

## 취성소재 연삭마멸에서의 측면균열에 관한 연구

안유민 · 박상신\* · 최상현\*\*

한양대학교 기계공학과, \*영남대학교 기계공학부  
\*\*서울대학교 터보동력기계연구센터

### Lateral Crack in Abrasive Wear of Brittle Solids

Yoomin Ahn, Sang-Shin Park\* and Sang-Hyun Choi\*\*

Department of Mechanical Engineering, Hanyang University

\*School of Mechanical Engineering, Yeungnam University

\*\*Turbo Power Machinery Research Center, Seoul National University

**Abstract**—An analytical model about lateral crack occurring in abrasive wear of brittle solids is developed. Stress field around the lateral crack and stress intensity factor at the crack tip are analytically modeled. Abrasive wear by abrasive particle is experimentally studied. In soda-lime glass, it is observed that chipping by lateral crack occurs and produces the greatest material removal when normal load applied by the abrasive particle is about 1.5~3.0 N. The prediction of lateral crack length from the model is compared with the experimentally measured length in soda-lime glass.

**Key words**—lateral crack, abrasive wear, brittle solids, stress intensity factor, chipping.

#### 1. 서 론

세라믹스 소재들은 일반적으로 화학적 부식에 강하며 고온에서도 높은 강도를 유지하는 등의 좋은 재료적 특성을 가지고 있기 때문에 고품질이 요구되는 기계적 부품으로서 점차 많이 사용되고 있다. 세라믹스는 대표적 경취 재료로서 여러 형태의 마멸 중에서 연삭입자에 의해 연삭 마멸될 때에 마멸량이 가장 커지게 된다. 세라믹스를 기계가공하는 방법으로서 가장 보편적으로 사용되고 있는 연삭가공과 래핑가공에서는 세라믹스 소재의 연삭마멸 형태를 효과적으로 이용하여 소재 제거율을 높이고 있다. 가공물 표면을 연삭입자에 의해 취성파괴시켜 원하는 양만큼을 제거하게 된다. 세라믹스 소재의 연삭 및 래핑가공에 대한 가공 및 여러 가공성능들을 이해하기 위해서는 연삭입자에 의한 취성소재의 연삭마멸 형태에 관한 연구가 중요하다[1-2].

연삭입자의 모서리는 일반적으로 날카로운데, 취성소재가 날카로운 연삭입자에 의해 미끄럼 접촉을 하게 되면 여러 형태의 균열들이 형성된다. Swain 등에 의해 관찰

된 결과[3-4]에 의하면 연삭입자와의 직접 접촉되는 부위에서는 소성변형이 발생된다. 그리고 Fig. 1에 도시되어 있듯이 소성변형 영역의 아래로는 측면(lateral) 균열과 메디안(median) 균열이 발생되고 소재 표면의 압흔 자국 언저리에는 세브론(chevron) 균열이 발생된다. Evans와 Marshall[5]에 의하면 측면균열에 의한 치핑이 발생할 때에 연삭마멸량이 매우 커지게 된다. Fig. 1에서와 같이 측면 균열에 의한 치핑이 발생할 때에 측면 균열의 발생 깊이를  $d$ 라 하고 균열의 측방향 길이를  $l$ 이라 하면, 단일 연삭입자의 연삭마멸에 의한 소재 제거율은 입자의 단위 미끄럼 길이당 약  $2dl$ 이 된다. 측면 균열의 측방향 길이가 길수록 그리고 균열의 발생 깊이가 깊을수록 마멸량은 커지게 된다. Evans[6]는 마멸량을 예측하기 위해서 균열 깊이  $d$  및 길이  $l$ 과 취성소재의 기계적 물성치인 탄성계수와 경도, 파괴인성등과의 관계식을 실험적으로 구하였다.

