

레이 추적 기법을 이용한 연속 평판 구조물의 고주파수 진동해석

High Frequency Vibration Analysis of Arrayed Panel Structures Using a Ray Tracing Method

채 기 상*, 이 정 권*, 전 재 진**

(Ki Sang Chae*, Jeong Guon Ih*, Jae Jin Jeon**)

요 약

본 논문에서는 2차원 구조물의 고주파수 대역 진동 해석을 위하여, 원형파를 기본으로 한 레이 추적 기법(RTM)의 특성에 관한 논의를 하였다. 발산되는 원형파를 묘사하는 레이튜브 개념을 사용하여, 연성경계에서 입사파, 전달파, 그리고 반사파가 경계조건을 만족하도록 관계식을 유도하였다. 제안된 레이 모델을 직렬 배열 연결 평판 구조물에 적용하였는데, 직렬로 배열된 2개의 연결된 평판, 3개 및 4개의 연결된 평판에 대한 해석 결과를 통계적 에너지 해석법(SEA) 및 파동 인텐시티 해석법(WIA)과 비교하여 보았다. 그 결과, SEA 보다 개선된 예측을 할 수 있으며, WIA와는 비슷한 예측 성능을 보임을 확인할 수 있었다. 또한, 제안된 RTM을 사용하면 진동 에너지와 진동 인텐시티의 대략적 공간 분포를 알 수 있는 장점이 있다. 제안된 RTM은 2차원 연성 구조물의 고주파수 진동 해석을 위한 유용한 기법으로써 쓰일 것으로 기대된다.

ABSTRACT

In this paper, the characteristics of the ray tracing method (RTM) based on the cylindrical wave are discussed for the high frequency vibration analysis of two-dimensional structures. A ray tube describing the emanating cylindrical wave is used to derive the governing equation for incident, reflected, and transmitted ray tubes which satisfies the condition at the coupled boundary. The suggested ray model is applied to panel array structures, and the predicted results for 2-panel, 3-panel, and 4-panel array structures are compared to those by Statistical energy analysis (SEA) and Wave intensity analysis (WIA). More enhanced prediction was obtained compared to the SEA, and similar prediction performance was observed to the WIA. Additionally, the RTM has a novel feature that it can estimate the spatially smoothed distribution of vibration energy and vibration intensity. It is expected that the present RTM can be used as one of the useful tools for the high frequency vibration analysis of two-dimensional coupled structures.

I. 서 론

유한요소해석법 또는 경계요소해석법 등은 관련된 자유도의 수에 따라 적용 가능 주파수 대역이 한정되게 된다. 이러한 모드 중첩 해석을 이용할 경우, 중주파수에서부터 고주파수로 갈수록 그 계산 효율이 급격히 떨어지고 정확도 역시 보장하기 어렵다. 통계적 에너지 해석법(Statistical energy analysis : SEA)은 통계적인 모델을 적용하여 고주파수 대역의 소음 진동 해석을 하며, 현재로서는 가장 보편적인 고주파수 대역 해석 기법이다. 그러나, SEA의 관심 변수와 결과치는 시간 및 공간 평균된 진동에너지로서, 상세한 정보를 알 수 없는 단점이 있다. 또한, 통계적 단순화를 위한 제한 조건들이 많으며, 이들이 만족되지 않는 상황에서는 해석 결과를 전혀 신뢰할 수 없게 된다.

평판과 같은 2차원 진동 구조물에 대하여 SEA를 적용하는 경우에는, 평판 내에 확산장이 형성되어 있다는 가정 아래 하부계 간의 파워 흐름을 대표하는 연성손실계수(coupling loss factor : CLF)를 산정하게 된다[1]. 확산장 가정은 평판 내부에 존재하는 서로 다른 방향으로 진행되는 다수의 평면파의 진동에너지가 같음을 가정하는 것이다. 그러나, 실제로 이와 같은 확산장 가정은 적합하지 않은 경우가 많으며, 이 경우에는 각 하부계 간의 전달 파워 수식도 오차를 지니게 된다[2]. 이러한 점에 착안하여 2차원 진동 구조물에 대하여 제안된 것이 WIA(Wave intensity analysis)로, 2차원 진동 구조물에 존재하는 다수의 평면파들을 독립적이지 않고 균일하지 않다고 가정함으로써 새로운 파워 평형 방정식을 유도하였다[2]. 이는 방향성을 갖는 파동 에너지 간의 파워 평형 방정식으로서 SEA의 확산장 가정을 완화한 것이다. WIA는 하부계 간의 파워 전달 경계인 연성 경계에 입사하는 파동의 에너지가 입사각에 따라 다른 분포를 가지고 있음을 가정할 수 있으며,

* 한국과학기술원 기계공학과 소음 및 진동제어 연구센터

** 국방과학연구소

접수일자: 1998년 9월 18일

입사각에 따라 달라지는 파워 전달 계수의 효과도 포함할 수 있다. 그러므로, 연속경계에서의 입사각에 따른 진동파의 구조적 여파(structural wave filtering) 현상을 수식에 적용할 수 있어서, 보다 개선된 해석 결과를 기대할 수 있다.

또한, 하부계 내의 진동에너지 분포를 알 수 없는 SEA의 단점을 개선하고자, 진동에너지 확산에 개념을 둔 진동 전도 해석법(Vibrational conduction analysis : VCA)이 제안되어, 보, 평판 등의 진동 구조물에 대한 진동 전도 방정식이 유도되고, 근사적인 진동에너지 분포를 예측할 수 있게 되었다[3]. 그러나, 진동 감쇠가 큰 경우에는 VCA가 효과적이거나, 진동 감쇠가 작은 경우에는 SEA에 비하여 큰 개선이 없는 것으로 보고되고 있다[4]. 특히, 2차원 진동 구조물에서 감쇠가 클 경우에는 VCA의 평면파 가정이 잘 맞지 않아, 개선된 VCA가 제안되고 있다[5].

