

# 초음파 점도계용 고체 매질의 탄성파와 인접 점성유체 간의 상호작용

## The Interaction Between Stress Waves in Elastic Solids for an Ultrasonic Viscometer and Adjacent Viscous Fluids

김진오\*  
(Jin Oh Kim\*)

요약

인접 점성 유체의 점도가 탄성파의 전파특성에 미치는 효과를 이론적 및 실험적으로 연구하였다. 원형막대에서 전파하는 비틀림파와 박막 덮인 반무한 고체에서 전파하는 Love파와 같이 전단운동을 하는 탄성파에 대해서 전파속도와 감쇠의 표현을 유체의 점도와 밀도의 함수로써 엄밀해와 근사해로 구하였다. 이론적 결과는 실험 결과와 비교하였으며, 실험에 사용된 장치는 유체의 밀도를 알 때 점도를 측정하는 센서로 활용될 가능성을 보였다.

ABSTRACT

The effects of the viscosity of an adjacent viscous fluid on the characteristics of the elastic waves have been studied theoretically and experimentally. Expressions for the wave speed and attenuation of the elastic waves of transverse motion, such as the torsional wave propagating in a circular cylinder and the Love wave in a layered half-space solid, have been obtained as functions of the viscosity and mass density of the fluid by exact and asymptotic analyses. The theoretical results have been compared with experimental observations, and it has been demonstrated that a device described herein can be used as a sensor for measuring the viscosity of a fluid with a known mass density.

### I. 서론

유체에 접한 고체 매질에서 전파하는 탄성파의 속도와 감쇠(attenuation)는 유체의 점성 및 밀도의 영향을 받는다. 고체에서 전파하는 탄성파는 고체와 유체 경계면에 변형을 일으키고 이는 유체의 운동을 유발한다. 고체의 운동과 유체의 운동 간의 상호작용 메커니즘은 고체 매질의 형상과 탄성파의 종류에 달려있다. 경계면에 평행하게 변형이 일어나면 유체와의 상호작용은 순전히 점성저항에 기인하고, 경계면에 수직인 성분의 변형이 있으면 상호작용은 압력과 점성저항의 조합에 기인한다[1]. 점성 없는 유체와 고체 간의 상호작용에 관해서는 많은 연구 [2,3]가 이루어지고 있으며, 가스 농도 센서 개발에 응용된 바[4]도 있으나, 본 논문에서는 점성 있는 유체와 고체 간의 상호작용을 다룬다.

전단(shear)운동을 하는 탄성파, 즉 단면이 원형인 축에서 전파하는 비틀림파(torsional wave)[5]와 반무한 고체에서 전

파하는 Love파[6] 등은 인접 유체의 점성에 의해 유체와 상호작용을 하여 전파 속도 및 진폭이 영향을 받는다. 반면에 축방향으로 전파하는 종파나 단면이 원형이 아닌 축에서 전파하는 비틀림파[7] 또는 반무한 고체에서 전파하는 Rayleigh파[8] 등은 인접 유체에 압력을 가하여 유체의 밀도에 의해서도 전파 특성에 영향을 받는다.

본 논문에서는 유체에 접해있는 고체에서 전단운동을 하며 전파하는 탄성파의 전파특성에 미치는 인접 점성유체의 영향을 이론적 해석으로 유도하고 실험으로 비교한다. Fig 1(a)와 같이 원형 축에서 원주방향으로 운동하며 축방향으로 전파하는 비틀림파와, Fig 1(b)와 같이 한 층이 덮인 반무한 고체에서 경계면에 평행한 한 방향으로 운동하며 경계면에 평행하되 운동방향에 직각인 방향으로 전파하는 Love파를 대상으로, 전파 속도와 감쇠가 인접 유체의 점성에 의해 변화하는 특성을 다룬다. 이를 위해 해석적 방법에 의한 엄밀해와 섭동(perturbation)법에 의한 근사해를 구한다. 그리고 비틀림파에 대한 실험을 수행하여 이론적 결과와 비교하고, 현장용 유체 점성 측정 센서로 활용될 가능성을 보인다.

\* 숭실대학교 기계공학과  
접수일자: 1999년 1월 26일

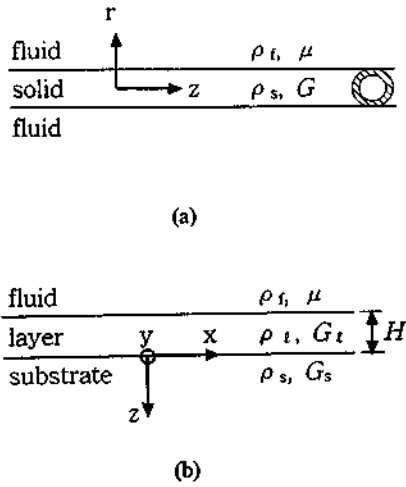


그림 1. 점성유체에 접한 고체매질 구조의 개략도; (a) 비틀림파 전파 막대, (b) 막이 덮인 반무한 고체  
Fig. 1. Schematic diagram of (a) the torsional waveguide and (b) the layered substrate with a viscous fluid.