이 논문에서는 취성소재의 연삭마멸량에 가장 큰 영향을 주는 측면 균열의 치핑에 대해서 이론적으로 해석하고자 한다. 그리고 미끄럼 압입실험을 이용하여 취성소재가 연삭입자에 의해 연삭마멸될 때에 어떻게 취성파괴가 발

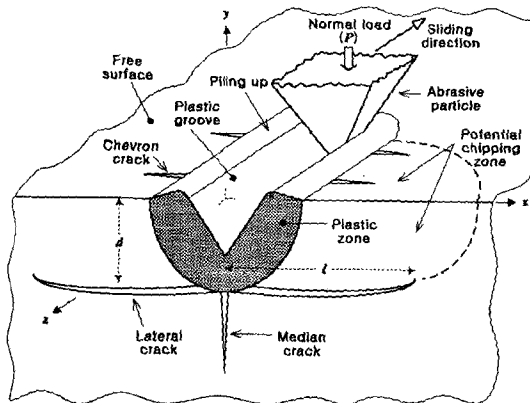


Fig. 1. Schematic view of material removal in brittle solid by abrasive wear.

생하여 마멸이 형성되는지를 관찰하여 보고자 한다. 이론적 해석에 의한 측면 균열의 길이를 예측할 수 있는 방법을 구하고, 그 결과를 압입실험으로부터 실제 측정된 값들과 비교 분석해 보고자 한다.

## 2. 측면 균열 해석

측면 균열을 이론적으로 해석하기 위해서 측면 균열에 대한 2차원 단면 형상을 Fig. 2와 같이 이상화하였다.  $y$  축 방향으로의 길이가  $2l$ 이고  $z$  축 방향으로로는 무한히 긴 측면 균열이 소재 표면 아래로  $y=-d$ 인 지점에 표면에 평행하게 놓여 있다고 가정한다. 그리고 소재는 등방성이며 평면 변형을 조건이 형성된다고 가정한다. Bulsaraj[7]의 연구결과에 의하면 취성소재가 압자(연삭입자)와의 미끄럼 접촉되고나서 압자가 멀리 지나가버린 후에야 측면 균열이 발생하는 것이 관찰되었다. 접촉이 끝난 후에도 남게 되는 소성변형에 의해 소재 내에 잔류

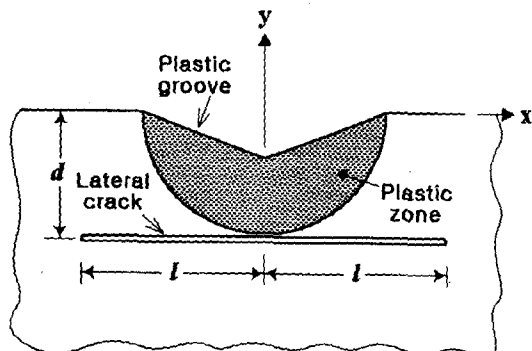


Fig. 2. Schematic of plastic zone and lateral crack.

응력이 형성될 것이다. 그리고 이 잔류응력에 의해 측면 균열이 발생되기 때문에 압자와의 접촉 후로부터 균열의 발생까지에는 시간적 지연이 있음이 발견되었다[4,7]. 압자와 미끄럼 접촉될 때에 취성소재 내에 형성되는 응력 분포에 관한 해석 결과[8]를 이용하여, 측면 균열이 없는 상태에서 연삭입자가 접촉 후 멀리 지나가고 난 지역 (Fig. 1에서  $z=-\infty$ 인 지점)에서의 소성변형 영역 아래에 형성되는 잔류응력을 구하면 다음과 같다.

$$\sigma_y = 2B \left( \frac{4y^2(-3x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^3} \right) \quad (1)$$

$$\tau_{xy} = 2B \left( \frac{-8xy(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^3} \right) \quad (2)$$

윗 식에서  $B$ 는 미끄럼 브리스트 응력장의 세기라 불리며 힘의 단위를 가진다. 소성변형된 소재의 체적과 관계가 있는데 아직까지는 그 크기에 대한 정확한 이론적 해석은 불가능하고 실험적 측정값에 의한 근사적 예측만이 가능하다.

