

다중포트 기억 상호연결 네트워크 구조를 하는 다중프로세서 시스템의 베이지안 신뢰도 추정

조 옥 래*

Bayesian Reliability Estimation for the Multi-Processor Systems with Multiport Memory Interconnection Networks Structure

Ok-Lae Cho*

요 약

다중프로세서 시스템의 상호연결 네트워크는 주로 다중버스 구조, 십자막대 스위치 구조 또는 다중포트 접속 기억구조로 연결되고 있는데, 본 연구에서는 다중포트 접속 기억구조를 하는 다중프로세서 시스템 상에서 정상적으로 전체 시스템과 다중처리 시스템이 작동할 확률인 시스템 신뢰도와 다중처리 시스템 신뢰도를 추정하는 방법으로서, 미리 알려진 사전정보를 이용하여 좀더 정확하고 유효성이 뛰어난 신뢰도 추정량을 구하는 베이지안 방법을 제안한다.

Abstract

In this paper, we propose a Bayesian method estimating system reliability which is more effective and precise than conventional methods using prior information. This technique estimates system reliabilities that an entire system and multiprocessing system is normally working in multiprocessor system and multiple port connected memory architecture. The reason is why internetwork with multiprocessor system is mainly connected as multiple bus structure, crossbar switching structure and multiport connected memory structure.

* 동명대학 전자계산과 부교수

** 본 논문은 1997년도 동명대학 학술연구 조성비로 연구되었음.

논문접수: 98. 12. 28. 심사완료: 99. 1. 30.

I. 서론

여러 개의 프로세서들과 기억모듈들로서 구성된 병렬 컴퓨터(parallel computer)에서 프로세서(processor)간 또는 프로세서들과 기억모듈들(memory modules) 사이를 연결하는 네트워크를 상호연결 네트워크(Interconnection Network : IN)이라고 한다. 이 IN을 중심으로 프로세서들과 기억장치들이 그림 1.a와 같은 구성 형태이면 이완 결합된 다중 컴퓨터 시스템(loosely coupled multi computer system)이라고 하고 그림 1.b와 같은 구성 형태를 밀착 결합된 다중프로세서 시스템(tightly coupled multiprocessor system)이라고 한다.

이들 다중프로세서 시스템(multiprocessor system : MPS)은 IN에서 몇 가지 상호연결 구조를 통하여 다중

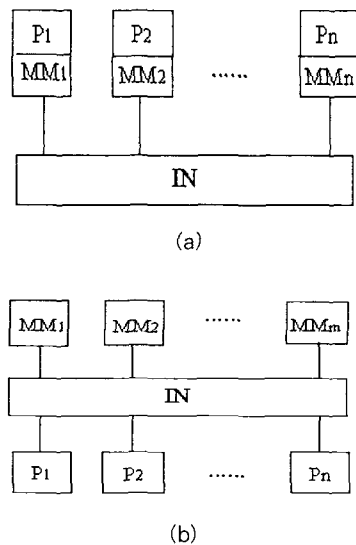


그림 1. 이완 결합 및 밀착 결합된 다중프로세서 시스템들

기억모듈들과 I/O 채널들을 공유하는 여러 개의

프로세서들로 구성되어 있다. 즉, MPS에 있어서 하드웨어 자원은 세 가지로 분류된다.

- ① 프로세서들 : 중앙처리기(Central Processors), 입출력 처리기(I/O Processors), 부속 처리기(Attached Processors)
- ② 기억모듈들 : 주기억장치, 보조기억장치
- ③ 상호연결 네트워크 : 버스 구조, 십자막대 스위치 구조, 또는 다중포트 접속 기억구조

MPS는 보통의 단일 프로세서 시스템들에 비해서 더 높은 시스템 처리 능력 및 응용 유연성과 보다 나은 신뢰성 및 이용가능성을 제공한다. 그리고 이 MPS에 있어서 성능을 증가시키고 신뢰도를 향상시키는 문제가 중요한 관심사항이다.

