

수송기계용 복합재료 추진축의 피로수명 및 진동특성 향상에 관한 연구

공창덕^{*} · 정진호^{*} · 정종철^{*} · 김기범^{**}

Improvement of Fatigue Life and Vibrational Characteristics of Composite Material Propeller Shaft of Vehicle

C. D. Kong^{*} · J. H. Jeong^{*} · J. C. Jeong^{*} · K. B. Kim^{**}

ABSTRACT

The Composite materials has been used in the field of high technology industry because of high specific stiffness and high specific strength. Specially, the composite materials has been widely applied to the field of the aircraft and the transportation by the effectiveness of light weight due to low specific weight and reduction of the parts due to bonding, molding and so on. These advantages about the composite have led to study and apply in the transmission shaft for the aircraft and the drive shaft for the automobile. The composite material propeller shaft with the high vibrational stability was designed and analyzed. In order to verify the analysis, two types of experimental test which are the FFT analyzer with impact hammer and the rotational equipment were applied.

Key Words : propeller shaft, composite, critical speed, FEM, eigenvalue, nonlinear analysis, FFT, centrifugal effect

초 록

복합재료는 비강성과 비강도의 우수성 때문에 첨단 산업분야에서 사용되고 있으며, 특히 낮은 비중으로 인한 중량감소 효과와 접착과 주조 등에 의한 부품수의 감소효과 때문에 항공기와 수송기계분야에 널리 이용되고 있다. 복합재료의 이러한 장점들을 이용하여 항공기용 동력전달축과 자동차용 추진축에서 연구와 활용이 이뤄지고 있다. 본 연구에서는 우수한 진동 안정성을 갖는 복합재료 추진축을 설계하고 해석하였으며 이를 증명하기 위해 충격망치를 이용한 FFT해석기와 회전장비를 이용하는 두가지 실험을 수행하였다.

^{*}조선대학교 항공우주공학과(Chosun University, Dept. Aerospace Eng.)

^{**}한국화이버(Hankuk Fiber)

NOMENCLATURE

C	Damping matrix
d_m	Mean diameter
D	Shaft diameter
E_1, E_2	Longitudinal and transverse modulus
$f^{(i)}$	Load vector
F_S	Shear strength
F_{XT}, F_{XC}	Longitudinal tensile and compressive strength
F_{YT}, F_{YC}	Transverse tensile and compressive strength
G_{12}	Shear modulus
J	Polar moment of inertia
K	Stiffness matrix
L	Length
M	Mass, mass matrix
ν_{12}	Poisson ratio
N_{crit}	Critical speed
$\bar{\varphi}$	Eigenvector
ρ	Density
σ_1, σ_2	Longitudinal and transverse stress
θ	Angle(radian), torsional angle
T_a	Torsional torque
$u^{(i)}$	Displacement vector

1. 서 론

복합재료는 비강성과 비강도등의 우수성 때문에 첨단 산업의 여러 분야에서 널리 사용되고 있다. 특히, 항공 및 수송기계 분야에서 널리 활용되고 있는데 이는 낮은 비중으로 인한 약 40~50%의 높은 중량 감소효과, 제품의 일체화로 인한 부품수의 감소 및 다양한 특성의 강도와 강성을 이용한 고성능 제품의 설계가 가능하기 때문이다. 또한 고속 회전체인 구조물에서 중요시되는 진동현상에 대한 높은 저항성으로 인해 수송기계 전체 시스템의 성능을 향상시키는 장점이 있다. 이와 같은 복합재의 장점을

이용하여 경량의 고성능 동력전달용 추진축에 대한 개발과 활용이 항공기용 동력전달축(Transmission Shaft) 및 자동차용 추진축(Drive shaft) 등에서 활발히 이루어지고 있다.^{1,4)} 미국의 포드 자동차에서 1985년에 탄소섬유 복합재료 추진축의 적용이 시도되었고 제너럴 모터스사는 Spicer사의 탄소섬유 추진축을 장착한 트럭 250,000대를 생산하였으며 그 이후 계속해서 증량되고 있다. 제너럴 모터스사의 경우 약 40%(9Kg)의 추진축 무게 감축을 이루었다. 일본의 토요다(Toyota)사도 복합재료 추진축의 적용에 노력중이다.³⁾

고속 회전하는 축의 설계에 있어 축길이의 결정은 축방향 진동안정성 문제에 있어서 아주 중요한 변수이다. 경량의 특성을 가지고 있는 탄소/에폭시는 비틀림 강성과 강도면에서 우수한 특성이 있어 비교적 얇은 두께의 관으로 비틀림 하중 및 진동현상에 대해서 좋은 성능을 발휘한다. 그러나 섬유의 적층방법에 따라서 고유진동수와 비틀림 전단강도가 서로 상반되는 문제가 뒤따르게 되어 진동안정성의 정확한 예측을 필요로 하게된다.^{4,6)} 따라서, 본 연구에서는 축의 두께와 직경 그리고 적층각을 변화시키므로써 1차 모드 자유진동수를 높일 수 있는 가능성에 대해서 선형 정적해석과 회전에 의한 원심효과를 고려한 비선형 정적해석을 수행한 후에 충격망치(Impact Hammer)를 이용한 고유진동수 측정실험 및 고속 회전실험장치를 이용한 추진축의 회전중 고유진동수를 측정하는 실험을 통하여 해석결과를 확인하였고 고속 회전하는 추진축의 굽힘 진동안정성을 보다 정확하게 예측하게 되었다.

2. 복합재료 추진축의 형상 및 설계

2.1 추진축의 구성요소

일반적인 자동차용 추진축은 경량특성 및 비정렬에 대한 저항성이 우수하며, 큰 비틀림강도를 갖고 회전관성을 최소화하여 회전속도 변화에 따라 적은 저항 특성을 가지는 튜브(Tube) 형상으로 설계된다.^{1),3),8)} 본 연구는 2단의 금속재 추진축을 복합재료를 이용하여 1단으로 제작한 추진축의 진동특성 연구에 그 목적이 있다.

Table. 1. Filament Winding Conditions of Propeller Shaft For 4WD Vehicle

Parameters		Value
F/W Machine		Biaxial F/W
FRP Tube Thickness		3.75~6mm
FRP Tube Weight		1.50~3.75Kg
FRP Tube Length		1,128mm, 1,603mm
Filament Winding Angle		±30° (CFRP) 90° (GFRP)
CFRP T-300-1 2K	No. of End	4
	Layer	4 (0.75mm/layer)
	Band Width	10~12(mm)
	Counter(1Layer)	25
	Tension	2~2.5Kg/4End
	F/W Time	50 Minutes
GFRP E-glass	No. of End	3
	Band Width	9~10
	No. of Ply	1 (0.75mm)
	Tension	3Kg/3End
CFRP	No. of End	3
	Thickness	3mm

추진축에서는 자중에 의한 미소한 변형이 고속회전 상태에서는 원심효과에 의하여 크게 증가한다. 또한 추진축 자체의 고유진동 특성이 고려된 윙링(Whirling)회전속도에 근접하면 심각한 진동, 소음 및 변형이 발생되어 파괴까지 이르게 된다. 이런 임계회전속도(Critical Speed)는 추진축의 길이의 제곱에 반비례하고 축 직경과는 비례한다.^{1),5)} 금속재 추진축은 임계회전속도에 의해 길이가 제한되어 2단 축으로 구성되었으나 복합재료는 높은 비강성 때문에 1단으로 추진축을 제작할 수가 있다.

