, "Determining lot sizes and resource requirements: a review," *Operations Research*, Vol. 35(1987), pp. 329~435.

Chen F., "Echelon Reorder Points, installation reorder points, and the value of centralized demand information," *Management Science*, Vol. 44, No. 12(1998), pp. 826~833.

Chew E. P., & L. A. Johnson, "Service level approximation for multiechelon inventory systems," *European Journal of Operational Research*, Vol. 91(1996), pp. 440~455.

Fries, B., "Optimal ordering policies for a perishable commodity with fixed lifetime," *Operations Research*, Vol. 23(1975), pp. 46~61.

Ghare P. M., & G. F. Schrader, "A model for exponentially decaying inventory," *The Journal of Industrial Engineering*, Vol. 14(1963), pp. 238~243.

Graves S. C., " A multiechelon Inventory model with fixed replenishment Intervals," *Management Science*, Vol. 42, No. 1(1996), pp.1~18

Jamal A. M. M., B. R. Sarker and S. Wang, " An ordering policy deteriorating items with allowable shortage and permissible delay in payment," *Journal of Operational research Society*, Vol. 48(1997), pp. 826~833.

Luo W., "An integrated inventory system for perishable goods with backordering," *Computers Industrial Engineering*, Vol. 34, No. 3(1998), pp.685−593.

Nahmias, S., "Optimal ordering policies for a perishable inventory − Ⅱ," *Operations Research*, Vol. 23(1975), pp. 735~749.

Nahmias, S., "Higher order approximation for a perishable inventory problem." *Operations Research*, Vol. 25(1977), pp. 630~640.

Nahmias, S., "Perishable inventory theory: A review," *Operations Research*, Vol. 30(1982), pp. 680~708

Peterson R. & E. Silver, Decision systems for Inventory Management and Production planning, 2nd ed., New York : Wiley, 1985.

Wee H. M., & S. T. Law, "Economic production lot size for deteriorating items taking account of the time-value of money," *Computer & Operation Research*, Vol. 26(1999), pp. 545~558.

Van Zyl, G. J. J., Inventory control for perishable commodities, Ph. D. Dissertation. Univ. of North Carolina, Chapel Hill, NC.

Williams J. F., "Economic lot size determination in multi-stage assembly systems," *Management Science*, Vol. 28, No. 8(1982), pp. 1341~1349.

Williams C. G. & B. E. Patuwo, "A perishable inventory model with positive order lead times," *European Journal of Operational Research*, Vol. 116(1999), pp. 352~373.

## Service level in multi echelon inventory systems

Eh, Youn-Yang

## Abstract

Some multi echelon inventory systems carry perishable products. The value of these product reduces as the period of time they spend in the system. In this paper We derive the necessary condition to determine optimal quantity, service level for a perishable product.

The systems considered consist of two echelons and carry single item. To determine the optimal order quantity, the demand is assumed to be constant, the holding costs may be different in the echelons, and it allows no shortages. I assumed the price of product decreases by negative exponential function.

To determine service level, following assumptions used in the model

· lead time is constant.

· demand is normal distribution.

· the product starts to perish at the second echelon.

Service level is computed for different levels of lead times and for different variance of demands and for different price functions. The experimental results indicate that the service level in cost is a function of service level in demand and perishability of product. Results of the models exhibit that perishability and the age of the product are critical to determine the lot sizing and service level.