

합유체에 인접한 크랙에 관한 수치해석

Numerical Analysis of a Crack in the Vicinity of an Inclusion

이 정 기* 라 원 석**
Lee, Jung-Ki Ra, Won-Seok

요 지

서로 상호작용을 하는 다수의 이방성 합유체 및 균열(crack)을 포함하는 등방성 무한고체가 정적 무한하중을 받을 때 균열선단에서의 응력확대계수의 계산을 효과적으로 수행할 수 있는 수치해석 방법으로 체적 적분방정식법을 적용한다. 본 해석방법의 타당성과 우수성을 입증하기 위하여, 비교적 간단한 형태의 이방성을 나타내는 직교 이방성 합유체와 균열이 포함된 무한고체가 무한하중을 받을 때 균열선단에서의 응력확대계수 계산을 수행하고, 상업용 유한요소법 코드인 ANSYS를 이용한 해석결과와 비교 검토하였다.

핵심용어 : 균열, 응력확대계수, 이방성 합유체, 체적 적분방정식법, 유한요소법

Abstract

A recently developed numerical method based on a volume integral formulation is applied to calculate the accurate stress intensity factors at the crack tips in unbounded isotropic solids in the presence of multiple anisotropic inclusions and cracks subject to external loads. In this paper, a detailed analysis of the stress intensity factors are carried out for an unbounded isotropic matrix containing an orthotropic cylindrical inclusion and a crack. The accuracy and effectiveness of the new method are examined through comparison with results obtained from analytical method and finite element method using ANSYS. It is demonstrated that this new method is very accurate and effective for solving plane elastostatic problems in unbounded solids containing anisotropic inclusions and cracks.

Keywords : crack, stress intensity factor, anisotropic inclusion, volume integral equation method, finite element method

1. 서 론

복합재료의 구성물들은 일반적으로 등방성 재료로 이루어진다. 그러나, 기존의 금속재료에 비하여 비강성, 비강도 및 내열성, 내마모성 등이 뛰어나 항공분야에 사용되고 있는 금속기지 복합재료에서는 Ti 기지가 등방성 재료로 이루어지지만 SiC 섬

유는 강한 이방성 재료로 이루어진다.¹⁾ 따라서, 복합재료에서 균열의 생성 및 전파 등에 관한 파손 메커니즘을 정확히 예측하기 위해서는, 등방성 합유체 뿐만 아니라 이방성 합유체와 균열이 포함된 등방성 무한고체가 외부의 하중을 받을 때 균열선단(crack tip)에서의 응력확대계수에 대한 정확한 해석이 필수적으로 요구된다.^{2), 3)}

* 정희원 · 홍익대학교 기계설계학과, 조교수
** 학생회원 · 홍익대학교 기계설계학과, 석사과정

· 이 논문에 대한 토론을 1999년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2000년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

합유체와 균열사이의 상호작용에 관한 연구는 많은 연구자들에 의하여 활발하게 진행되고 있다. 예를 들면, Erdogan과 Gupta⁴⁾, Erdogan⁵⁾, Atkinson⁶⁾, Li와 Chudnovsky^{7),8)} 그리고 Chen과 Nakamichi⁹⁾ 등이 등방성 합유체의 내부, 외부 또는 경계에 존재하는 균열이나 등방성 합유체를 관통하는 균열에 대한 연구를 수행하였다. 최근에는 Hwu¹⁰⁾, Chang¹¹⁾, Kassam¹²⁾ 그리고 Bush²⁾ 등이 복잡한 하중을 고려한 문제들이나 다수의 등방성 합유체들과 균열이 포함된 문제들에 대한 연구를 수행하였다. 그러나, 이방성 합유체와 균열사이의 상호작용에 대한 연구는 거의 이루어지지 않았다.

본 논문에서는 서로 상호작용을 하는 다수의 이방성 합유체 및 균열을 포함하는 등방성 무한고체가 정적 무한하중을 받을 때 균열선단에서의 응력 확대계수에 대한 계산을 효과적으로 수행할 수 있는 체적 적분방정식법이라는 새로운 수치해석 방법을 소개한다. 아울러, 본 해석방법의 정확성 및 효율성을 검증하기 위하여, 비교적 간단한 형태의 이방성을 나타내는 직교 이방성 합유체와 균열을 포함하는 무한고체에서 균열선단에서의 응력 확대계수에 대한 계산을 수행하고, ANSYS를 이용한 유한요소법에 의한 결과와 비교 검토해 본다.

2. 체적 적분방정식법(VIEM)

Fig. 1은 재료특성이 다른 다양한 형태를 갖는 다수의 합유체 및 균열을 포함하는 무한고체가 무한하중을 받는 일반적인 탄성정역학 문제를 나타낸다. 여기서, 무한하중이란 무한원방에서 작용하는 하중을 나타낸다.

