

SDFT 순환 구현 시 진동계수의 유한 비트 표현에 따른 오차영향 해석

Analytic Derivation of the Finite Wordlength Effect of the Twiddle Factors in Recursive Implementation of the Sliding-DFT

김 재 화*, 장 태 규**
(Jae Hwa Kim*, Tae Gyu Chang**)

* 본 논문은 정보통신부 우수 대학원 지원사업에 의해 수행한 연구 내용임.

요 약

본 논문에서는 Sliding-DFT(sliding discrete Fourier transform : SDFT)를 순환구조로 구현할 때 복소수 계수를 유한한 비트로 근사 표현하여 생기는 오차영향을 해석적으로 구하는 방법을 제시하고 유도 과정을 기술하였다. 해석한 결과는 오차전력과 신호전력 비(noise-to-signal power ratio : NSR)의 식으로 얻었으며, DFT 대상신호가 평균이 '0'인 가우스 백색신호(zero-mean white Gaussian signal)인 것으로 가정하였다. NSR 식은 복소수계수를 표현하는 비트 수와 DFT 구간길이에 대한 식으로 구하였다. 유도 과정은 SDFT 순환 식(recursive equation)으로 유도한 오차방정식(error dynamic equation)과 계수근사오차의 공간적인 확률분포특성에 근거하였다. 해석적으로 유도한 NSR 결과를 시뮬레이션 실험을 통해 얻은 결과와 비교하여 타당성을 확인하였다.

ABSTRACT

This paper presents an analytic derivation of the erroneous effect when the sliding-DFT is implemented in a recursive way with the finite-bit approximation of the twiddle factors. The analysis result is obtained in a closed form equation of the noise-to-signal power ratio(NSR) employing the zero-mean white Gaussian signal as the target input of the DFT. The parameters of the wordlength used in representing the twiddle factors and the blocklength of the DFT appear in the NSR explicitly as its function variables. The derivation is based on the error dynamic equation, which is derived from the recursive SDFT, and on the analytic exploration of the statistical characteristics of the approximation coefficients treating them as random variables of having spatial distributions. The analytically derived results are verified through the comparison with the data actually measured from the computer simulation experiment.

I. 서 론

Sliding-DFT(sliding discrete Fourier transform : SDFT)는 매 입력 샘플마다 연속적으로 겹치는 N-point 신호구간에 DFT를 계산하는 것을 일컫는다. SDFT는 스펙트럼을 해석하는데 블록 모서리효과(block-edge effect)를 줄이기 위한 경우와, 시간에 따라 변하는 스펙트럼 특성을 추적해야 할 때와 같이 높은 시간 해상도가 필요한 경우에 유용하며 영상처리, 적응필터링, 그리고 데이터 압축 등에서 그의 응용을 찾을 수 있다[1][2][3][4].

만일 SDFT의 복소수계수를 오차영향이 어느 정도 이상

넘지 않을 만큼만 유한한 비트로 근사 표현하고 이에 더해 순환 구조로 계산한다면, 범용 마이크로 컨트롤러나 ASIC으로 구현하기가 매우 경제적이어서 SDFT의 응용도를 한층 높일 수 있을 것이다. 이러한 경제성은 순환구조 구현에 따른 계산량 감소와 동시에 복소수 계수의 유한 비트 표현에 따른 정수연산(고정소수점연산)이 가능하기 때문이다. 특히 SDFT의 계산구조는 sliding-FFT(sliding fast Fourier transform : SFFT)[5], [6]에 비하여, 곱셈과 덧셈의 수는 비슷하고 필요한 변수저장공간이 적다는 점에서 SFFT보다 좋다.

그러나 순환구조 구현은 오차파급특성 때문에 근사구현에 따른 오차에 민감하다[7][8]. 따라서 계수 근사 비트수와 DFT 구간길이 등의 설계변수를 결정할 때는 근사에 따른 오차 영향을 상세히 고려해야 한다. 특히 범용 마이

* 중앙대학교 전자전기공학부
접수일자: 1999년 5월 18일

크로퀀트롤러나 VLSI 합성(synthesize)으로 구현할 때 전형적인 필요조건인 구현속도와 경제성을 동시에 만족시키기 위해 복소수 계수를 근사표현 할 때는 적절한 설계 파라미터의 선택을 위해 비트수 제한에 기인한 오차영향을 철저히 해석해야 한다.