소성변형 영역 아래에 측면 균열이 발생하게 되면 고체내의 잔류응력 분포가 변하게 될 것이다. 균열 발생후의 응력분포를 해석하는 일반적인 방법은 등방성 반무한 고체 내에 형성되는 췌기전위들이 균열 대신에 균열이 있는 위치에 연속적으로 분포한 것으로 가정하는 것이다[9-10]. 그리고 고체 내부에 존재하는 균열의 표면은 자유 표면으로서 응력이 존재하지 않는다는 조건을 이용한다. 균열이 없는 상태에서 존재하던 잔류응력과 연속적으로 분포된 췌기전위들에 의해 발생하는 응력들이 합성되어 새로운 응력분포를 형성하게 된다고 가정한다. 이렇게 합성되어 새로이 형성되는 응력이 측면 균열의 표면에서는 그 크기가 영이 될 수 있도록 췌기전위들에 의해 발생하는 응력장의 크기가 결정된다고 가정한다. 이와 같은 방법으로 Tu와 Scattergood[9]는 다음과 같은 관계식을 구하였다.

$$\frac{G}{2\pi(1-\nu)} \int_{-l}^l \{n_y(t)k_{11}(x-t) + n_x(t)k_{22}(x-t)\} dt = -f(x), \quad (i=1,2; -l < x < l), \quad (3)$$

윗 식에서,  $G$ 는 전단강성이고  $\nu$ 는 포아송 비이며,

$$k_{11}(x-t) = \frac{1}{x-t} - (x-t) \left( \frac{1}{r^2} + \frac{4h^2}{r^4} + \frac{64h^4}{r^6} \right) \quad (4a)$$

$$k_{12}(x-t) = -k_{21}(x-t) = 8h^3 \left( \frac{-3}{r^4} + \frac{16h^2}{r^6} \right) \quad (4b)$$

$$k_{22}(x-t) = \frac{1}{x-t} - (x-t) \left( \frac{1}{r^2} - \frac{12h^2}{r^4} + \frac{64h^4}{r^6} \right) \quad (4c)$$

$$r^2=(x-t)^2+4d^2. \tag{4d}$$

식 (3)의 오른쪽 항은 측면 균열이 없는 상태에서의 고체내 잔류응력으로서 다음과 같다.

$$f_1=\sigma_y, f_2=\tau_{xy}, \text{ at } (-l < x < l, y=-d) \tag{5}$$

식 (3)의 왼쪽 항은 측면 균열이 존재하는 위치에 썸기전위들이 대신 분포함에 따라 발생하는 고체 내의 응력을 나타낸다. 여기서  $n_x(t)$ 와  $n_y(t)$ 는 각각 Burgers 벡터가 고체 표면과 평행이거나 직각인 전위들의 분포를 나타내는 함수들로서 다음과 같은 조건(compatibility condition)을 만족하여야 한다.

$$\int_{-l}^l n_i(t) dt = 0, \quad (i=x, y) \tag{6}$$

전위 분포 함수를 구하는 Chen[10]의 방법을 이용한다면, 분포 함수가 다음과 같이 표현된다고 가정할 수가 있다.

$$n_i(t) = \frac{l\Phi_i(t)}{\sqrt{l-t}\sqrt{t+l}}, \quad (i=x, y) \tag{7}$$

여기서  $1/\{\sqrt{(1-t)}\sqrt{(t+1)}\}$ 은 가중함수로서 균열선단( $t = \pm l$ )에서 균열 개구 기울기가 무한대라는 조건을 만족시켜준다. 참고로 균열 개구(opening) 변위  $g(x)$ 와는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$g(x) = \int_{-l}^x n_i(t) dt, \quad (i=x, y) \tag{8}$$

여기서  $g_x$ 는 균열개구형에 그리고  $g_y$ 는 면내전단형에 해당한다.