본 연구에서 대상으로 하는 복합재료 추진축의 재료와 제작방법등을 Table. 1에 나타내었다. 주요구성은 관, 유니버설 조인트 그리고 스플라인(Spline)이다. 축의 외경한계는 85mm이나 실제외경은 77.5mm이다. 제작방법은 대량생산과 생산공정의 단순화를 할 수 있는 필라멘트 와인딩방법이 사용되었다.^{2),9)}

복합재료 관의 끝단과 유니버설 조인트의 결합은

접착제로 접착하고, 접착된 관 외부에 여분의 섬유를 축과 수직하게 와인딩하여 접착력을 보강하였다. 조인트의 외경형상(접착면)은 회전동력 전달에 대한 강도를 향상시키기 위해 12각형으로 제작하였다.²⁾

2.2 설계 요구 조건

본 연구에서 고려된 복합재료 추진축의 설계 요구 조건은 축 전달 하중에 대한 비틀림 강도와 엔진의 최고 회전수 등의 진동요소에 대한 추진축의 공진에 대한 안정성의 확보이다. 운전중 일반 승용차의 추진축에 가해지는 토크는 200~380Nm이다. 이 경우 추진축이 외경 57mm이고 두께 1.6mm인 강관(STKM 14B)이라면 최대 토크 전달 능력은 1300Nm가 된다.³⁾ 또한 엔진의 최대토크가 235Nm이고 1단의 감속비가 3.967이라면 추진축에서는 약 932.2Nm의 최대토크가 작용하게 된다. 그리고 엔진의 최대회전속도는 4,200RPM(70Hz)이고 5단의 감속비는 0.856이라면 추진축 최대회전속도는 4,907RPM(82Hz)이된다.⁴⁾ 본 연구에서는 복합재료 추진축의 형상결정에 있어서 축에 걸리는 최대 토크, 최대 회전수 및 복합재료 물성치 등을 고려하여 축의 길이와 평균직경 그리고 와인딩(Winding)각도를 결정하였다.^{3),5)}

축이나 보가 굽힘 진동을 할 경우에, n번째의 고유진동수는 전단변형과 회전관성항을 무시하면, 다음과 같이 주어진다.¹⁹⁾

$$\omega_n = \frac{\alpha_n}{L^2} \frac{EI}{\sqrt{rA}} \quad (1)$$

여기서 α_n 은 Table. 2로 주어지는 상수, r 은 반경, 그리고 A 는 단면적이다.

Table. 2. Values of α_n for each Boundary Condition

Boundary Cond.	α_1	α_2	α_3
Simple-Simple	9.869	39.47	88.82
Clamp-Clamp	22.37	61.67	120.9

복합재 추진축의 양끝을 단순지지로 가정하고 두께가 비교적 얇다고 가정하면 임계속도는 (2)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$N_{crit} = \frac{\pi}{4\sqrt{2}} \frac{d_m}{L^2} \sqrt{\frac{E_x}{\rho}} \quad (2)$$

여기서 E_x 는 적층각도 θ 의 함수로 (3)식과 같이 표현된다.

$$E_x = \left[\frac{1}{E_1} \cos^4\theta + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \sin^2\theta \cos^2\theta + \frac{1}{E_2} \sin^4\theta \right]^{-1} \quad (3)$$

특성진동수(Characteristic Frequency)는 축 방향의 비탄성율(Specific Modulus of Elasticity) $\frac{E_x}{\rho}$ 와 기하학적 형상 $\frac{d_m}{L^2}$ 에 의해 크게 달라진다. 주어진 각속도에 대해서 축의 임계길이(Critical Length)는 (4)식으로 구할 수 있다.

$$L_{crit} = \sqrt{\frac{\pi}{4\sqrt{2}} \frac{d_m}{N_{crit}} \sqrt{\frac{E_x}{\rho}}} \quad (4)$$

Table. 3. Material Properties of Carbon/Epoxy and E-glass/Epoxy

ITEM	Carbon/Epoxy	E-glass/Epoxy
ρ (Kg/m ³)	1.9×10^3	2.0×10^3
E_x (Gpa)	110.8	37.3
E_y (Gpa)	10.23	9.4
ν_{12}	0.246	0.25
G_{LT} (Gpa)	12.33	5.5
X_t (Mpa)	2090.3	965.4
X_c (Mpa)	908.3	398.7
Y_t (Mpa)	19.89	19.1
Y_c (Mpa)	95.51	90.3
S (Mpa)	41.7	25.0

그리고 (5)식과 (6)식은 허용 비틀림 토크(T_a)와 비틀림 강성도($\frac{T}{\theta}$)를 표현하는 관계식을 나타낸다.^{2,3)}

$$T_a = \frac{(S_y \cdot J)}{D/2} \quad (5)$$

$$\frac{T}{\theta} = \frac{(G \cdot J)}{L} \quad (6)$$

여기서, S_y 는 항복 전단강도이다.

Table. 3는 본연구에 사용된 탄소섬유와 유리섬유의 물성치이다.

3. 유한요소법을 이용한 수치해석

3.1 선형 정적 유한요소해석 이론

연속체의 전체 포텐셜에너지(Potential Energy) Π 는 각 요소의 포텐셜에너지 Π^e 의 합으로 정의된다.

$$\Pi = \sum_{e=1}^m \Pi^e \quad (m: \text{요소의 수}) \quad (7)$$

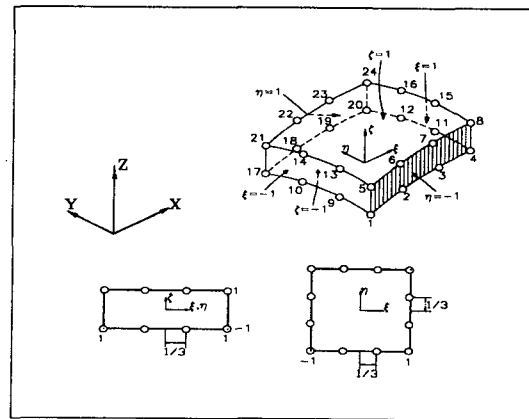


Fig. 1. Three Dimensional Isoparametric Lamina Element

요소내의 변위 $u_i^{(e)}$ 는 요소의 절점 변위 $\overline{u_i^k}$ 의 함수로 다음과 같다.