이에 본 논문에서는 SDFT의 복소수 진동계수를 비트 근사 표현하여 순환구조로 구현할 때 발생하는 오차의 영향을 해석하고자 한다. 오차전력과 신호전력 비율(noise-to-signal power ratio : NSR)을 SDFT 순환 식을 통해 해석적으로 구하며, 복소수 계수를 표현하는 비트수와 DFT 구간길이에 대한 closed-form equation으로 얻을 것이다. NSR은 DFT를 계산하는데 있어서 성능을 알아보는 궁극적인 지표로서 의미가 있으며, 근사 비트수와 구간길이의 closed-form equation으로 이를 제시한다는 것은 스펙트럼해석과 응용을 위한 설계지침으로서 유용한 특성이라 할 수 있다.

유도과정은 SDFT 순환식(recursive equation)을 통해 유도한 오차방정식(error dynamic equation)에 근거하였으며, 계수의 근사오차들의 특성을 공간상에 분포하는 확률변수로 취급하여 통계 해석적인 기법을 적용하였다. 근사에 따른 오차영향을 간결한 형태의 오차방정식과 이의 대수적 취급을 통해 통계변수들과 NSR을 체계적이고 정교하게 정량화 한다는 것은 [8]과 [9]등에서와 같은 결정성 신호를 대상으로 하거나 전력오차 합 등의 접근 기법들에 비하여 구별되는 특징이다. 해석의 대상신호는 수학적인 용이성과 응용대상으로서 일반성을 고려하여 평균이 '0'인 가우스 백색신호로 설정하였다.

II. SDFT 순환 식과 오차 방정식

SDFT의 순환 구현은 현재 신호블록의 DFT를 구할 때 이전 신호블록의 DFT를 이용하는 데에 기반을 둔다. SDFT 순환 식은 DFT 계수를 표현할 때 sliding index 'l'을 도입하여 구할 수 있다. 신호열 $x(l), x(l+1), \dots, x(l+N-1)$ 의 N-point DFT를 (1)과 같이 표현하자.

$$X_k(l) = \sum_{m=0}^{N-1} x(l+m) W_N^{km} \quad (1)$$

여기서, W_N 은 진동계수(twiddle factor)로 $\exp(j*2\pi/N)$ 과 같다. 그러면 $X_k(l+1)$ 과 $X_k(l)$ 의 관계로 (2)와 같이 SDFT 순환 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} X_k(l+1) &= \sum_{m=0}^{N-1} x(l+1+m) W_N^{km} \\ &= W_N^k \left\{ \sum_{m=0}^{N-1} x(l+m) W_N^{km} - x(l) + x(l+N) \right\} \quad (2) \\ &= W_N^k \{ X_k(l) - x(l) + x(l+N) \}, \\ k &= 0, 1, \dots, N-1 \end{aligned}$$

식 (2)에서 다음 블록의 DFT $X_k(l+1)$ 은 현재 블록의 DFT $X_k(l)$ 에 새로 블록에 들어오는 신호 $x(l+N-1)$ 을 더하

고 블록에서 나가는 신호 $x(l)$ 을 뺀 후에 진동계수 W_N^k 을 곱해서 얻을 수 있음을 나타낸다.

DFT를 계산하는데 식 (2)는 각 주파수 성분마다 두 번의 덧셈과 한 번의 곱셈으로 이루어지는 병렬 연산 구조이며 상대적으로 단순한 구조라 할 수 있다. 병렬 연산 구조는 단지 몇 개의 주파수 성분만 계산이 필요한 응용에 적용할 때 매우 효과적이라 할 수 있다.

