

자중을 고려한 외팔보와 저널 베어링 덮개의 형상 최적설계

Shape Optimum Design of Cantilever with Weight and Journal Bearing Cap

임 오 강* 이 진 식** 조 현*** 이 병 우****
Lim, O-Kaung Lee, Jin-Sik Cho, Heon Lee, Byung-Woo

요지

형상 최적설계에서 절점의 재배치 및 형상 민감도 계산은 많은 노력이 필요하다. 본 연구에서는 구조물의 형상을 Bezier 곡선을 이용하여 표현하고, 민감도 계산을 위하여 개선된 직접미분법을 이용한다. 그리고, 절점의 재배치에는 변위장을 수정한 속도장을 이용한다. 또한, 본 연구에서는 자중을 고려한 외팔보와 3차원 저널베어링을 수치예제로 선택하여 본 연구의 기법들을 적용한 형상 최적설계를 해석한다.

핵심용어 : 형상 최적설계, 절점의 재배치, 개선된 직접미분법, 변위장

Abstract

In the field of shape optimum design, much efforts are needed in regridding method and shape design sensitivity analysis. In this paper, Bezier curve is used to make the boundary of a structure and the improved direct differentiation method is used to calculate the shape design sensitivity. To regrid the finite element model, modified displacement field is presented in this paper. The modified displacement field makes more fine grid at large curvature. The purpose of this paper is to obtain the optimum shape of a cantilever with weight and a 3-dimensional journal bearing cap.

Keywords : shape optimum design, regridding method, improved direct differentiation method, displacement field

1. 서 론

형상 최적설계에서 경계를 구성하는 절점들의 좌표를 직접 이용하여 설계대상 구조물의 경계를 표시하면, 경계를 구성하는 절점들이 최적화 동안 상

호관련 없이 거동을 할 수 있으므로 불규칙한 형상을 얻을 수 있다. 또한, 설계대상 경계의 절점의 개수가 많으면 설계변수의 개수가 많아지므로 계산의 비용과 소요시간이 늘어난다. 따라서, 본 연구에서는 매개변수를 이용한 4차 Bezier 곡선을 이용하여

* 정회원 · 부산대학교 기계공학부, 기계기술연구소, 교수

** 부산대학교 기계공학과, 박사과정

*** 국방과학연구소, 연구원

**** 정회원 · 동의공업대학 컴퓨터응용설계과, 교수

• 이 논문에 대한 토론을 1999년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2000년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

설계대상 경계의 형상을 매개변수화한다¹⁾.

유한요소법에 의한 이산화 모델을 이용하여 형상 최적설계를 수행할 때, 절점의 재배치와 민감도 해석은 가장 중대한 문제이다. 설계변수의 변화에 따라 변화하는 구조물의 형상을 재해석하기 위한 절점의 재배치 기법에는 설계속도장(design velocity field)이 필요하다. 설계속도장은 경계층 요소(boundary layer element)에 대해 설계자가 가정해 주는 방법²⁾과 변위장을 설계속도장으로 사용하는 방법^{3),4),5)}이 보편적으로 이용된다. 본 연구에서는 프와 송비를 수정한 변위장¹⁾을 설계속도장으로 이용하여 절점의 재배치를 수행할 때 요소의 뒤틀림 현상을 방지하고, 민감도 해석시 직접 미분법의 이용을 용이하게 한다.

설계민감도를 해석적으로 구하는 방법은 구조의 모델링과 해석에 있어서 기본적으로 두 가지의 접근법에 의해서 발전되었다. 첫 번째 접근법은 직접 미분법으로 유한요소법에 기초한 이산화 구조모델링을 사용하여 유한요소 절점이동과 유한요소 대수 방정식의 미분에 의해 형상 설계민감도 해석을 수행한다. 두 번째 방법은 연속체역학의 물질미분개념과 보조변수법을 이용한 방법으로 연속적 방법이라고도 한다^{6),7)}. 이 방법에는 영역법과 경계법이 있으며, 연속적 모델내에서 영역형상 변화의 항으로 설계민감도 해석 결과를 얻을 수 있다. 연속적 방법은 직접미분법보다 그 기초이론이 복잡하며, 특히 보다 정확한 값을 얻을 수 있는 영역법은 유도에 사용된 설계변수의 변분이 단위량이라는 가정하에서 직접미분법과 등가인 결과식을 가진다. 따라서, 수치적 계산에서는 직접미분법이 요소의 수에 영향을 적게 받으며 보다 정확한 값을 계산한다^{7),8)}.