기지는 무한공간을 차지하는 균일한 등방성 재료로 이루어지고, 합유체들은 기지와 다른 이방성 재료로 이루어진다고 가정한다. $c_{ijkl}^{(1)}$ 은 합유체의 탄성상수를 나타내고, $c_{ijkl}^{(2)}$ 는 기지의 탄성상수를 나타낸다. 합유체들과 기지 사이의 경계면은 변위와 표면력 벡터의 연속성을 보장하는 완전결합이라고 가정한다.

체적 적분방정식은 본래 다수의 합유체를 포함하는 무한고체에서 탄성파의 산란문제를 해석하기 위해 개발되었으며¹³⁾, 탄성정역학 문제해석의 경우에

는 파형의 주파수가 0인 극한 경우의 탄성동역학 문제로 수식화 할 수 있고, 탄성정역학 문제해석을 위한 체적 적분방정식은 아래와 같이 주어진다.^{14),15)}

$$u_m(x) = u_m^o(x) - \int_R \delta c_{ijkl} g_{i,j}^m(\xi, x) u_{k,l}(\xi) d\xi \quad (1)$$

여기서, $u(x)$ 는 무한고체의 임의의 위치에서의 변위성분, $u^o(x)$ 는 무한하중에 대한 변위성분을 나타낸다. 식(1)에서 적분은 전체 무한공간(R)에 대해서 이루어지고, $\delta c_{ijkl} = c_{ijkl}^{(1)} - c_{ijkl}^{(2)}$ 이며 합유체와 기지 사이의 탄성상수의 차이를 나타낸다. $g_i^m(\xi, x)$ 은 등방성 무한기지에서의 탄성정역학 Green 함수(또는, Kelvin의 해)이다. 즉, $g_i^m(\xi, x)$ 은 등방성 무한기지의 x 에서 m 방향으로 작용하는 단위 집중하중 때문에 ξ 에서 발생하게 되는 변위 벡터의 i 방향 성분을 나타낸다. 식(1)에서 합인 기약과 콤마 표기법이 사용되었으며, 미분은 적분변수 ξ_i 에 관해서 행해진다. 여기서, δc_{ijkl} 가 합유체 내부에서만 0이 아니므로, 피 적분함수(integrand)는 합유체 외부의 무한공간에서는 0이 된다는 사실을 주목해야 한다.

만약 x 가 합유체 내부에 속하면, 식(1)은 합유체 내부에서의 미정 변위 벡터 $u(x)$ 에 관한 적분-미분 방정식(integro-differential equation)이 된다. 따라서, 임의의 형상을 갖는 단일의 합유체라 할지라도, 식(1)의 해를 해석적으로 구한다는 것은 매우 어려운 문제가 된다. 그러므로, 합유체 내부를 표준의 유한요소들을 사용해서 요소 분할하여 합유체 내부에서의 $u(x)$ 를 수치해석 방법으로 결정하는 체적 적분방정식법이 이 정기와 Mal^{13),14)}에 의하여 개발되었다. 일단, 합유체 내부에서의 $u(x)$ 가 결정되면, 합유체 내부에서의 변형을 및 응력을 계산할 수 있고, 또한 합유체 외부에서의 변위 및 응력은 식(1)의 적분 값을 구함으로써 별다른 어려움 없이 계산할 수 있다.

일반적으로 이방성 재료에서의 Green 함수는 등방성 재료의 경우와 비교해 볼 때 복잡한 형태로 나타나며, 특히, 탄성동역학 문제에서는 이방성 재료에서의 Green 함수를 구하는 것이 매우 어려운 것으로 알려져 있다.¹⁶⁾ 식(1)에서 g_i^m 은 등방성 무

한기지에서 탄성정역학 Green 함수이므로, 체적 적분방정식법에서는 이방성 함유체에서의 Green 함수를 필요로 하지 않는다는 장점이 있다.

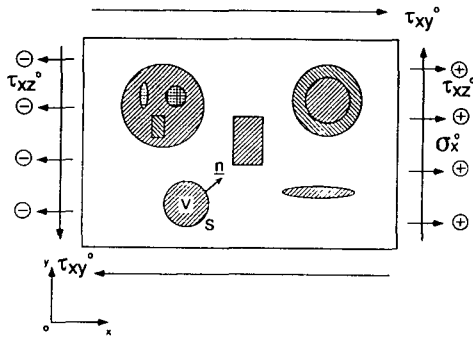


Fig. 1 Geometry of the general elastostatic problem

2.1 직교 이방성 함유체를 포함하는 무한 등방성 기지 해석

직교 이방성 함유체를 포함하는 무한 등방성 기지에서 2차원(plane strain) 탄성정역학 문제해석을 위한 체적 적분방정식 (1)은

$$\begin{aligned}
 u_1(x) = & u_1^0(x) \\
 & - \int_R \{ [\delta c_{11} g_{1,1}^1 u_{1,1} + \delta c_{12} g_{1,1}^1 u_{2,2} \\
 & + \delta c_{66} g_{1,2}^1 (u_{1,2} + u_{2,1})] \\
 & + [\delta c_{22} g_{2,2}^1 u_{2,2} + \delta c_{21} g_{2,2}^1 u_{1,1} \\
 & + \delta c_{66} g_{2,1}^1 (u_{1,2} + u_{2,1})] \} d\xi_1 d\xi_2
 \end{aligned} \tag{2}$$