## II. 문제의 정식화

### 2.1 비틀림파

Fig 1(a)에 보인 중공(hollow)원형막대(횡탄성계수  $G$ , 밀도  $\rho_s$ , 외경  $r_o$ , 내경  $r_i$ )에서 전파하는 비틀림파를 고려한다. 막대는 끝단 효과를 무시할 만큼 충분히 길고, 점도  $\mu$ 와 밀도  $\rho_f$ 의 유체에 잠겨있다. 막대에서 원주방향 변위  $u_\theta$ 와 유체에서 원주방향 속도  $v_\theta$ 는 길이  $r_o$ , 속도  $c_0 = [G/\rho_s]^{1/2}$ 로 무차원화 된 다음 운동방정식의 지배를 받는다[5].

$$\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2}, \quad r_i \leq r \leq 1 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} = \frac{1}{R} \left( \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right), \quad 1 \leq r < \infty \quad (2)$$

이때 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} = 0 \quad \text{at} \quad r = r_i \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} = \frac{\rho}{R} \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} \right) \quad \text{at} \quad r = 1 \quad (4)$$

$$v_\theta = \frac{\partial u_\theta}{\partial t} \quad \text{at} \quad r = 1 \quad (5)$$

$$v_\theta \rightarrow 0 \quad \text{as} \quad r \rightarrow \infty \quad (6)$$

여기서  $\rho = \rho_f \rho_s$ ,  $R = \rho_f r_o c_0 \mu$ 인데,  $R$ 은 Reynolds수 처럼 정의된 상수로서 점도에 반비례한다.

식(1),(2)의 해는 각각 다음과 같은 형태를 취한다.

$$u_\theta(r, z, t) = U_\theta(r) \exp \left[ -hz + i\omega \left( \frac{z}{c} - t \right) \right] \quad (7)$$

$$v_\theta(r, z, t) = V_\theta(r) \exp \left[ -hz + i\omega \left( \frac{z}{c} - t \right) \right] \quad (8)$$

여기서  $\omega$ ,  $c$ ,  $h$ 는 각각 파동 주파수, 전파속도, 감쇠이다.

### 2.2 Love파

Fig 1(b)에 보인 바와 같이, 기관(횡탄성계수  $G_s$ , 밀도  $\rho_s$ )에 탄성막(횡탄성계수  $G_t$ , 밀도  $\rho_t$ , 두께  $H$ )이 덮인 탄성체에서 전파하는 Love파를 고려한다. 기관은 파장에 비해 상당히 두꺼워 반무한체로 가정한다. 탄성막을 덮은 점성유체는 또 다른 반무한 공간을 점유하고 있는 것으로 간주한다.

파동에 따른 입자 운동은 경계면에 평행하고 전파방향에 직각인 방향 (Fig 1(b)에서  $y$ 방향)으로 일어난다. 기관과 막에서의  $y$ 방향 운동 변위  $u$ 와  $v$ , 그리고 유체의  $y$ 방향 운동 속도  $w$ 는 다음 운동방정식의 지배를 받는다[6].

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad 0 \leq z < \infty \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho_1} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \quad -1 \leq z \leq 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{1}{R} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right), \quad -\infty < z \leq -1 \quad (11)$$

이때 경계조건은 다음과 같다.

$$u \rightarrow 0, \quad \text{as} \quad z \rightarrow \infty \quad (12)$$

$$u = v, \quad \text{at} \quad z = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = G \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \text{at} \quad z = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{G} \frac{\rho}{R} \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \text{at} \quad z = -1 \quad (15)$$

$$w = \frac{\partial v}{\partial t}, \quad \text{at} \quad z = -1 \quad (16)$$

$$w \rightarrow 0, \quad \text{as} \quad z \rightarrow \infty \quad (17)$$

식(9)-(17)은 길이  $H$ 와 속도  $C_0 = [G_t/\rho_s]^{1/2}$ 로 무차원화 된 것으로서,  $\rho = \rho_f \rho_s$ ,  $\rho_1 = \rho_t/\rho_s$ ,  $G = G_t/G_s$ ,  $R = \rho_t H C_0 \mu$ 이다.