본 연구에서는 목적함수와 제약함수들의 설계변수에 대한 민감도를 이용하여 수렴율이 높은 순차 이차계획법인 PLBA 알고리즘⁹⁾을 이용하여 자중을 고려한 외팔보와 3차원 저널베어링 덮개의 최적형상을 해석한다. 일반적으로 형상 최적설계에서 구조물의 설계는 하중점과 지지점을 최적형상으로 연결하는 작업이다. 따라서, 대다수의 경우 하중점은 고정되어 있다. 그러나, 하중이 설계변수의 함수로 표시되는 자중을 고려한 문제는 변위의 민감도 해석에 하중의 항이 포함되므로 하중이 고정된 경우의 민감도 해석과는 다르다. 그리고, 본 연구에서 사용

한 기법들을 3차원 문제에 적용함으로서 보다 실질적인 응용이 가능하도록 한다.

2. 구조물의 형상 및 수정된 변위장

2.1 구조물의 형상

형상 최적설계를 수행할 때 설계대상 경계를 어떻게 매개변수화하는가는 설계결과에 큰 영향을 준다. 본 연구에서는 최적설계 대상 구조물의 형상을 영역경계에 있는 절점들의 좌표를 상호 독립적인 설계변수로 선택하여 표현하지 않고, 절점들이 배치된 Bezier 곡선을 이용하여 구조물의 형상을 표현한다¹⁾. Bezier 곡선에 절점을 배치하는 방법은 여러 가지를 고려할 수 있다. 본 연구의 예제에서는 0에서 1까지의 값을 가지는 매개변수 u 를 등간격으로 고정하여 u_i 로 두고, 고정된 u_i 들에 대응하는 곡선상의 점 N_i 에 절점을 배치한다. 이 방법의 장점으로는 u 가 설계변수에 대해 독립이어서, 설계변수로 미분한 결과가 간단하다.

일반성과 유연성을 갖는 Bezier 곡선 $p(u)$ 를 n 차의 다항식으로 표현하기 위하여 Bernstein 다항식을 사용하면 다음과 같다.

$$p(u) = \sum_{i=0}^n p_i B_{i,n}(u) \quad u \in [0, 1] \quad (1)$$

여기서, $B_{i,n}(u) = C(n, i) u^i (1-u)^{n-i}$, $C(n, i) = \frac{n!}{i!(n-i)!}$ 를 나타낸다. 그리고, p_i 는 특성다각형의 i 번째 제어점을 표현한다.

본 연구에서는 식 (1)을 이용하여 형상최적설계에 사용하기에 적합한 자유도 및 유연성을 가지면서, 적절한 설계변수의 개수를 가지는 다음과 같은 4차 Bezier 곡선을 사용한다.

$$\begin{aligned} p(u) = & (1-u)^4 p_0 + 4u(1-u)^3 p_1 + 6u^2(1-u)^2 p_2 \\ & + 4u^3(1-u) p_3 + u^4 p_4 \end{aligned} \quad (2)$$

2.2 수정된 변위장

유한요소 모델을 사용하여 형상 최적설계를 수행

할 때 절점들의 재배치는 가장 중대한 문제이다. 본 연구에서는 절점들의 재배치를 위하여 구조물이 가지는 변위장을 수정하여 이용한다. 수정된 변위장을 이용하여 절점들을 재배치시키면, 기존의 변위장을 활용하는 방법¹⁰⁾보다 요소의 찌그러짐이 적으며, 초기모델에 종속되지 않는다. 또한, 설계 민감도도 이 변위장의 구속조건을 이용하여 직접미분법으로 해석할 수 있다.

2.2.1 절점들의 재배치

설계변수의 변화에 의해서 설계대상 구조물의 영역과 경계는 변환된다. 설계대상 구조물상의 임의의 위치 x 를 변환된 구조물의 위치로 이동시키는 관계식은 다음과 같다.

$$x_r = x + \Delta x \quad (3)$$

식 (3)에서 x_r 는 변환된 구조물에서의 x 의 위치를 표현하고, Δx 는 설계변수의 변화로 인한 x 의 좌표변화량을 표시한다. 따라서, Δx 를 결정하는 규칙을 정의해야 절점들의 위치를 재배치할 수 있다. 임의의 영역과 경계에 Δx 를 표현하면 Fig. 1과 같다.