Cherkassky등은 MPS의 그래프이론 모형상에서 신뢰도 분석을 다중 스테이지 상호연결 네트워크에서 십자 막대 스위치들(crossbar switches)의 상호연결 구조를 사용하여 수행하였고[1], Hwang등은 MPS의 세 가지의 상호연결 네트워크 구조의 조합적인 신뢰도 분석에 관해서 연구하였다[2]. 그리고 Das등은 다중 버스 구조로 상호연결된 다중프로세서들의 대역폭 이용가능도에 관해서 성능 분석과 모형화에 관한 연구를 수행하였고[3] 또한 Das, Bhuyan 및 Sarma는 다중프로세서 시스템상에서 종속성과 성능에 따른 보수 유지의 효과를 다양하게 분석하였다[4]. Colbourn등은 다중 스테이지 상호연결 네트워크들에 관한 신뢰도를 평가하는 방법을 제안하였다[5]. 또한 Park등은 다중버스 상호연결 접속구조를 하는 멀티 프로세서 시스템의 시스템 신뢰도와 다중처리 시스템 신뢰도를 사전 경험 정보를 활용하는 베이지안 접근 방법에 의해서 추정하고 TANDEM/16 시스템에서 그 적용사례를 보였다[6].

본 연구에서는 MIMD모드에서 다중접속 기억구조를 하는 MPS상에서 정상적으로 시스템이 작동할 확률인 시스템 신뢰도와 적어도 두개의 명령 스트림이 사용되어 정상적인 다중처리 기능을 수행할 확률인 다중처리 시스템 신뢰도를 미리 알려진 사전경험 정보를 이용하여 좀더 정확하고 유효성이 뛰어난 신뢰도 추정량을 구하는 베이지안 방법을 사용하여 추정하고 PDP-10 (Model KL-10) 시스템에서 적용한 사례를

보였다.

II. 상호연결 구조가 다중포트 기억구조를 하는 MPS

다중포트 기억 상호연결 구조(Multiport Memory Interconnection Network structure)는 다른 구조와 같이 결함(faults)이 발생하는 경우에 프로세서와 기억장치 사이에 대체 경로를 존재시키는 면에서 결함을 허용하며 또한 쉽게 구성할 수 있는 장점을 가진다. 그리고 그림 2에서처럼 n개의 프로세서와 다중포트를 가지는 m개의 기억모듈들로 구성되어 있다.

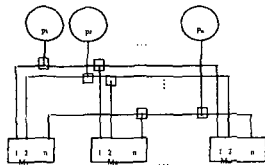


그림 2. 다중포트 접속 기억구조를 하는 MPS

또한 이 다중포트 접속 기억구조를 하는 MPS를 그래프로 표현하면 그림 3과 같이 된다. 이 MPS에서의 물리적인 성분들은 정점들(Vertices)로 나타내고, 이 정점들에서 모든 성분 신뢰도들(component reliabilities)이 표현되어지며 정점의 사상들은 통계적으로 독립이라고 가정되어진다. 또한 정점들 사이의 연결선들(edges)은 내부 구성 관계를 나타낸다.

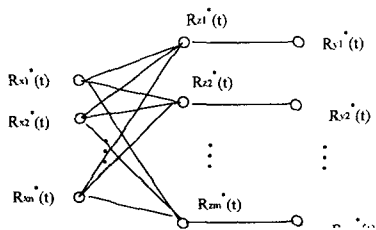


그림 3. 다중접속 기억구조를 하는 MPS의 그래프 표현
따라서 다음의 가정을 통하여 이 다중접속 기억구조의 MPS에서 MIMD (Multiple Instruction streams and Multiple Data streams) 모드상의 프로세서, 다중포트를 가지는 기억모듈들에 대한 성분 신뢰도를 베이지안 접근에 의해서 구할 수 있다.

[가정1] x_i 는 i 번째 프로세서가 고장이 났을 때의 고장시간(failure time)이며 독립적으로 동일한 분포 (independently identical distributed)로서 지수 분포를 따른다. 즉,

$$f(x) | \lambda x = \lambda x \exp(-\lambda x), \lambda x > 0 \dots\dots\dots (1)$$

[가정2] y_j 는 j 번째 기억모듈이 고장이 났을 때의 고장시간이며 역시 독립적으로 동일한 지수분포를 따른다. 즉,

$$f(y) | \lambda y = \lambda y \exp(-\lambda y), \lambda y > 0 \dots\dots\dots (2)$$

[가정3] z_k 는 k 번째 다중포트가 고장이 났을 때의 고장시간이며 독립적으로 동일한 지수분포를 따른다. 즉,

$$f(z) | \lambda z = \lambda z \exp(-\lambda z), \lambda z > 0 \dots\dots\dots (3)$$

따라서 $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ 는 제각각 프로세서, 기억 모듈, 다중포트의 고장율들(failure rates)이며 $R_x(t), R_y(t), R_z(t)$ 는 주어진 시간 t 까지의 성분 신뢰도로서 제각각 정상적인 기능으로 사용될 확률이다. 따라서,

$$R_x(t) = \exp(-\lambda_x t), \dots\dots\dots (4)$$

$$R_y(t) = \exp(-\lambda_y t), \dots\dots\dots (5)$$

$$R_z(t) = \exp(-\lambda_z t), \dots\dots\dots (6)$$

이다. 단 $t > 0$.