레이 추적 기법(Ray tracing method : RTM)은 건축음향 분야에서 제안되어 그 동안 많이 적용되어 온 기법으로서 음향 충격 응답 및 음장 분포 해석에 쓰이고 있다[6,7]. 구조음향 분야에서도 이 개념을 적용한 사례들이 있는데, Cremer 등[8]은 보의 해석에 적용한 바 있으며, 평판의 해석에도 레이의 개념을 이용한 바 있다. Gunda 등[9]은 RTM의 한 종류인 영상음원법(Image source method)을 적용하여 단일 사각 평판을 해석하였으며, Parot과 Thirard[10]은 트러스 구조물과 연성 평판 진동 해석에 RTM을 적용한 바 있다. 본 저자들은 2차원 진동장의 고주파수 진동해석을 수행하기에 적합한 원형 파동에 개념을 둔 RTM을 제안하여 단일 평판 및 연성된 두 개의 평판 해석에 적용한 바 있다[11].

본 논문에서는 원형 파동(cylindrical wave)에 개념을 둔 RTM을 제안하였다. 발산되는 원형파를 묘사하는 레이류브 개념을 사용하고, 연성 경계에서 입사파, 전달파 및 반사파가 경계 조건을 만족하도록 관계식을 유도하였다. 제안된 RTM이 2차원 진동장의 비확산장 특성 및 연성 경계에서 진동파의 여파 현상을 표현할 수 있음을 확인하고자, 기존에 WIA가 적용되었던 결과가 있는 연속 평판 구조물의 진동 해석에 적용한 후, SEA 및 WIA에 의한 해석 결과와 비교하였다. RTM의 적용 시에는 각 평판의 총 진동 에너지를 계산하는 시간을 단축하기 위한 방법도 고려하여 보았다.

II. 본 론

2.1 고주파수 대역 진동 해석 기법의 가정

구조물의 크기에 비하여 파장의 길이가 매우 작은 고주파수 대역에서는 다수의 진동 모드가 존재하고, 진동 모드의 중첩이 많이 일어나서 개별적 진동 모드에 의한 변위 분포는 큰 의미가 없으며, 위상에 의한 정보도 중요성을 잃게 된다. 즉, 공간적인 변화가 심하지 않으며, 진동장의 크기보다 훨씬 작은 세세한 진동 변위 분포가 중요하지 않게 된다. 진동인텐시티의 측면에서도 진동 모드에 의한 국부적 와류 현상은 크게 중요하지 않으며, 전체

적이고 대략적인 파워의 흐름이 더 중요시된다. 그러므로, 고주파수 대역 해석에서는 특정한 폭을 지니는 주파수 대역의 진동에너지의 관점에서 동적 거동을 관찰하는 것이 타당하다. 기여하는 모드 개수가 많은 고주파수 대역의 진동에너지는 각 모드의 진동에너지(modal energy)의 합으로 볼 수 있다[2]:

$$\langle e_b \rangle = \left\langle \int_{\omega_1}^{\omega_2} e(\omega) d\omega \right\rangle = \sum_{n=1}^N E_n^{\text{mode}}(\omega_n). \quad (1)$$

여기서, e_b 는 주파수 대역 적분한 진동에너지 밀도(vibration energy density), $e(\omega)$ 는 주파수별 진동 에너지 밀도이며, 기호 $\langle \rangle$ 는 공간 적분항임을 의미하여 $\langle e_b \rangle$ 는 SEA에서 '하부계 에너지(subsystem energy)'로 정의되는 E 와 동등하다. ω 는 각주파수이며, ω_1 과 ω_2 는 각각 대역의 하한 및 상한 주파수, ω_n 은 대역내 n 번째 모드의 공진 주파수, N 은 대역내 모드 개수이며 E_n^{mode} 은 공간 적분된 하부계 모드 에너지(subsystem modal energy)로, $E_n^{\text{mode}}(\omega_n)$ 은 ω_n 을 공진 주파수로 가지는 n 번째 모드의 모드 에너지이다. 각 모드의 진동에너지는 운동에너지(T)와 위치에너지(U)의 합이며, 이 두 에너지 성분의 최대 크기가 거의 같다고 가정하면 각 모드의 진동에너지는 $E_n^{\text{mode}} \approx 2T_n^{\text{mode}}$ 으로 간주할 수 있으며, 횡진동의 경우에 대하여는 전체 진동 에너지를 다음과 같이 표현할 수 있다:

$$\langle e_b \rangle = \sum_n^N m \langle \nu_{rms}^2 |_{\omega_n}^{\text{mode}} \rangle = m \langle \nu_{rms}^2 \rangle. \quad (2)$$

여기서, $\langle \nu_{rms}^2 |_{\omega_n}^{\text{mode}} \rangle$ 은 n 번째 모드의 공간 적분된 rms 진동 속도의 제곱, m 은 단위 면적 당 질량이다.

각 모드에 의하여 손실되는 파워는 각 모드의 공진 주파수 ω_n , 손실계수 η_n 과 진동에너지 E_n^{mode} 을 사용하여 $\omega_n \eta_n E_n^{\text{mode}}$ 으로 근사화 할 수 있으며, 대역 폭이 충분히 좁은 주파수 대역내에 다수의 모드가 존재한다고 가정하면, 총 손실 파워 P_{dim} 은 대역 중심 주파수 ω_c , 평균 손실 계수 η 와 대역 진동에너지 $\langle e_b \rangle$ 를 사용하여

$$P_{\text{dim}} = \sum_n \omega_n \eta_n E_n^{\text{mode}} \approx \omega_c \eta \langle e_b \rangle \quad (3)$$

로 나타낼 수 있다.

고주파수 대역 해석 기법은 대부분의 경우에 중심주파수 ω_c 에서의 값을 $\Delta\omega$ 의 폭을 가지는 대역의 대표값을 사용하는 $\langle e_b \rangle = \Delta\omega e(\omega_c)$ 의 관계를 이용하여 대역 적분 및 공간 적분한 에너지를 예측한다.