$$u_i^{(e)}(x, y, z) = \sum_{k=1}^n N_k(x, y, z) \overline{u_i^k} \quad (8)$$

또는 $u^e = N \overline{u^{(e)}}$

여기서 $\overline{u_i^k}$ 는 절점 변위 요소들에 대한 벡터이고 $N_k(x, y, z)$ 는 형상함수를 나타낸다

Fig. 1과 같이 한 요소에 24개의 절점을 가지는 3-D 적층(Lamina)요소의 형상함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} N_i &= \frac{1}{64} (1 + \xi_0) (1 + \eta_0) (1 + \zeta_0) [9 (\xi^2 + \eta^2) - 10] \\ &\quad ; i = 1, 4, 5, 8, 17, 20, 21, 24 \\ N_i &= \frac{9}{64} (1 + \xi_0) (1 + 9\eta_0) (1 + \zeta_0) (1 - \eta^2) \\ &\quad ; i = 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 \\ N_i &= \frac{9}{64} (1 + 9\xi_0) (1 + \eta_0) (1 + \zeta_0) (1 - \xi^2) \\ &\quad ; i = 2, 3, 6, 7, 18, 19, 22, 23 \end{aligned} \quad (9)$$

그리고 요소 변형을 $\epsilon^{(e)}$ 는 방정식 (8)을 미분함으로써 얻어진다.

$$\epsilon^e(x, y, z) = B(x, y, z) \overline{u^{(e)}} \quad (10)$$

여기서 B는 변위-변형을 행렬이다. $\overline{u^{(e)}}$ 는 다음과 같은 절점 변위벡터이다.

$$\{\overline{u^{(e)}}\}^T = [\overline{u_1^1}, \overline{u_2^1}, \overline{u_3^1}, \overline{u_1^2}, \overline{u_2^2}, \overline{u_3^2}, \dots, \overline{u_1^n}, \overline{u_2^n}, \overline{u_3^n}] \quad (11)$$

한편 응력-변형을 관계는 응력-변형을 행렬 [D]에 의해 다음과 같이 표시된다.

$$\{\sigma\} = [D] [B] \{\overline{u^{(e)}}\} = [D] \{\epsilon\} \quad (12)$$

Composite Laminate의 직교 이방성 재료에 대한 응력-변형을 행렬 [D]는 다음과 같다.
응력-변형을 행렬

$$[D] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_{44} & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 \\ SYM & & & & & D_{66} \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서

$$\begin{aligned} D_{11} &= (1 - \nu_{23}\nu_{32})E_{11}/F, \\ D_{22} &= (1 - \nu_{31}\nu_{13})E_{22}/F \\ D_{33} &= (1 - \nu_{12}\nu_{21})E_{33}/F, \\ D_{12} &= (\nu_{12} + \nu_{13}\nu_{32})E_{22}/F \\ D_{13} &= (\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23})E_{33}/F, \\ D_{23} &= (\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13})E_{33}/F \\ D_{44} &= G_{12}, \quad D_{55} = G_{13}, \quad D_{66} = G_{23}, \\ F &= 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - \nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} - \nu_{21}\nu_{13}\nu_{32} \\ E_{ii} &: \text{방향 } i \text{ (} i=1,2,3\text{)에서 탄성계수,} \\ \nu_{ij} &: \text{방향 } ij \text{ (} i,j=1,2,3\text{)번째에서 포아송 비,} \\ G_{12}, G_{23}, G_{31} &: \text{각 방향의 전단계수이다.} \end{aligned}$$

각 요소의 강성행렬을 전체 좌표계에 대해 변환하여 조합하면 절점하중과 절점변위 관계 즉 강성행렬을 얻을 수 있다.

$$\{f\} = (tA[B]^T [D] [B])\{u\} = [K]\{u\} \quad (14)$$

여기서, {u}: 전체 절점의 변위 벡터, [K]: 강성행렬이다. (12)식에 의해 구해진 응력을 가지고 Tsai-Wu의 파손이론(Tsai-Wu Failure Creiterion)에 의하여 적층판 요소의 파괴여부를 예측 할 수 있다.

3.2 비틀림 강도 파손이론(Tsai-Wu Failure Creiterion)

탄소-에폭시 복합재료를 사용한 추진축의 상세구조 해석은 유한요소법을 이용하였다. 유한요소해석 프로그램은 NISA II를 사용하였고, 유한 요소 모델의 전체 요소 수는 456개이고 절점 수는 446개이다. 비틀림 하중에 대한 응력계산과 안전율 산출은 복합재료 파손기준으로 잘 사용되는 Tsai-Wu이론(15

식)을 적용하였다.

$$F_{11} \cdot \sigma_1^2 + F_{22} \cdot \sigma_2^2 + F_{33} \cdot \tau_{12}^2 + F_1 \cdot \sigma_1 + F_2 \cdot \sigma_2 + 2F_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 = 1 \quad (15)$$

여기서,

$$F_{11} = \frac{1}{F_{XT} \cdot F_{XC}}, \quad F_{22} = \frac{1}{F_{YT} \cdot F_{YC}}$$

$$F_{33} = -\frac{1}{F_S^2}, \quad F_1 = \frac{1}{F_{XT}} - \frac{1}{F_{XC}}$$

$$F_2 = \frac{1}{F_{YT}} - \frac{1}{F_{YC}}, \quad F_{12} = -\frac{(F_{11} \cdot F_{22})^{\frac{1}{2}}}{2}$$

이러한 각각의 응력성분을 파손이론에 적용시켜 파손계수를 산출한다.

Table. 4는 와인딩 각 및 레이어 수와 축의 직경의 변화에 따른 비틀림강도 특성을 보기 위한 Tsai-Wu 파손계수를 보이고 있다. 본 연구의 복합재료 추진축의 파손계수는 외경의 증가(77.5mm, 83.5mm, 85mm)와 두께(3.75mm, 6.75mm)의 증가에 따라서 파손계수가 점차 낮아짐을 알 수가 있었으며 동일 외경(77.5mm)과 두께(3.75mm)를 가질 때 복합재료의 적층각이 작아짐에 따라서 파손계수가 증가됨을 알 수가 있었다. 즉, 복합재료 추진축의 비틀림강도는 2.2절에서 나타낸 바와 같이 외경과 두께의 함수이며 또한 섬유 적층각의 함수임을 해석적으로 확인할 수 있었다.