식 (3)은 특이점 포함 적분식으로 엄밀해를 구하기가 매우 어렵다. 그러나  $\Phi_i$  함수를 구간별 다항식들로 변환하는 등의 Chen[10]이나 Tu 등[9]이 사용한 수치해법들을 사용하면 근사적인 해를 구할 수가 있다. 수치해법에 의해 함수  $\Phi_i$ 를 구한다면 측면 균열의 선단에서의 응력확대계수들은 다음의 관계식으로 부터 계산할 수가 있다.

$$K_I = \frac{G}{2(1-\nu)} \Phi_y(l) \sqrt{\pi l} \tag{9}$$

$$K_{II} = \frac{G}{2(1-\nu)} \Phi_x(l) \sqrt{\pi l} \tag{10}$$

### 3. 미끄럼 압입에 의한 마멸거동 관찰

측면균열 발생 등의 취성재료의 연삭마멸 거동을 알아 보기 위하여, 경도가 작은 편이지만 소재가 투명하여 소재 내에 형성되는 균열 등의 관찰이 용이한 소다석회

유리에 대해서 미끄럼 압입실험을 하였다. 비정질인 유리 소재는 측면균열 해석 모델에서 가정된 등방성 성질이 미소 균열 크기에 해당하는 작은 체적에서도 잘 적용될 수 있다. 실험에 사용된 소다석회 유리의 기계적 물성치는 Table 1과 같다. 연삭입자로서는 다이아몬드 비커스 압자를 사용하였으며 일반 대기 상태에서 5 mm/min의 미끄럼 속도로 실험을 하였다. 자세한 실험 방법은 저자들에게 의해 수행되었던 미끄럼 미소압입 실험연구[4]의 방법과 동일하다. 압자(연삭입자)에 가해주는 수직 압입력을 0.2~4.0 N의 범위로 변화시키면서 마멸거동을 관찰하였다. 측정식 표면거칠기 측정기(RTH-Talysurf)를 이용하여 압자와의 미끄럼 접촉된 마멸부위의 표면 형상을 측정하였다. 측정된 형상을 이용하여 소재 표면으로부터의 마멸부위의 최대 깊이와 압자 미끄럼 방향의 직각이 되는 측 방향(Fig. 1의 x축 방향으로의) 마멸부위 폭길이를 측정하였다. 각각의 수직 압입력들에 대한 마멸부위의 폭길이 및 깊이 측정값들을 Fig. 3와 Fig. 4에 도시하였다. Fig. 3과 Fig. 4에 표시된 실험결과는 압자의 대각선 모서리가 미끄럼 방향과 이루는 각도가 0°인 경우이며, 각도가 45°가 되게 하여 실험한 결과도 0°인 경우와 유사하다.

저자들에게 의해 연구 발표된 미끄럼 미소압입 실험 결과[4]에 의하면 압자 수직 압입력이 약 0.1~0.8 N일 때에는 메디안 균열만이 발생한다. 압입력이 증가하여 약 0.8~1.5 N일 때에는 메디안 균열 뿐만 아니라 측면 균열이 발생된다. 수직 압입력이 보다 더 증가하여 약 1.5~3.0 N일 때에는 발생된 측면 균열이 소재 표면과 만날

Table 1. Mechanical properties of soda-lime glass

Hardness	Young's modulus	Poisson's ratio	Fracture toughness
5.5 GPa	70 GPa	0.25	0.75 MPa $\sqrt{m}$

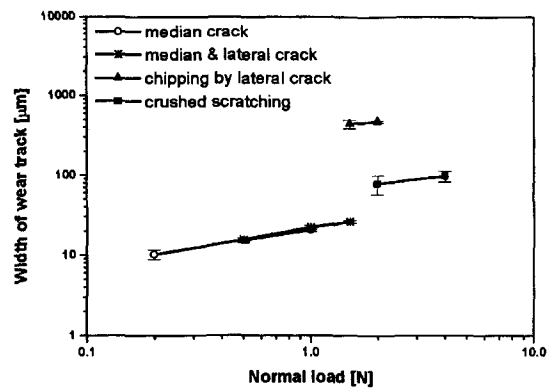


Fig. 3. Width of wear track vs. applied normal load.