식(9)-(11)의 해는 다음과 같은 형태를 취한다.

$$u(x, z, t) = U(z) \exp\left[-hx + i\omega\left(\frac{x}{c} - t\right)\right] \quad (18)$$

$$v(x, z, t) = V(z) \exp\left[-hx + i\omega\left(\frac{x}{c} - t\right)\right] \quad (19)$$

$$w(x, z, t) = W(z) \exp\left[-hx + i\omega\left(\frac{x}{c} - t\right)\right] \quad (20)$$

여기서  $\omega$ ,  $c$ ,  $h$ 는 앞절에서와 마찬가지로 각각 파동 주파수, 전파속도, 감쇠이다.

### III. 엄밀해

#### 3.1 비틀파

식(1)-(2)의 해는 다음과 같이 복소 변수의 Bessel함수로 표현된다.

$$U(r) = C_1 I_1(A_s r) + C_2 K_1(A_s r) \quad (21)$$

$$V(r) = C_3 I_1(A_f r) + C_4 K_1(A_f r) \quad (22)$$

여기서  $I$ 와  $K$ 는 제1종 및 제2종의 수정된 Bessel함수이고

$$A_s = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c} + ih\right)^2 - \omega^2} \quad (23)$$

$$A_f = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c} + ih\right)^2 - i\omega R} \quad (24)$$

이다.

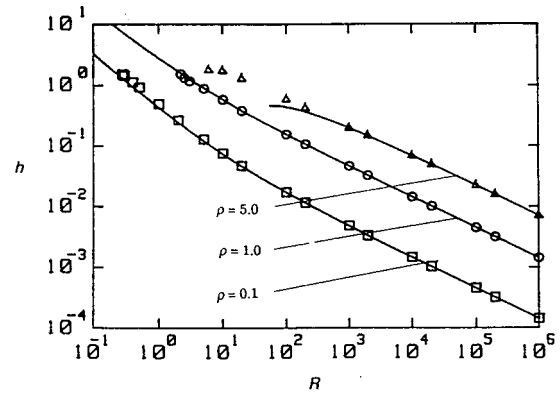
식(3)-(6)의 경계조건을 적용하면 다음과 같이  $h$ 와  $c$ 의 고유치문제를 얻는다.

$$F(h, c) = \frac{1}{i\omega} A_s \left[ \frac{I_2(A_s)}{I_2(A_s r_i)} - \frac{K_2(A_s)}{K_2(A_s r_i)} \right] - \frac{\rho}{R} A_f \frac{K_2(A_f)}{K_1(A_f)} \left[ \frac{I_1(A_s)}{I_2(A_s r_i)} + \frac{K_1(A_s)}{K_2(A_s r_i)} \right] \quad (25)$$

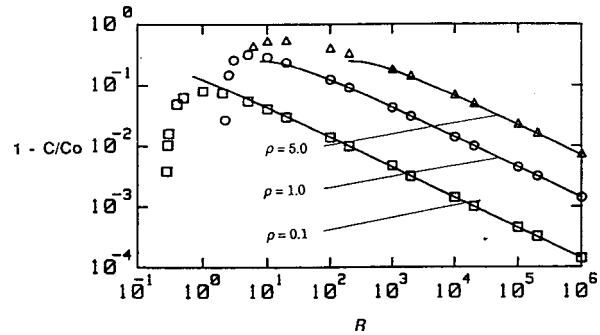
막대의 내부가 딱 차있다면 ( $n=0$ ), 식(25)는 다음과 같이 된다.

$$F(h, c) = \frac{1}{i\omega} A_s \frac{I_2(A_s)}{I_1(A_s)} - \frac{\rho}{R} A_f \frac{K_2(A_f)}{K_1(A_f)} \quad (26)$$

복소방정식 (25), (26)은 주어진  $\omega$ ,  $n$ 에 대해서 ( $h, c$ )와 ( $R, \rho$ ) 간의 관계, 즉  $h = h(R, \rho)$ 와  $c = c(R, \rho)$ 를 제공한다. 식(25), (26)의 근은 Mathematica 등의 도구를 이용하여 계산할 수 있다. 몇 가지 경우에 대한 결과를 Fig 2에 부호로 나타내었다.



(a) attenuation  $h$



(b) phase speed  $C$

그림 2.  $\omega=1.0$ 과 다양한  $\rho$ 에 대해서  $R$ 의 함수로 도시된 비틀파의 감쇠와 전파속도 부호와 선은 각각 엄밀해와 근사해를 나타낸다

fig. 2. The attenuation and phase speed of the torsional wave depicted as a function of  $R$  for  $\omega=1.0$  and various  $\rho$ . Symbols and lines represent the exact and asymptotic solutions, respectively.