III. MPS의 각 성분 신뢰도들을 구하기 위한 베이지안 접근

베이지안 시스템 신뢰도를 추정하고 분석하는 문제에 대한 근본적인 도구는 베이즈 정리이다. 베이즈 정리를 간단하게 표현하면 다음과 같은 구조를 갖는다.

사후정보 = 사전정보 * 우도함수 / 주변분포
 \propto 사전정보 * 우도함수 (7)

여기에서 우도함수(Likelihood function)는 테스트 데이터들의 결합 확률밀도함수이고, 사전정보(Prior information)는 시스템 신뢰도의 모수들에 관한 가정된 또는 알려진 모든 정보를 나타내며, 사후정보(Posterior information)는 측정된 표본 테스트 데이터를 이용하여 사전정보에 의해서 표현된 사전지식을 의미한다.

따라서 프로세서, 기억모듈, 다중포트에 대한 측정된 고장시간들의 표본을 각각

$$\begin{aligned} x &= \{x_1, x_2, \dots, x_u\}, u \leq n, \\ y &= \{y_1, y_2, \dots, y_v\}, v \leq m, \\ z &= \{z_1, z_2, \dots, z_w\}, w \leq m. \end{aligned}$$

와 같이 나타내면 다음과 같은 우도함수들을 구할 수 있다.

$$L(\lambda_x | x) = \lambda_x^u \exp(-\lambda_x \sum_{i=1}^u x_i), \dots\dots\dots (8)$$

$$L(\lambda_y | y) = \lambda_y^v \exp(-\lambda_y \sum_{j=1}^v y_j), \dots\dots\dots (9)$$

$$L(\lambda_z | z) = \lambda_z^w \exp(-\lambda_z \sum_{k=1}^w z_k), \dots\dots\dots (10)$$

그리고 프로세서, 기억모듈, 다중포트들의 고장율 $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ 에 대한 사전정보들은 제각각 Jeffreys 사전분포들로서 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$g(\lambda_x) \propto 1/\lambda_x^a, 0 \leq a \leq u, \dots\dots\dots (11)$$

$$g(\lambda_y) \propto 1/\lambda_y^b, 0 \leq b \leq v, \dots\dots\dots (12)$$

$$g(\lambda_z) \propto 1/\lambda_z^c, 0 \leq c \leq w, \dots\dots\dots (13)$$

단 $a, b, c > 0$.

따라서 각각의 고장율들에 대한 사후분포들은 (8), (9), (10)의 우도함수들과 (11), (12), (13)의 사전정보들을 이용하여 계산하면,

$$\begin{aligned} h(\lambda_x | x) &= \frac{\lambda_x^{u-a} \exp(-\lambda_x \sum_{i=1}^u x_i)}{\int_0^\infty \lambda_x^{u-a} \exp(-\lambda_x \sum_{i=1}^u x_i) d\lambda_x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\lambda_x^{u-a} \exp(-\lambda_x \sum_{i=1}^u x_i)}{T(u-a+1) / (\sum_{i=1}^u x_i)^{u-a+1}} \\ &= \frac{(\sum_{i=1}^u x_i)^{u-a+1}}{T(u-a+1)} \lambda_x^{u-a} \exp(-\lambda_x \sum_{i=1}^u x_i), \end{aligned} \dots\dots\dots (14)$$

이때 같은 방법으로,

$$\begin{aligned} h(\lambda_y | y) &= \frac{(\sum_{j=1}^v y_j)^{v-b+1}}{T(v-b+1)} \lambda_y^{v-b} \exp(-\lambda_y \sum_{j=1}^v y_j), \end{aligned} \dots\dots\dots (15)$$

$$\begin{aligned} h(\lambda_z | z) &= \frac{(\sum_{k=1}^w z_k)^{w-c+1}}{T(w-c+1)} \lambda_z^{w-c} \exp(-\lambda_z \sum_{k=1}^w z_k). \end{aligned} \dots\dots\dots (16)$$

와 같이 구할 수 있다.

