시간/비용의 트레이드-오프를 고려한 2목적 스케쥴링 문제
(A Bicriterion Scheduling Problems with Time/Cost Trade-offs)

정 용 식* 강 동 진**
(Yong-Sik Jung) (Dong-Jin Kang)

요 약 본 연구에서는 단일 공정의 생산시스템을 대상으로 n개 작업에 있어서의 시간/비용의 트레이드-오프에 있어서 작업순서의 평가기준과 자원할당 비용의 평가기준을 동시에 고려한 2목적 스케쥴링 문제들을 제안한다. 우선 가공작업의 총체류시간(total flow time)과 납기(due date)의 평가기준에 관한 2목적의 유효 스케쥴을 구하는 해법을 제안한다. 그리고 이러한 평가기준과 이에 관련된 자원할당의 비용을 동시에 최소화하는 2목적의 해법을 제안한다.

Abstract This paper discusses a bicriterion approach to sequencing with time/cost trade-offs. The first problem is to minimize the total flow time and the maximum tardiness. And second is to the maximum tardiness and resource allocation costs.
This approach, which produces an efficient frontier of possible schedules, has the advantage that it does not require the sequencing criteria to be measurable in the same units as the resource allocation cost. The basic single machine model is used to treat a class of problems in which the sequencing objective is to minimize the maximum completion penalty. It is further assumed that resource allocation costs can be represented by linear time/cost function.

1. 서 론

생산시스템에 있어서 생산의 대상이 되는 제품 혹은 부품을 언제 어느 설비에서 제조하는가를 결정하는 스케쥴링 문제에 관한 이론적 연구는 종래부터 많이 연구되어 왔지만, 그 대부분은 단일의 평가기준(criterion)를 고려한 단일목적 스케쥴링에 대한 것이었다. 오늘날 생산일정계획에 있어서는 서로 경합관계에 있는 복수의 평가기준를 동시에 고려하는 다목적 스케쥴링의 중요성이 매우 높아지고 있다.

다목적 스케쥴링 문제는 단일목적 스케쥴링 문제의 경우와는 달리 복수의 평가기준를 동시에 최적화하는 완전 최적스케쥴(complete optimal schedule)은 일반적으로 존재하지 않는다.

따라서 복수의 평가기준에 대하여 어떤 목적함수의 값을 개선하기 위해서는 적어도 다른 하나의 목적함수의 값을 나쁘게 할 수 밖에 없는 스케쥴 즉, 유효스케쥴(efficient schedule) (다른 의미로 비열스케쥴(noniferior schedule), 비지배스케쥴(nondominated schedule), 파레토 스케쥴(pareto schedule) 이라고도 함)의 집합을 구 할 필요가 있다.

그러나, 스케쥴링은 그 자체가 본질적으로 조합순열 문제이고, 또한 대부분의 경우가 NP완전(nondeterministic polynomial-time complete)으로 되기 때문에 다목적 스케쥴링은 물론 단일목적 스케쥴링마저도 극히 일부를 제외하고는 지금까지 효율적인 해법이 없는 실정이다. 특히, 다목적 스케쥴링에 있어서는 모든 유효스케쥴의 집합을 구하는 효율적인 해법이 현재까지 거의 없는 상태이다. 그렇기 때문에 초기의 다목적 스케쥴링에 관한 연구는 납기지연(tardiness) 시간 등의 한정된 제약조건하에서 흐름

* 관동대학교 정보기술공학부 산업시스템 전공
** 한국원자력연구소 동력로 기술개발 팀

시간(flow time)등의 특정의 평가기준을 최적화하는 이른바 이중평가기준(dual criteria)에 관한 연구[1],[2],[3],[4]로 시작되었다.