만일 식 (2)에 진동계수를 \widehat{W}_N^k 로 유한 비트 근사표현하면 (3)과 같이 근사 DFT $\widehat{X}_k(l+1)$ 에 관한 식으로 다시 쓸 수 있다.

$$\widehat{X}_k(l+1) = \widehat{W}_N^k \{ X_k(l) - x(l) + x(l+N) \} \quad (3)$$

이 때 스펙트럼 오차 $E_k(l+1)$ 을 (4)와 같이 근사 스펙트럼과 실제 스펙트럼의 차이로 정의하여,

$$E_k(l+1) = \widehat{X}_k(l+1) - X_k(l+1) \quad (4)$$

근사 SDFT 식 (3)을 대입하고 $E_k(l+1)$ 과 $E_k(l)$ 의 관계로 정리하면 (5)와 같은 오차방정식을 얻는다.

$$E_k(l+1) = \widehat{W}^k E_k(l) + (\widehat{W}^k - W^k) \{ X_k(l) - x(l) + x(l+N) \} \quad (5)$$

NSR 유도에서 필요한 기하학적 해석을 위해 새로운 변수 α_k 와 δ_k 그리고 신호 갱신 스펙트럼 $U_k(l)$ 을 도입하여 (5)를 (6)과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$E_k(l+1) = \alpha_k W^k E_k(l) + \delta_k W^k U_k(l) \quad (6)$$

여기서, $\delta_k \triangleq \frac{\widehat{W}^k - W^k}{W^k}$, $\alpha_k \triangleq \frac{\widehat{W}^k}{W^k}$, 그리고 $U_k(l) \triangleq X_k(l) - x(l) + x(l+N)$.

식 (6)에서 보듯이 오차방정식 또한 주파수 성분별 병렬 연산구조이며, 입력이 $U_k(l)$ 인 1차 상태 방정식 형태이다.

III. NSR의 해석적 유도

본 절에서는 근사 DFT $\widehat{X}_k(l)$ 의 신호성분 전력과 오차성분 전력비율(NSR)을 (6)의 오차방정식을 통해 구한다. NSR을 오차파급의 주요 영향 요소인 근사 비트수와 DFT 구간 길이에 관한 closed-form으로 유도할 것이다. 유도과정은 확률 해석적 기법에 기반하며 α_k 와 δ_k 는 공간상에 분포하는 확률 변수로 취급한다. 대상신호는 수학적 편의성과 응용측면서 일반성을 고려하여 평균이 '0'인 가우스 백색신호로 설정하였다.

NSR은 (7)과 같이, 각 블록에 대한 오차 $E_k(l)$ 의 전력

밀도평균과 $X_k(l)$ 의 전력밀도평균의 기대값 비율로 정의한다.

$$\sigma_E^2 \triangleq E\{|E_k(l)|^2\}, \quad \sigma_X^2 \triangleq E\{|X_k(l)|^2\}$$

$$NSR \triangleq \frac{\sigma_E^2}{\sigma_X^2} \tag{7}$$

여기서, $E\{\cdot\}$ 와 $\overline{\{\cdot\}}$ 는 각각 앙상블 기대값 연산과 k -축 상에서의 평균 연산을 나타낸다. 본 논문에서는 k -축 상에서 평균 연산 $\overline{\{\cdot\}}$ 을 주파수축 k 에 관한 의미를 직접적으로 전달하려는 의도로 주파수 평균이라 할 것이며, 때때로 변수들의 복소수평면 상에서의 기하학적 분포를 반영하고자 공간 평균이라고도 할 것이다.

오차의 평균전력밀도의 기대치 σ_E^2 은 (6)의 양변에 절대값 제곱을 취하고 주파수평균과 앙상블 평균을 취하면 (8)과 같이 나타낼 수 있다. 이를 유도하는 과정에서 신호가 정지 프로세스라(stationary process) 특성에 의해 정상 상태에서 $\epsilon\{|E_k(l)|^2\}$ 과 $\epsilon\{|E_k(l+1)|^2\}$ 이 σ_E^2 으로 같다는 사실을 이용한다.

$$\sigma_E^2 = \frac{2E\{\text{Re}\{\overline{\alpha_k^* \delta_k U_k(l) E_k^*(l)}\} \cdot \overline{|\delta_k|^2} E\{|U_k(l)|^2\}}{1 - \overline{|\alpha_k|^2}} \tag{8}$$

NSR을 구하기 위해서 (8)의 오른쪽에 있는 각 항들을 근사 비트수 b 와 DFT 구간길이 N 에 관한 식으로 유도한다. 각 항들의 유도 과정은 다음 3.1, 3.2, 그리고 3.3 절에 제시한다.