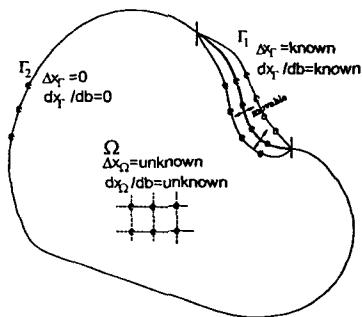


Fig. 1 Δx of domain Ω and boundary Γ

Fig. 1에서 Γ_1 은 설계자가 설계해야 하는 설계대상 경계이며, Γ_2 는 설계에서 제외되는 비설계대상 경계이다. 따라서, 비설계대상 Γ_2 는 설계에 따른 경계의 변화가 없으므로 좌표변화량 Δx_{Γ} 와 설계변수 b 에 대한 설계 민감도 $d x_{\Gamma} / d b$ 는 '0'이다. 또한, 2.1절에서 정의한 형상의 매개변수화를 통하

여 설계자가 설계변수와의 관계를 규정한 설계대상 경계 Γ_1 에서의 좌표변화량 Δx_{Γ} 와 설계변수 b 에 대한 설계 민감도 $d x_{\Gamma} / d b$ 는 이미 설계자가 알고 있는 값들이다. 따라서, 설계대상 구조물 영역내부인 Ω 상의 좌표변화량 Δx_{Ω} 와 설계변수 b 에 대한 설계 민감도 $d x_{\Omega} / d b$ 를 해석하면, 형상 최적화에 필요한 정보를 정의할 수 있다.

2.2.2 수정된 변위장을 이용한 좌표변화량

설계변수변화에 의해 Γ_1 이 변환한 것을 가상의 힘 f_v 에 의해 Γ_1 이 변형을 일으킨 것으로 가정하면, 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\begin{bmatrix} K_{rr} & K_{r\Omega}^T \\ K_{r\Omega} & K_{\Omega\Omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_r \\ \Delta x_{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_v \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

식 (4)에서 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$K_{\Omega\Omega} \Delta x_{\Omega} = -K_{r\Omega} \Delta x_r \quad (5)$$

식 (5)에서 Δx_r 와 $K_{r\Omega}$, $K_{\Omega\Omega}$ 는 이미 알고 있는 값이므로, 식 (5)에 일차연립방정식의 해법을 적용하여 Δx_{Ω} 를 구할 수 있다.

식 (5)의 관계만 이용하여 절점들을 이동시키면, 강성행렬의 계산에 사용되는 프와송 비의 효과 때문에 요소의 뒤틀림 현상이 발생할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 요소의 축소와 확장과 같은 변형에 수직한 방향으로 같은 비율의 변형을 유발하여 요소의 뒤틀림 현상을 방지하기 위하여, 프와송 비가 '-1'로 수정된 강성행렬을 이용하여 식 (5)를 다음과 같이 수정한다.

$$K_{\Omega\Omega}' \Delta x_{\Omega} = -K_{r\Omega}' \Delta x_r \quad (6)$$

식 (6)에서 $K_{\Omega\Omega}'$ 과 $K_{r\Omega}'$ 는 프와송 비를 '-1'로 수정하여 구성한 강성행렬을 나타낸다.

이와 같은 수정된 변위장을 이용하여 절점들의 재배치를 수행하면 요소의 한 변이 축소, 확장될 때 요소의 전체 크기가 같이 축소, 확장되는 효과를 만

들 수 있다. 이러한 수정은, Bezier 곡선에서 u 를 고정하여 곡률이 큰 곳에 절점들을 모이게 하는 기법과 결합하여, 곡률이 큰 부분의 요소를 보다 작게 하여 수치적 정확도를 높이는데 현저한 효과를 나타낸다.

2.2.3 절점좌표의 민감도해석

수정된 변위장을 이용하면, 식 (6)에 의해서 변화된 구조물 영역내부의 x_Q 가 정의된다. 따라서 식 (6)을 이용하여 영역내부의 절점좌표들의 설계변수에 대한 민감도를 계산한다.