와

$$\begin{aligned}
 u_2(x) = & u_2^0(x) \\
 & - \int_R \{ [\delta c_{11} g_{1,1}^2 u_{1,1} + \delta c_{12} g_{1,1}^2 u_{2,2} \\
 & + \delta c_{66} g_{1,2}^2 (u_{1,2} + u_{2,1})] \\
 & + [\delta c_{22} g_{2,2}^2 u_{2,2} + \delta c_{21} g_{2,2}^2 u_{1,1} \\
 & + \delta c_{66} g_{2,1}^2 (u_{1,2} + u_{2,1})] \} d\xi_1 d\xi_2
 \end{aligned} \tag{3}$$

로 표시되며, $u_1(x)$ 와 $u_2(x)$ 는 고체의 임의의 위치에서의 변위 성분을 나타낸다. 식(2)와 (3)에서

$x_1(x)$, $x_2(y)$, $x_3(z)$ 축은 직교 이방성 대칭축에 평행하다고 가정한다. 체적 적분방정식법에서는 직교 이방성 함유체^{17)~19)} ($c_{11}, c_{12}, c_{22}, c_{66}$)와 등방성 기지 (λ_2, μ_2)의 물질 특성치(material properties)의 차이, 즉, $\delta c_{11} = c_{11} - (\lambda_2 + 2\mu_2)$, $\delta c_{22} = c_{22} - (\lambda_2 + 2\mu_2)$, $\delta c_{12} = c_{12} - \lambda_2$, 그리고 $\delta c_{66} = c_{66} - \mu_2$ 이 필요하게 된다. 식(2), (3)에서 g_i^m 은 무한 공간을 차지하는 등방성 기지에서의 Green 함수이다.

2.2 체적 적분방정식법을 이용한 균열 모델

체적 적분방정식법은 함유체 문제에는 매우 잘 적용되지만, 식(1)의 원래의 형태로는 균열과 공동(void)의 문제에는 적용되지 않는다. 그러나, 공동(void)을 매우 작은 물질상수(material constants)를 갖는 극한 개념의 함유체로써 취급하면, 체적 적분방정식법을 공동 및 균열 문제를 해석하는데 적용할 수 있다. 이 과정에서 발생할 수 있는 오차들은 공동에서의 물질상수의 적당한 선택으로 얼마든지 작게 만들 수 있다.^{13),14)}

따라서, 체적 적분방정식법을 균열 문제에 적용하기 위하여, 균열을 매우 작은 물질상수(기지의 약 1/10,000정도)를 갖는 가늘고 긴 타원 형태의 함유체로써 모델링할 수 있다. 균열 모델에 사용된 타원의 가로 세로의 비(aspect ratio)를 결정하기 위하여, 그 값을 여러 가지로 변화시켜 가면서 균열선단에서 계산된 균열개구변위(crack opening displacement)를 이용한 응력확대계수를 구하여 해석적 해와 비교 검토해 보았다. 그 결과, 타원의 가로 세로의 비를 40 이상으로 하면 아주 정확한 응력확대계수가 얻어짐을 알 수 있었다.¹⁴⁾

Fig. 2는 PATRAN²⁰⁾을 사용해서 만든 대표적인 분할된 균열 모델의 1/4을 보여준다. 48개의 표준의 8-절점 사각형 및 6-절점 삼각형 유한요소가 사용되었다. Fig. 2(a)에 나타난 대로, 정확한 응력확대계수를 구하기 위하여 균열선단에 한 개의 4분점(quarter-point) 유한요소를 두었다.¹⁴⁾

2.3 응력확대계수 계산

유한요소법 또는 경계요소법 등과 같은 수치해석

방법에서 응력확대계수를 정확하게 결정하기 위하여 다양한 방법들이 시도되고 있다. 그러한 방법 중에서 많이 사용되고 있는 방법으로, 균열선단 근처에서의 변위에 대한 수치해석 결과를 해석적 해와 비교함으로써 응력확대계수를 결정하는 방법이 있다.

균열선단에서 균열 면에서의 변위분포는 다음과 같이 표현됨을 잘 알 수 있다.

$$\begin{aligned} u_2^+ - u_2^- &= K_I \frac{(x+1)}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} + O(1) \\ u_1^+ - u_1^- &= K_{II} \frac{(x+1)}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} + O(1) \\ u_3^+ - u_3^- &= K_{III} \frac{4}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} + O(1) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, K_I, K_{II}, K_{III} 은 각각 mode I, mode II, 및 mode III 응력확대계수를 나타내며, $x = 3 - 4\nu$ (plane strain), $\frac{(3 - \nu)}{(1 + \nu)}$ (plane stress)이고, r 은 균열면에서 균열선단으로부터 임의의 곳까지의 거리를 나타내며, u_i^\pm 은 서로 마주보는 균열면에서의 변위성분을 나타낸다.

