

제로터 유압 모터의 설계 변수에 관한 연구

김충현 · 김두인 · 안효석 · 정태형* · 이성철**

한국과학기술연구원 트라이볼로지 연구센터,
*한양대학교 기계설계학과 대학원
**인하공업전문대학교

On the Design Parameters of Gerotor Hydraulic Motors

Choong-Hyun Kim, Doo-In Kim, Hyo-Sok Ahn, Tae-Hyong Chong* and Sung-Chul Lee**

Tribology Research Center, KIST

*Department of Mechanical Design and Production Engineering, Hanyang University

**Inha Technical Junior College

Abstract—A Gerotor hydraulic motor is a planar mechanism consisting of a pair of rotors one of which encloses another rotor. The motion of the inner-rotor relative to the outer-rotor is produced by the pressure difference between the adjacent chambers. A design method of inner-rotor tooth profile using unit tangential vectors is presented in this work. Based on the relationships derived, the influence of the eccentricity of inner-rotor and the radius of circular arc tooth on the flow rate, torque and curvatures were investigated. It was shown that the flow rate and mean torque is proportional to eccentricity, but inversely proportional to the radius of circular arc teeth. Also, the maximum value of the equivalent curvature is increased as the eccentricity and the radius of circular arc teeth increased.

Key words—Gerotor, design parameter, flow rate, torque, equivalent curvature.

1. 서 론

제로터(GEROTOR)는 내접치차 기구의 일종으로 자체 감속 기능을 가짐으로써 저속, 저토크에서 사용이 가능하며 소형화에 유리하다. 제로터는 외접치차인 내부로터(inner-rotor)와 내접치차인 외부로터(outer-rotor)로 구성된다. 유압펌프나 모터로 사용되기 위해서 제로터는 다음과 같은 조건을 만족하여야 한다. 첫째, 내부로터의 모든 치는 외부로터와 항상 접촉하여야 하며, 둘째, 내부로터와 외부로터가 상대적인 운동을 할 때 그 사이에 형성되는 챔버의 체적은 연속적으로 변해야 한다[1]. 제로터 유압 모터는 내부로터와 외부로터 사이에 형성되는 챔버의 체적변화에 의한 압력차로 인하여 토크를 발생하게 된다. 따라서, 운전에 따른 제로터 치형의 마모는 챔버내의 압력손실을 유발하게 되므로 접촉 응력은 제로터의 운전 성능에 중요한 영향을 주게 된다.

Colbourne[1]은 트로코이드 곡선을 치형의 내부로터로

하고 이를 편심 회전시켜 외부로터의 좌표를 계산하고 물림을 조사하였다. Saegusa 등[2]은 내부로터를 고정시키고 외부로터를 회전시켜 물림 특성으로부터 내부로터의 치형을 구하는 방법을 발표하였다. 또한 Tsay 등[3,4]은 좌표 변환 행렬을 이용하여 제로터의 형상을 설계하였다. 그러나 이러한 형상 설계식들은 기하학적 의미가 불명확하고 복잡하며 적용이 어렵다. Beard 등[5]은 제로터의 성능 감소를 최소화하며 곡률을 줄이는 것에 대하여 연구하였으나 제로터의 유량만을 고려하였다.

이성철 등[6]은 곡선족(family of curves)을 이용하여 내부로터의 치형을 설계하였으며 운전 특성을 비교하여 관찰하였다. 본 연구에서 내부로터의 형상 설계는 곡선족을 이용하였으나 내부로터를 이루는 내접점의 좌표를 단위 접선 벡터를 이용하여 결정하였다. 원호 치형 개수, 편심량과 원호 치형 반경의 변화에 따른 제로터의 출력 토크 변화를 관찰하고 접촉부의 응력을 고려하여 등가 곡률의 변화를 관찰하고자 한다.