복수의 평가기준을 동시에 고려하는 다목적 스케쥴링에 관한 연구는 1980년도부터 활발히 연구되기 시작되었고, 유효스케쥴의 집합을 구하는 해법으로는 분기한계법과 동적계획법을 이용한 연구[5],[6],[7],[8], 혼합 정수계획법과 목표계획법을 이용한 연구[9],[10,[11]등이 있다. 그런데, 이러한 수리계획법에 의한 해법은 작업(job)의 수가 크면 컴퓨터의 기억용량과 계산시간이 지수함수적으로 증가하는 결점이 있어 실용적인 것이 되지 못한다. 따라서 최근에는 단시간내에 비교적 정도가 높은 유효스케쥴의 집합을 구할 수 있는 실용적인 휴리스틱해법이 다수 제안되었다[12], [13],[14],[15],[16].

한편 스케쥴링 문제는 작업순서 문제와 동시에 자원할당을 포함하고 있다. 이러한 자원할당에 간단하고 가장 기본적인 형태의 하나가 시간/비용의 트레이드-오프에 의해 표현된다.

Vickson[17]은 시간/비용에 있어서 총지연시간의 비용을 최소화하는 문제를 제안하였으며, Elmaghraby[18] 등은 우선권이 제한된 상태에서 총지연시간의 비용을 최소화하는 문제를 제안하였다. 그러나 제안된 두 방법은 스케쥴링의 결과로 초래되는 비용과 자원할당의 결과로 초래되는 비용을 총지연시간이라는 단일의 평가기준를 고려하였다.

본 연구에서는 단일 공정의 생산시스템을 대상으로 n개 작업에 있어서의 시간/비용의 트레이드-오프에 있어서 작업순서의 평가기준과 자원할당 비용의 평가기준을 동시에 고려한 2목적 스케쥴링 문제들을 제안한다. 우선 가공작업의 총체류시간(total flow time)과 납기(due date)의 평가기준에 관한 2목적의 유효스케쥴을 구하는 해법을 제안한다. 그리고 이러한 평가기준과 이에 관련된 자원할당의 비용을 동시에 최소화하는 2목적의 해법을 제안한다.

2. 스케쥴링의 평가기준

스케쥴링 문제에 있어서의 중요한 평가기준은 다음과 같이 정의되어진다.

* 최대체류시간 (maximum flow time)

$$F_{\max} = \max\{F_i\} = F_{[n]} = \Sigma_{i=1}^{n} p_i$$

* 총체류시간 (total flow time)

$$TF = \Sigma_{i=1}^{n} F_{[i]} = \Sigma_{i=1}^{n}\Sigma_{j=1}^{i} p_{[j]} = \Sigma_{i=1}^{n}(n-i+1)p_{[i]}$$

* 최대납기편차 (maximum lateness)

$$L_{\max} = \max\{L_i\} = \max\{C_{[i]} - d_{[i]}\}$$

* 최대납기지연시간 (maximum tardiness)

$$T_{\max} = \max\{T_i\} = \max\{\max\{0, C_{[i]} - d_{[i]}\}\}$$

* 평균납기지연시간 (mean tardiness)

$$\overline{T} = (1/n)\Sigma_{i=1}^{n} T_i = (1/n)\Sigma_{i=1}^{n}(\max\{0, C_{[i]} - d_{[i]}\})$$

여기서 각 기호의 정의는 다음과 같다.

n : 작업수

p_i : 작업 J_i의 가공시간 $i = 1, 2, \ldots, n$

d_i : 작업 J_i의 납기

C_i : 작업 J_i의 가공 완료시각

$(C_i = r_i + W_i + p_i)$,

여기서 r_i : 도착시각 W_i : 대기시간

F_i : 작업 J_i의 체류시간 $(F_i = W_i + p_i)$,

$r_i = 0$, $\forall i$ 이면 $F_i = C_i$

$[i]$: 임의의 스케쥴에서 제 i번째 순서의 작업번호

단일 공정의 스케쥴링 문제에 있어서 앞에서 논한 평가기준중 몇 가지는 최적의 스케쥴을 얻기 위한 해법이 이미 알려져 있다. <표 1>은 단일공정에 있어서의 주요 평가기준을 최소화하는 최적의 스케쥴을 구하는 해법을 나

<표 1> 주요 평가기준에 대한 최적 스케쥴의 해법

평가기준	정 의	최적스케쥴의 해법
최대체류시간	$F_{\max} = \max\{F_i\} = \Sigma_{i=1}^{n} p_i$	실행가능한 모든 스케쥴
총체류시간	$TF = \Sigma_{i=1}^{n} F_i = \Sigma_{i=1}^{n}(n-i+1)p_{[i]}$	SPT규칙에 의한 스케쥴
최대납기지연시간	$T_{\max} = \max\{\max\{0, C_{[i]} - d_{[i]}\}\}$	EDD규칙에 의한 스케쥴
평균납기지연시간	$\overline{T} = (1/n)\Sigma_{i=1}^{n} T_i$	?