체적 적분방정식법에서는 앞에서 설명된 방법을 이용하여 균열선단에서 매우 가까운 요소 [A] (Fig. 2(a))의 세 절점에서 응력확대계수를 구하고 이 값들을 평균함으로써 응력확대계수를 결정하였다.¹⁴⁾

2.4 다수의 이방성 합유체와 균열이 포함된 무한 등방성 기지 해석방법

체적 적분방정식법을 적용하여 다수의 합유체 문제를 해석할 때 경계요소법과의 가장 큰 차이점은, 체적 적분방정식법에서는 등방성 기지와 다른 물질상수를 갖는 다수의 합유체 내부만을 표준의 유한요소를 사용하여 분할하면 식(1)의 유도과정에서 모든 경계면에서의 연속조건이 자동적으로 만족하는 반면에, 경계요소법에서는 모든 경계면에서 변위와 표면력 벡터의 연속 조건을 강제로 만족시켜야만 한다는 점이다. 따라서, 체적 적분방정식법을 적용하여 다수의 이방성 합유체와 다수의 균열이 포함된 무한 등방성 기지가 외부 하중을 받을 때 임의의 균열선단에서의 응력확대계수를 결정하기 위해서는, 등방성 기지와 다른 물질상수를 갖는 다수의 이방성 합유체와 다수의 균열의 내부만을 표준의

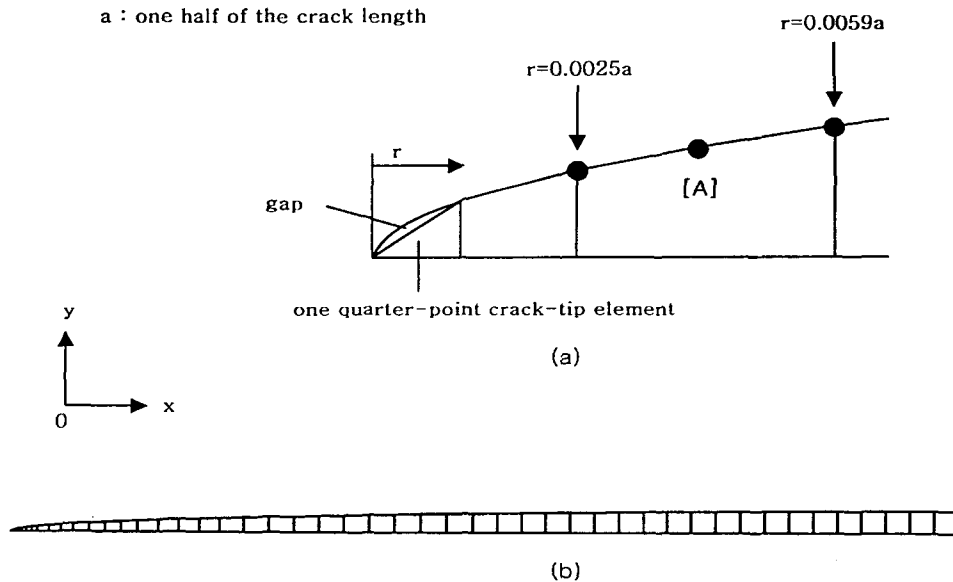


Fig. 2 (a) Enlarged view of the crack tip and (b) one quarter of a typical crack model in the VIEM

유한요소로 분할하여 해석하면 된다. 그러므로, 체적 적분방정식법에서는 전체 영역을 요소 분할해야 해석이 가능한 유한요소법과 비교하여 볼 때, 요소 분할에 필요한 유한요소의 개수를 줄일 수 있고, 또한 아주 편리하게 다수의 함유체 및 균열을 모델링하고 필요에 따라 변경할 수 있다.

3. 단일의 등방성 함유체와 단일의 균열 문제 해석

Fig. 3에 있는 서로 인접한 단일의 등방성 함유체와 단일의 균열을 포함하는 등방성 무한기지가 균일한 무한 분포하중을 받는 경우에, 균열선단에서의 mode I 응력확대계수에 대한 해석을 평면 변형률(plane strain) 문제로 가정하여 수행하였다.

수치해석에 사용된 기지와 함유체의 물질 특성치는 Table 1에 나타나 있다. 함유체와 기지에서 x 를 모두 2.0으로 가정하였으며, μ_1/μ_2 (μ_1 : 함유체의 전단계수, μ_2 : 기지의 전단계수)가 1/3(Iso #1)과 3.0(Iso #2)인 두 가지 경우에 대하여 수치해석을 수행하였다. 또한, 함유체와 균열 사이의 거리(d)를 변화시켜 가면서, 응력확대계수에 미치는 영향을 조사하여 보았다.

우선, 체적 적분방정식법에 의한 해석결과를 검증하기 위하여, $d/R=0.1$, $(d+2a)/R=1.1$ 그리고 $\mu_1/\mu_2=1/3$ 인 경우에 대하여 균열선단 A, B에서의 표준화된 mode I 응력확대계수를 구하여 Erdogan과 Gupta⁴⁾의 해석해 및 유한요소법에 의한 해석결과와 비교 검토해 보았다. 여기서, 표준화된 응력확대계수는 균열선단(A, B)에서 얻어진 K_I 값을 $\sigma_x^0 \sqrt{\pi a}$ 으로 나눈 값(correction factor)을 의미한다.