Table. 4. Comparison of Failure Ratio on Various Winding Angle, Diameters and Number of Layers(O/D: Outer Diameter, 1Ply: 0.75mm)

Angle	Ply	Failure Ratio		
		O/D 77.5mm	O/D 83.5mm	O/D 85.0mm
±30°	4	0.84	0.64	0.58
	6	0.697	-	-
	8	0.49	0.34	0.25
±20°	4	0.96	0.81	0.72
	6	0.82	-	-
	8	0.69	0.54	0.42

3.3 피로수명 해석

추진축의 피로수명에 대한 예측은 먼저 추진축에 최대하중이 작용하는 상태에서의 안전계수를 구한다. 최대 토크가 제동과 출발시 나타난다고 가정한 상태에서 15년 동안의 반복하중수 N을 (17)식과 같이 계산하고, Fig. 2의 탄소섬유-에폭시에 대한 피로특성 데이터를 참조하여 응력비 R^* 을 구한 후 (16)식과 같은 Mandell이론을 적용하여 피로수명을 예측한다.

$$\sigma_n = U_s(1 - D \log N) \quad (16)$$

$$R^* = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = 0.1 \text{ 일 때,}$$

$$\text{Type 1 graphite : } D = 0.01625$$

$$\text{Type 2 graphite : } D = 0.03625$$

$$N = \frac{60 \text{회}}{1 \text{hour}} \times \frac{2 \text{hour}}{1 \text{day}} \times 365 \text{days} \times 15 \text{years} \quad (17)$$

$$= 6.57 \times 10^5$$

여기서 N은 반복하중수로서 하루 2시간씩 1분마다 하중이 걸리는 조건이다. O/D가 77.5mm이고 두께가 3.75mm, winding각이 ±30°일 때 Tsai-wu 파손계수가 0.84이므로 10⁶정도 반복 하중 후에 Type 1 탄소·복합재료는 응력 감소비가 0.905, Type 2 탄소·복합재료는 응력 감소비가 0.775이므로 Type 1 탄소섬유 사용할 때 15년간의 피로수명이 확보됨을 알 수가 있었다.

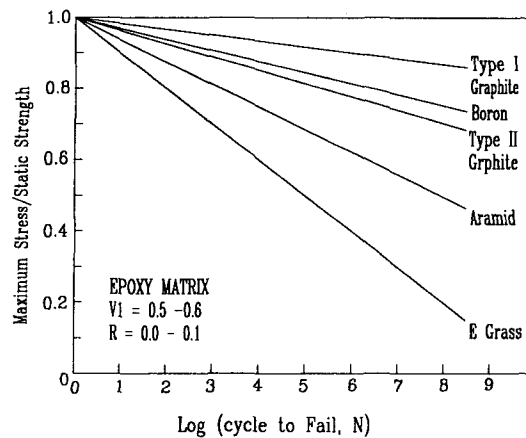


Fig. 2. S-N Curve for Composite Material

3.4 선형 고유진동수 해석

고유진동수 해석은 Hamilton의 원리로부터 다음과 같은 시스템의 지배방정식을 구할 수 있다.

$$\int_{t_1}^{t_2} (-m\ddot{u} - c\dot{u} - ku + f)\delta u dt = 0 \quad (18)$$

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f(t) \quad (19)$$

여기서, M 은 질량, C 는 감쇠 행렬, 그리고 K 는 강성행렬을 나타낸다. 관계식(20)은 동적평형 지배방정식이며 모든 동적해석이 이 관계식으로부터 수행된다. 동적평형 지배방정식으로부터 고유치 해석(Eigenvalue Analysis)은 비감쇄 자유진동의 문제이므로 $C = f(t) = 0$ 이 된다.

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \quad (20)$$

식 (20)의 해를 아래와 같이 가정하면

$$U = \bar{\varphi} e^{i\omega t + \psi} \quad (i: \text{허수}) \quad (21)$$

$$(K - \lambda M) \bar{\varphi} = 0 \quad (\lambda = \omega^2) \quad (22)$$

$\bar{\varphi} \neq 0$ 이기 때문에, 수용해(Nontrivial Solution)이 되기 위해서는 $(K - \lambda M) = 0$ 이어야 한다.

$$\det(K - \lambda M) = 0 \quad (23)$$

식 (23)으로부터 i 개의 근 λ_i 를 구할 수 있으면 이 근으로부터 고유치벡터 $\bar{\varphi}$ 를 얻을 수 있다. 여기서, λ_i 는 자유진동수를 말하며 고유치벡터 $\bar{\varphi}$ 로부터 각 진동모드형상을 구할 수 있다.

본 연구의 고유치 문제의 해는 유한 요소 해석 프로그램인 NISA II의 수치해석기법중 하나인 Accelerated Subspace Iteration 방법에 의해서 n 개의 고유진동수($\lambda_i, \bar{\varphi}$)를 구하였다.

Table. 5. The 1st Natural Freq. without Centrifugal Effect Analysis

Model	Eigenvalue (Hz)
Case 1 L=1,263mm (7.8Kg)	152.2
Case 2 L=1,738mm (8.7Kg)	94.0

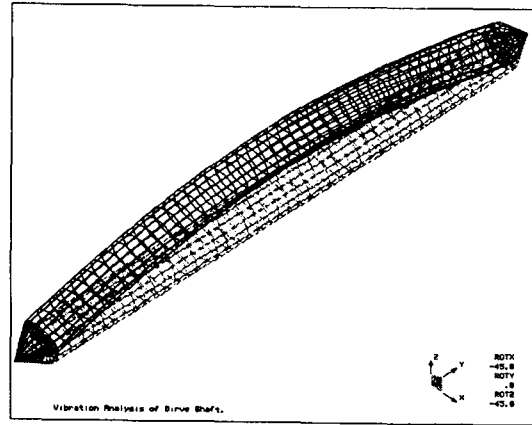


Fig. 3. 1st Mode Eigen Vibrational Shape of Composite Shaft

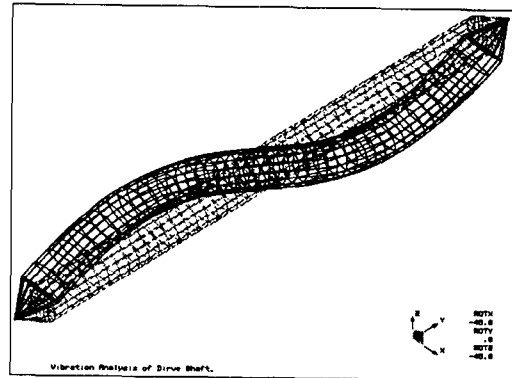


Fig. 4. 2nd Mode Eigen Vibrational Shape of Composite Shaft

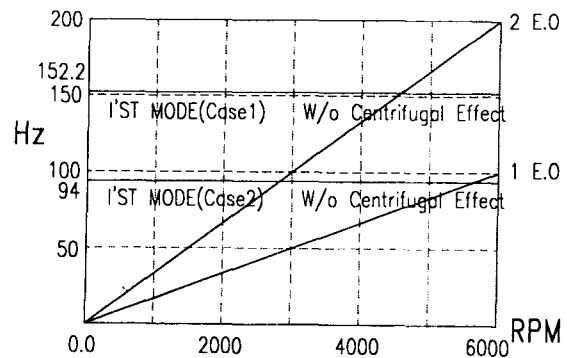


Fig. 5. Campbell Diagram of Composite Propeller Shaft

Table. 5는 위와 같은 방법으로 해석된 Case 1 과 Case 2에 대한 1차 고유진동수를 보이고 있으며, Fig. 3은 1차 진동모드 형상을, Fig. 4는 2차 진동모드 형상을 각각 보이고 있다. 그리고 Fig. 5는 Campbell선도로서 운용범위(800-4,900 RPM) 내에서 추진축의 고유진동수가 1st E.O.에서는 만나는 부분이 없으나 2nd E.O.에서는 Case 1과 Case 2가 모두 만나고 있으며 따라서 공진이 예상된다.