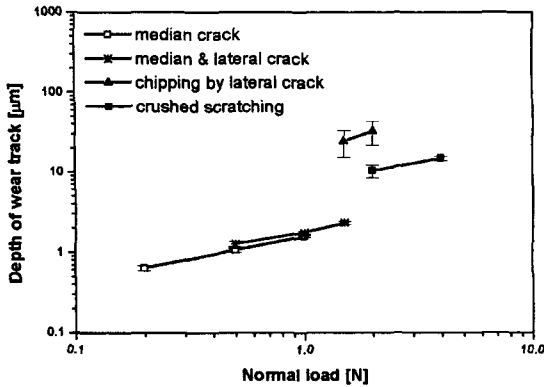


Fig. 4. Depth of wear track vs. applied normal load.

정도로 커져서 치핑이 발생된다. 그리고 수직 압입력이 약 3.0~6.0 N 정도로 커지게 되면 측면 균열 대신에 다수의 미소 균열들로 구성된 분쇄파손이 발생됨이 관찰되었다. 이와 같은 네 가지 균열 형태에 해당하는 측정값들을 Fig. 3와 Fig. 4에 분류하여 표시하였다. 관찰된 실험 결과(Fig. 3 & Fig. 4)를 균열 형태 대신에 마멸 거동을 기준으로 분류하면 크게 세 개의 마멸 영역으로 구분할 수가 있다. 첫 번째로 수직 압입력이 약 0.2~1.5 N일 때에는 일반적으로 치핑이 잘 발생되지 않는다. 따라서 마멸은 압자와의 미끄럼 접촉에 의해 형성되는 소성변형 압흔에 의해 형성되며 마멸량이 작은 편이다. 두 번째로 수직 압입력이 약 1.5~3.0 N일 때에는 측면 균열에 의한 치핑이 발생하여 마멸부위의 깊이와 길이가 다른 영역에 비해 큰 값을 가지게 된다. 그리고 세 번째로 수직 압입력이 약 3.0~4.0 N일 때에는 치핑 대신에 분쇄파손이 발생되는데 마멸부위의 깊이와 길이는 치핑 경우에 비해 감소하게 된다. 그러나 소성변형 압흔만이 존재하는 첫 번째 경우보다는 마멸부위가 증대함을 알 수가 있다. 일반적으로 세 개의 영역 모두에서 수직 압입력이 커짐에 따라 마멸부위의 깊이와 길이도 증가하고 있다. 측면 균열에 의한 치핑이 발생할 경우가 다른 마멸 형태에 비해 마멸율이 가장 커지게 된다. 세라믹스 연삭입자 가공에서 가공율을 높이기 위해서는 치핑이 잘 발생되도록 가공조건을 설정하여야 한다. 그리고 이러한 가공조건에서 발생되는 측면 균열의 깊이 및 길이를 이론적으로 구할 수만 있다면 가공율을 예측할 수가 있게 된다.

#### 4. 측면 균열 길이 예측 및 고찰

측면 균열의 치핑에 의한 소재 제거량을 예측하기 위

해서는 측면 균열의 길이와 발생 깊이를 예측할 수 있어야 한다. Fig. 3와 Fig. 4에서 확인 할 수 있듯이 일반적으로 균열 발생 깊이는 균열 길이에 비해 그 크기가 매우 작다. 취성소재인 소다석회 유리가 연삭마멸될 때에 발생하는 측면 균열의 길이를 이론적으로 구해보았다. 미끄럼 압입에 관한 실험[4] 및 해석[8] 결과에 의하면 Fig. 1에 표시된 것처럼 측면 균열의 발생 위치는 압자와의 접촉점 바로 아래의 소성변형 영역과 탄성변형 영역이 만나는 경계면으로 가정할 수 있다. 그리고 소성 변형 영역은 근사적으로 반구형 형상이며 구형상의 지름은 연삭입자에 의한 압흔 자국의 폭과 거의 같다고 가정하였다. 소다석회 유리에 대한 미끄럼 압입 마멸실험 [4] 결과에 의하면 측면 균열의 발생 위치 깊이  $d(\mu\text{m})$  는 연삭입자의 수직 압입력  $P(N)$ 에 따라 다음과 같다고 가정할 수 있다.