한편 프로세서, 기억모듈, 다중포트들에 대한 성분 신뢰도들의 베이저 추정량들은 (14), (15), (16)의 사후분포들을 사용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} R_x^*(t) &= E [R_x(t) | x] \\ &= \int_0^\infty \exp(-\lambda_x t) h(-\lambda_x | x) d\lambda_x \\ &= \frac{(\sum_{i=1}^u x_i)^{u-a+1}}{T(u-a+1)} \\ &\quad \cdot \int_0^\infty \lambda_x^{u-a} \exp[-\lambda_x(t + \sum_{i=1}^u x_i)] d\lambda_x \\ &= \left(\frac{1}{t/\sum x_i + 1} \right)^{u-a+1}, \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_y^*(t) &= E [R_y(t) | y] \\ &= \left(\frac{1}{t/\sum y_j + 1} \right)^{v-b+1}, \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_z^*(t) &= E [R_z(t) | z] \\ &= \left(\frac{1}{t/\sum z_k + 1} \right)^{w-c+1}, \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

$$\text{단 } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^u x_i}{u}, \bar{y} = \frac{\sum_{j=1}^v y_j}{v}, \bar{z} = \frac{\sum_{k=1}^w z_k}{w} \text{ 이다.}$$

이와 같이 베이지안 방법에 의해서 추정된 MPS의 프로세서, 기억모듈, 다중포트들에 대한 성분 신뢰도들의 값을 그림 3의 각 성분 신뢰도의 값으로 사용하여 시스템 신뢰도와 다중처리 시스템 신뢰도를 계산할 수 있다.

IV. MPS에 대한 시스템 신뢰도와 다중처리 시스템 신뢰도의 계산

n개의 프로세서와 m개의 기억모듈과 다중 접속 기억 연결구조로서 m개의 다중포트로 구성된 MPS에서 프로세서나 기억모듈 또는 버스중의 어느 한 자원에 대하여 a-out-of-n:G 시스템은 n개의 성분들 중에서 적어도 a개가 기능을 수행하여 그 자원 시스템이 정상적인 작동을 하는 시스템을 의미한다. 그리고 사상 Event(α, β)는 MIMD 모드에서 α-out-of-n:G 프로세서 시스템과 β-out-of-m:G 메모리모듈 시스템의 조합기능을 의미한다.

따라서 MIMD 모드에서 MPS의 시스템 신뢰도(system reliability)는

$$R_{sys}(t) = \Pr\{\text{Event}(1,1)\}, t>0, \dots\dots\dots(20)$$

로 표현된다. 또한 MIMD 모드에서 적어도 두개의 명령스트림(Instruction Streams)을 사용하는 MPS의 다중처리 시스템 신뢰도(Multi-processing System Reliability)는

$$R_{multi}(t) = \Pr\{\text{Event}(2,1)\}, t>0, \dots\dots\dots(21)$$

로서 표현되어질 수 있다.

그림 3의 MPS에서 프로세서와 기억모듈을 다중포트로 상호연결하는 구조를 갖는 데이터 흐름 패스(Data Flow Path)들을 하나씩 열거함으로써, 1-out-of-n: G 프로세서들과 1-out-of-m: G 기억모듈들을 n개의 멀티포트로 연결하는 MPS의 시스템

신뢰도는 식 (20)에 따라 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R_{sys}(t) = \Pr\{\text{Event}(1,1)\} \\ = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m Q(n,i,R_x^*(t)) \cdot Q(m,j,R_y^*(t)R_z^*(t)) \\ \dots\dots\dots(22)$$

여기에서 Q(n, i, R(t))는 n개의 성분 중에서 꼭 i개가 성공적으로 정상기능을 가질 이항확률로서 즉,

$$Q(n,i,R(t)) = \binom{n}{i} R(t)^i (1-R(t))^{n-i} \dots\dots(23)$$

이며 R(t)는 성분 신뢰도이다.