2. 이론적 해석

2-1. 제로터의 치형설계

제로터는 Fig. 1에서와 같이 내부로터와 외부로터로 구성된다. 작동유가 공급되는 챔버와 이웃한 챔버 사이의 압력차로 발생한 토크는 내부로터에 연결된 드라이버에 의해 전달되는데 한쪽 끝단은 내부로터의 중심에 연결되어 있고 다른 끝단은 출력축과 연결되어 있다. 내부로터의 중심은 외부로터의 중심점으로부터 편심되어 있으므로 자전함과 동시에 외부로터의 중심점을 기준으로 공전하면서 유압 에너지를 기계적인 회전력으로 변환하게 된다.

본 연구에서는 외부로터의 치형으로 원호를 사용하였으며, 내부로터는 외부로터에 의하여 창성된다.

Fig. 1에서 외부로터의 원호 치형 반경을 r , 외부로터의 중심에서 원호 치형 중심까지의 거리를 원호 치형 중심 반경 b , 외부로터의 중심과 내부로터의 중심사이의 거리를 편심량 e 라 정의한다. 고정된 내부로터의 중심으로부터 편심량 e 를 공전 반경으로 하여 외부로터를 회전시키면 원호 치형 곡선의 포락선(envelope)이 내부로터의 치형이 된다. 이 때 외부로터의 원호치형의 중심이 그리는 궤적은 에피트로코이드(epitrochoid) 곡선이 되며, 곡선의 좌표는 다음과 같이 계산할 수 있다[1].

$$\begin{aligned} t_x &= b \cos \phi + e \cos k\phi \\ t_y &= b \sin \phi + e \sin k\phi \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 k 는 외부로터의 잇수가 되며 내부로터의 잇수는 $k-1$ 개로 정하였다. 트로코이드 곡선이 고정원과 만나는 경우 에피트로코이드 곡선은 에피사이클로이드(epicycloid) 곡선이 되며[1], 이 점에서 미분 불연속이

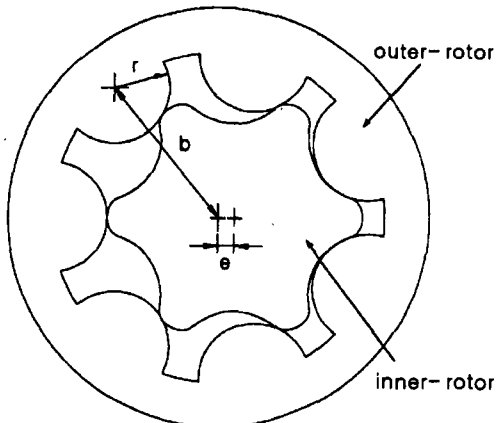


Fig. 1. Gerotor tooth profile.

되므로 본 연구에서는 트로코이드 곡선이 고정원과 만나지 않는 경우에 대해서만 고려하기로 한다. 이 때의 조건은 다음과 같다.

$$k \cdot e < b \quad (2)$$

이 조건에 의해 외부로터의 잇수를 결정하면 원호 치형의 중심 반경 b 와 편심량 e 의 범위는 결정되고, 따라서 내부로터의 치형 곡선의 기초가 되는 트로코이드 곡선이 얻어진다.

내부로터의 형상은 원호 치형의 반경 r 을 가지는 궤적원의 중심이 트로코이드 곡선을 따라 이동할 때 궤적원의 내접점들로 결정된다. 본 연구에서는 접선 벡터를 이용하여 내접점의 좌표를 계산하였다. Fig. 2에서 트로코이드 곡선 위의 점 C 를 나타내는 벡터를 \vec{r} , 점 C 를 중심으로 하는 궤적원의 벡터를 \vec{c} , 내접점의 벡터를 \vec{p} 라 하면, 내부로터의 치형이 되는 내접점의 벡터는 트로코이드 곡선 벡터의 각변위 ϕ 와 내접점의 각변위 θ 의 함수로 표현된다[6].

$$\vec{p}(\phi, \theta) = \alpha \vec{i} + \beta \vec{j} \quad (3)$$

여기서

$$\begin{aligned} \alpha &= b \cos \phi + e \cos(k\phi) + r \cos \theta \\ \beta &= b \sin \phi + e \sin(k\phi) + r \sin \theta \end{aligned} \quad (4)$$