#### 3.2 Love파

식(9)-(11)의 해로서 경계조건 (12)와 (17)을 만족하는 것은 다음과 같이 복소 변수의 지수함수로 표현된다.

$$U(z) = B_1 \exp(-A_1 z) \quad (27)$$

$$V(z) = B_2 \exp(-A_2 z) + B_3 \exp[A_2(z+1)] \quad (28)$$

$$W(z) = B_4 \exp[A_3(z+1)] \quad (29)$$

여기서 복소변수들은 다음과 같다

$$A_1 = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c} + ih\right)^2 - \omega^2} \quad (30)$$

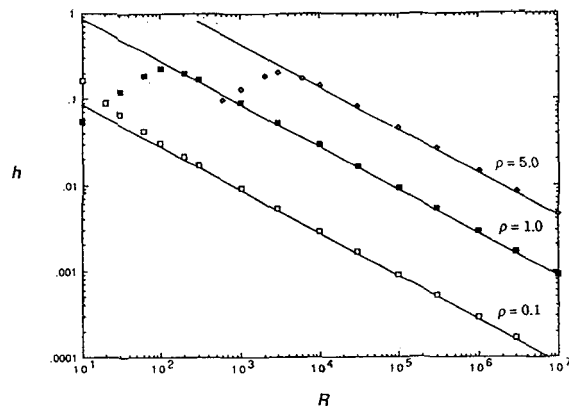
$$A_2 = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c} + ih\right)^2 - \frac{\omega^2}{G/\rho_1}} \quad (31)$$

$$A_3 = \sqrt{\left(\frac{i\omega}{c} + ih\right)^2 - i\omega R} \quad (32)$$

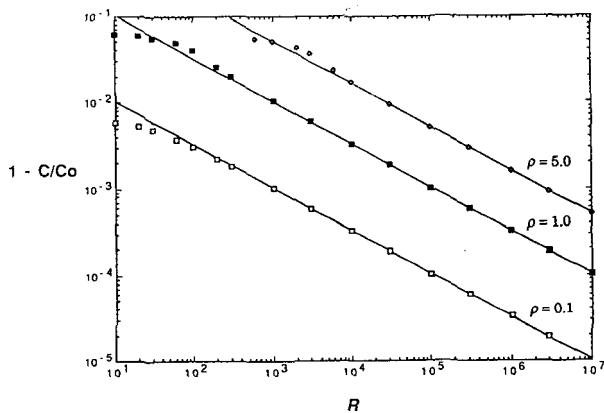
식(13)-(16)의 경계조건을 적용하면 다음과 같이  $h$ 와  $c$ 의 고유치문제를 얻는다.

$$F(h, c) = \frac{1}{i\omega} GA_2 \{ (A_1 - GA_2) + (A_1 + GA_2) [\exp(A_2)]^2 \} - \frac{\rho}{R} A_3 \{ -(A_1 - GA_2) + (A_1 + GA_2) [\exp(A_2)]^2 \} = 0 \quad (33)$$

식(33)의 근은  $h = h(R, \rho)$ 와  $c = c(R, \rho)$ 을 제공한다. 몇 가지 경우에 대해 식(33)의 근으로 구한 결과를 Fig 3에 부호로 나타내었다.



(a) attenuation  $h$



(b) phase speed  $C$

그림 3.  $\omega=1.0$ 과 다양한  $\rho$ 에 대해서  $R$ 의 함수로 도시된 러브파의 감쇠와 전파속도 부호와 선은 각각 엄밀해와 근사해를 나타낸다.

Fig. 3. The attenuation and phase speed of the Love wave depicted as a function of  $R$  for  $\omega=1.0$  and various  $\rho$ . Symbols and lines represent the exact and asymptotic solutions, respectively.

#### IV. 근사해

식(25), (26) 및 (33)의 엄밀해는  $c$ 와  $h$ 가  $R$ 과  $\rho$ 의 함수로 명시되지 않은 단점이 있다. 그런데 실제 상황에서  $R$ 값이 상당히 크므로  $\epsilon = R^{-1/2}$ 로 정의되는 변수의 값은 상당히 작아, 섭동(perturbation)법에 의한 근사해를 구할 수 있다.