3.5 원심효과를 고려한 비선형 해석

선형해석에서는 추진축의 강성을 일정하다고 가정하고 고유진동수를 예측하였지만 회전하고 있는 경우는 회전수에 따라 원심효과에 의하여 추진축의 강성이 변화되므로 선형적으로 구한 고유진동수는 증가하게 된다.^{16),17),18)}

본 연구에서는 Total and Updated Lagrangian 방법을 적용하여 원심효과를 고려한 비선형 해석을 수행하였다.^{15),20)}

선형증분에 대한 변형-변위 관계식은 Total and Updated Lagrangian Equation을 사용한다. 일반적인 위치에 대한 Green-Lagrange 변형도 텐서 E를 도입하면 (24)식과 같고 증분 변형도 텐서 $\Delta({}^t_0E)$ 는 (25)식과 같으며,

$${}^t_0E = \frac{1}{2} [{}^o\nabla({}^t_0u)^T + ({}^o\nabla({}^t_0u)^T)^T + ({}^o\nabla({}^t_0u)^T)({}^o\nabla({}^t_0u)^T)^T] \quad (24)$$

$$\Delta({}^t_0E) = \Delta({}^t_0E)_{Linear} + \Delta({}^t_0E)_{Nonlinear} \quad (25)$$

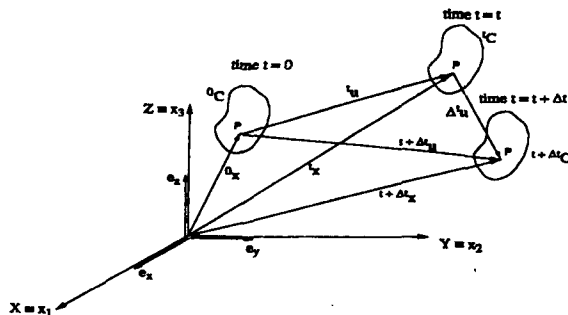


Fig. 6. Coordinates for Total and Updated Lagrangian Formulation

Total Lagrangian Equation 정식화를 위해 가정된 변위 형상 함수는 (26)식과 같이 표현되며,

$${}^t_0u_i(x) = \sum_{k=1}^n N_k({}^0x) {}^t_0\bar{u}_i^k \quad (26)$$

$$\Delta({}^t_0u_i(x)) = \sum_{k=1}^n N_k({}^0x) \Delta({}^t_0\bar{u}_i^k)$$

전체 Lagrangian 식은 다음과 같이 나타난다.

$$({}^t_0K^{(1)} + {}^t_0K^{(2)} + {}^t_0K^{(3)} + {}^t_0K^{(4)}) \Delta({}^t_0u^{(i)}) = {}^{t+\Delta t}p - {}^{t+\Delta t}f^{(i-1)} \quad (33)$$

여기서 ${}^t_0K^{(1)}$: 미소변위 강성행렬

${}^t_0K^{(2)}$: 초기응력 또는 기하학적강성행렬

${}^t_0K^{(3)}$: 초기변위 또는 변위행렬

${}^t_0K^{(4)}$: 비대칭 초기 하중수정행렬

$\Delta({}^t_0u^{(i)})$: 증분 절점 변위 벡터

${}^{t+\Delta t}p$: 하중벡터

${}^{t+\Delta t}f^{(i-1)}$: 물체 하중벡터

윗 식으로부터 비선형 변위를 구할 수 있고 이로부터 추진축의 비선형 응력을 구할 수 있다.

회전수에 따라 변화하는 강성행렬을 구하기 위해 1,000 RPM간격으로 회전수를 구분하고, 하중조건으로는 각 구간에서의 회전속도를 원심하중으로 작용시킨 후 정적해석을 수행하여 강성행렬 값들을 구하고 이로부터 각각의 회전수에 대한 고유진동수를 구하였다.

그 결과는 Table. 6과 같으며 전 절의 원심효과를 고려하지 않은 고유진동수와의 달리 Case 1은 고유진동수가 5,000RPM에서 최고 177.6Hz 그리고 Case 2는 최고 111.3Hz까지 도달하였다.

Fig. 7은 1,000 RPM에서의 고유진동수와 1차 모드 형상을 보이고 있다. Fig. 8은 원심효과를 고려한 고유진동수 해석결과에 의한 Campbell선도로서 운용구간(800-4,900 RPM) 내에서는 1st E.O.에서 공진부분이 없으며 2nd E.O.의 경우에 Case 1은 운용범위 밖에 그리고 Case 2는 약간 뒤쪽으로

Table. 6. Natural Freq. in Centrifugal Effect Analysis

Model	Eigenvalue (Hz, RPM)				
	1000	2000	3000	4000	5000
Case 1 L=1,263mm (7.8Kg)	154.2	158.6	164.0	170.6	177.6
Case 2 L=1,738mm (8.7Kg)	94.5	97.2	100.9	105.7	111.3

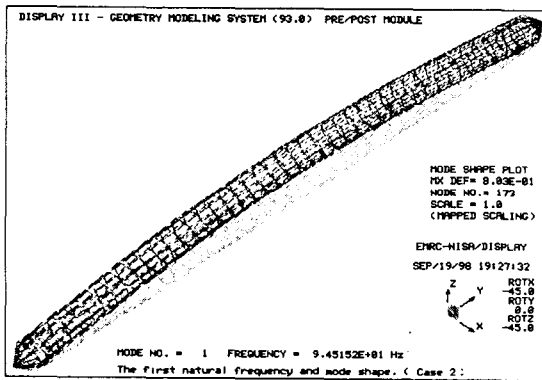


Fig. 7. 11th Mode Eigen Vibrational Shape of Composite Shaft by Nonlinear Analysis Considered Centrifugal Effects

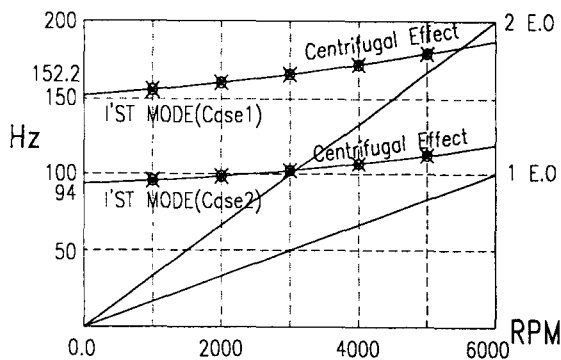


Fig. 8. Campbell Diagram of Composite Propeller Shaft

낮춰짐을 알 수가 있다. 또한 회전수의 증가에 따라서 원심력에 의한 Stiffening 효과로 인하여 고유진

동수가 확연히 증가함을 알 수가 있다.