타낸 것이다.

<표 1>에서 SPT(Shortest Processing Time)규칙은 가공시간의 비감소순을 의미하고(동일한 가공시간을 갖는 경우는 납기시간의 비감소순), EDD(Earliest Due Date)규칙은 납기시간의 비감소순(동일한 납기시간을 갖는 경우는 가공시간의 비감소순)을 의미한다.

3. 2목적 스케쥴링 문제

3.1. 총체류 시간과 최대 납기지연 시간

3.1.1 문제의 정의

생산시스템에 있어서 n개의 작업에 대한 총체류시간은 생산자의 입장에서 고려되는 중요한 평가기준의 하나가 된다. 즉 총체류시간의 최소화는 바로 공정중의 중간 재공품의 최소화를 의미하기 때문이다. 또한 최대 납기지연 시간은 고객의 입장에서 고려되는 중요한 평가기준의 하나로서 가능하면 고객이 요구하는 납기에 서어비스를 제공하여야 한다. 만약 주어진 납기를 만족하지 못하는 경우는 생산자가 이에 따른 벌금을 지불하여야 한다.

따라서 의사결정자는 다음과 같은 두 가지 평가기준을 가능한 만족할 수 있는 생산 스케쥴의 문제를 해결하길 원한다.

[문제 1]

$$\begin{aligned} &\min\ TF(\pi)=\sum_{i=1}^{n}C_{[i]}=\sum_{i=1}^{n}(n-i+1)p_{[i]}\ , \\ &\min\ T_{\max}(\pi)=\max\{\max(0\ ,\ C_{[i]}-d_{[i]})\}, \\ &\qquad\qquad \pi\in\Pi\ ,1\le i\le n. \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 Π 는 실행가능한 모든 스케쥴의 집합이며 π 는 임의의 실행가능 스케쥴을 의미한다.

[문제 1]에서 두 목적함수식을 나타내는 식(1)는 제각기 $O(n \log n)$의 계산량을 요구하는 SPT 규칙에 의한 스케쥴과 EDD 규칙에 의한 스케쥴로 간단히 얻어질 수 있다. 그리고 이들 규칙에 의하여 얻어진 각각의 해는 2목적 문제의 유효 스케쥴의 집합을 구하는 해의 한계값을 의미한다.

3.1.2 유효 스케쥴

만일 실행가능한 모든 스케쥴의 집합 Π 중에서 다음과 같은 식(2)을 만족하는 임의의 스케쥴 π가 존재하지 않을 때 스케쥴 π^*는 [문제 1]에 대한 유효 스케쥴이 된다.

$$TF(\pi)\le TF(\pi^*),\quad T_{\max}(\pi)\le T_{\max}(\pi^*),\quad \pi\in\Pi \tag{2}$$

마찬가지로 다음과 같은 식(3)을 만족하는 임의의 스케쥴 π_1이 존재한다면 이것은 임의의 스케쥴 π_2 보다 우월하다는 것을 의미한다.

$$\begin{aligned} &TF(\pi_1)\le TF(\pi_2)\ , \\ &T_{\max}(\pi_1)\le T_{\max}(\pi_2),\quad \pi\in\Pi \end{aligned} \tag{3}$$

여기서 SPT 규칙에 의한 스케쥴은 [문제 1]의 2목적중에서 총체류시간을 가장 최소화하기 때문에 2목적을 만족하는 유효스케쥴이 됨을 알 수 있다. 즉, 다음과 같은 식(4)을 만족하는 임의의 스케쥴 π가 존재하지 않기 때문이다.