$$d = 9.48P^{0.57} \quad (11)$$

식 (1)~(8)들을 연합하여 함수  $\Phi$ 의 해를 구한 후에 식 (9), (10)으로부터 응력확대계수를 계산한 결과를 무차원화하여 Fig. 5에 도시하였다. 측면 균열의 발생 깊이에 대한 균열 길이의 비( $2l/d$ )가 증가함에 따라 무차원화된 응력확대계수들의 크기가 변화됨을 알 수가 있다. 평면 변형을 상태하에 있는 측면 균열의 선단에는 균열 개수형과 면내전단형의 두 가지 응력분포가 혼합형태로 존재하게 된다. 이러한 혼합형태의 응력확대계수( $K_{I,II}$ )는 다음과 같이 표현되며 그 값을 무차원화하여 Fig. 6에 도시하였다.

$$K_{I,II} = \sqrt{K_I^2 + K_{II}^2} \quad (12)$$

소다석회 유리에 대한 실험 결과[8]에 의하면, 미끄럼

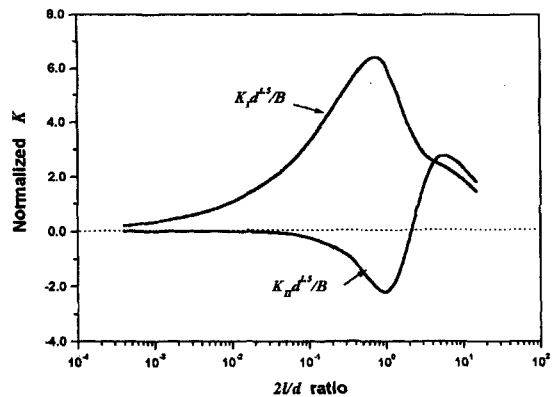


Fig. 5. Normalized mode I and II stress intensity factors vs. lateral crack  $2l/d$  ratio.

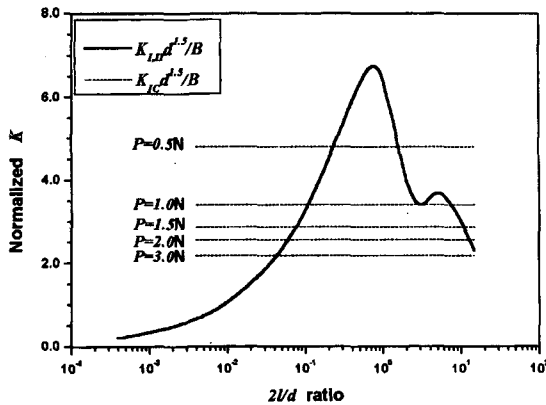


Fig. 6. Normalized total stress intensity factor vs. lateral crack  $2l/d$  ratio.

Table 2. Strength(B) of sliding blister field for soda-lime glass

Normal load(P) [N]	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0
Strength(B) [mN]	2.63	6.46	10.83	15.57	25.88