Fig. 2에서 점 C 가 반시계 방향으로 트로코이드 곡선을 따라 이동할 때 단위 접선벡터를 \vec{u} 라 하고 궤적원의 원주상에 존재하는 내접점 P 의 단위 접선 벡터를 \vec{v} 라 하면 두 단위 접선 벡터는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \vec{u} &= A \{ -(b \sin \phi + e k \sin k\phi) \vec{i} + (b \cos \phi + e k \cos k\phi) \vec{j} \} \\ \vec{v} &= -\sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{j} \end{aligned} \quad (5)$$

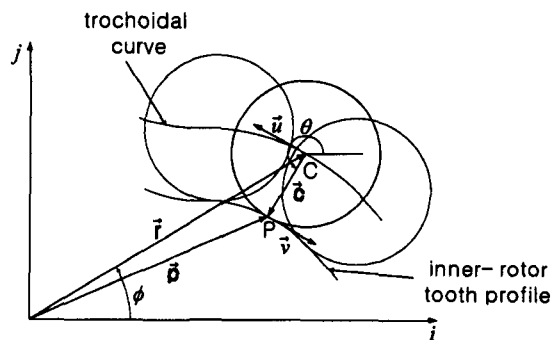


Fig. 2. Calculation of inner-rotor profile using unit tangential vector.

여기서

$$A = [(b\sin\phi + e\cos\phi)^2 + (bc\cos\phi + ek\cos\phi)^2]^{-1/2} \quad (6)$$

이다. 원주상의 점이 내접점이 되기 위해서는 두 단위 접선 벡터의 합이 0이 되어야 한다. 이 조건을 적용하여 정리하면 θ 를 ϕ 의 함수로 표현할 수 있다. 따라서 내부로터를 나타내는 내접점의 벡터는 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{p} = [bc\cos\phi + e\cos(k\phi) - \{b\sin\phi + e\sin(k\phi)\}]i + [b\sin\phi + e\sin(k\phi) - \{bc\cos\phi + ek\cos(k\phi)\}]j \quad (7)$$

식 (7)은 내부로터의 좌표가 고정된 내부로터의 각변위 ϕ 만의 함수로 표현되었으며, 외부로터를 결정하는 설계 변수들에 의해 결정되어짐을 보여주고 있다. Colbourne[1]의 계산식에서는 변수의 물리적 의미가 명확하지 않으며 이성철 등[6]은 θ 를 ϕ 에 대하여 표현하였으나 유일한 해를 나타내지 못하고 있다. 식 (7)을 사용하면 하나의 수식으로 내부로터의 좌표를 결정할 수 있으며 특성해석이 간편해진다.

2-2. 운전성능 해석

Fig. 3에 표시한 바와 같이 내부로터의 중심이 X_1OY_1 좌표계에서 반시계 방향으로 공전하는 것을 양(+)의 방향으로 정의하면 내부로터는 음(-)의 방향으로, 즉 시계방향으로 자전을 하게 된다. 내부로터와 외부로터는 기어의 물음법칙을 만족하고 편심량은 피치 반경의 차와 같으므로 내부로터의 피치 반경을 r_1 , 외부로터의 피치 반경을 r_2 라고 할 때 각각의 피치원 반경은 다음과 같다.

$$r_1 = (k-1)e, \quad r_2 = ke \quad (8)$$

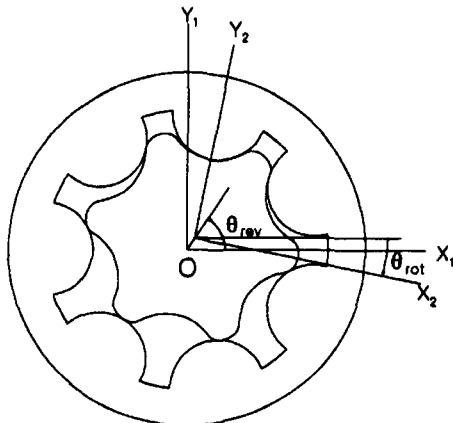


Fig. 3. The revolution and rotation of gerotor.