3.1 계수 항들의 공간평균

복소수 진동계수 W_N^k 를 b -비트의 이진수로 표현하면, 계수오차 $\delta_k W_N^k$ 는 그림 1.에 보인 것처럼 실수 축 허수 축이 각각 -2^b 에서 2^b 의 길이를 갖는 정사각형 영역 R 에 균등하게 분포하는 확률 변수라 가정할 수 있다.

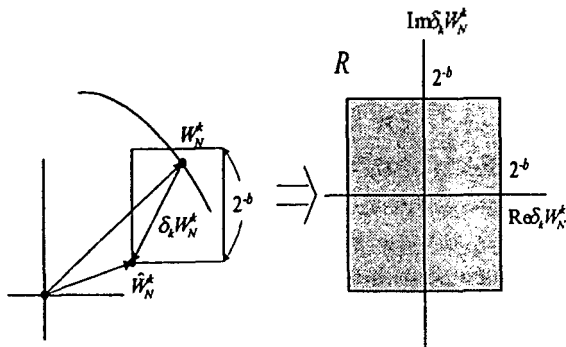


그림 1. 계수오차 $\delta_k W_N^k$ 의 공간적인 확률분포
Fig. 1. Spatial distribution of the twiddle factor error $\delta_k W_N^k$.

그러면, $|\delta_k|^2$ 는 $|\delta_k W_N^k|^2$ 와 같기 때문에 (9)와 같은 확률 평균 적분 식으로 $\overline{|\delta_k|^2}$ 를 구할 수 있다.

$$\overline{|\delta_k|^2} = \int \int_R \delta^2 \cdot p_\delta dR = \frac{2}{3} \Delta^2 \tag{9}$$

여기서, $\Delta = 2^{-b}$, $p_\delta = \frac{1}{4\Delta^2}$.

계수 오차율 α_k 는 (6)의 정의에 따라 δ_k 와 (10)과 같은 관계가 있다.

$$\overline{|\delta_k|^2} = \overline{(\alpha_k - 1)(\alpha_k^* - 1)} = \overline{|\alpha_k|^2} - 2 \text{Re}\{\overline{\alpha_k}\} + 1 \tag{10}$$

$\overline{|\alpha_k|^2}$ 는 (10)의 $\overline{|\delta_k|^2}$ 에 (9)의 결과를 대입하고 $\text{Re}\{\overline{\alpha_k}\}$ 의 값을 대입해서 (11)과 같이 얻는다. 여기서 $\text{Re}\{\overline{\alpha_k}\}$ 는 α_k 의 기하학적 분포를 관찰하여 α_k 의 실수부 분포범위의 중간 값인 $1 - \frac{\Delta}{\sqrt{2}}$ 로 대입하였다.

$$\overline{|\alpha_k|^2} = \frac{2}{3} \Delta^2 - \sqrt{2} \Delta + 1 \tag{11}$$

3.2 신호 갱신 스펙트럼 $U_k(l)$ 의 평균전력밀도

신호 갱신 스펙트럼의 평균전력밀도 $E\{|U_k(l)|^2\}$ 는 (6)의 정의에 따라 $U_k(l)U_k^*(l)$ 를 대수적으로 전개하고 전개한 식에서 입력 신호들의 교차 항들 중 비상관된 항들을 제거해서 얻는다. 이보다 일반적인 경우를 구하기 위해 $U_k(l)U_k^*(l-m)$ 를 (2)의 관계를 이용하여 전개하면 (12)와 같다.

$$U_k(l)U_k^*(l-m) = X_k(l+1)X_k^*(l-m+1) = \sum_{j=0}^{N-1} x(l+1+j)W_N^{k(j)} \sum_{i=0}^{N-1} x^*(l-m+1+i)W_N^{k(i)} \tag{12}$$