4. 복합재료 추진축의 진동실험

4.1 실험의 개요

수송기계용 추진축은 동력원으로부터 동력을 전달하는 중요한 역할을 담당한다. 만일 추진축이 운용 범위 내에서 공진이 발생한다면 소음 문제와 함께 파손의 위험까지도 있으므로 전장에서 해석된 진동 특성 등의 결과에 대한 신뢰성 확보는 중요한 문제이다. 따라서 본 연구에서는 두가지의 실험을 통하여 추진축의 운용범위에서의 공진발생 여부를 검토하였다. 이외에 추진축에 대한 성능실험으로 비틀림 강도실험, 피로수명에 대한 실험, 여러 가지 주변환경등에 대한 환경실험, 마모실험등이 있으며 이에 대한 실험은 추후에 수행할 예정이다.

본 논문에서의 첫 번째 실험에서는 추진축을 회전 시험장치에 장착시키고 정지상태에서의 고유진동수를 측정하였고 두 번째 실험에서는 추진축을 회전 시험장치에 장착한 후 회전수를 증가시킬 때 나타나는 공진회전수를 측정하였다. 실험에 사용된 복합재료 추진축은 유한요소 해석시 사용하였던 것과 동일한 것을 사용하였다. Fig. 9는 실험에 사용된 복합재료 추진축의 전체 모습이며 Fig. 10은 복합재료 튜브와 스플라인 쪽 금속재 조인트 부분의 접합부 확대 모습이다.

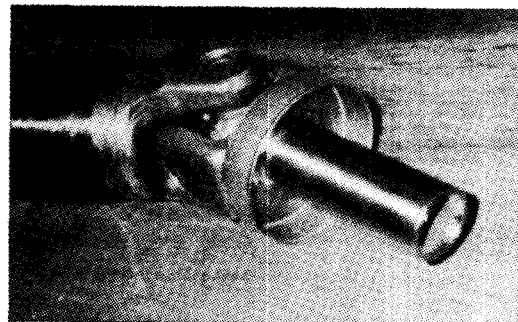


Fig. 9. Universal Joint and Spline of Composite Propeller Shaft

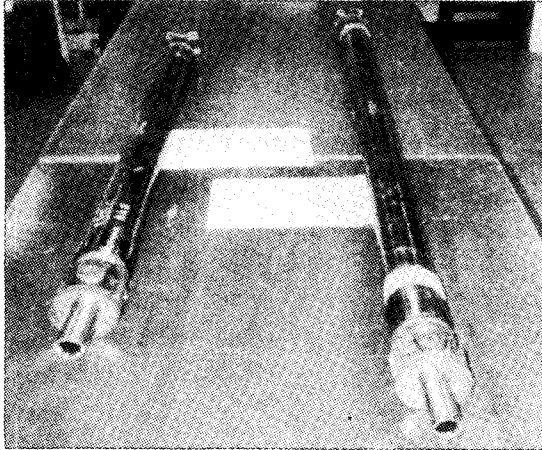


Fig. 10. Composite(Carbon/Epoxy) Propeller Shaft

4.2 정적 고유진동수 측정실험

복합재료 추진축의 정적 고유진동수의 측정에는 Fig. 11과 같은 Rion사의 충격망치(Impact Hammer, PH-51), 가속도계(Accelometer, PV-95), 증폭기(Amplifier, VP-38) 그리고 FFT해석기(Sound and Vibration Signal Analyzer, SA-74)등을 사용하여 실험하였다. 실험 절차는 추진축을 회전시험 장치에 장착시킨 후 추진축의 중앙에서 약간 떨어진 위치에 가속도계를 부착시키고

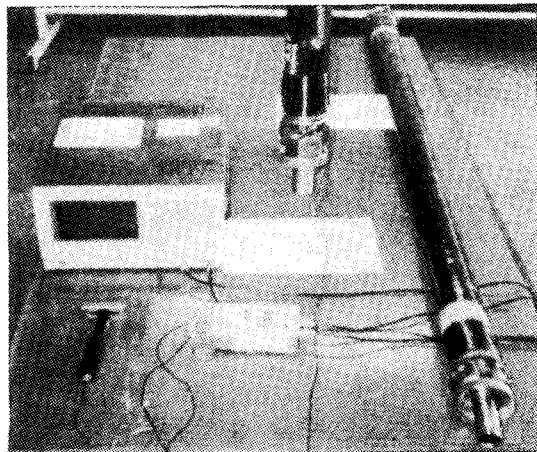


Fig. 11. Natural Vibration Test Set-up

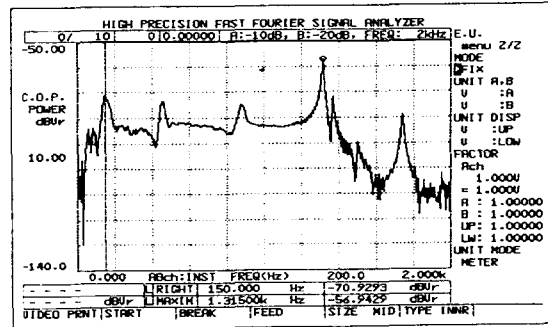


Fig. 12. Transfer Function of Case 1 Shaft by FFT (Natural Frequency = 150Hz)

Table 7. Experimental Result of The First Natural Frequency by Impact Hammer and FFT Analyzer.

Model	Ply(Kg)	Natural Frequency (Hz)		Error
		Anaysis	FFT Test	
Case 1 L=1,263mm	4 (7.8)	152.2	150.0	1.5%
Case 2 l=1,738mm	4 (8.7)	94.0	91.5	2.7%

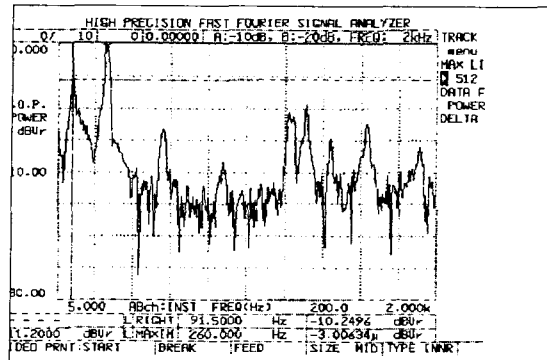


Fig. 13. Transfer Function of Case 2 Shaft by FFT (Natural Frequency = 91.5Hz)

충격망치로 추진축을 가진하면 가속도계에서 신호를 받아 증폭기로 보내게 된다. 증폭된 신호는 다시 FFT해석기로 보내지고 FFT해석기에서 바로 Fig. 12와 같은 결과를 얻을 수 있다. 얻어진 결과는 Table. 7에 정리하였다.

4.3 원심효과를 고려한 고유진동수 측정실험

원심효과를 고려한 고유진동수를 찾기 위한 고속 회전 실험장치는 Fig. 14, Fig. 15와 같이 모터, 속도조절기, 타임벨트 및 풀리, 베어링 등의 기계 장치와 마이크로폰, 타코메타, 소음해석기 등의 측정장비 등으로 구성하였다.

모터는 220V, 1.5kw(2HP)용량, 0~1500 rpm, 3상 가변속도 유도전동식 교류모터를 사용하였고, 추진축 풀리와 모터 풀리의 직경비는 4:1로서 미끄러짐을 방지하기 위해 타임벨트를 사용하였으며, 전원과 모터사이에 3.3kw용량의 Frequency Converter방식의 속도 조절기를 사용하여 풀리비(4:1)에 의해 추진축의 회전속도를 0 ~6,000 RPM 까지 조절되도록 설계하였다.