파동의 관점에서 이러한 가정들을 관찰해보기 위하여 우선 x 방향으로 진행하는 일차원 횡진동의 진행파를 고려한다. 속도를 $\nu = \hat{A} \exp(-j\kappa x - \kappa x/4)$ 라고 가정하

면, 진동에너지 밀도 $e(x)$ 는 다음과 같다[8]:

$$e(x) = T(x) + U(x) \approx \frac{1}{2} m' |\hat{A}|^2 \exp\left(-\frac{kn}{2} x\right) \quad (4)$$

$$\equiv e_0 \exp\left(-\frac{kn}{2} x\right).$$

여기서, $j = \sqrt{-1}$, e_0 는 $x=0$ 에서의 초기 진동에너지이며, k 는 파수, m' 은 단위 길이 당 질량, \hat{A} 는 이 진행파의 복소 크기이다. 전달 파워 또는 인텐시티는 $I(x) = c_g e(x)$ 로 계산되며, 단위 길이 당 손실 파워는 $\Pi_d = \omega \eta e(x)$ 로 간주할 수 있으며, c_g 는 그룹 속도를 나타낸다. 모드 관점에서 거론된 바와 같이 세세한 공간적인 변화가 중요하게 고려되지 않기 때문에, 파동 관점에서는 근접장을 무시한다.

일반적인 일차원 파동장에는 전진하는 진행파와 후진하는 진행파의 두개의 진행파가 존재한다. 전진 진행파의 파동 에너지를 $e_+(x)$, 후진 진행파를 $e_-(x)$ 로 나타내고, 두 진행파 간의 간섭에 의한 공간에 대한 섭동치를 무시하면, 총 에너지는 이들 진행파 에너지의 합, 즉, $e(x) = e_+(x) + e_-(x)$ 이며, 총 전달파워는 $I(x) = c_g e_+(x) - c_g e_-(x)$, 단위 길이 당 총 손실 파워는 $\Pi_d = \omega \eta e_+(x) + \omega \eta e_-(x) = \omega \eta e(x)$ 로 간략화가 가능하다.

2차원 진동장의 자유 평면파에 대한 기술도 1차원의 경우와 비슷하다. 2차원 자유 횡진동의 평면파 $v = \hat{A} \exp(-j(k_x x + k_y y)(1 - j\eta/4))$ 의 진동에너지 밀도는

$$e(x, y) = T(x, y) + U(x, y) \approx \frac{1}{2} m |\hat{A}|^2 \exp\left(-\frac{\eta}{2} (k_x x + k_y y)\right) \quad (5)$$

$$\equiv e_0 \exp\left(-\frac{\eta}{2} (k_x x + k_y y)\right)$$

로 간략화 할 수 있는데, e_0 는 좌표 (0,0)에서의 초기 진동에너지 밀도이다. 이 파동의 진동 인텐시티 분포는

$$\vec{I}(x, y) \approx c_g e(x, y) \vec{i}_\theta \quad (6)$$

로 나타낼 수 있는데, \vec{i}_θ 는 파동 진행 방향의 단위 벡터이며, x, y 방향의 각 단위 벡터 \vec{i}_x 와 \vec{i}_y 를 사용하면 $(k_x \vec{i}_x + k_y \vec{i}_y) / \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ 로 변환할 수 있다.

2차원 진동장에서는 주파수 대역내에 다수의 평면파들이 존재할 수 있으며, 좌표 (x, y) 에서의 대역 진동에너지 밀도 $e_b(x, y)$ 는 좌표 (x, y) 에서 θ 방향으로 진행하는 평면파의 진동에너지 밀도 또는 방향성 파동 에너지 밀도 $e_b(x, y; \theta)$ 의 θ 에 관한 적분값으로 간주할 수 있다:

$$e_b(x, y) = \int_0^{2\pi} e_b(x, y; \theta) d\theta. \quad (7)$$

확산장 가정을 사용하는 SEA의 경우에는 균일한 평면파 진동에너지를 가정하기 때문에, 각 위치에서의 방향성 파동에너지는

$$e_b(x, y; \theta) = \frac{e_b(x, y)}{2\pi} = \frac{\langle e_b \rangle}{2\pi S} \quad (8)$$

로 표현되며, 여기서 S 는 2차원 진동장의 면적이다. 그러나, 방향성 파동에너지들이 상호관계를 가지고 있다고 가정하는 WIA에서는 방향성 파동에너지 밀도가 위치에 무관하여, 아래와 같이 방향 θ 에 관한 함수의 형태로만 나타내어 진다:

$$e_b(x, y; \theta) = \frac{\langle e_b(\theta) \rangle}{S} \quad (9)$$

여기서, $\langle e_b(\theta) \rangle$ 는 방향성 진동에너지의 공간 적분값으로 WIA에서는 $E(\theta)$ 로 표기하고 있다[2]. 좌표 (x, y) 에서의 진동 인텐시티는 방향성 파동 전달 파워의 θ 에 대한 적분값

$$\vec{I}(x, y) = \int_0^{2\pi} c_g(x, y; \theta) e_b(x, y; \theta) \vec{i}_\theta d\theta \quad (10)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 \vec{i}_θ 는 θ 방향 단위 벡터로서 $\cos \theta \vec{i}_x + \sin \theta \vec{i}_y$ 로 변환이 가능하므로, θ 만 관련된다. 단위 면적 당 손실 파워는 모드 해석의 관점이나 1차원 진동장의 경우와 마찬가지로 $\Pi_d = \omega \eta e_b(x, y)$ 로 간주할 수 있다.

이와 같은 2차원 진동장의 특성은 본 논문에서 다루는 RTM의 모델링에 적용된다.