DFT 계수 $X_k(l)$ 는 신호열 $x(l), x(l+1), \dots, x(l+N-1)$ 과 진동계수 W_N^k 의 선형 조합이므로 DFT 계수들간의 곱에서 신호 샘플들 간에 중복되지 않은 샘플들의 교차 항들은 신호의 비상관 가정에 따라 '0'이 된다. 이러한 사실을 적용하여 $\epsilon\{U_k(l)U_k^*(l-m)\}$ 을 구하면 (13)과 같이 간단하게 얻는다.

$$\epsilon\{U_k(l)U_k^*(l-m)\} = (N-m)\sigma_x^2 W_N^{k(m)} \tag{13}$$

여기서, $\sigma_x^2 = \epsilon\{|x(n)|^2\}$.

신호 갱신 스펙트럼의 평균전력밀도 $\epsilon\{|U_k(l)|^2\}$ 는

(13)의 특수한 경우로 $m=0$ 을 대입하여 (14)와 같이 얻는다.

$$\epsilon | \overline{U_k(\Delta)^2} | = N\sigma_x^2 = \sigma_x^2 \quad (14)$$

3.3 교차항의 기대값

교차항의 기대값 $\epsilon \operatorname{Re} \{ \overline{a_k^* \delta_k U_k(\Delta) E_k^*(\Delta)} \}$ 를 구하기 위해 $U_k(\Delta) E_k^*(\Delta)$ 을 a_k 와 δ_k 의 항으로 전개한다. 오차 방정식 (6)에 따라 $U_k(\Delta) E_k^*(\Delta)$ 의 $E_k(\Delta)$ 을 대입하면 (15)와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$U_k(\Delta) E_k^*(\Delta) = U_k(\Delta) \{ \overline{W}_N^* E_k^*(l-1) + \delta_k^* \overline{W}_N^* U_k^*(l-1) \} \quad (15)$$

오차 방정식 (6)을 계속해서 (15)에 반복 적용하면 $U_k(\Delta) E_k^*(\Delta)$ 는 (16)과 같이 무한 합 식으로 쓸 수 있고,

$$U_k(\Delta) E_k^*(\Delta) = \delta_k^* \overline{W}_N^* \sum_{m=0}^{\infty} U_k(\Delta) U_k^*(l-m) \overline{W}_N^{(m-1)k^*} \quad (16)$$

양변에 $a_k^* \delta_k$ 를 곱하고 기대값 연산을 취하여 (13)의 결과를 대입하면, (17)과 같이 a_k 의 멱급수 합으로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon | a_k^* \delta_k U_k(\Delta) E_k^*(\Delta) | &= \epsilon \left\{ a_k^* \delta_k \overline{W}_N^* \sum_{m=0}^{\infty} U_k(\Delta) U_k^*(l-m) \overline{W}_N^{(m-1)k^*} \right\} \\ &= \epsilon \left\{ |\delta_k|^2 \sum_{m=0}^{\infty} U_k(\Delta) U_k^*(l-m) \overline{W}_N^{m k^*} \right\} \\ &= \sigma_x^2 |\delta_k|^2 \sum_{m=0}^{N-1} (N-m) a_k^{m^*} \quad (17) \end{aligned}$$

멱급수 합 형태로 되어있는 (17)을 closed-form으로 공식화하면, (20)과 같이 a_k 에 관한 다항식 형태로 근사화할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 |\delta_k|^2 \sum_{m=0}^{N-1} (N-m) a_k^{m^*} &= \frac{\sigma_x^2}{N} |\delta_k|^2 \left\{ \frac{a_k^*(a_k^{N^*}-1)}{(a_k^*-1)^2} - \frac{N a_k^*}{a_k^*-1} \right\} \quad (18) \\ &= \frac{\sigma_x^2}{N} \left\{ \frac{(a_k-1)}{(a_k^*-1)} a^*(a_k^{N^*}-1) - N(a_k-1)a_k^* \right\} \\ &\approx -\frac{\sigma_x^2}{N} \{ a_k^{(N+1)^*} + (N-1)a_k^* - N a_k |^2 \} \end{aligned}$$

여기서 (20)으로 단순화할 수 있는 것은 (19)에 $\frac{a_k-1}{a_k^*-1}$ 이 단위원 상의 점으로 위상각이 a_k^N-1 의 위상각에 반대 방향으로 두 배라고 근사할 수 있기 때문이다. 이렇게 했을 때 적은 비트수에서 발생하는 근사오차의 양은 $N(a_k-1)a_k^*$ 가 상대적으로 매우 크기 때문에 무시

할 수 있다.