$$TF(\pi)\le TF(SPT),\quad T_{\max}(\pi)\le T_{\max}(SPT) \tag{4}$$

한편 EDD 규칙에 의한 스케쥴은 [문제 1]의 2목적중에서 최대 납기지연시간은 가장 최소화되지만 2목적을 만족하는 유효스케쥴이 반드시 보장되지는 않는다. 즉, Heck[19] 등에 의해 제안된 앨고리즘을 적용하면 다음과 같은 식(5)을 만족하는 유효 스케쥴 π^*가 존재할 수 있기 때문이다.

$$TF(\pi^*)\le TF(EDD),\quad T_{\max}(\pi^*)=T_{\max}(EDD) \tag{5}$$

다음의 <표 2>에서 나타낸 예제는 EDD 규칙이 [문제 1]을 만족하는 유효 스케쥴이 되지 않는 경우를 보여주고 있다.

<표 2> n=4 의 가공 및 납기시간

J_i	J_1	J_2	J_3	J_4
p_i	2	3	1	2
d_i	3	4	5	6

SPT 규칙 스케쥴

$J_3-J_1-J_4-J_2$, $TF(SPT)=17$, $T_{\max}(SPT)=4$

EDD 규칙 스케쥴

$J_1-J_2-J_3-J_4$, $TF(EDD)=21$, $T_{\max}(EDD)=2$

스케쥴 π:

$J_3-J_1-J_2-J_4$, $TF(\pi)=18$, $T_{\max}(\pi)=2$

그러므로 식(4)로부터 최초의 유효 스케쥴의 기본해는 $(TF(SPT), T_{\max}(SPT))$로 되고 마지막의 유효 스케쥴의 기본해는 식(5)를 만족하는 유효 스케쥴 π^*에 대한 기본해 $(TF(\pi^*), T_{\max}(\pi^*))$가 됨을 알 수 있다.

따라서 [문제 1]의 2목적에 대한 유효 스케쥴의 집합에 대한 해의 상하한값은 다음과 같이 정의 될 수 있다.

$$UB(TF(\pi^*),\ T_{\max}(SPT)),$$

$$LB(TF(SPT),\ T_{\max}(EDD)) \qquad (6)$$

또한 식(6)의 상하한값의 범위에 존재하는 유효 스케쥴은 다음의 [문제 2]로 정의 할 수 있다.

[문제 2]

$$\min\ TF(\pi) = \sum_{i=1}^{n} C_{[i]} = \sum_{i=1}^{n} (n-i+1)p_{[i]},\quad \pi \in \Pi \qquad (7)$$

$$s.t \qquad C_{[i]} \le D_{[i]} = d_{[i]} + \Delta\ ,\ \forall i$$

여기서 Δ는 $T_{\max}(EDD) \le \Delta$를 만족하는 임의의 정수값을 나타낸다. 그런데 [문제 2]의 최적 스케쥴은 [문제 1]에서의 2목적 스케쥴링 문제에 대한 유효 스케쥴이 된다. 그리고 이것은 Smith[20]에 의해 제안된 후진법 앨고리즘을 수정한 앨고리즘을 이용하여 얻을 수가 있다.

[수정 앨고리즘]

[단계 1] $R = \sum_{i=1}^{n} p_i,\ N = \{1, 2, \ldots, n\}\ ,\ k = n$ 으로 놓는다.

[단계 2] 작업 J_{j^*} 를 k번째 위치에 놓는다.

$$J_{j^*} = \{j^* / p_{j^*} \ge p_j,\ D_{j^*},\ D_j \ge R;\ j, j^* \in N\}$$

[단계 3] $R = R - p_{j^*},\ N = N - \{j^*\},\ k = k-1$ 로 놓는다. 만일 $k=0$ 이면 종료한다. 그렇지 않으면 [단계 2]로 간다.

3.1.3 유효 스케쥴의 생성 알고리즘

본 연구에서는 [문제 2]의 최적 스케쥴을 구하는 수정 앨고리즘을 이용하여 제안된 [문제 1]의 2목적 스케쥴링 문제에 대한 모든 유효 스케쥴의 집합을 구할 수 있는 효율적인 앨고리즘을 제안한다.