내부로터가 θ_{rev} 만큼 공전할 때 내부로터의 중심점의 좌표는 다음과 같다.

$$e_x = e\cos\theta_{rev}, \quad e_y = e\sin\theta_{rev} \quad (9)$$

피치점은 내부로터 중심점과 외부로터의 중심점을 연결하는 직선상에 위치하므로 피치점의 위치는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$p_x = r_2\cos\theta_{rev}, \quad p_y = r_2\sin\theta_{rev} \quad (10)$$

여기서 피치점은 내부로터의 순간 이동 중심이 되며, 피치점과 각각의 원호 치형의 중심을 연결하는 선과 원호 치형이 만나는 점이 접촉점이 된다.

2-2-1. 유량

제로터의 유량은 챔버의 단면적 변화량과 챔버의 개수에 의해 결정된다. k개의 챔버는 k-1의 주기로 최소 단면적에서 최대 단면적으로 변하므로 내부로터가 1회전할 경우의 유량은 다음과 같다.

$$q = \Delta A \cdot k \cdot (k-1) \cdot t [mm^3/rev] \quad (11)$$

여기에서, ΔA 는 챔버의 단면적 변화량이고, t는 내부로터와 외부로터의 두께이다. 이 때 단면적 변화량 ΔA 를 구하기 위해 사용되는 외부로터의 중심으로부터 챔버 외벽까지의 거리는 편의상 원호치형의 중심 반경 b로 하였다. 이 거리는 유량에는 영향을 주지 않으나 원호치형의 굽힘 강도에 영향을 줄 수 있는 부분이므로 내부로터와 간섭이 일어나지 않는 범위에서 설계자가 결정할 수 있다.

2-2-2. 토크

본 연구에서는 챔버의 체적이 최소인 경우 즉, 공전각 $\theta_{rev} = 0$ 일 때 고압의 작동유가 유입되면 챔버사이의 압력 차로 인하여 토크가 발생함으로써 내부로터가 회전하면서 챔버의 면적이 증가하고, $\theta_{rev} = \pi$ 일 때 작동유를 방출하는 것으로 정하였다. 발생 토크를 계산하기 위해 아래와 같은 가정이 필요하게 된다.

- 1) 작동유체는 비압축성이다.
- 2) 유로에서의 저항은 고려하지 않는다.
- 3) 고압의 챔버의 압력은 모두 일정하다.
- 4) 접촉부에서 마찰력과 압력손실은 없다.

유효압력을 가지고 있는 유체가 하는 일은 모터가 하는 일과 같다고 가정하면 유체로 인하여 발생하는 이론 토크 T_{th} [kgf-mm]는 다음과 같이 계산된다.

$$T_{th} = \frac{q\Delta p}{2\pi} \quad (12)$$

두 접촉점 사이에 있는 챔버의 압력 p_k kgf/mm²에

의한 힘은 두 점 사이에 투영된 면적에 가해지는 압력에 의한 힘과 같다. 챔버를 형성하는 접촉점 C_i, C_j 의 좌표를 각각 $(C_{xi}, C_{yi}), (C_{xj}, C_{yj})$ 라고 할 때, 피치점이 내부로터의 순간 중심이 되므로 유체 압력에 의한 토크 T_k [kgf·mm]는 다음과 같이 계산된다.

$$T_k = a_k D_k \cdot t \cdot \sqrt{(c_{xi} - c_{xj})^2 + (c_{yi} - c_{yj})^2} \quad (13)$$

여기에서 a_k 는 피치점에서 힘의 작용선까지의 거리이다. 따라서, 제로터의 출력 토크 T_{real} 은 T_k 의 합으로 계산된다.

$$T_{real} = \sum_k T_k \quad (14)$$

2-2-3. 접촉점에 대한 고려

제로터의 치형은 원호치형과 이에 의해 생성되는 트로코이드 치형으로 구성되기 때문에 굽힘강도에 대해서는 안전하다고 판단되나 접촉부에서의 마모로 인한 성능의 저하가 우려되므로 면압강도에 대해서 고려할 필요가 있다. 챔버의 압력으로 인한 하중이 같다고 가정하고 치의 접촉유형을 원통 접촉으로 가정하면 헤르쯔(Hertz) 접촉응력은 내부로터와 외부로터의 등가곡률에 비례한다. 이때 내부로터의 곡률 k_i 는 다음과 같다.