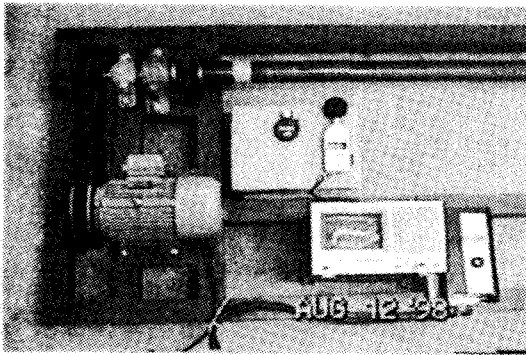


Fig. 14. Experimental Equipment for Driving Propeller Shaft

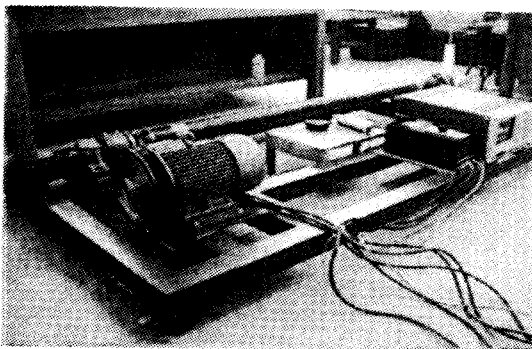


Fig. 15. Experimental Equipment for Driving Propeller Shaft

회전속도 측정에는 Rion사의 Digital Tachometer, 소음 측정에는 Rion사의 마이크로폰과 Sound Level Meter 그리고 소음 해석기로는 Sound and Vibration Signal Analyzer SA-74B를 사용하였다.

실험은 회전수를 증가하면서 음압을 측정하는 방식으로 진행되었다. 마이크로폰은 추진축으로부터 50mm이내(반파장)로 위치시키고 삼각대를 이용하여 소음원과 측정면을 일정하게 유지시켰다. 회전속도를 500 RPM씩 증가시키면서 음압을 측정하였고, 특히 음압이 큰 영역인 2,500~3,000 RPM에서는 100 RPM 마다 측정을 하였다. 측정범위는 예상치 못한 풀리 무게의 증가등으로 인하여 설계된 최고 회전속도보다 다소 적은 5,000RPM까지 측정을 하였다.

음압의 측정결과는 Case 2 추진축의 경우 전장의 해석에서 예상했던 값보다 약간 더 높은 값인 약 3100RPM (103Hz)에서 최대가 되어 첫 번째 회전 중 고유진동수를 확인하였으며, 이에 대한 결과는 Fig. 16과 같다.

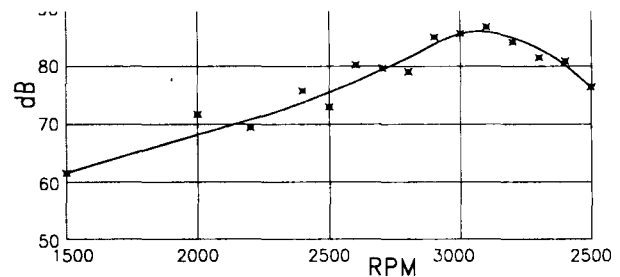


Fig. 16. Sound Pressure Level due to The Rotational Speed of Case 2 Propeller shaft

5. 수치해석 결과와 실험결과의 비교

Table. 8은 정지상태의 고유진동수를 실험을 하여 구한값과 유한요소해석을 통하여 구한값을 비교한 것이다. Case 1과 Case 2가 각각 152.2Hz와 94.0Hz이며 충격망치에 의한 고유진동수 측정값은 각각 150.0Hz와 91.5Hz로 얻어졌으며 이 값들은 모두 약 3% 이내의 오차를 보였다. 이로써 원심효과를 고려하지 않은 정적 고유진동수 해석은 실험값

Table. 8. Experimental Results of The First Natural Frequency

Model	Ply(Kg)	Natural Frequency (Hz)		Error
		Anaysis	FFT Test	
Case 1 L=1,263mm	4 (7.8)	152.2	150.0	1.5%
Case 2 l=1,738mm	4 (8.7)	94.0	91.5	2.7%

Table. 9. Comparison of Natural Frequency with Centrifugal and without Centrifugal Effect Analysis

Model	Case of analysis					
	Eigenvalue (w/o Centrifugal Effect) (Hz)	Eigenvalue (Centrifugal Effect) (Hz, RPM)				
		1000	2000	3000	4000	5000
Case 1 L=1,263mm (7.8Kg)	152.2	154.2	158.6	164.0	170.6	177.6
Case 2 L=1,738mm (8.7Kg)	94.0	94.5	97.2	100.9	105.7	111.3

Table. 10. Comparison of Results

Model	Natural Frequency (Hz)			Centrifugal Effect
	Analysis	FFT Test	Rotational Test	
Case 1 L=1,263mm	165	150.0	-	-
Case 2 l=1,738mm	101	91.5	103 (3,100RPM)	12.6%

과 잘 일치한다고 볼 수 있으며 수치해석값을 신뢰할 수 있음을 알 수가 있었다.

Table. 9는 정지상태에서와 회전을 고려한 상태에서의 유한요소해석 결과를 비교한 것이다. Case 1의 경우에 원심효과를 고려하지 않을 때 보다 원심

효과를 고려한 고유진동수는 152.2Hz에서 177.6로 최고 16.7% 증가하였으며 Case 2의 경우는 94.0Hz에서 111.3Hz로 최고 18.4%증가하였다. 이것은 제2장에서 언급했던 것처럼 고유진동수가 높으면 추진축의 임계속도도 역시 높아지므로 최적의 추진축 길이를 설계하기 위해서는 원심효과를 고려한 비선형해석이 설계단계에서 필요함을 알 수 있었다.

Table. 10은 정지상태에서 측정한 고유진동수와 해석과 실험을 통해 구한 회전상태에서의 고유진동수를 비교한 것이다. 복합재료 추진축 Case 2의 경우에 고속 회전 시험장치에서 측정한 고유진동수 103Hz(약 3100 RPM)는 추진축의 정지상태에서 얻은 고유진동수 실험값 91.5 Hz보다 약 12.6%가 증가하여 원심력에 의한 Stiffening 효과를 실험으로써 확인할 수 있었다. Case 1의 경우는 고속 회전 시험장치의 회전속도가 설계된 속도(6,000 RPM)에 못미치는 관계로 공진되는 회전수를 정확히 알수가 없었으며 원심효과를 고려한 비선형 해석값을 참고로 하면 공진이 예상되는 회전수는 운용범위 내에서 발생하지 않을 것으로 보여진다.

그러나 유한 요소 해석에 의한 고유진동수는 원심효과를 고려할 때 최고 18.4% 증가하였으나 실험에서는 이에 못미침을 알 수가 있었고 이것은 유한 요소 해석에서의 모델링의 정확도 등과 함께 복합재료 추진축의 제조공정, 물성치, 실험환경 등의 부정확성에서 기인된다고 예측할 수가 있다.