그리고

$$Q(n,i,R_x^*(t)) \cdot Q(m,j,R_y^*(t)R_z^*(t)) \\ = \binom{n}{i} R_x^*(t)^i (1-R_x^*(t))^{n-i} \cdot$$

$$\binom{m}{j} [R_y^*(t)R_z^*(t)]^j [1-R_y^*(t)R_z^*(t)]^{m-j}$$

$$= \binom{n}{i} \binom{m}{j}$$

$$\cdot \left(\frac{\bar{ux}}{t+ux}\right)^{(u-a+1)i} \left[1 - \left(\frac{\bar{ux}}{t+ux}\right)^{(u-a+1)}\right]^{n-i}$$

$$\cdot \left[\left(\frac{\bar{vy}}{t+vy}\right)^{(v-b+1)} \left(\frac{\bar{wz}}{t+wz}\right)^{(w-c+1)}\right]^j$$

$$\cdot \left[1 - \left(\frac{\bar{vy}}{t+vy}\right)^{(v-b+1)} \left(\frac{\bar{wz}}{t+wz}\right)^{(w-c+1)}\right]^{m-j}$$

$$= \sum_{a=0}^i \sum_{r=0}^j \binom{n}{i} \binom{m}{j} \binom{n-i}{a} \binom{m-j}{r}$$

$$\cdot (-1)^{(n-i-a)+(m-j-r)} \left(\frac{\bar{ux}}{t+ux}\right)^{(u-a+1)(n-a)}$$

$$\cdot \left[\left(\frac{\bar{vy}}{t+vy}\right)^{(v-b+1)} \left(\frac{\bar{wz}}{t+wz}\right)^{(w-c+1)}\right]^{(m-r)}$$

와 같이 구해지기 때문에 식 (22)의 MPS에 대한 시스템 신뢰도는

$$R_{sys}(t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{a=0}^i \sum_{r=0}^j \binom{n}{i} \binom{m}{j} \binom{n-i}{a} \binom{m-j}{r}$$

$$\cdot (-1)^{(n-i-a)+(m-j-r)} \left(\frac{\bar{ux}}{t+ux}\right)^{(u-a+1)(n-a)}$$

$$\cdot \left[\left(\frac{\bar{vy}}{t+vy}\right)^{(v-b+1)} \left(\frac{\bar{wz}}{t+wz}\right)^{(w-c+1)}\right]^{(m-r)}$$

.....(24)

이다. 단, $0 \leq a \leq u \leq n, 0 \leq b \leq v \leq m, 0 \leq c \leq w \leq m$.

그리고 식 (21)의 MIMD 모드에서 적어도 두개의 명령 스트림을 사용하는 MPS의 다중처리 시스템 신뢰도는 다음과 같이 바로 구해질 수 있다.

$$R_{\mu th}(t) = \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^m \sum_{q=0}^{n-i} \sum_{r=0}^{m-j} \binom{n}{i} \binom{m}{j} \binom{n-i}{q} \binom{m-j}{r} \cdot (-1)^{(n-i-q)+(m-j-r)} \left(\frac{\bar{u}x}{t+ux} \right)^{(u-a+1)(n-q)} \cdot \left[\left(\frac{\bar{v}y}{t+vy} \right)^{(v-b+1)} \left(\frac{\bar{w}z}{t+wz} \right)^{(w-c+1)} \right]^{(m-r)}$$

.....(25)

단, $0 \leq a \leq u \leq n, 0 \leq b \leq v \leq m, 0 \leq c \leq w \leq m$.

V. MPS에의 적용예

n개의 프로세서와 m개의 기억모듈과 다중 연결 구조로서 다중포트로서 상호연결된 다중처리 시스템의 한 예로 "PDP-10 (Model KL-10)" 시스템을 사용하여 시스템 신뢰도 Rsys(t)와 다중처리 시스템 신뢰도 Rmulti(t)를 구하는 것을 적용하여 보고자 한다. 그림 4의 "PDP-10 (Model KL-10)" 시스템은 n=2개의 프로세서와 다중포트를 가진 m=16개의 기억모듈로 구성되어 있으며 [그림 5]와 같이 그래프로 표현되어진다.

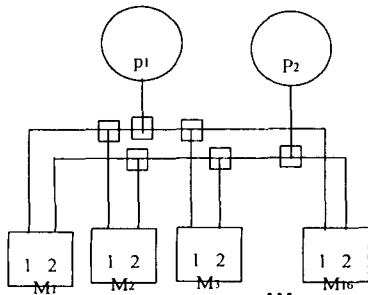


그림 4. 2개의 프로세서를 갖는 PDP-10

(Model KL-10) 시스템의 구성

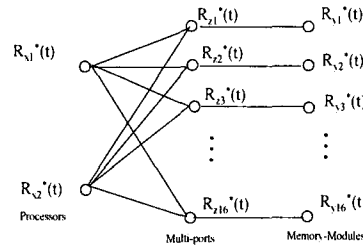


그림 5. PDP-10 (Model KL-10) 시스템의 그래프 표현

표 1. "PDP-10 (Model KL-10)" 시스템의 고장시간 데이터

구분	프로세서 (u=2)	기억모듈 (v=4)	멀티포트 (w=2)
고장 시간	2138 5097	605 1203 3608 7219	1401 2524
평균	3,617.5	3,158.75	1,962.5