$$k_i = \frac{x'y'' - x''y'}{(x'^2 + y'^2)^{3/2}} \quad (15)$$

여기에서 x', y' 는 각각 식 (7)의 i 성분과 j 성분을 한 번 미분한 것이고, x'', y'' 는 두 번 미분한 값이다. 식 (15)를 이용하여 내부로터의 곡률을 계산하고, 다음식을 이용하여 등가곡률 k_{eq} 을 구한다.

$$k_{eq} = k_i + \frac{1}{r} \quad (16)$$

3. 결과 및 고찰

설계 변수의 변화에 따른 제로터 유압 모터의 운전 특성을 해석하기 위하여 원호치형 중심 반경 b 를 30 mm로 일정하게 하고 원호치형 개수 k , 편심량 e 와 원호치형 반경을 각각 변화시키며 관찰하였다. 이 때 작동 유체의 입구측과 출구측 압력은 상용 사용 압력 범위인 1 kgf/mm²과 대기압으로 하였으며 제로터의 두께는 해석의 편의상 단위두께로 하였다.

Fig. 4는 편심량 e 와 원호 치형 반경 r 를 변수로 하여 챔버의 단면적의 변화량을 나타낸 것이다. 원호 치형 개수는 7개로 일정하고 편심량을 변수로 했을 경우 원호 치형 반경은 10 mm로 하였고, 원호 치형 반경을 변수

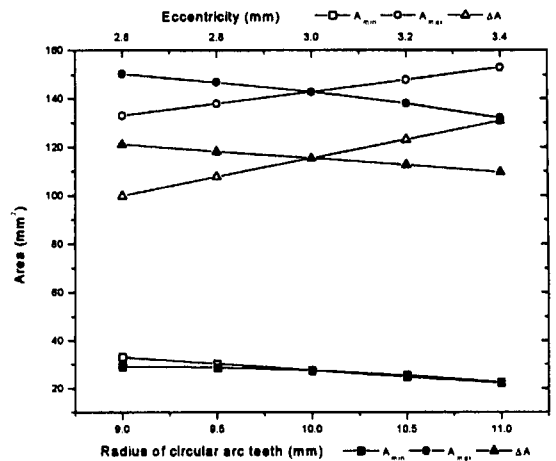


Fig. 4. The influence of eccentricity and radius of circular arc teeth on the chamber area. ($k=7, b=30$ mm)

로 했을 경우 편심량은 3 mm로 하여 관찰하였다. 챔버의 단면적 변화량(ΔA 는 챔버의 최대 단면적 A_{max} 와 챔버의 최소 단면적 A_{min} 의 차를 나타낸다. 그림에서 단면적 변화량은 편심량 e 에 비례하고 원호 치형 반경에 반비례함을 알 수 있다.

Fig. 5는 편심량과 원호 치형 반경이 일정할 때 원호 치형 개수의 변화에 따른 챔버의 단면적 변화량과 출력축의 회전당 유량을 나타낸 것이다. 원호 치형 개수가 증가하면 단면적 변화량은 감소하나 식 (11)에 의해서 챔버 개수의 증가로 인하여 유량은 증가함을 알 수 있다.

Fig. 6에서는 원호 치형 개수, 편심량과 원호 치형 반경의 변화에 따른 토크의 변화를 나타낸 그림이다. Fig. 6의 (a)와 (b)에서 토크의 거동은 편심량과 원호 치형 반경에 무관하게 일정한 형태를 보이며 평균 토크