[제안 앨고리즘 1]

[단계 1] $\Delta = \sum_{i=1}^{n} p_i$ 으로 놓는다.

[단계 2] $D_i = d_i + \Delta\ ,\ \forall i$ 으로 놓는다.

[단계 3] [문제 2]의 최적 스케쥴을 구하는 [수정 앨고리즘]으로 유효 스케쥴 π^* 을 구한다. 만약 실행가능 스케쥴이 존재하지 않으면 종료한다.

[단계 4] $TF(\pi^*)$ 및 $T_{\max}(\pi^*)$를 계산한다. 그리고 $\Delta = T_{\max}(\pi^*) - 1$ 로 하여 [단계 2]로 간다.

제안된 앨고리즘의 효율성을 위하여 <표 3>에서 주어진 예를 적용하여 모든 유효 스케쥴의 집합을 구하여 본다.

[예문 1]

<표 3> n=4 의 가공 및 납기시간

J_i	J_1	J_2	J_3	J_4
p_i	2	4	3	1
d_i	1	2	4	6

[단계 1] $\Delta = \sum_{i=1}^{n} p_i = 10$

[단계 2] $D = \{D_i\} = (11, 12, 14, 16)$

[단계 3] $\pi^* = J_4 - J_1 - J_3 - J_2$ (**SPT** 규칙 스케쥴)

[단계 4]

$(TF(\pi^*) = 20,\ T_{\max}(\pi^*) = 8),\ \Delta = 8 - 1 = 7$

[단계 2] $D = \{D_i\} = (8, 9, 11, 13)$

[단계 3] $\pi^* = J_4 - J_1 - J_2 - J_3$

[단계 4]

$(TF(\pi^*) = 21,\ T_{\max}(\pi^*) = 6),\ \Delta = 6 - 1 = 5$

[단계 2] $D = \{D_i\} = (6, 7, 9, 11)$

[단계 3] $\pi^* = J_1 - J_2 - J_3 - J_4$ (**EDD** 규칙스케쥴)

[단계 4]

$(TF(\pi^*) = 27,\ T_{\max}(\pi^*) = 5),\ \Delta = 5 - 1 = 4$

[단계 2] $D = \{D_i\} = (5, 6, 8, 10)$

[단계 3] 실행가능 스케쥴이 존재하지 않으므로 종료한다.

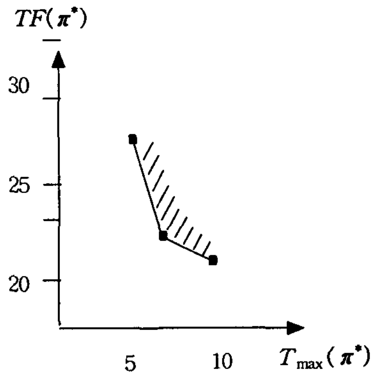
<그림 1>은 앞의 [예문 1]로부터 구해진 유효 스케쥴의 해집합을 나타낸 것이다.

3.2 최대 납기지연 시간과 자원할당 비용

3.2.1 문제의 정의

앞서 논한 2목적 문제는 작업의 가공시간이 단 하나의 경우를 대상으로 하였다. 그러나 최대 납기지연시간으로

말미암아 고객에게 벌금을 보상하여야 하는 경우에 생산



[그림 1] 유효 스케쥴의 해집합

자가 벌금 대신 차라리 긴급자원을 할당하여 가공시간을 단축하는 것이 보다 경제적일 수가 있다. 이것은 나아가서 시간/비용의 선형함수에 의해 표현되는 자원할당의 비용으로 가정할 수 있다. 이러한 경우 의사결정자는 가능한 최대 납기지연시간을 줄이면서 긴급자원을 할당하는데 소요되는 특급비용을 가장 경제적으로 할 수 있는 생산 스케쥴의 문제를 해결하길 원한다. 따라서 다음과 같은 2목적 스케쥴링 문제를 정의할 수 있다.