원심효과를 고려한 해석값은 회전수에 따라서 점차 증가하여 약 3,100 RPM에서 101Hz이며 Table. 9의 실험결과와 Fig. 16 그리고 Fig. 17의 Campbell선도로부터 고속 회전중인 복합재료 추진축 Case 2의 경우, 운용회전속도의 2배되는 가진수(2 E.O)에서는 정적인 상태에서의 해석(94Hz)이나 실험값(91.35Hz)보다도 고속 회전 실험에서 얻은 고유진동수값은 약 103Hz(3,100 PRM)로서 약 2% 이내로 원심효과를 고려한 비선형 해석결과와 잘 일치함을 알 수가 있었다. Campbell선도(Fig. 17)에서 보는 바와 같이 해석대상인 Case 1은 원심효과를 고려한 해석값에서는 운용범위 내에서 공진이 없으나 Case 2는 모든 경우에 공진 문제가 있음을 알 수 있어 설계개선이 이루어져야 함을 알 수 있다. 또한 이상의 결과로부터 굽힘 진동 안정성 문제

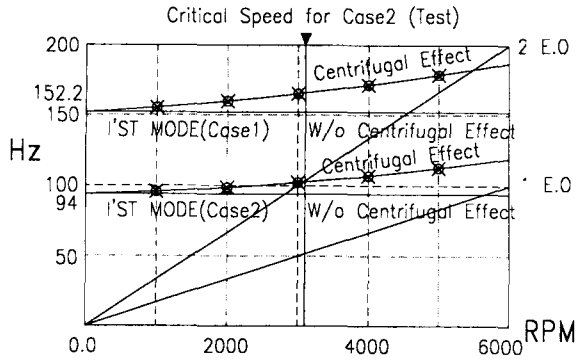


Fig. 17. Campbell Diagram of Composite Propeller Shaft (Centrifugal and W/O Centrifugal Effect)

만을 본다면 원심효과를 고려한 해석이 복합재료 추진축의 임계속도의 상승을 가져오므로 축의 길이를 원심효과를 고려하지 않은 계산시보다 약간 더 크게 할 수 있는 잇점이 있음을 알 수 있다.

6. 결 론

원심효과를 고려하지 않은 해석과 원심효과를 고려한 해석 그리고 축회전 실험에서 얻은 고유진동수로부터 필라멘트 와인딩 공법을 사용한 수송기계용 복합재료 추진축의 굽힘 진동안정성 문제에 대해서 다음과 같은 결론을 제시할 수가 있었다.

- 1) 탄소섬유 필라멘트 와인딩 공법에 의한 추진축을 제작함에 있어 비틀림 강도와 진동특성을 동시에 고려한 최적화된 설계절차를 제시하였다.
- 2) 응력해석과 재료의 피로특성을 고려한 피로수명 예측에서도 일반 운용 하중상태에 대해서 약 10년 정도의 수명을 제시할 수 있었다.
- 3) 원심효과로 인하여 회전중 추진축의 고유진동수는 증가함을 알 수 있다. 따라서 원심효과를 고려한 해석이 반드시 수행되어야 함을 알 수 있었다.
- 4) 굽힘 진동 안정성 문제만을 본다면 원심효과를 고려한 해석이 복합재료 추진축의 임계속도의 상승을 가져오므로 축의 길이를 더 크게 할 수 있음을 알 수 있었다.

5) 추진축 Case2에서의 문제점(공진)은 적층각, 두께, 물성치 변경등의 설계 개선이 이루어져야 한다.

앞으로 고려되어야 할 사항은 비틀림강도에 대한 실험적인 검증과 피로수명에 대한 시험 그리고 결합 부위의 강도 시험등이 있다.

참 고 문 헌

1. V.A.W. Hiller "Fundamentals of Motor Vehicle Technology" Stanley Thornes Publishers, 1994.
2. H.Nevzat Ozguven and Z.Levent Ozkan "Whirling Speeds and Unbalance Response of Multibearing Rotors Using Finite Elements" Transactions of the ASME Vol. 106, January 1984.
3. 전의진, 이대길 "항공기용 Transmission Shaft의 개발(Ⅲ)" 한국기계연구소, 한국과학기술원 1991. 8.
4. 조덕현 "금속과 복합재료를 사용한 자동차용 일체형 드라이브샤프트의 설계와 제작에 관한 연구" 한국과학기술원 석사학위 논문, 1996.
5. 공창덕 "자동차용 탄소/에폭시 복합재료 추진축의 진동특성에 관한 연구" 한국항공우주학회지, 제26권, 제4호, 1998.
6. Oliver A. Bauchau "Optimal Design of High Speed Rotating Graphite/Epoxy Shaft" Journal of Composite Materials, Vol. 17, March 1983.
7. Oliver A. Bauchau "Measurements of the Ultimate Torsional Strength of Graphite/Epoxy Tube", To Appear in J. of Composite Materials.
8. Reugg C. and Habermeir J. "Composite Propeller Shafts Design and Optimization", Advances in Composites Materials, ICCM3, 3rd International Conference on Composite Materials, Vol. 2, pp1740~1755, France, 1980.

9. J. Reimpell and H. Stoll "The Automotive Chassis; Engineering Principles" SAE., 1996.
10. 전의진 외 "항공기용 복합재료 Transmission Shaft 개발", Pro. of KIMM Symposium '90 on Advanced Materials and Processing for Aircraft, pp.1~11, 1990.
11. Lim, J. W. and Darlow, M. S. "Optimal Design of Composite Power Transmission Shafting", Proceedings of the International Conference on Rotorcraft Basic Research, N.C., Feb. 1985.
12. D. R. Sidwell, M. Fisk and D. Oeser, "Composite Driveshafts, Dream or Reality," New Composite Materials and Technology.
13. Hyundai "A-1 4WD Propeller Shaft Alteration and Noise Measurement" Test Report LNVA1-97038, 1997.
14. Rosen A. and O. Rand, "Numerical Model of the Nonlinear Behavior of Curved Rods", Computers & Structures, Vol 22, No. 5, pp. 785~799, 1986.
15. EMRC, "NISA II User's Manual", Version 5.2, 1992.
16. 김기범, "셀-스파-폼 구조를 갖는 탄소/에폭시 복합재료 프로펠러 블레이드의 구조거동에 대한 해석 및 실험적 연구", 조선대학교 석사학위 논문, 1997.
17. ANC-9 BULLETIN, "Aircraft Propeller Handbook", 1st Ed, September, 1956.
18. E. Ressiner, "Vibrational Consideration For Elastic Beams and Shells", Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineering, pp. 23~57, 1962.
19. Alwar R. S. and Naaraja, Y. r., "Viscoelastic Analysis of an Adhesive Turbula Lap Joint", Journal of Adesion, Vol. 8, pp. 79-82(1976)
20. Klaus-Jurgen Bathe, "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hill, 1982
21. 최창근, "유한요소해석", 집문당, 1992