기하학적 특성을 보면 a_k 의 위상각이 충분히 작다고 할 수 있기 때문에 a_k 는 실수부만으로 대체할 수 있어서 (20)에 $a_k^{(N+1)^*}$ 의 기대값은 (21)과 같이 확률 평균 적분 식으로 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{a_k^{(N+1)^*}} &\approx \overline{\operatorname{Re}^{N+1}(a_k)} \\ &= \int_{1-\sqrt{2}\Delta}^1 \frac{1}{\sqrt{2}\Delta} x^{N+1} dx = \frac{1}{(N+2)\sqrt{2}\Delta} (1 - (1-\sqrt{2}\Delta)^{N+2}) \quad (21) \end{aligned}$$

교차항의 기대값은 (21)과 (11) 등의 결과를 (20)에 대입하여 (22)와 같이 얻는다.

$$\begin{aligned} \epsilon | \operatorname{Re} \{ a^* \delta U E^* \} | &= \frac{\sigma_x^2}{N} \\ &\left[\frac{1}{(N+2)\sqrt{2}\Delta} (1 - (1-\sqrt{2}\Delta)^{N+2}) - \frac{2}{3} N \Delta^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} (N+1)\Delta - 1 \right] \quad (22) \end{aligned}$$

3.3 NSR 완성식

NSR 최종 식은 오차의 평균전력밀도 식 (8)에 (9), (11), (14), 그리고 (22)를 대입하여 신호의 평균전력밀도 σ_x^2 으로 나누어 (23)과 같이 얻는다.

$$\begin{aligned} \text{NSR} &= \frac{\sigma_e^2}{\sigma_x^2} = \frac{1}{\sqrt{2}\Delta - 2/3\Delta^2} \\ &\left[\frac{\sqrt{2}}{N(N+2)\Delta} (1 - (1-\sqrt{2}\Delta)^{N+2}) - \frac{2}{3} \Delta^2 + \frac{\sqrt{2}}{N} (N+1)\Delta - \frac{2}{N} \right] \quad (23) \end{aligned}$$

여기서, $\Delta = 2^{-b}$. NSR 식 (23)은 계수근사 비트수 b 와 DFT 구간길이 N 에 대한 closed-form equation으로 나타낼 수 있다.

근사 비트 수가 클 때 NSR의 점근적인 기울기 특성은 (23)에서 b 를 크게 해서 (Δ 를 작게 해서) 얻는다. NSR 식 (23)의 대괄호 안에 첫 번째 항을 (24)와 같이 이항 전개하고 다시 쓰면 (25)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2}}{N(N+2)\Delta} (1 - (1-\sqrt{2}\Delta)^{N+2}) & \quad (24) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{N(N+2)\Delta} \left\{ 1 - \sum_{n=0}^{N+2} \binom{N+2}{n} (-\sqrt{2}\Delta)^n \right\} \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{N} - \frac{(N+1)\sqrt{2}\Delta}{N} + \frac{2}{3}(N+1)\Delta^2 - \alpha(\Delta^3) \quad (25)$$

여기서, $\alpha(\Delta^3)$ 은 Δ 의 3차 이상 항을 나타낸다. (24)를 (23)에 대입하면 NSR을 (26)과 같이 나타낼 수 있으며,

$$\text{NSR} = \frac{2/3N\Delta^2 - \alpha(\Delta^3)}{\sqrt{2}\Delta - 2/3\Delta^2} \quad (26)$$

b 가 커지면 $\alpha(\Delta^3)$ 는 상대적으로 작아 무시할 수 있기

때문에 (27)과 같은 점근 특성식을 얻을 수 있다.