[문제 3]

$$\min\ T_{\max} = \max\{\max(0,\ C_{[i]} - d_{[i]})\},$$
$$\min\ K = \sum_{i=1}^{n} c_{[i]}(b_{[i]} - p_{[i]}),\quad 1 \le i \le n. \qquad (8)$$

여기서 p_i : 작업 J_i 의 실제 가공시간,

$0 < a_i \le p_i \le b_i$

$c_i(b_i - p_i)$: 작업 J_i 의 특급비용

3.2.3 유효 스케쥴

유효 스케쥴의 의사결정은 궁극적으로 [문제 3]에서 정의한 두 목적함수의 효율적인 결합에 관한 정보가 기초가 된다. 따라서 만일 실행가능한 모든 스케쥴의 집합 Π 중에서 다음과 같은 식(9)을 만족하는 임의의 스케쥴 π가 존재하지 않을 때 스케쥴 π^*는 [문제 3]에 대한 유효 스케쥴이 된다.

$$T_{\max}(\pi) \le T_{\max}(\pi^*),$$
$$K(\pi) \le K(\pi^*),\quad \pi \in \Pi \qquad (9)$$

여기서 작업의 실제 가공시간 p_i가 주어진 경우는 EDD 규칙에 의한 스케쥴이 최대 납기지연시간을 가장 최소화하는 유효 스케쥴이 됨을 알 수 있다. 따라서 가공시간이 $0 < a_i \le p_i \le b_i$로 주어진 경우 [문제 3]의 2목적중에서 최대 납기지연 시간에 대한 유효해의 범위를 살펴보면 $T_{\max}(EDD(a_{[i]})) \le T_{\max} \le T_{\max}(EDD(b_{[i]}))$ 사이에 존재함을 알 수 있다. 그리고 [문제 3]의 2목적중에서 최대 납기지연시간을 단축하기 위해 긴급자원을 할당하는데 소요되는 특급비용의 최소화는 다음과 같은 [문제 4]로 정의 할 수 있다.

[문제 4]

$$\min\quad K = \sum_{i=1}^{n} c_{[i]} x_{[i]}$$
$$s.t\quad T_{\max} \ge \sum_{i=1}^{n}(b_{[i]} - x_{[i]}) - d_{[i]},\ \forall i \qquad (7)$$
$$0 \le x_{[i]} \le b_{[i]} - a_{[i]},\ \forall i$$

여기서 $x_{[i]} = b_{[i]} - p_{[i]}$를 의미한다. 그러므로 [문제 4]의 최적해는 [문제 3]의 2목적중에서 자원할당에 소요되는 특급비용을 최소화하는 유효해가 된다.

3.2.4 유효해 생성 알고리즘

본 연구에서는 제안된 [문제 3]의 2목적 스케쥴링 문제에 대한 모든 유효해의 집합을 구할 수 있는 효율적인 앨고리즘을 제안한다.

[제안 앨고리즘 2]

[단계 1] EDD 규칙의 스케쥴을 만든다.

[단계 2] $p_{[i]} = b_{[i]},\ \forall i$ 으로 놓는다.

그리고 다음의 작업 $J_{[k]}$를 발견한다.

$[k] = \min\{[i] \mid T_{[i]} = T_{\max}\}$

[단계 3] 다음의 작업 $J_{[j]}$를 발견한다. 만약, 존재하지 않으면 종료한다.

$c_{[j]} = \min\{c_{[i]} \mid [i] \le [k],\ p_{[i]} > a_{[i]}\}$

[단계 4] 작업 $J_{[j]}$에 대하여 다음의 조건들을 고려하여 $T_{[k]}$를 줄일 수 있을 때까지 긴급자원을 할당한다.

(a) $T_{[k]} = 0$ 이면 종료한다.

(b) $p_{[j]} = a_{[j]}$ 이면 [단계 3]으로 간다.

(c) $T_{[k]} = T_{[r]}$,

여기서, $[r] = \min\{[i] \mid T_{[i]} = T_{[k]},\ [i] < [j]\}$,

$[k] \leftarrow [r]$ 로 두고 [단계 3]으로 간다.