Fig. 4는 체적 적분방정식법에 사용된 대표적인 분할된 모델의 예이다. 표준의 8-절점 사각형 및 6-절점 삼각형 유한요소가 사용되었으며, 함유체에 사용된 요소의 수는 144개이며, 균열에 사용된 요소의 수는 192개이다.

체적 적분방정식법에 의한 A, B 선단에서의 응력확대계수는 각각 1.487, 1.150이었고, 반면에 이에 대응하는 해석해⁴⁾는 각각 1.482와 1.160이었다. A선단에서의 오차(절대값)는 0.34%이고, B선단에서의 오차(절대값)는 0.86%로 나타났다. 그

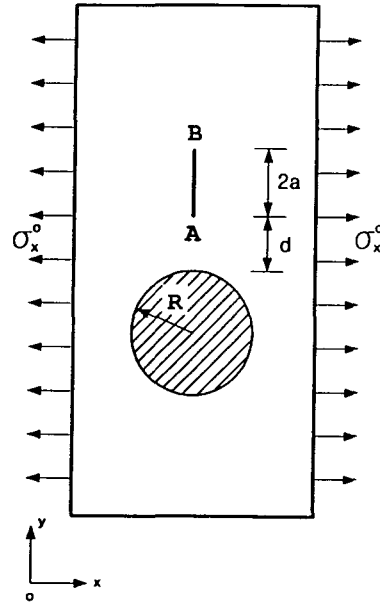


Fig. 3 Geometry of a crack and an isotropic cylindrical inclusion in an infinite isotropic medium subjected to remote stress

Table 1 Material properties of the isotropic matrix and the isotropic inclusion

(Unit: GPa)	Isotropic Matrix	Inclusion	
		Iso #1	Iso #2
λ	45.91	15.30	137.73
μ	45.91	15.30	137.73

러므로, 체적 적분방정식법에 의한 해석결과가 매우 정확함을 알 수 있었다.

Table 2는 등방성 함유체의 물질 특성치 및 함유체와 균열 사이의 거리를 변화시켜 보았을 때, 균열선단(A, B)에서의 표준화된 mode I 응력확대계수에 대한 체적 적분방정식법에 의한 해석결과를 나타내고 있다. 함유체가 기지 보다 부드러운(soft) 재료로 이루어져 있으면, 균열만 존재할 때 보다 응력확대계수가 증가하고 있다. 또한, 함유체와 균열 사이의 거리가 증가할수록 응력확대계수가 감소하고 있다. 반면에 함유체가 기지보다 단단하면(hard), 균열만 존재할 때 보다 응력확대계수가 감소하고

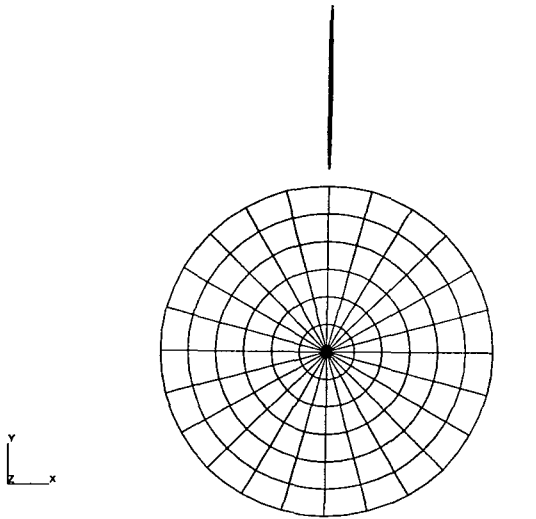


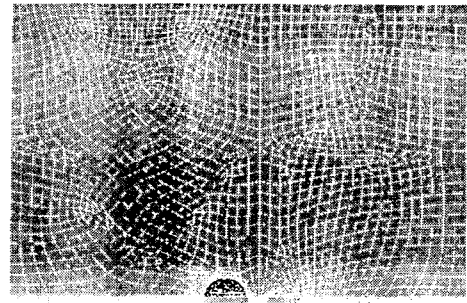
Fig. 4 A typical discretized model in the VIEM

Table 2 The normalized mode I stress intensity factor for a crack near an isotropic cylindrical inclusion in an infinite isotropic medium subjected to remote stress (VIEM)

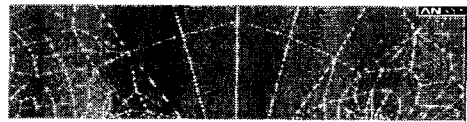
d/R	(d+2a)/R	K _i (A)		K _i (B)	
		Iso #1	Iso #2	Iso #1	Iso #2
0.1	1.1	1.487	0.670	1.150	0.892
0.5	1.5	1.150	0.892	1.070	0.946
1.0	2.0	1.062	0.947	1.032	0.978

있으며, 또한, 함유체와 균열 사이의 거리가 증가할 수록 응력확대계수가 증가하고 있다.