2.2 원형파 기반 2차원 RTM

Skudrzyk[12]은 평판의 횡파에 대한 연구를 수행하여, 원형평판, 무한평판, 사각평판 등의 거동을 비교 검토하였고, 고주파수 또는 고감쇠의 경우에 있어서 평판의 진동은 경계의 형태에 영향받지 않는다는 보고를 한 바 있다. 이는 경계에서 반사되는 에너지가 가진원로부터 발산되는 에너지에 비하여 무시할 수 있는 정도가 되어, 평판 내부에 가진원으로부터 발생된 직접파인 원형파가 잔향장인 평면파 보다 우세함을 의미한다. 이와 같은 이유 때문에 평면파만이 존재함을 가정한 VCA의 지배방정식인 에너지 전도방정식은 감쇠가 큰 경우 그 해가 실제 결과와 차이를 가지게 된다.

Kim 등[13]은 이와 같은 점에 착안하여 원형파에 적합한 에너지 전도방정식을 제안하였으며, Bouthier와 Bernhard[14] 및 Le Bot[15] 등도 같은 방정식을 제안하였다. Kim 등은 에너지 전도방정식을 유한한 원형평판에 적용하였으며, 고주파수의 경우에는 무한평판에 대한 해가 다음과 같이 사각평판에도 적용이 가능함을 보였다:

$$e(r) = (F_0^2/2Z_\infty)[\exp(-\alpha r)/2\pi r c_g] \quad (11)$$

여기서, F_0 는 입력힘, Z_∞ 는 무한평판에 대한 횡파의 점 입력(point input) 임피던스, r 은 가진원으로 부터의 거리, $e(r)$ 은 가진점으로 부터의 거리가 r 인 지점의 진동에너지 밀도이며, α 는 거리감쇠계수인데, $\alpha = \omega\eta/c_g$ 로 나타내어 진다.

위의 무한평판의 해를 유한평판에 적용할 경우 상당히 감쇠가 크거나 고주파수이어야 하는 단점이 있으며, 사각 평판 및 다수의 평판 연결체 등에서의 적용에 문제가 있다. Smith[5]는 감쇠의 크기에 상관없는 진동 전도 해석 기법을 고안하기 위해 진동장을 직접장인 원형파와 간접장인 평면파의 합으로 분해한 후, 가진원으로 부터의 원형파와 이로 인해 경계에서 발생된 평면파로 전체 진동장을 묘사함으로써 개선된 결과를 낼 수 있는 수정된 VCA를 제시한 바 있다. 그러나, 수정된 VCA는 SEA보다는 개선된 결과를 예측할 수 있지만, WIA와 같이 방향성 파동 에너지의 의존성을 줄 수 없기 때문에 여파 현상을 구현해 주지는 못한다. 따라서, 평판 연속 구조물과 같은 경우에 SEA에 비교하여 오차의 대폭적 개선을 기대할 수는 없다. 식 (11)의 해와 같이 가진원에서 발생된 원형파가 경계에 전달된 후 반사되어 내부로 다시 진행되는 것을 묘사해 준다면, 원형파의 특성을 만족시키면서 동시에 각 방향으로 진행하는 진동에너지의 독립성을 구현할 수 있을 것이다.

위와 같은 목적 아래 원형파에 기반한 RTM을 모델링하기 위하여, 그림 1과 같이 가진원으로 부터 일정한 미세각 $\Delta\theta$ 를 가지고 출발하는 다수의 레이튜브를 가정하였다. 각 레이가 진행하면서 점수점(receiver point)이 레이의 유효 너비 안에 존재할 때, 점수점의 진동에너지 밀도 및 진동인텐시티는 중심선(center line)에서의 값으로 근사화 할 수 있다:

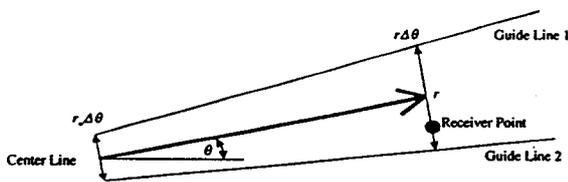


그림 1. 미세각 $\Delta\theta$ 를 가지고 출발하는 레이튜브 모델
Fig. 1. A ray tube model starting with the infinitesimal angle $\Delta\theta$.

$$\Delta e(x, y) \approx (e_0 r_0/r) \exp(-\alpha(r-r_0)), \quad (12)$$

$$\Delta I(x, y) \approx (c_g e_0 r_0/r) \exp(-\alpha(r-r_0))(\cos\theta \hat{i}_x + \sin\theta \hat{i}_y). \quad (13)$$

여기서, r_0 는 초기 출발 반경으로서 $r_0^{-1} = \pi^2/\lambda + \alpha$ 로 계산될 수 있으며[5], e_0 는 r_0 에서의 진동 에너지 밀도

서 식 (11)에서 계산할 수 있고, λ 는 굽힘파의 파장이다. 가진원에서 초기 반경보다 가까운 위치의 진동에너지는 초기 진동에너지 e_0 로 근사화 하는데, 레이튜브의 중심선과 점수점 사이의 거리가 파장 λ 보다 충분히 작아야 하며, 또한 $r\Delta\theta \ll \lambda$ 가 되도록 하여야 한다.