제안된 앨고리즘의 효율성을 위하여 <표 4>에서 주어진 예를 적용하여 모든 유효해의 집합을 구하여 본다.

[예문 2]

<표 4> n=4 의 가공시간, 비용계수 및 납기시간

J_i	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
a_i	4	5	4	1	6	4
b_i	6	8	5	5	7	6
c_i	3	4	5	2	10	6
d_i	5	8	12	18	21	28

[단계 1] $J_1-J_2-J_3-J_4-J_5-J_6$ (EDD 규칙의 스케쥴), 여기서는 $[i]=i$가 일치한 경우임

[단계 2] 작업 $J_{[k]}=J_{[5]}$ 가 되고, 이때 $T_{\max}=10$, $K=0$

[단계 3] 작업 $J_{[j]}=J_{[4]}$ 가 되고, 이때 $c_{[4]}=2$

[단계 4] 작업 $J_{[4]}$에 대하여 자원을 3만큼 할당한다.
이때, 작업 $J_{[k]}=J_{[3]}$ 이 되고 유효해의 값은 $T_{\max}=7$, $K=6$

[단계 3] 작업 $J_{[j]}=J_{[1]}$ 가 되고, 이때 $c_{[1]}=3$

[단계 4] 작업 $J_{[1]}$에 대하여 자원을 $p_{[1]}=a_{[1]}=4$ 로 2만큼 할당한다.
이때, 작업 $J_{[k]}=J_{[3]}$ 이 되고 유효해의 값은 $T_{\max}=5$, $K=12$

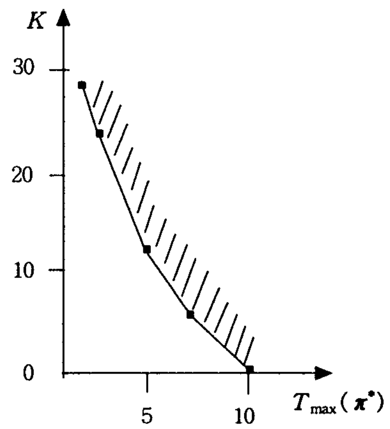
[단계 3] 작업 $J_{[j]}=J_{[2]}$ 가 되고, 이때 $c_{[2]}=4$

[단계 4] 작업 $J_{[2]}$에 대하여 자원을 $p_{[2]}=a_{[2]}=5$ 로 3만큼 할당한다.
이때, 작업 $J_{[k]}=J_{[3]}$ 이 되고 유효해의 값은 $T_{\max}=2$, $K=24$

[단계 3] 작업 $J_{[j]}=J_{[3]}$ 가 되고, 이때 $c_{[3]}=5$

[단계 4] 작업 $J_{[3]}$에 대하여 자원을 $p_{[3]}=a_{[3]}=4$ 로 1만큼 할당한다.
이때, 작업 $J_{[k]}=J_{[3]}$ 이 되고 유효해의 값은 $T_{\max}=1$, $K=29$

[단계 3] 종료한다.



<그림 2> 유효 스케쥴의 해집합

<그림 2>는 앞의 [예문 2]로부터 구해진 유효 스케쥴의 해집합을 나타낸 것이다.

4. 결 론

본 연구에서는 스케쥴링 문제에 대한 여러 평가기준들을 제시하고 이러한 평가기준들을 동시에 고려한 2종류의 다목적 스케쥴링 문제를 다루었다. 이러한 다목적 스케쥴링 문제는 시간/비용의 트레이드-오프에 관련된 유효 스케쥴과 이에 관련된 유효해의 특성들을 고찰하고 이들의 집합을 생성하는 앨고리즘을 제안하였다. 그리고 적용 예를 통하여 그 효율성을 알아보았다.

향후의 연구과제로는 본 연구에서 제안된 앨고리즘으로 생성된 유효 스케쥴과 유효해의 집합으로부터 의사결정자의 선호구조에 적합한 선호스케쥴(preference schedule)을 최종적으로 결정하는 다목적 의사결정의 문제를 논하고자 한다.