한편, 유한요소법 해석에는 상업용 코드인 ANSYS²¹⁾를 이용하였으며, 해석에 사용된 유한요소법 모델이 Fig. 5에 나타나 있다. ANSYS를 사용한 유한요소법 해석상의 편의를 위하여, 균열이 x축상에 놓여 있다고 가정하여 mode I 응력확대계수를 구하였다. 2,072개의 8-절점 사각형 및 6-절점 삼각형 요소를 사용하였으며, 대칭축(x축)을 중심으로 하여 한 쪽 부분만을 모델링 하였다. 유한요소법 모델의 폭과 길이는 각각 함유체와 균열 사이의 가장



A B
(a)



(b)

Fig. 5 (a) One half of a typical discretized model in the FEM and (b) enlarged view in the vicinity of the crack tip(A, B)

먼 거리(2a+d+2R)의 7배와 5배로 정하였다. 또한, 정확한 응력확대계수를 구하기 위하여 균열선단 주위에는 균열선단요소(crack tip element)들을 이용하였으며, 균열선단요소에 속하는 절점들의 균열개구변위 값들을 사용하여 응력확대계수를 산정하였다.(Fig. 5(b)) 유한요소법에 의한 균열선단(A, B)에서의 응력확대계수는 각각 1.485, 1.166이었다. 해석해와 비교해 보았을 때, A선단에서의 오차(절대값)는 0.20%이고, B선단에서의 오차(절대값)는 0.52%로 나타났다. 유한요소법에 의한 해석결과도 정확하였음을 알 수 있었다.

체적 적분방정식법과 유한요소법을 이용한 해석을 비교해 보면, 균열과 함유체 사이의 거리를 변화시킬 때 유한요소법에서는 전체적인 모델을 변경해야 하는 번거로움이 있지만 체적 적분방정식법에서는 균열 내부와 함유체 내부만을 요소분할하므로 함유체와 균열 사이의 거리를 편리하게 변경시킬 수 있고, 또한 분할요소의 수를 줄일 수 있다는 장점이 있다.

4. 단일의 직교 이방성 함유체와 단일의 균열 문제해석

Fig. 6에 있는 서로 인접한 단일의 직교 이방성 함유체와 단일의 균열을 포함하는 등방성 무한기지가 균일한 무한 분포하중을 받는 경우에, 균열선단에서의 mode I 응력확대계수에 대한 해석을 평면 변형률(plane strain) 문제로 가정하여 수행하였다. 수치해석에 사용된 기지와 함유체의 물질 특성치는 Table 3에 나타나 있다. 직교 이방성 함유체의 c_{11} 이 등방성 기지의 c_{11} 보다 작은 경우(Ortho #1)와 큰 경우(Ortho #2)를 고려해 보았다. 또한, 함유체와 균열 사이의 거리(d)를 변화시켜 가면서, 응력확대계수에 미치는 영향을 조사하여 보았다.

체적 적분방정식법에 의한 해석결과를 검증하기 위하여, Fig. 5에 있는 동일한 유한요소법 모델을 사용하여 $d/R=0.1$, $(d+2a)/R=1.1$ 그리고 Ortho #1 함유체에 대하여 균열선단 A, B에서의 규준화된 mode I 응력확대계수를 구하여 보았다. 여기서, 규준화된 응력확대계수는 균열선단(A, B)에서 얻어진 K_I 값을 $\sigma_x^o \sqrt{\pi a}$ 으로 나눈 값을 의미한다.

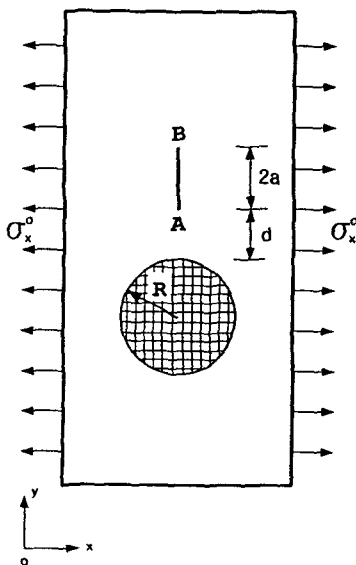


Fig. 6 Geometry of a crack and an orthotropic cylindrical inclusion in an infinite isotropic medium subjected to remote stress

체적 적분방정식법에 의한 A, B 선단에서의 응력확대계수는 각각 1.333, 1.106이었고, 반면에, 이에 대응하는 ANSYS에 의한 해석결과는 1.330과 1.113이었다. 체적 적분방정식법에 의한 해석결과와 유한요소법에 의한 해석결과가 서로 잘 일치함을 알 수 있다.

이방성 함유체와 균열을 포함하는 등방성 무한기지에서 균열에 대한 응력확대계수를 결정할 때 체적 적분방정식법과 경계요소법을 적용한 해석을 비교해 보면, 경계요소법에서는 반드시 이방성 함유체에 대한 Green 함수가 정의되어야 하는 반면에, 체적 적분방정식법에서는 이방성 함유체에 대한 Green 함수는 필요하지 않고 등방성 기지에 대한 Green 함수만이 해석에 필요하다는 장점이 있다.