레이가 경계에 입사할 경우, 너비 $r\Delta\theta$ 가 λ 에 비하여 충분히 작으면 평면파의 입사와 같이 거동한다고 가정할 수 있다. 그림 2에서 평면파가 입사각 θ_1 으로 경계에 입사할 때, 전달파는 전달각 θ_2 로 굴절되어 진행하게 된다. 전달각 θ_2 는 Snell의 법칙에 의하여 입사각 θ_1 과 $\sin\theta_1/c_1 = \sin\theta_2/c_2$ 의 관계를 가진다. 여기서, c_1 과 c_2 는 각 평판 진동장의 위상속도이다. 윤곽선(guide line)들도 각기 다른 각도로 입사되고 또 전달되므로, 레이의 폭을 대표하는 $\Delta\theta_2$ 도 변화하여야 하는데, 이는 윤곽선 1과 2의 변화된 각도차에 의하여 계산할 수 있다. 즉, 윤곽선 1에서의 전달각 $\theta_{2,t}$ 는 $\sin(\theta_1 + \Delta\theta_1/2)/c_1 = \sin(\theta_{2,t})/c_2$ 의 수식에서, 윤곽선 2에서의 전달각 $\theta_{2,r}$ 은 $\sin(\theta_1 - \Delta\theta_1/2)/c_1 = \sin(\theta_{2,r})/c_2$ 의 수식으로부터 계산하여, 결국 $\Delta\theta_2 = \theta_{2,t} - \theta_{2,r}$ 로써 계산된다. 또한, 그림 2에서 보듯이 윤곽선의 변화에 따라 입사파의 원점과 전달파의 원점이 서로 달라지는 것을 볼 수 있다. 경계에서의 전달파의 새로운 진행거리 r_2 는 입사파의 진행거리 r_1 과의 기하학적 조건에 의하여 $r_1 \Delta\theta_1 \cos\theta_2 = r_2 \Delta\theta_2 \cos\theta_1$ 의 관계를 가지는데, 연성경계에서의 파워전달계수 $\tau_{12}(\theta)$ 를 도입하여 입사파위와 전달파위의 관계를 적용하면 전달파의 연성경계에서의 새로운 진동에너지 밀도가

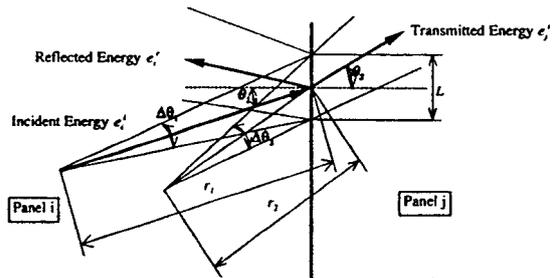


그림 2. 연성경계에서의 원형파 입사레이, 반사레이 및 전달레이들 간의 기하 관계
Fig. 2. Geometry of the cylindrically incident ray, reflected ray and transmitted ray at the coupled boundary.

$$e_i^j = \tau_{12}(\theta)(c_{g1}/c_{g2})(\cos\theta_1/\cos\theta_2) e_i^i \quad (14)$$

이 됨을 알 수 있다.

평판 내부에 존재하는 다수의 점수점에서의 에너지들을 계산하면 진동에너지 분포를 예측할 수 있다. 총 진동 에너지를 계산하기 위해서는 이들 점수점에서의 결과들

을 평균하여 계산할 수 있으나, 이 경우에는 수치계산에 시간이 많이 소요된다. 하나의 레이가 출발하여 경계에 도달하는 동안 i 번 평판의 전체 진동에너지 $\langle e \rangle_i$ 에 미치는 영향은 그림 3을 통해 고찰해 볼 수 있다. 이 레이가 평판의 총 진동에너지 $\langle e \rangle_i$ 에 기여하는 양은

$$\Delta \langle e \rangle_i \approx \int_{r_1}^{r_2} \alpha(r) \Delta \theta n r dr = \alpha(r_1) r_1 \Delta \theta [1 - \exp[-\alpha(r_2 - r_1)]] / \alpha \quad (15)$$

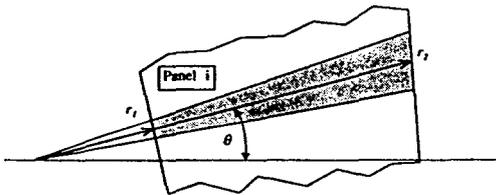


그림 3. 평판의 경계에서 출발하여 다른 경계에 도달한 레이
Fig. 3. A ray emanating from a panel boundary and propagating to another boundary.

로 간략화 할 수 있다. i 번 평판의 대역 적분 총 진동에너지 $\langle e_b \rangle_i$ 는 $\langle e_b \rangle_i = \Delta \omega \langle \alpha(\omega) \rangle_i$ 로 근사화 할 수 있다. 또한, θ 방향 평면파 진동에너지 $\langle \alpha(\theta) \rangle_i$ 에 대한 영향은 $(\theta_0 - \Delta \theta / 2) < \theta < (\theta_0 + \Delta \theta / 2)$ 의 범위에 대하여

$$\Delta \langle \alpha(\theta) \rangle_i \approx \Delta \langle e \rangle_i / \Delta \theta \quad (16)$$

로 계산이 가능하다. 총 진동에너지만을 계산하고자 할 때에는 이와 같은 방법에 의해 수치 계산 시간을 대폭 줄일 수 있다.

2.3 연결된 평판 구조물의 진동 해석

본 논문에서는 그림 4에 보이는 바와 같이 연속적으로 연결된 평판 구조물(panel array)[2]을 고려한다. 두 개 연속 평판의 경우는 1번과 2번만이 연결되어 있는 경우이며, 세 개 연속 평판은 1,2,3이 순서대로 연속되는 경우, 네 개 연속 평판은 1,2,3,4가 순서대로 연속 연결되어 있는 경우이다. 양단 경계는 고정단이며 연성경계는 단순지지이다. 여기서, 각 평판은 공통적으로 영률 $Y = 2 \times 10^{11} N/m^2$, 밀도 $\rho = 7800 kg/m^3$, 포와송비 $\mu = 0.3$, 너비 $b = 1 m$ 이며, 손실계수 $\eta = 0.01$ 을 갖는다. 각 평판의 두께 t 는 판의 순서대로(1-2-3-4) 각각 4 mm, 3 mm, 4 mm, 3 mm이다. 이론해석을 위해서는 다수 지점의 가진이 필요하며, 가진점 (x_1, x_2) 는 제1번 판에 있는 8 개의 지점을 선택하였다. 이론해석, SEA 및 WIA는 Langley[2]의 결과를 이용하였으며, RTM 적용을 위한 연성경계에서의 파워전달계수 $\tau_{12}(\theta)$ 는 Cremer 등[8]의 수식을 이용하였다.