##### 4.1 비틀파

상당히 작은 크기의 변수  $\epsilon$ 를 이용해 유체에 대하여 확장한 좌표를  $\eta = (r-1)/\epsilon$ 로 정의하면, 식(1)-(6)은 다음과 같이 변환된다.

$$U''(r) + \frac{1}{r} U'(r) + \left[ \omega^2 + \left(-h + \frac{i\omega}{c}\right)^2 - \frac{1}{r^2} \right] U(r) = 0 \quad r_i \leq r \leq 1 \quad (34)$$

$$V''(\eta) + \frac{\epsilon}{1+\epsilon\eta} V'(\eta) + \left[ i\omega + \left(-h + \frac{i\omega}{c}\right)^2 \epsilon^2 - \frac{\epsilon^2}{(1+\epsilon\eta)^2} \right] V(\eta) = 0 \quad 0 \leq \eta < \infty \quad (35)$$

$$U'(r) - \frac{1}{r} U(r) = 0 \quad \text{at} \quad r = r_i \quad (36)$$

$$U'(r) - \frac{1}{r} U(r) = \rho \left[ \epsilon V'(\eta) - \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon\eta} V(\eta) \right] \quad \text{at} \quad r = 1, \eta = 0 \quad (37)$$

$$V(\eta) = -i\omega U(r) \quad \text{at} \quad r = 1, \eta = 0 \quad (38)$$

$$V(\eta) \rightarrow 0 \quad \text{as} \quad \eta \rightarrow \infty \quad (39)$$

$R$ 값이 무한대 (즉  $\epsilon$  값이 0)으로 되는 경우는 비점성 유체에 잠겨있는 상황에 해당한다.

$R$ 값이 상당히 큰 경우에 근사해는 다음과 같은 급수 형태로 표현된다.

$$U(r) = U_0 r + \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n u_n(r) \quad (40)$$

$$V(\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon^n v_n(\eta) \quad (41)$$

$$c = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n c_n \quad (42)$$

$$h = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n h_n \quad (43)$$

식(40)-(43)의 급수를 식(34)-(39)에 대입하고,  $\epsilon$ 의 멱

(power)에 따른 계수들 간의 관계로부터  $h_n$ 과  $c_n$  ( $n=1, 2, \dots$ )을 차례로 구해 나가면 다음과 같이  $h$ 와  $c$ 의 근사해를 얻게된다.

$$h = \frac{\rho}{\sqrt{R}} \frac{1}{1-r_1^4} \sqrt{2\omega} + \frac{1}{R} \left[ \frac{-2r_1^4(1-r_1^2)}{(1-r_1^4)^3} \rho^2 \omega^2 - \frac{2}{3} \frac{1-r_1^6}{(1-r_1^4)^3} \rho^2 \omega^2 + \frac{1+r_1^4}{(1-r_1^4)^2} \rho^2 \omega^2 - \frac{2}{(1-r_1^4)^2} \rho^2 + \frac{3}{1-r_1^4} \rho \right] + O\left(\frac{1}{(\sqrt{R})^3}\right) \quad (44)$$

$$c = 1 - \frac{\rho}{\sqrt{R}} \frac{1}{1-r_1^4} \sqrt{\frac{2}{\omega}} + \frac{1}{R} \frac{1}{(1-r_1^4)^2} \frac{2\omega^2}{\omega} + O\left(\frac{1}{(\sqrt{R})^3}\right) \quad (45)$$

식(44), (45)는 Taylor급수의 일부이므로, 유효한  $R$ 값의 범위가 제한된다. 유효범위를 확인하기 위해서, 식(44), (45)의 근사해를 Fig 2에 실선으로 나타내어 엄밀해와 비교하였다. 이로부터 알 수 있다시피 넓은 범위의  $R$ 값에서 근사해가 엄밀해와 잘 일치하고 있다. 가령  $\omega=1.0$  이면,  $\rho=0.1$  일 때  $R>3.0$ ,  $\rho=1.0$  일 때  $R>30$ ,  $\rho=5.0$  일 때  $R>700$ 에서 유효하다.

4.2 Love파

앞절에서와 마찬가지로, 변수  $\varepsilon$ 를 이용해 유체에 대하여 확장한 좌표를  $\eta = -(z+1)/\varepsilon$ 로 정의하면, 식(9)-(17)은 다음과 같이 변환된다.

$$U''(z) + \left[ \omega^2 - \left(\frac{\omega}{c} + ik\right)^2 \right] U(z) = 0, \quad 0 \leq z < \infty \quad (46)$$

$$V''(z) + \left[ \frac{\omega^2}{G/\rho_1} - \left(\frac{\omega}{c} + ik\right)^2 \right] V(z) = 0, \quad -1 \leq z \leq 0 \quad (47)$$

$$W''(\eta) + \left[ i\omega - \varepsilon^2 \left(\frac{\omega}{c} + ik\right)^2 \right] W(\eta) = 0, \quad 0 \leq \eta < \infty \quad (48)$$

$$U \rightarrow 0 \quad \text{as} \quad z \rightarrow \infty \quad (49)$$

$$U = V \quad \text{at} \quad z = 0 \quad (50)$$

$$U' = GV' \quad \text{at} \quad z = 0 \quad (51)$$

$$V' = -\varepsilon \frac{\rho}{G} W \quad \text{at} \quad z = -1, \eta = 0 \quad (52)$$