참 고 문 헌

[1] Bansal, S. P., "Single Machine Scheduling to Minimize Weighted Sum Completion Time with Secondary Criterion —A Branch and Bound Approach," Eur. J. of Oper. Res., Vol.5, pp.177-181, 1980.

[2] Burns, R. N., "Scheduling to Minimize the Weighted Sum of Completion Times with Secondary Criteria," Naval Res. Log. Quart., Vol.23, pp.125-129, 1976.

[3] Emmons, H., "A Note on a Scheduling Problem with Dual Criteria," Naval Res. Log. Quart., Vol.22, pp.615-616, 1975.

[4] Miyazaki, S., "One Machine Scheduling Problem with Dual Criteria," J. of Oper. Res. Soc. of Japan, Vol.24, pp.37-50, 1981.

[5] Lin, K. S., "Hybrid Algorithm for Sequencing with Bicriteria," J. of Optimization Theory and Applications, Vol.39, pp.105-123, 1983.

[6] Nelson, R. T., Sarin, R. K. and Daniels, R. L., "Scheduling with Multiple Performance Measures; The One-Machine Case," Mgmt. Sci., Vol.32, pp.464-479, 1986.

[7] Sen, T. and Gupta, S. K., "A Branch and Bound Procedure to Solve a Bicriterion Scheduling Problem," IIE Transactions, Vol.15, pp.84-88, 1983.

[8] Sen, T. Raiszadeh, F. M. E. and Dileepan, P., "A Branch and Bound Approach to the Bicriterion Scheduling Problem Involving Total Flow-Time and Range of Lateness," Mgmt. Sci., Vol.34, pp.254-260, 1988.

[9] Deckro, R. F., Heber, J. E. and Winkofsky, E. P., "Multiple Criteria Job-Shop Scheduling," Computer and Oper. Res., Vol.9, pp.279-285, 1982.

[10] Ignizio, J. P., "A Generalized Goal Programming Approach to the Minimal Interference Multicriteria N*1 Scheduling Problem," IIE Transactions, Vol.16, pp.316-322, 1984.

[11] Selen, W. J. and Hott, D. D., "A Mixed-Integer Goal-Programming Formulation of the Standard Flow-Shop Scheduling Problem," J. of Oper. Res. Soc., Vol.37, pp.1121-1128, 1986.

[12] Bagchi, U., "Simultaneous Minimization of Mean and Variation of Flow Time and Waiting Time in Single Machine System," Oper. Res., Vol.37, pp.118-125, 1989.

[13] Daniels, R. L. and Chambers, R. J., "Multi-objective Flow-Shop Scheduling," Naval Res. Log. Quart., Vol.37, pp.981-995, 1990.

[14] 森澤和子, 長澤啓行, 西山徳行, "總滯留時間最小化, 最大納期遅れ時間最小化の2目的單一機械スケジューリングについて―複合ランダムサンプリングによる多目的スケジューリング法 (第1報)," 日本經營工學會誌, Vol.41, No.3, pp.165-171, 1990.

[15] Morizawa, K., Nagasawa, H. and Nishiyama, N., "A Multiobjective Scheduling Method using Complex Random Sampling," Proceedings of the 11th ICPR, China, pp.181-184, 1991.

[16] 立田 浩, 長澤啓行, 西山徳行, "ランダムサンプリングによる多目的スケジューリング法," 日本經營工學會誌, Vol.40, No.1, pp.30-35, 1989.

[17] Vickson, R.G.," Choosing the job sequence and processing times to minimize total processing plus flow cost on single machine," Operation Res. Vol.28, pp.1155-1167, 1980.

[18] Elmaghraby, S. E. and Pulat, P. S., "Optimal project compression with due-dated events," Naval Res. Log. Quart., Vol.26, pp.331-348, 1979.

[19] Heck, H. and Roberts, S., "A Note on the Extension of a Result on Scheduling with Secondary Criteria," Naval Res. Log. Quart., Vol.19, pp.403-405, 1972.

[20] Smith, W. E., "Various Optimizers for Single-Stage Production," Naval Res. Log. Quart., Vol.3, pp.59-66, 1956.