$$NSR_{asympt} = \frac{\sqrt{2}}{3} N \Delta \quad (27)$$

IV. 시뮬레이션 결과 및 토의

본 논문에서 수행한 해석 기법을 검증하기 위해 유도한 NSR 식 (23)과 가우스 백색신호에 대한 시뮬레이션 결과를 비교하였다. 세 가지 다른 구간길이, 즉 N=32, 128, 그리고 265인 경우에 대하여, 블록 내의 오차 스펙트럼을 제곱평균하고 이를 다시 100 블록동안 평균하여 NSR을 추정하여 근사 비트수를 바꾸어가며 표시한 결과를 그림 2에 해석적으로 유도한 (23) 식과 함께 나타내었다. 그림 2에서 보듯이 해석적으로 유도한 결과와 시뮬레이션 실험 결과가 매우 정확히 일치한다.

식 (27)의 점근 식 NSR_{asympt} 과 전체 식 (23)을 그림 3에 나타내었다. 비교를 위해 [8]에 제시되어있는 512-point 일반 FFT를 비트 근사해서 구현했을 때 NSR을 동시에 나타내었다. 점근식 (27)에 나타난 NSR_{asympt} 의 기울기 특성, 즉 -3 [dB/bit]과 구간길이 N에 대한 비례특성을 그림 3에서 확인할 수 있다. 일반적으로 예상했듯이, 일반적인 FFT의 NSR은 -7.5 [dB/bit]의 점근 기울기 특성을 보여 SDFT보다 좋다.

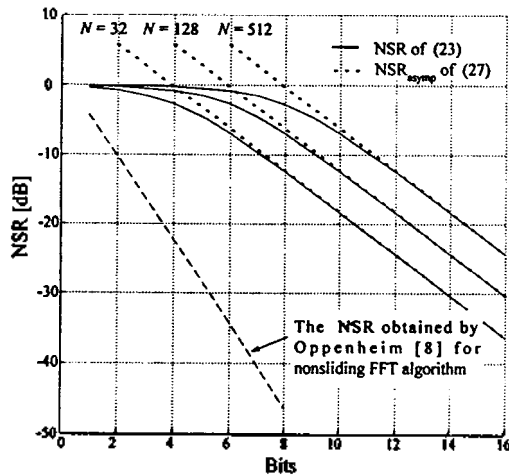


그림 2. 시뮬레이션 실험과 해석식을 통해 구한 NSR 비교 해석식은 실선으로 나타내었고, 서로 다른 세 가지 구간길이 N=32, 128, 그리고 512인 경우의 시뮬레이션 실험 결과는 각각 Δ , \circ , 그리고 \square 로 나타내었다

Fig. 2. NSR comparison of the analytically derived results with the measured data obtained from the computer simulation experiment. The analytically derived results are illustrated with the solid lines and the simulation results are illustrated with the marks Δ , \circ , and \square , for the three different sizes of the data block, i.e., N=32, 128, and 512, respectively.

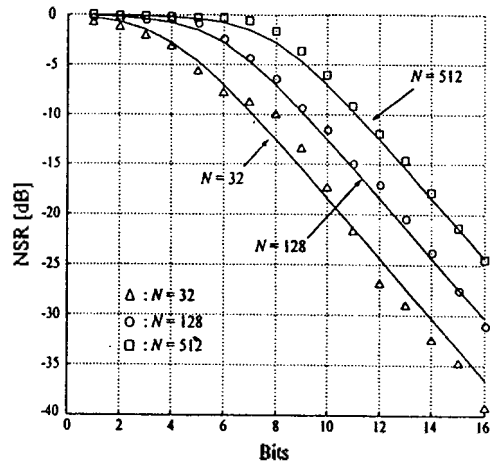


그림 3. 세 가지 서로 다른 구간길이, 즉 N=32, 128, 그리고 512에 대한 (27)의 점근식 NSR_{asympt} 과 (23)의 전체식 NSR의 비교 비교를 위해 Oppenheim [8]에 제시된 non-sliding FFT의 NSR을 N=512의 경우에 대해서 함께 제시하였다

Fig. 3. Illustration of the agreement of the NSR_{asmp} given in (27) with the NSR of (23) in the asymptotic region for the three different sizes of the data block, i.e., N=32, 128, and 512, respectively. The NSR of the non-sliding FFT for N=512, given by Oppenheim in [8], is also included for a comparative illustration.