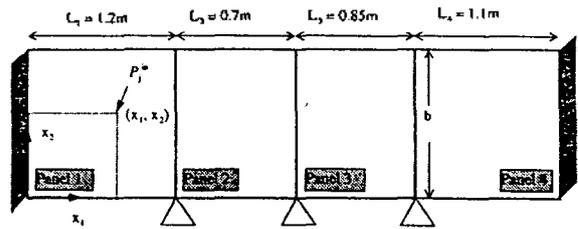
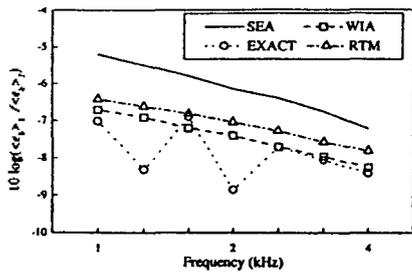
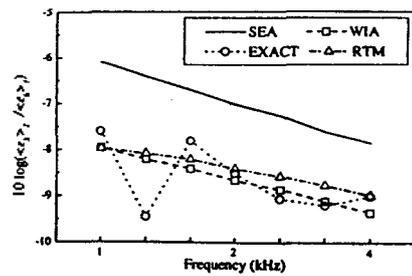


그림 4. 직렬로 배열된 4개의 연결된 평판
Fig. 4. A four-panel array connected in tandem.

그림 5(a)는 두 개가 연속된 평판의 해석결과로서 이론해와 비교하여 볼 때 RTM결과가 SEA 결과보다는 훨씬 개선되었으나 WIA결과가 약간 더 정확함을 알 수 있다. 그림 5(b)는 RTM 해석 결과로 얻은 평판 1과 2에서의 θ 방향 평면파의 진동에너지 분포이다. 평판 1에서는, x 방향에 대하여 수평방향 진행파보다 수직방향 진행파의 에너지가 큰 것으로 해석되었으며, 평판 2에서는 수직방향 진행파가 평판 1에서 거의 전달되어 오지 않고 수평방향 진행파만이 진행되어 오며, 완전히 수평 방향으로 진행되는 파가 다른 각도로 진행되는 파들보다 진동에너지가 큼을 보여준다. 이는 WIA와 같이 연성 경계에서의 여파 현상이 고려된 때문이다. 평판 1의 θ 방향 평면파의 진동에너지에서 0도와 180도에서 불연속성을 관찰할 수 있으며, 이는 이들 방향의 진동에너지가 다른 각의 진동에너지 보다 연결된 평판 2로 진동 전달이 잘 되어서 나타나는 것으로 판단된다. 그림 6은 세 개가 연속된 평판의 결과이다. 평판 2와 평판 1의 에너지 비율 보면(그림 6(a)), SEA 해석치가 이론치에 비하여 1~2 dB 높게 나타난 데 비하여 WIA 및 RTM은 거의 같은 경향으로 이론치에 근사함을 확인할 수 있다. 평판 3과 평판 1의 에너지 비율 보면(그림 6(b)), WIA 결과는 이론치에 대해 1~2 dB 정도 높는데 비해 RTM은 이론치에 좀 더 근접한 결과를 보이고 있다. SEA해석치는 1 kHz 대역 부근에서는 RTM과 비슷한 예측이지만 좀더 높은 주파수 대역에서는 이들 보다 이론치에 근사함을 확인할 수 있다. 이 경우에는 SEA 결과가 RTM 및 WIA 보다 정확해 보이지만, 주파수가 증가함에 따른 예측치와 이론치의 변화율이 같지 않은 것을 관찰할 수 있다. 따라서, SEA가 다른 기법보다 정확하다고 단정할 수 없다. 그림 7은 네 개가 연속된 평판에 대한 결과로, 평판 2와 평판 1의 에너지 예측치와 이론치를 비교해 보면(그림 7(a)), SEA가 이론치에 비하여 2~4 dB 정도 벗어난 데 비하여, WIA와 RTM은 거의 유사한 예측치로 이론치에 접근함을 볼 수 있다. 평판 3과 평판 1의 에너지 비율 보면(그림 7(b)), SEA는 1 kHz ~2 kHz 대역에서 이론치와 유사한 경향을 보이나, 주파수가 올라갈수록 오차가 커지며 3 kHz 대역 이상에서는 1 dB 정도 차이가 남을 확인할 수 있다. WIA가 이론치에 비하여 전체적으로 높은 예측을 하는 반면, RTM 결과는 이 보다는 이론치에 더 근접해 있다. 마지막으로, 평판 4와 평판 1의 에너지 비율을 관찰하면(그림 7(c)),



(a)



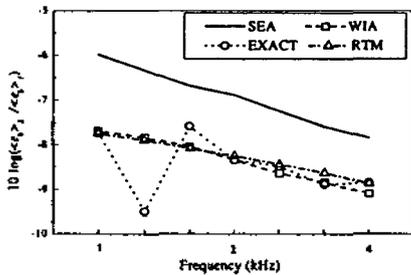
(b)

그림 5. 평판 1이 가진을 받는 경우의 2개 연속 평판의 진동 전달 해석 결과;

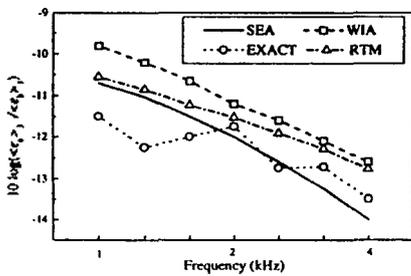
(a) $\langle e_b \rangle_2 / \langle e_b \rangle_1$, (b) $\langle c(\theta) \rangle$ (1/3 옥타브 대역의 1 kHz)

Fig. 5. Computed vibration transmission for a two-panel array when the panel 1 is excited;

(a) $\langle e_b \rangle_2 / \langle e_b \rangle_1$, (b) $\langle c(\theta) \rangle$ (at 1 kHz of 1/3-octave bands).