$$W = -i\omega V \quad \text{at} \quad z = -1, \eta = 0 \quad (53)$$

$$W \rightarrow 0 \quad \text{as} \quad \eta \rightarrow \infty \quad (54)$$

$R$ 값이 상당히 큰 경우에 대해 앞절에서와 같이 급수 형태로 근사해를 나타내어,  $\varepsilon$ 의 멱에 따른 계수들 간의 관계로부터  $h_n$ 과  $c_n$  ( $n=1, 2, \dots$ )을 차례로 구해 나가면 다음과 같이  $h$ 와  $c$ 의 근사해를 얻게 된다.

$$h = \frac{\rho}{\sqrt{R}} \frac{c_0^2 \sqrt{\frac{\omega}{2}} \left( 1 + \frac{1}{G^2} \frac{b_1^2}{b_2^2} \right)}{\frac{1}{b_1} \left( 1 + \frac{2b_1^2}{b_2^2} \right) + G \left( 1 + \frac{1}{G^2} \frac{b_1^2}{b_2^2} \right)} + O\left(\frac{1}{R}\right) \quad (55)$$

$$\frac{c}{c_0} = 1 - \frac{\rho}{\sqrt{R}} \frac{\frac{c_0^2}{\sqrt{2\omega}} \left( 1 + \frac{1}{G^2} \frac{b_1^2}{b_2^2} \right)}{\frac{1}{b_1} \left( 1 + \frac{b_1^2}{b_2^2} \right) + G \left( 1 + \frac{1}{G^2} \frac{b_1^2}{b_2^2} \right)} + O\left(\frac{1}{R}\right) \quad (56)$$

여기서  $b_1$ 과  $b_2$ 는 다음과 같다.

$$b_1 = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - \omega^2} \quad (57)$$

$$b_2 = \sqrt{\frac{\omega^2}{G/\rho_1} - \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2} \quad (58)$$

식(55), (56)으로부터  $\omega=1$  인 경우에 대해 몇 가지  $\rho$  값에 대해 근사해를 구하여 Fig 3에 실선으로 나타내었다. 여기서 알 수 있다시피 넓은 범위의  $R$ 값에서 근사해가 엄밀해와 잘 일치하고 있다.

V. 실험

이론적으로 구한 결과와 비교하고 실제 측정용 센서로 활용할 가능성을 확인하기 위하여 실험을 행하였다. 실험은 비틀파를 대상으로 하였다.

5.1 실험장치

비틀파에 대한 실험은 Fig 4(a)에 보인 구조로 이루어진 비틀파 센서를 이용하여 행하였다. 트랜스듀서는 전기적인 펄스 신호를 자왜(magnetostriction)현상의 하나인 Wiedemann효과[9]에 의해 delay line에 비틀파 펄스를 발생시킨다. Waveguide는 Fig 1(a)에 도시된 바와 같이 유체에 잠겨있는 증공 원형막대 또는 팽관 원형막대이다. Delay line을 타고 전파하던 비틀파는, waveguide와의 연결지점에서 일부는 반사하여 트랜스듀서로 되돌아간다. 이는 Fig 4(b)에서 신호 A에 해당한다. 나머지는 waveguide로 전달되어 전파하다가 waveguide 끝에서 반사하여 트랜스듀서로 되돌아간다. 이것은 신호 B에 해당한다.

Waveguide를 타고 전파하는 비틀파의 전파시간과 진폭을 오실로스코프에서 측정하여, 이로부터 전파속도  $c$ 와 감쇠  $h$ 를 구한다. 즉, 신호 A와 신호 B 간의 시간 차이가 비틀파가 waveguide 길이의 두배의 거리를 전파하는 데에 걸린 시간이므로, 이들로부터 전파속도  $c$ 를 알 수

있다. 전파속도는 waveguide가 공기 중에 있을 때의 전파속도  $c_0$ 를 기준으로 비교한다.