그림 2와 그림 3의 결과를 통해 해석적으로 구한 NSR 식 (23)과 (27)이 매우 정확하고, SDFT를 순환식으로 구현하는 응용에 실제 지침으로 이 식들이 매우 유용하다고 결론지을 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 SDFT의 복소수 진동계수를 비트 근사 표현 하여 순환구조로 구현할 때, NSR로 표현되는 오차의 영향을 해석적으로 유도하는 과정을 기술하였다. NSR 해석식은 진동계수를 표현한 wordlength와 DFT 구간길이에 대한 closed-form equation으로 구하였으며, 여러 비트수와 구간길이에 대한 시뮬레이션 데이터와 비교하였다. 비교 결과 실험값과 해석값이 매우 잘 일치하여, 유도한 NSR 결과 식과 해석과정이 타당하였음을 확인하였다. NSR 공식 (23)과 (27)이 변수 b , N 과 뚜렷이 관계가 있다는 것은 실제적인 응용을 위한 설계할 변수 결정의 지침으로써 매우 유용한 특성이다.

참고 문헌

1. Dulal C. Kar, "A CORDIC-based unified systolic architecture for sliding window applications of discrete transforms," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 44, no. 2, pp. 441-444, Feb. 1996.

2. K. J. R. Liu, C. T. Chiu, K. K. Kolagotla, and J. F. Ja' Ja', "Optimal unified architectures for the real-time computation of time-recursive discrete sinusoidal transforms," *IEEE Trans. on Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 4, pp. 168-180, Apr. 1994.
3. P. Yip and K. R. Rao, "On the shift property of DCT's and DST's," *IEEE Trans. on Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-35, pp. 404-406, Mar. 1987.
4. N. R. Murthy and M. N. S. Swamy, "On the computation of running discrete cosine and sine transforms," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 40, no. 6, pp. 1430-1437, June 1992.
5. B. F. Boroujeny and S. Gazer, "Generalized sliding FFT and its application to implementation of block LMS adaptive filters," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 42, no. 3, pp. 532-538, March 1994.
6. B. F. Boroujeny, "A comment on the computational complexity of sliding FFT," *IEEE Trans. on Circuits and Systems-II : Analog and Digital Signal Processing*, vol. 39, no. 12, pp. 875-876, Dec. 1992.
7. L. R. Rabiner and B. Gold, *Theory and Application of Digital Signal Processing*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1975.
8. A. V. Oppenheim and C. J. Weinsten, "Effects of finite register length in digital filtering and the Fast Fourier Transform," *Proceedings of IEEE*, vol. 60, no. 8, pp. 957-976, Aug. 1972.
9. L. B. Jackson, *Digital Filters and Signal Processing*, Boston: Kluwer, ch.11, 1995.

▲김 재 화(Jae Hwa Kim)

1974년 2월 18일생



1996년 : 중앙대학교 제어계측공학과 졸업(공학사)

1998년 : 중앙대학교 대학원 제어계측학과 졸업(공학석사)

현재 : 중앙대학교 대학원 박사 과정
 *주관심분야 : 디지털 신호처리, 통신 시스템, 오디오/비디오 코딩 등

▲장 태 규(Tae Gyu Chang)

1955년 11월 13일생



1979년 : 서울대학교 전기공학과 졸업(공학사)

1981년 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(공학석사)

1981년~1982년 : 현대엔지니어링(주)

1982년~1984년 : 현대전자산업(주)

1987년 : University of Florida 전기공학과 졸업(공학박사)

1987~1990년 : Tennessee State University, Assistant Professor

1990년~현재 : 중앙대학교 전자전기공학부 교수

*주관심분야 : 신호처리, 디지털오디오, 이동통신 등