(a)



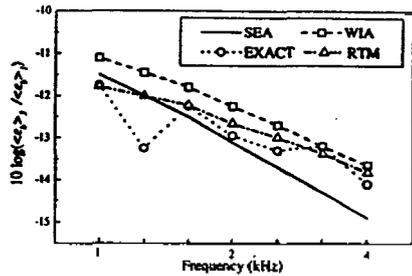
(b)

그림 6. 평판 1이 가진을 받는 경우의 3개 연속 평판의 진동 전달 해석 결과

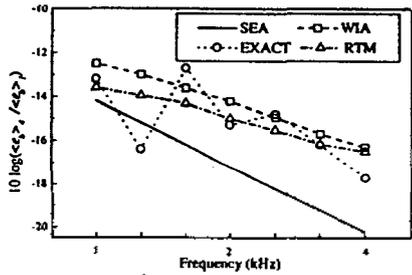
(a) $\langle e_b \rangle_2 / \langle e_b \rangle_1$, (b) $\langle e_b \rangle_3 / \langle e_b \rangle_1$

Fig. 6. Computed vibration transmission for a three-panel array when the panel 1 is excited;

(a) $\langle e_b \rangle_2 / \langle e_b \rangle_1$, (b) $\langle e_b \rangle_3 / \langle e_b \rangle_1$.



(b)



(c)

그림 7. 평판 1이 가진을 받는 경우의 4개 연속 평판의 진동 전달 해석 결과;

(a) $\langle e_b \rangle_2 / \langle e_b \rangle_1$, (b) $\langle e_b \rangle_3 / \langle e_b \rangle_1$, (c) $\langle e_b \rangle_4 / \langle e_b \rangle_1$

Fig. 7. Computed vibration transmission for a four-panel array when the panel 1 is excited;

(a) $\langle e_b \rangle_2 / \langle e_b \rangle_1$, (b) $\langle e_b \rangle_3 / \langle e_b \rangle_1$, (c) $\langle e_b \rangle_4 / \langle e_b \rangle_1$.

SEA 해석 결과는 전체적으로 매우 벗어난 예측을 하고 있으며, WIA와 RTM은 주파수에 대한 경향은 다르지만 이론치에 근사하고 있음을 관찰할 수 있다. 특정한 평판들에 대한 해석 결과이지만 가진 평판에서 많이 떨어진 평판일수록 SEA는 오차가 커지며, 이는 사각 평판의 연속 구조물에서는 가진원에서 멀어질 수록 확산장 가정이 점점 더 맞지 않게 되는 데 원인이 있다고 보여진다. WIA의 주파수에 대한 변화율은 RTM 보다 크지만, 전체적으로는 거의 비슷한 결과를 제공하는 것으로 나타났다.

그림 8은 2개 연속 평판의 평판 1의 중심이 가진 되는 경우에 대하여 이론적 계산[16]과 RTM으로 계산한 평판 1과 평판 2에서의 진동 속도 분포이다. 이때의 경계 조건은 그림 4와는 달리 두 평판 끝 단이 단송지지됨을 가정하였으며, 공간에 있어서의 진동 속도 분포를 살펴보

기 위하여 구조 감쇠 계수를 다소 과장된 값인 $\eta=0.3$ 으로 선택하였다. 감쇠가 크기 때문에, 이론해석은 평판 1에서는 거의 원형파에 가까운 진동장이 형성됨을 보여 주고 있다(그림 8(a)). RTM은 이러한 현상 및 각 위치에서의 진동 속도를 근사하게 예측하고 있음을 볼 수 있다(그림 8(b)). 이론 해석에 의하여 평판 2에서는 연성 경계로부터 끝단으로 갈수록 진동 속도 레벨이 떨어짐을 관찰할 수 있으며, RTM이 각 위치에서의 이론 해석의 진동 속도 레벨을 근사하게 예측하고 있음을 볼 수 있다.

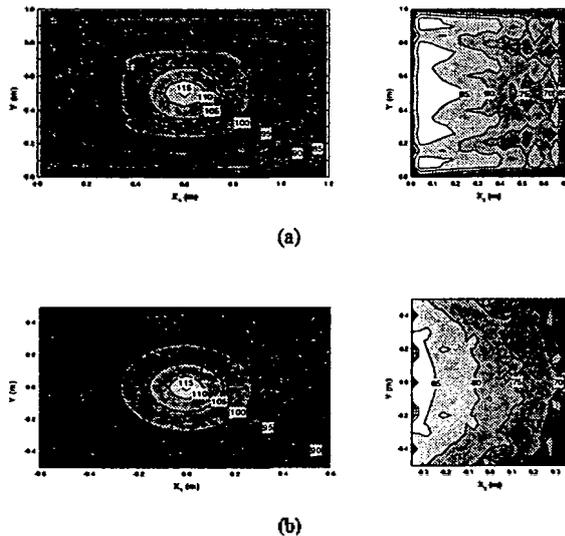


그림 8. 두 평판 연결 구조물의 진동 해석 결과 ($\text{dB re } 10^{-8} \text{ m/sec}$, 1/3 옥타브 대역의 1 kHz, $\eta=0.3$) (a) 이론 해석, (b) 레이 추적 기법

Fig. 8. Vibration analysis of two panel array ($\text{dB re } 10^{-8} \text{ m/sec}$, 1 kHz of 1/3-octave bands, $\eta=0.3$); (a) Analytical result, (b) ray tracing method.