한편 경계에서의 반사율과 투과율에 의해 신호 A와 신호 B의 크기가 결정되므로, 액체에 담그지 않은 상태에서 측정된 신호크기  $A_0$ 와  $B_0$ 를 가지고 반사율  $C_R$ 을 다음 식에 의해 미리 확보해 둔다.

$$C_R = \frac{1}{2} \left[ -\frac{B_0}{A_0} + \sqrt{\left(\frac{B_0}{A_0}\right)^2 + 4} \right] \quad (59)$$

유체에 담겨진 waveguide에서 유체점성에 의한 파동의 감쇠는 신호 A의 크기와 신호 B의 크기로부터 다음과 같이 구해진다[10].

$$h = \frac{r_0}{2L} \log \left( \frac{A}{B} \frac{1 - C_R^2}{C_R} \right) \quad (60)$$

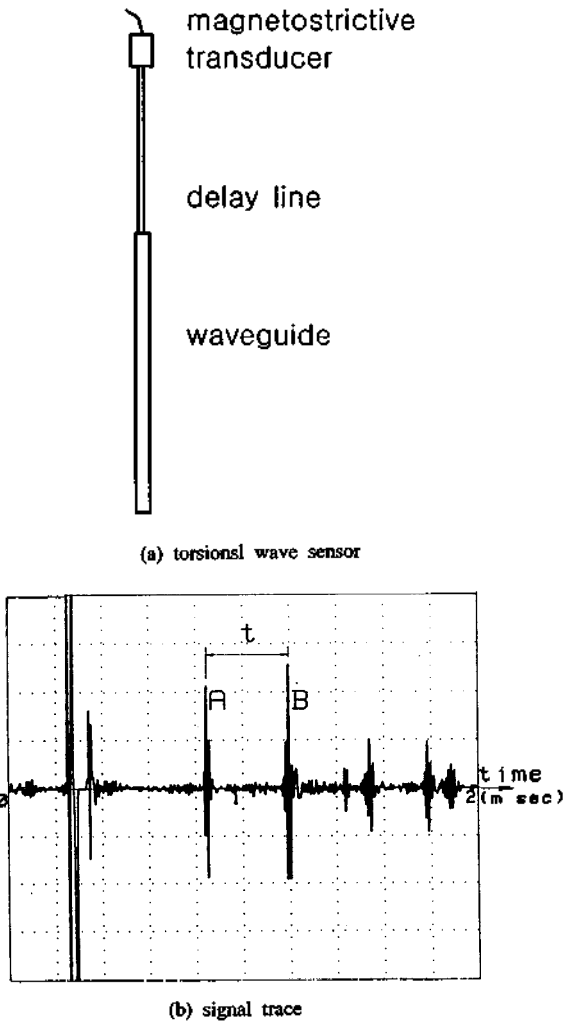


그림 4. 실험에 사용된 비틀림 센서의 개략도와 waveguide에서 전파하는 파동의 파형 신호  
 Fig. 4. Schematic diagram of the torsional wave sensor for the experiment and the signal trace of the wave propagating in the waveguide.

5.2 실험결과

실험에 사용된 점성유체는 Cannon사의 점도표준액인 S6, S60, S600 및 N100이고, 온도 20, 25, 40 및 50℃에서 사용되었다. 사용된 waveguide는 두 종류로서, 중공(hollow)원형막대와 꼭찬(solid) 원형막대이다.

실험은 감쇠에 대해 행하였고, 그 결과를 Fig 5에 보였다. 근사해로 얻은 식(44)에서 오른쪽 편에는 첫째항만을 고려하여 차원있는 변수들로 환원시키면 다음과 같다.

$$h = \frac{1}{1 - (r_i/r_o)^4} \frac{\sqrt{2\omega}}{\rho_s r_o c_0} (\rho_f \mu)^{1/2} \quad (61)$$

이식에서 알 수 있듯이 감쇠  $h$ 는  $(\rho_f \mu)^{1/2}$ 에 비례하므로, 실험 결과와 계산결과를  $(\rho_f \mu)^{1/2}$ 에 대한 함수형태로 나타내었다. 여기서  $\omega = 2\pi \times (90 \times 10^3 \text{ Hz})$ ,  $\rho_s = 2.70 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $r_o = 1.22 \times 10^{-3} \text{ m}$ ,  $G = 25.9 \text{ GPa}$  이다. 중공 원형막대( $r_i/r_o=0.64$ )와 꼭찬 원형막대( $r_i=0$ )에 대해서 실험결과와 이론적 결과를 비교하였고, 서로 잘 일치함을 보여주고 있다. 또한 꼭찬 막대보다는 중공 막대가 점도에 대한 감쇠의 민감도가 더 큰 것이 확인되었다. 센서의 민감도를 향상시키기 위해 막대의 겉면에 나선면을 형성한 waveguide[11]를 활용하는 방안을 향후에 강구할 수 있겠다.