Table 4는 직교 이방성 함유체의 물질 특성치 및 함유체와 균열 사이의 거리를 변화시켜 보았을 때, 균열선단(A, B)에서의 규준화된 mode I 응력확대계수에 대한 체적 적분방정식법에 의한 해석결

Table 3 Material properties of the isotropic matrix and the orthotropic inclusion

(Unit: GPa)	Isotropic Matrix	Inclusion	
		Ortho #1	Ortho #2
C_{11}	143.10	55.80	279.08
C_{12}	67.34	1.56	7.80
C_{22}	143.10	6.12	30.56
C_{66}	37.88	2.36	11.80

Table 4 The normalized mode I stress intensity factor for a crack near an orthotropic cylindrical inclusion in an infinite isotropic medium subjected to remote stress (VIEM)

d/R	(d+2a)/R	$K_I(A)$		$K_I(B)$	
		Ortho #1	Ortho #2	Ortho #1	Ortho #2
0.1	1.1	1.333	0.751	1.106	0.920
0.2	1.2	1.223	0.816	1.084	0.928
0.5	1.5	1.099	0.907	1.048	0.950
1.0	2.0	1.039	0.959	1.009	0.970

과를 나타내고 있다. 직교 이방성 합유체의 c_{11} 이 등방성 기지의 c_{11} 보다 작은 경우는(Ortho #1), 균열만 존재할 때 보다 응력확대계수가 증가하고 있다. 또한, 합유체와 균열 사이의 거리가 증가할수록 응력확대계수가 감소하고 있다. 반면에 직교 이방성 합유체의 c_{11} 이 등방성 기지의 c_{11} 보다 큰 경우는(Ortho #2), 균열만 존재할 때 보다 응력확대계수가 감소하고 있으며, 또한, 합유체와 균열 사이의 거리가 증가할수록 응력확대계수가 증가하고 있다.

다음으로, 직교 이방성 합유체의 c_{22} 가 균열선단에서의 mode I 응력확대계수에 미치는 영향을 조사하기 위하여, Table 3에 나타나 있는 직교 이방성 합유체들의 c_{11} 을 고정하고 c_{22} 가 등방성 기지의 c_{22} 보다 큰 경우를 고려해 보았다. Table 5에 직교 이방성 합유체의 c_{11} 이 등방성 합유체의 c_{11} 보다 작으나, 직교 이방성 합유체의 c_{22} 가 등방성

Table 5 Material properties of the isotropic matrix and the orthotropic inclusion

(Unit: GPa)	Isotropic Matrix	Inclusion	
		Ortho #3	Ortho #4
C_{11}	143.10	55.80	279.04
C_{12}	67.34	10.78	54.03
C_{22}	143.10	286.20	1434.50
C_{66}	37.88	110.40	553.88

Table 6 The normalized mode I stress intensity factor for a crack near an orthotropic cylindrical inclusion in an infinite isotropic medium subjected to remote stress (VIEM)

d/R	(d+2a)/R	$K_I(A)$		$K_I(B)$	
		Ortho #3	Ortho #4	Ortho #3	Ortho #4
0.1	1.1	1.222	0.681	1.102	0.918
0.5	1.5	1.102	0.919	1.055	0.961
1.0	2.0	1.063	0.968	1.026	0.976

기지의 c_{22} 보다 큰 경우(Ortho #3)와 직교 이방성 합유체의 c_{11} 과 c_{22} 가 등방성 합유체의 c_{11} 과 c_{22} 보다 큰 경우(Ortho #4)의 물질 특성치들이 나타나 있다. 앞서서와 마찬가지로, 합유체와 균열 사이의 거리(d)를 변화시켜 가면서, 응력확대계수를 구하여 보았다. Table 6은 균열선단(A, B)에서의 표준화된 mode I 응력확대계수에 대한 체적 적분방정식법에 의한 해석결과를 나타내고 있다. 직교 이방성 합유체의 c_{22} 가 변화해도, 직교 이방성 합유체의 c_{11} 이 등방성 기지의 c_{11} 보다 작은 경우(Ortho #3)는 균열만 존재할 때 보다 응력확대계수가 증가하고, 직교 이방성 합유체의 c_{11} 이 등방성 기지의 c_{11} 보다 큰 경우(Ortho #4)는 균열만 존재할 때 보다 응력확대계수가 감소하고 있다.

그러므로, 직교 이방성 합유체의 경우에는 등방성 합유체의 경우와 달리 c_{11} 이 응력확대계수의 값을 결정하는 가장 중요한 물질 특성치임을 알 수 있다.²²⁾ 따라서, 다양한 물질 특성치들을 갖는 합유체들로 이루어지는 복합재료에서의 파손 메카니즘을 정확히 예측하기 위해서는, 등방성 합유체 뿐만 아니라 이방성 합유체와 균열이 포함된 등방성 무한고체가 외부의 하중을 받을 때 균열선단(crack tip)에서의 응력확대계수에 대한 정확한 해석이 필수적으로 요구된다.