브리스트 응력장 세기(B)를 몇몇 수직 압입력에 대해서 근사적으로 구한 결과가 Table 2와 같다. 여러 수직 압입력(P)들에 대한 Table 2의 응력장 세기(B)와 식 (11)에 의한 균열의 깊이(d)의 값을 이용하여 소다석회 유리의 파괴인성( $K_{IC}$ ) 값을 무차원화하면 Fig. 6에서와 같이 표시될 수 있다. 취성파괴 이론에 의하면 균열선단에서 응력확대계수  $K_{I,II}$ 가 파괴인성  $K_{IC}$ 보다 크게 되면 균열선단에서 파괴가 일어난다. 각각의 수직 압입력에 대해서 파괴가 발생할 수 있는 조건의  $2l/d$ 의 영역을 Fig. 6에서 구할 수가 있다. 측면 균열이 가장 잘 발생할 수 있는 위치인 깊이 d인 지점에 파괴가 발생할 수 있는 조건을 만족하는 길이 2l을 가진 균열이 연삭입자와 접촉되기 전에 이미 존재하고 있었다면, 압자와의 접촉 후에 형성되는 잔류응력에 의해서 균열선단에서 파괴가 일어날 것이다. 이때 파괴조건을 만족하는  $2l/d$ 의 값 영역 내에서의 2l의 최대값에 해당하는 길이까지 균열이 커지게 될 것이다. 식 (11)으로부터 d의 값을 구하면 각각의 수직 압입력에 대한 압자와의 접촉 후에 발생할 수 있는 측면균열의 최종길이를 구할 수가 있다. 이렇게 이론적으로 구한 측면균열의 최종길이와 실제 실험을 통해 측정된 길이를 Fig. 7에 비교하여 도시하였다. 실제 균열의 길이에 비해 이론적으로 예측된 길이가 대략 반정도 크기이다. 이론적 해석 결과에 의하면 측면균열 길이 l과 압입력 P사이에는  $l \propto P^{13/12}$ 의 비례 관계가 얻어지

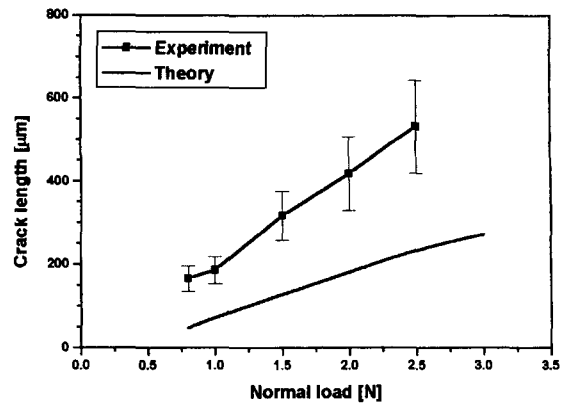


Fig. 7. Lateral crack length( $2l$ ) vs. applied normal load (P).

는데, 이는 Evans[6] 실험식에서의  $l \propto P^{5/8}$ 와는 차이를 보이고 있다. 그러나 수직 압입력이 증가함에 비례하여 균열의 길이도 증가하는 경향은 잘 일치하고 있다. 측면 균열의 발생 위치와 소성변형 영역의 형상에 관한 가정이 정확하지 못해 이론적 예측값에 오차를 가져온 것 같다. 그리고 Fig. 1에서 처럼 측면 균열이 실제 곡선 모양을 하고 있는데 이론적 해석에서는 Fig. 2에서 처럼 직선 모양으로 이상화한 것도 오차 원인의 한가지라 여겨진다. 보다 정확한 해석을 위해서는 측면 균열의 발생 위치 및 소성변형 영역의 형상과 크기 등에 관한 모델링의 보완이 먼저 이루어져야겠다.