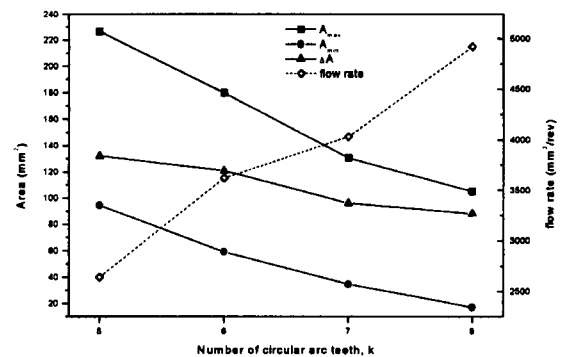


Fig. 5. The influence of number of circular arc teeth on the chamber area. ($b=30$ mm, $e=2.5$ mm, $r=10$ mm)

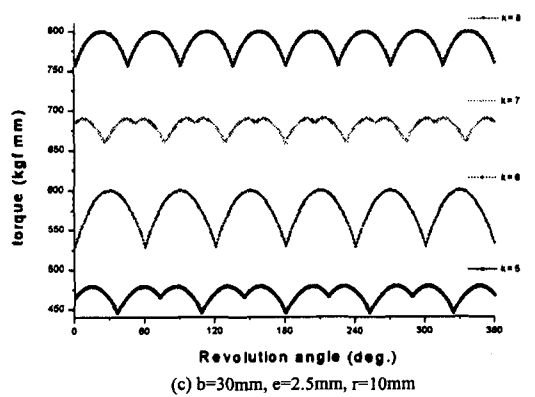
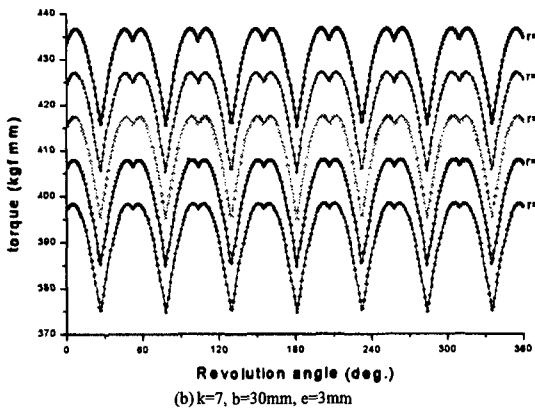
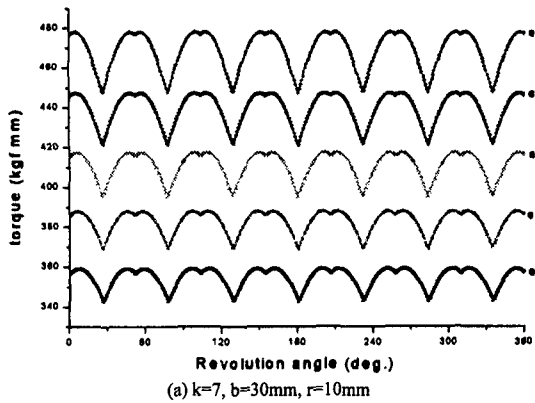


Fig. 6. The influence of design parameter on torque.

크와 변동 토크만 변하는 것을 관찰할 수 있었다. (c)에서 출력 토크는 $360^\circ/k$ 를 주기로 반복됨을 관찰할 수 있고 출력 토크의 거동도 원호 치형 개수에 따라 변하는 것을 알 수 있다.

Fig. 7에서 편심량과 원호치형 반경을 변수로 하여 출력토크와 변동토크를 나타낸 것으로서 출력토크는 편심량에 비례하고 원호 치형 반경에 반비례하며 토크

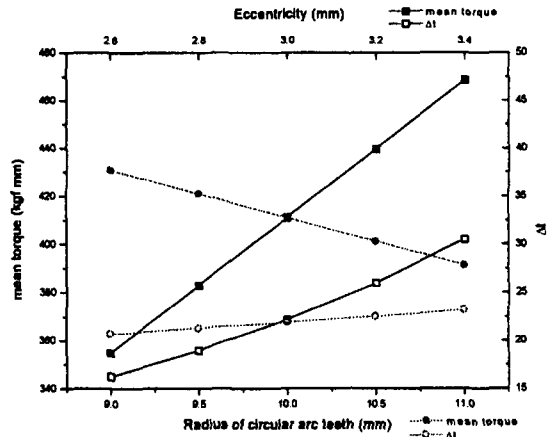


Fig. 7. influence of eccentricity and radius of circular arc teeth on the torque. ($k=7, b=30\text{ mm}$)