5. 결 론

서로 인접한 단일의 등방성 합유체 또는 단일의 직교 이방성 합유체와 단일의 균열이 포함된 등방성 무한기지가 균일한 무한하중을 받을 때, 균열선단에서의 mode I 응력확대계수에 대한 해석을 체적 적분방정식법이라는 새로운 수치해석 방법으로 수행하였으며, 얻어진 결과가 Erdogan과 Gupta의 해석해 또는 유한요소법에 의한 해와 비교해 보았을 때 매우 정확함을 알 수 있었다. 간단한 예제를 통하여, 체적 적분방정식법이 다수의 이방성 합유체 및 다수의 균열을 포함하는 등방성 무한고체가 무한하중을 받을 때 균열선단에서의 응력확대계수의 계산을 효과적으로 수행할 수 있는 수치해석 방법임을 알 수 있었다.

감사의 글

이 논문은 1998학년도 홍익대학교 교내연구비에 의하여 연구된 논문으로 대학당국에 진심으로 감사드립니다.

참고 문헌

1. Lee, J.K. and Mal, A., "Characterization of Matrix Damage in Metal Matrix Composites under Transverse Loads", *Computational Mechanics*, Vol. 21, 1998, pp.339~346
2. Bush, M.B., "The Interaction between a Crack and a Particle Cluster", *International Journal of Fracture*, Vol. 88, 1997, pp.215~232
3. 라원석, 이정기, "이방성 함유체에 인접한 균열에 대한 응력확대계수 계산", 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 제12권, 제1집, 1999, pp.276~286
4. Erdogan, F. and Gupta, G.D., "The Inclusion Problem with a Crack Crossing the Boundary", *International Journal of Fracture*, Vol. 11, 1975, pp.13~27
5. Erdogan, F., Gupta, G.D. and Ratwani, M., "Interaction between a Circular Inclusion and an Arbitrarily Oriented Crack", *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 41, 1974, pp.1007~1013
6. Atkinson, C., "The Interaction between a Crack and an Inclusion", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 10, 1972, pp.127~136
7. Li, R. and Chudnovsky, A., "Variation of the Energy Release Rate as a Crack Approaches and Passes through an Elastic Inclusion", *International Journal of Fracture*, Vol. 59, 1993, pp.R69~R74
8. Li, R. and Chudnovsky, A., "The Stress Intensity Factor Green's Function for a Crack Interacting with a Circular Inclusion", *International Journal of Fracture*, Vol. 67, 1994, pp.169~177
9. Chen, D.-H. and Nakamichi, S., "Stress Intensity Factors for an Interface Crack along an Elliptical Inclusion", *International Journal of Fracture*, Vol. 82, 1996, pp.131~152
10. Hwu, C., Liang, Y.K. and Yen, W.J., "Interactions between Inclusions and Various Types of Cracks", *International Journal of Fracture*, Vol. 73, 1995, pp.229~245
11. Chang, J.H., "Evaluation of Energy Release Rate for a Planar Crack in Heterogeneous Media", *International Journal of Fracture*, Vol. 74, 1995, pp.163~179
12. Kassam, Z.H.A., Zhang, R.J. and Wang, Z., "Finite Element Simulation to Investigate Interaction between Crack and Particulate Reinforcements in Metal-Matrix Composites", *Materials Science and Engineering*, Vol. A203, 1995, pp.286~299
13. Lee, J.K. and Mal, A.K., "A Volume Integral Equation Technique for Multiple Scattering Problems in Elastodynamics", *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 67, 1995, pp.135~159
14. Lee, J.K. and Mal, A.K., "A Volume Integral Equation Technique for Multiple Inclusion and Crack Interaction Problems", *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 64, 1997, Mar., pp.23~31
15. 이정기, "탄성파의 변형 및 응력 계산에 관한 연구", 한국전산구조공학회 논문집, 제10권, 제2호, 1997, pp.213~223
16. Lee, K.J. and Mal, A.K., "A Boundary Element Method for Plane Anisotropic Elastic Media", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, 1990, pp.600~606

17. Banerjee, P.K., *The Boundary Element Methods in Engineering*, McGraw-Hill, England, 1993
18. Hwu, C. and Yen, W.J., "On the Anisotropic Elastic Inclusions in Plane Elastostatics", *Transactions of ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 60, 1993, Sep., pp.626~632
19. Yang, H.C. and Chou, Y.T., "Generalized Plane Problems of Elastic Inclusions in Anisotropic Solids¹", *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 43, 1976, Sep., pp.424~430
20. PATRAN User's Manual, Version 7.0, MSC/PATRAN, 1998
21. ANSYS User's Manual, Version 5.4, SAS IP, Inc., 1997
22. 최성준, "이방성 함유체가 포함된 2차원 무한고체의 효과적인 탄성해석에 관한 연구", 홍익대학교 석사논문, 1999
(접수일자 : 1999. 5. 14)