### 5. 결 론

취성소재의 연삭마멸량에 가장 큰 영향을 주는 측면 균열의 치핑에 대해서 이론적으로 해석하였다. 취성소재가 연삭입자와 미끄럼 접촉될 때에 측면 균열이 형성되면서 소재 내에 형성되는 잔류응력과 균열 선단에서의 응력확대계수를 탄성역학적으로 모델링하였다. 그리고 측면균열 발생 등의 취성소재의 연삭마멸에 의한 마멸 형태를 알아보기 위해서 소다석회 유리에 관한 미끄럼 압입실험을 수행하였다. 미끄럼 압입력을 변화시키면서 실험한 결과에 의하면 마멸 형태가 서로 다른 세 가지 영역이 존재한다. 수직 압입력이 약 0.2~1.5 N일 때에는 마멸 표면에 소성변형된 압흔만이 형성되어 마멸량이 작은 편이다. 압입력이 약 1.5~3.0 N일 때에는 측면 균열에 의한 치핑이 발생되어 마멸량이 매우 커지게 된다. 그리고 압입력이 약 3.0~4.0 N일 때에는 치핑 대신에 분쇄파괴가 발생한다. 분쇄파괴 형태의 마멸량은 치핑이

발생하는 경우보다는 작지만 소성변형 압흔만이 형성되는 경우보다는 커지게 된다.

실험결과, 측면 균열에 의한 치핑이 발생할 때에 마멸량이 가장 커지게 된다. 이러한 경우의 마멸량은 치핑에 의해 제거된 소재의 양에 해당한다. 치핑되어 제거되는 소재의 양은 측면 균열의 측방향 길이에 비례하여 커지게 된다. 취성소재가 연삭입자와 미끄럼 접촉될 때에 소재 내에 형성되는 응력분포 해석결과와 측면 균열에 관한 취성파괴 이론을 응용하여 측면 균열의 측방향 길이를 이론적으로 해석하여 보았다. 이와같은 이론적 해석에 의해 균열의 길이를 예측한 결과가 실제 실험을 통해 측정된 것에 비해 반정도 크기의 값으로 구하여졌다.

### 감사의 글

이 논문의 이론 전개 및 실험수행에 관하여 많은 조언과 도움을 주신 Purdue University의 S. Chandrasekar 교수와 T.N. Farris 교수께 감사를 드립니다.

### 참고 문헌

1. Ahn, Y. and Park, S. S., "Surface Roughness and Material Removal Rate of Lapping Process on Ceramics," *KSME International Journal*, Vol. 11, No. 5, pp. 494-504, 1997.

2. Chen, S. Y., Farris, T. N., and Chandrasekar, S., "Sliding Microindentation Fracture of Brittle Materials," *Tribology Transactions of STLE*, Vol. 34, No. 2, pp. 161-168, 1991.

3. Swain, M. V., "Microfracture about Scratches in Brittle Solids," *Proc. R. Soc. Lond.*, Vol. A366, pp. 575-597, 1979.

4. 안유민, 최상현, 박상신, "미끄럼 미소압입에 의한 소다 석회 유리의 변형 및 파괴 거동," *한국윤활학회지*, 제 13권, 제4호, pp. 18-25, 1997.

5. Evans, A. G. and Marshall, D. B., "Wear Mechanisms in Ceramics," *Fundamentals Friction and Wear of Materials*, D. A. Rigney (Eds), pp. 435-452, ASME Press, New York, NY, 1981.

6. Evans, A. G., "Abrasive Wear in Ceramics: An Assessment," *The Science of Ceramic Machining and Surface Finishing II*, B. J. Hockey and R. W. Rice (Eds), pp. 1-14, National Bureau of Standards Sp. Pub. 562, US Govt. Printing Office, 1979.

7. Bulsara, V. H., "Scratch Formation in Brittle Solids and Its Application to Polishing," Ph.D. Thesis, Purdue University, 1997.

8. 안유민, "압자와의 미끄럼 접촉에 의한 취성재료의 응력분포 및 변형에 관한 연구," *한국윤활학회지*, 제 10권, 제3호, pp. 62-70, 1994.

9. Tu, S.-H. L. and Scattergood, R. O., "Interaction of Lateral Cracks and Plastics Zones," *J. Appl. Phys.*, Vol. 68, No. 8, pp. 3983-3990, 1990.

10. Chen, S. Y., "Applications of Three Dimensional Fracture Mechanics to Micro-Indentation Testing and Scribing," M.S. Thesis, Purdue University, 1989.