의 변동폭은 편심량과 원호치형 반경에 비례함을 알 수 있다. 따라서 편심량을 증가시키거나 원호치형 반경을 감소시키면 출력토크를 증가시킬 수 있으나 토크의 변동폭이 중요한 설계 고려사항일 경우, 원호치형 반경을 감소시키는 것이 효과적인 것으로 생각된다.

Fig. 8은 원호 치형 개수의 변화에 따른 출력 토크를 나타낸 것으로 원호 치형 개수에 비례하여 증가함을 알 수 있다. 설계변수 변화에 따른 출력토크의 변화는 유량변화와 같은 경향을 보였으며 제로터의 체적효율을 이른 토크 T_{in} 에 대한 출력 토크 T_{real} 의 비로 정의하면, 제로터 유압모터의 체적효율은 편심량 e 와 원호치형 반경 r 의 변화에 관계없이 거의 일정한 것으로 나타났다.

Fig. 9는 내부로터와 외부로터의 등가곡률의 변화를 나타낸 그림이다. Fig. 9의 (a)와 (b)에서 제시하는 바와 같이 편심량 e 와 원호 치형 반경 r 이 증가할수록 곡률의

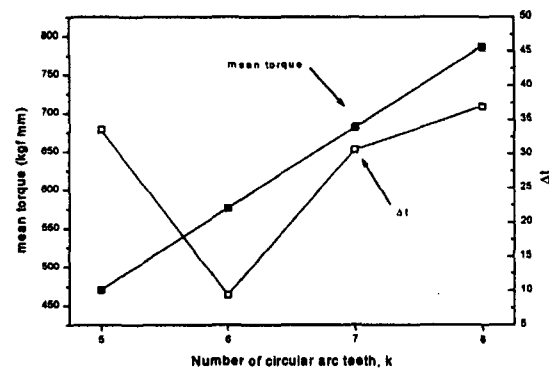


Fig. 8. The influence of number of circular arc teeth on the torque. ($b=30\text{ mm}, e=2.5\text{ mm}, r=10\text{ mm}$)

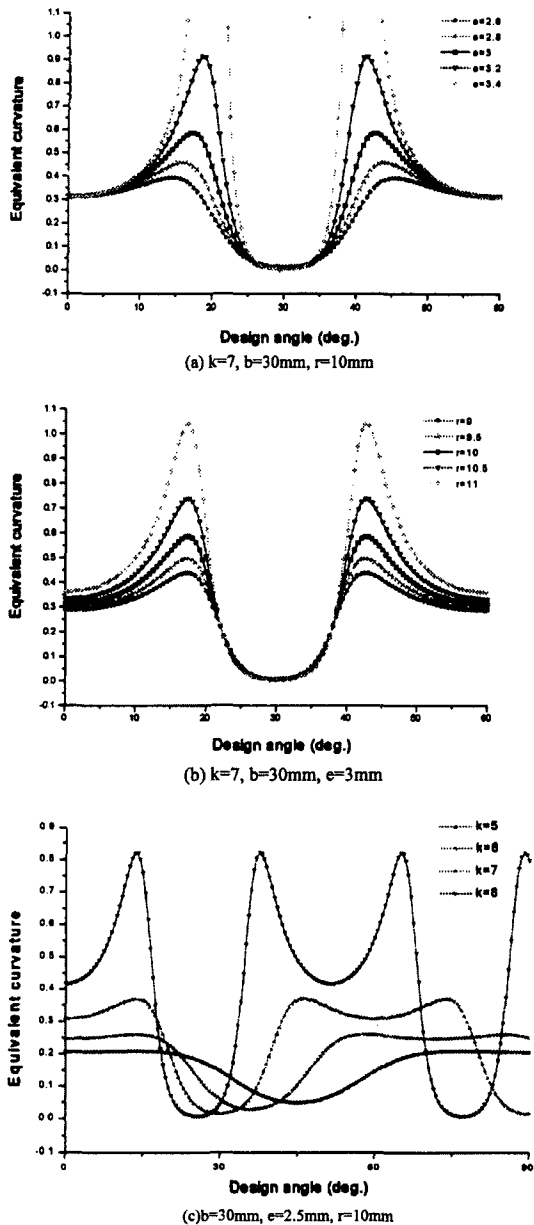


Fig. 9. The influence of design parameter on the equivalent curvature.