표 2. 시스템 신뢰도 Rsys(t=1000)의 계산결과

a \ b,c	b=4		b=8	
	c=3	c=5	c=3	c=5
1	0.97574 7	0.98122 5	0.989845	0.997012
2	0.98638 8	0.99593 4	0.987684	0.996624

상기의 시스템에 적용시키기 위해서 우리는 표 1과 같은 고장시간 데이터를 사용하였으며 a=1(1)2, b=4(4)8, c=3(2)5의 값들을 사용하여 표 2와 표 3의 시스템 신뢰도와 다중처리 시스템 신뢰도를 Mathematica ver2.2를 사용하여 계산하여 보았다.

표 3. 다중처리 시스템 신뢰도 Rmulti(t=1000)의 계산결과

a \ b,c	b=4		b=8	
	c=3	c=5	c=3	c=5
1	0.969812	0.97843 5	0.976769	0.984376
2	0.983679	0.99145 7	0.984375	0.992974

VI. 결론

본 연구에서는 MIMD모드에서 다중포트 기억 상호 연결 네트워크 구조를 하는 다중프로세서 시스템 상에서 종래의 각 단위성분들인 프로세서, 기억모듈, 다중 포트들에 성분 신뢰도값을 사전에 지정하여 시스템 신뢰도와 다중처리 시스템 신뢰도를 계산하는 방식에서 단위성분들의 고장시간을 고려하여 독립적인 지수분포를 적용시키고 베이저안 관점에서 각각의 성분 신뢰도를 추정하여 그 추정량을 사용하여 시스템 신뢰도와 다중처리 시스템 신뢰도를 구하는 새로운 모형을 제안하였다. 이 모형은 다중포트 기억 상호연결 네트워크 구조를 하는 다중프로세서 시스템 상에서 종래의 모형보다 훨씬 안정되고 정확하며 간단한 형태의 다중프로세서 시스템의 신뢰도들을 계산할 수 있으며 2개의 프로세서들과 16개의 기억모듈들 그리고 2개의 다중포트들을 가지는 PDP-10 (KL-10) 시스템에서 적용시켜 본 결과 대단히 적절한 결과를 얻고 있음을 알 수 있었다.

참고 문헌

- [1] Cherkassky, V. and M. Malek, "Reliability and Fail-Softness Analysis of Multistage Interconnection Networks," IEEE Trans. on Reliability, vol. R-34, pp. 524-528, Dec. 1985.
- [2] Hwang, K. and T.P. Chang, "Combinatorial Reliability Analysis of Multi-processor Computers," IEEE

Trans. on Reliability, vol. R-31, pp. 469-473, Dec. 1982.

- [3] Das, C.R. and L.N. Bhuyan, "Bandwidth Availability of Multiple-Bus multiprocessors," IEEE Trans. on Computers, vol. C-34, pp. 918-926, Oct. 1985.
- [4] Das, C.R., L.N. Bhuyan and V.V.S. Sarma, "Effect of Maintenance on the Dependability and Performance of Multiprocessor Systems," IEEE Trans. on Reliability, vol. R-36(2), pp.208-215, June 1987.
- [5] Colbourn, C.J., J.S. Devitt, D.D. Harms, and M. Kraetzl, "Assessing Reliability of Multistage Interconnection Networks," IEEE Trans. on Computers, vol. 42(10), pp.1207- 1220, October 1993.
- [6] Park, M.G. and E.Y. Jung, "Bayesian Reliability Estimation for the Multiprocessor Systems with Multiple-Bus Interconnection Networks Structure", Proceedings of the IASTED International Conference, pp. 521- 525, May 1998.

저자 소개



조옥래

1984년 2월: 경북대학교 통계학과 (이학사)
 1986년 2월: 경북대학교 대학원 응용통계학과 (이학석사)
 1994년 2월: 경북대학교 대학원 응용통계학과 (박사과정 수료)
 1986년 3월 - 현재: 동명대학 전 자계산과