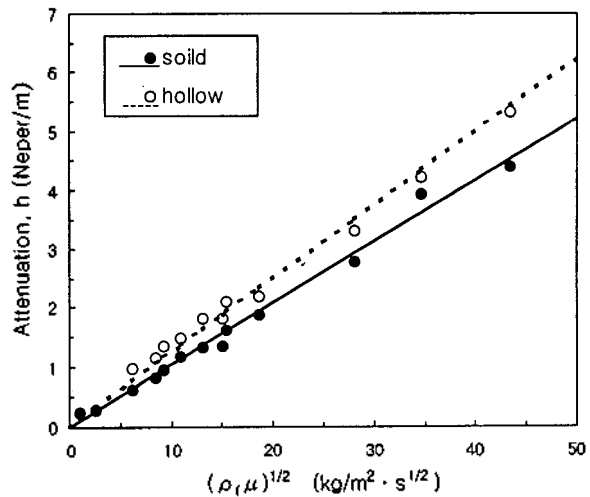


그림 5.  $(\rho_f \mu)^{1/2}$ 의 함수로 도시된 비틀림 감쇠의 측정결과 (●, ○)와 계산결과 (—, ---)  
 Fig. 5. The measured (●, ○) and calculated (—, ---) attenuation of the torsional waves depicted as a function of  $(\rho_f \mu)^{1/2}$ .

VI. 결 론

유체에 접해 있는 고체에서 전파하는 탄성파의 전파특성에 미치는 인접 점성유체의 영향을 이론적 및 실험적으로 연구하였다. 전단운동을 하는 탄성파 - 원형단면 축에서 전파하는 비틀림파와 반무한 고체 표면에서 전파하는

Love파 -를 대상으로 전파 속도와 감쇠가 인접 유체의 점성에 의해 변화하는 특성을 평가하였다.

해석적 방법에 의한 엄밀해와 섭동법에 의한 근사해를 구하였다. 근사해는 유체점성이 아주 크지 않은 경우에 엄밀해와 잘 일치함이 확인되었고, 탄성과 전파특성에 미치는 유체점성의 영향을 물리적으로 이해할 수 있게 하였다. 비틀파에 대한 실험을 수행하여 이론적 결과와 비교하였으며, 이 결과는 현장용 유체점성 측정 센서 개발에 이용될 수 있다.

### 참고문헌

1. H. Lamb, *Hydrodynamics*, Cambridge University Press, Oxford, 1932 (reprinted, Dover, New York, 1945).
2. 이동명, 최명진, 오택열, "파이프 계에서 과도유동에 의한 유체-구조물간의 상호작용과 진동응답 해석", *한국음향학회지*, Vol. 15, No. 3, pp. 81-88 (1996).
3. 박수경, 김양한, "박막과 음장의 연성에 의한 저주파 소음 저감", *한국소음진동공학회지*, Vol. 7, No. 4, pp. 579-588 (1997).
4. 이영진, 김학봉, 노용래, 조현민, 백성기, "표면탄성파를 이용한 아황산 가스센서 개발에 관한 연구", *한국음향학회지*, Vol. 16, No. 2, pp. 89-94 (1997).
5. J. O. Kim, Y. Wang, H. H. Bau, "The effect of an adjacent viscous fluid on the transmission of torsional stress waves in a submerged waveguide", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 89, pp. 1414-1422 (1991).
6. J. O. Kim, "The effect of a viscous fluid on Love waves in a layered medium", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 91, pp. 3099-3103 (1992).
7. J. O. Kim, H. H. Bau, "On-line, real-time densimeter - Theory and optimization", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 85, pp. 432-439 (1989).
8. I. A. Viktorov, *Rayleigh and Lamb Waves*, Plenum Press, New York, 1967.
9. N. S. Tzannes, "Joule and Wiedemann effects - The simultaneous generation of longitudinal and torsional stress pulses in magnetostrictive materials", *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, Vol. SU-13, No. 2, pp. 33-41 (1966).
10. L. C. Lynnworth, "Attenuation measurements using the pulse-echo AB method", *Materials Evaluation*, pp. 6-9, January (1973).
11. 김진오, "주기적으로 불균일한 원형막대에서 전파하는 비틀 탄성파", *한국음향학회지*, Vol. 17, No. 5, pp. 79-84 (1998).

▲김진오(Jin Oh Kim)

1958년 5월 5일생



1981년 2월: 서울대학교 기계설계학과 (공학사)

1983년 2월: 서울대학교 기계설계학과 (공학석사)

1983년 3월~1985년 6월: 한국표준과학연구원 음향진동연구실 (연구원)

1989년 12월: University of Pennsylvania 기계공학과 (공학박사)

1989년 11월~1994년 1월: Northwestern University (연구조교수)

1994년 3월~1997년 8월: 삼성종합기술원 수퍼컴응용실 (수석연구원)

1997년 9월~현재: 숭실대학교 기계공학과 (조교수)

※주관심분야: 초음파 현상 해석 및 활용, 진동/음향 해석 및 응용