2.4 RTM과 WIA의 계산 효율에 대한 논의

레이 추적 기법은, 가진원으로부터 다수의 레이를 생성시켜 각 레이마다, 레이의 진행, 반사, 전달을 계산한 후, 각 평판마다 새로운 레이를 추적하여 각 평판의 레이에 대한 진행을 반복적으로 수행하는 과정을 거쳐야 하기 때문에, 많은 계산 시간이 소요되며, 수렴성을 높이기 위해서는 많은 레이를 사용하여야 한다. WIA는 각 방향 평면파에 대한 파워 평형 방정식을 풀기 위하여 각 방향 평면파를 sine 함수와 cosine 함수의 푸리에 급수 전개로 가정한다. 이를 각 방향 평면파에 대한 파워 평형 방정식에 대입한 후 sine 함수와 cosine 함수의 계수를 구하기 위하여 Galerkin 과정을 거친다. 이 과정에서 각 선 경계(line boundary)에서 다소 복잡한 적분을 거쳐야 하며, 계산 결과의 수렴성을 높이기 위해서는 많은 수의 푸리에 함수를 가정하여야 하는 특징이 있다[2]. 또한, 해석 대상의 구조가 바뀔 경우에 재계산을 수행할 때, RTM은 계산 프로그램이 작성되었으므로 필요 데이터만을 입력하면 해석이 가능한 반면에, WIA는 선 경계에서의 적분을

다시 수행하여 입력해야 한다. 따라서 각 방법의 계산 효율을 계산 시간 만으로는 평가할 수 없다고 판단된다.

III. 결 론

SEA와 WIA는 잔향장인 구조물에 적용 가능한 해석법인데 비하여, RTM은 잔향장과 직접장 모두를 표현할 수 있다. RTM을 연속 평판의 진동 전달 해석에 적용하여 본 결과, SEA보다는 개선된 결과를 볼 수 있었으나 WIA와는 거의 비슷한 정도의 결과를 얻을 수 있었다. 이론치에 대한 SEA, WIA, RTM의 정확도는 연결된 각 평판마다 상이함을 관찰할 수 있으나, 제안된 RTM의 적용 가능성은 충분히 확인할 수 있었다. WIA가 진동에너지 분포를 알 수 없는 반면, RTM을 적용하면 진동에너지 및 진동인텐시티의 대략적 분포를 알 수 있는 장점도 있어, 기존의 해석법에 대하여 대체 해석 기법으로 적용될 수 있으리라 판단된다. RTM의 오차 및 오차의 발생 원인에 대한 추가적인 연구가 요구된다.

참 고 문 헌

1. R. H. Lyon, *Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems*, MIT Press, Cambridge, 1975.
2. R. S. Langley, "A Wave Intensity Technique for the Analysis of High Frequency Vibrations," *J. Sound Vib.* 159, pp. 483-502, 1992.
3. D. J. Nefske and S. H. Sung, "Power Flow Finite Element Analysis of Dynamic Systems: Basic Theory and Application to Beams," *Trans. ASME, J. Vib., Acoust., Stress, and Rel. in Design* 111, pp. 94-100, 1989.
4. R. S. Langley, "On the Vibrational Conductivity Approach to High Frequency Dynamics for Two-dimensional Structural Components," *J. Sound Vib.* 182, pp. 637-657, 1995.
5. M. J. Smith, "A Hybrid Energy Method for Predicting High Frequency Vibrational Response of Point-Loaded Plates" *J. Sound Vib.* 202, pp. 375-394, 1997.
6. 이병호, 이희원, "연주자를 위한 무대공간의 최적화," *한국음향학회지* 1, 19-26, 1982.
7. 신효철, 이정권, "위상이 고려된 기하음향모델에 의한 내부 음장 해석," *한국음향학회지* 17, 54-61, 1998.
8. L. Cremer, M. Heckl and E. E. Ungar, *Structure-Borne Sound*, Springer-Verlag, Heidelberg, 1988.
9. R. Gunda, S. M. Vijayakar and R. Singh, "Method of Images for the Harmonic Response of Beams and Rectangular Plates," *J. Sound Vib.* 185, 791-808, 1995.
10. J.-M. Parot and Ch. Thirard, "Ray Techniques for Modeling Vibratory Fields," *Proc. of Euro-Noise '95*, pp. 453-456, 1995.
11. 채기상, 이정권, 전재진, "레이 추적 기법을 이용한 보와 평판의 고주파수 진동 해석," '97 한국음향학회 하계학술대회, pp. 647-650, 부산, 1997년 7월.
12. E. Skudrzyk, "The Mean-value Method of Predicting the Dynamic Response of Complex Vibrations," *J. Acoust. Soc. Am.* 67, pp. 1105-1135, 1980.

13. H. S. Kim, H. J. Kang, and J. S. Kim, "A Vibrational Analysis at High Frequencies by the Power Flow Method," *J. Sound Vib.* 174, pp. 493-504, 1994.

14. O. M. Bouthier and R. J. Bernhard, "Simple Models of the Energetics of Transversely Vibrating Plates," *J. Sound Vib.* 182, pp. 149-164, 1995.

15. A. Le Bot, "Geometric Diffusion of Vibrational Energy and Comparison with the Vibrational Conductivity Approach," *J. Sound Vib.* 212, pp. 637-647, 1998.

16. H. S. Kim, H. J. Kang, and J. S. Kim, "Transmission of Bending Waves in Inter-connected Rectangular Plates," *J. Acoust. Soc. Am.* 96, pp. 1557-1562, 1994.

▲채기상(Ki-Sang Chae) 1969년 12월 25일생
 1988년 3월~1992년 2월: 고려대학교 기계공학과(학사)
 1992년 3월~1994년 2월: 한국과학기술원 기계공학과(석사)
 1994년 3월~현재: 한국과학기술원 기계공학과 박사과정
 ※주관심분야: 구조음향, 고주파수 대역 소음 진동 해석, 소음 진동 제어

▲이정권(Jeong-Guon Ih)
 제11권 4호 참조
 현재: 한국과학기술원 기계공학과 교수

▲전재진(Jae-Jin Jeon) 1960년 10월 7일생
 1978년 3월~1982년 2월: 연세대학교 기계공학과(학사)
 1982년 3월~1984년 2월: 한국과학기술원 기계공학과(석사)
 1984년 3월~1987년 8월: 한국과학기술원 기계공학과(박사)
 1987년 8월~현재: 국방과학연구소 (책임연구원)
 ※주관심분야: 구조음향, 수중음향