변화가 심하였다. 또한 원호 치형 반경보다 편심량이 커질 때 최대값이 급격히 증가한다.

Fig. 9 (c)는 원호 치형 개수의 변화에 따른 등가 곡률의 변화를 관찰한 것이다. Fig. 9에서 보는 바와 같이 원호치형 개수가 증가하면 등가 곡률의 최대값은 증가함을 알 수 있다. 따라서 출력 토크를 증가시키기

위해서 편심량을 증가시키거나 원호 치형 개수를 증가시키면 등가 곡률이 최대가 되는 점에서의 마모가 우려된다.

4. 결 론

유압 모터에 사용되는 제로터의 내부로터는 외부로터에 의해서 결정된다. 본 연구에서는 곡선족을 이용하였으며 내부로터의 형상이 되는 궤적원의 내접점의 좌표는 단위 접선 벡터를 이용하여 결정하였다. 단위 접선 벡터를 이용한 식은 내부로터의 설계각에 대하여 유일한 내부로터의 좌표를 결정할 수 있다.

설계변수의 변화에 따른 특성 해석을 위하여 원호 치형 중심 거리가 일정할 때 원호 치형 개수, 편심량과 원호 치형 반경을 설계 변수로 하여 제로터 유압 모터의 출력 토크를 관찰하였으며 내부로터와 외부로터의 접촉부의 마모를 고려하기 위하여 접촉부의 등가 곡률을 관찰한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 편심량과 원호 치형 반경이 일정할 때 원호 치형 개수가 많아지면 챔버의 단면적 변화량은 감소하나 챔버의 수가 증가하여 유량이 증가하며 출력 토크도 증가한다.

2. 출력토크의 크기는 원호 치형 개수와 내부로터의 편심량에 대하여 비례하고 원호 치형 반경값에 대하여 반비례하는 경향을 보였다. 또한, 토크 변화량은 내부로터의 편심량과 원호 치형 반경에 비례하며, 이 때 편심량의 변화가 주는 영향이 더욱 큰 것을 알 수 있었다.

3. 편심량과 원호 치형 반경이 커지면 내부로터의 등가 곡률의 최대값이 증가하며 편심량과 원호 치형 반경이 일정할 때 원호 치형 개수를 증가시키면 등가 곡률의 변화가 심해진다.

참 고 문 헌

- Colbourne, J. R., "The Geometry of Trochoid Envelopes and Their Application in Rotary Pumps," *Mechanisms and Machine Theory*, Vol. 9, pp. 421-435, 1974.
- Saegusa, Y., Urashima, K., Sugimoto, M., Onoda, M. and Koiso, T. "Development of Oil Pump Rotors with a Trochoidal Tooth Shape," SAE paper No. 840454.
- Tsay, C. B., Yu, C. Y., "Mathematical Model for the Profile of Gerotor Pumps," *J. of CSME*, Vol. 10, No. 1, pp. 41-47, 1989.
- Yu, C. Y. and Tsay, C. B., "The Mathematical Model of Gerotor Pump Applicable to Its Characteristic Study,"

- J. CSME, Vol. 11, No. 4, pp.385-391,1990.
5. Beard, J. E., "The Effects of The Generating Pin Size and Placement on the curvature and displacement of epitrochoidal Gerotors," Mech. Mach. Theory, Vol. 27, No. 4, pp. 373-389, 1992.
 6. 이성철, 이성남, "유압 모터에 사용되는 제로터의 설계 및 해석," 한국 윤활 학회지, 제11권 제2호, pp. 63-70, 1995.