먼저, 식 (6)의 양변을 설계변수의 변화량 Δb 로 나누면 다음과 같다.

$$K_{\infty} \frac{dx_Q}{\Delta b_i} = -K_{\infty} \frac{dx_R}{\Delta b_i} \quad i=1, 2, \dots, nb \quad (7)$$

식 (7)에서 nb 는 설계변수의 총 개수이다.

식 (7)에서 Δb_i 를 미소량 db_i 로 접근시킬 때, Δx 도 그에 상응하는 미소량 dx 로 접근할 것이다. 따라서 식 (7)은 다음과 같이 표현된다.

$$K_{\infty} \frac{dx_Q}{db_i} = -K_{\infty} \frac{dx_R}{db_i} \quad i=1, 2, \dots, nb \quad (8)$$

식 (8)에서 K_{∞} , K_{∞} 와 dx_R/db_i 는 이미 알려진 값이다. 따라서 식 (8)도 일차연립방정식의 해법을 적용하여 dx_Q/db_i 를 구할 수 있다.

3. 설계 민감도 해석

본 연구에서는 다음과 같은 표준화(normalizing) 형태의 변위 및 응력을 제약함수로 이용한다.

$$g_i = \frac{z_{t,i}}{z_{al}} - 1.0 \quad i=1, 2, 3, \dots, nn \quad (9)$$

$$g_j = \frac{\sigma_{eq,j}}{\sigma_{al}} - 1.0 \quad j=1, 2, 3, \dots, ne \quad (10)$$

식 (9)에서 $z_{t,i}$ 는 특정방향 t 로의 변위를 표현하고, z_{al} 은 허용변위를 표현하며, nn 은 변위 제

약조건을 갖는 절점의 개수를 나타낸다. 또한, 식 (10)에서 $\sigma_{eq,j}$ 와 σ_{al} 은 각각 j 번째 요소의 등가응력과 허용응력을 표시하고, ne 는 요소의 개수를 표현한다.

먼저, 변위 제약함수의 민감도를 구조물의 평형방정식을 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$K(b) \frac{dz}{db} = - \frac{d(K(b) \cdot \tilde{z})}{db} \quad (11)$$

식 (11)에서 변위 z 의 틸드(~)표시는 미분의 과정 중에서 상수로 취급함을 의미한다. 그리고, 식 (11)의 우변항의 값을 계산할 수 있다면, K 는 유한요소법으로 구성하는 전역 강성행렬이므로 dz/db 를 계산할 수 있다. 따라서, 식 (11)의 우변항의 전역 강성행렬 K 를 요소 강성행렬로 변환하여 설계변수 b 에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d(K(b) \cdot \tilde{z})}{db} &= \sum \frac{\partial(B^T(x) D \tilde{B}(x) \cdot \tilde{z}_e)}{\partial x} \frac{dx}{db} \cdot C(x) \\ &+ \sum \frac{\partial(\tilde{B}^T(x) D B(x) \cdot \tilde{z}_e)}{\partial x} \frac{dx}{db} \cdot C(x) \\ &+ \sum B^T(x) D B(x) \cdot z_e \cdot \frac{\partial C(x)}{\partial x} \frac{dx}{db} \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)에서 $B(x)$, $C(x)$ 는 각각 변형률과 변위의 상관관계를 표현하는 행렬과 2차원 삼각형요소, 3차원 사면체요소 등에서 면적, 체적 등으로 나타나는 계수행렬을 표현한다. 그리고, $B(x)$, $C(x)$ 는 일반적으로 설계변수 b 에 대하여 명백히 표현되지 않으므로, 그 값을 구조물의 절점좌표 x 를 사용하여 표시한 것을 의미한다. 그러나, 탄성계수행렬 D 는 설계변수에 대해서 독립적이므로 설계변수에 대한 미분에서 상수로 남는다. 그리고, z_e 는 각 요소에 해당하는 자유도의 변위만 포함되어 있는 변위벡터이고, dx/db 는 2.2.3절 절점좌표의 민감도해석으로 계산한다.

그리고, von Mises 등가응력을 요소의 등가응력으로 사용하여 응력 제약함수의 민감도를 계산하면 다음과 같다.

$$\frac{d\sigma_{eq}}{db} = \frac{2\sigma_x \frac{d\sigma_x}{db} + 2\sigma_y \frac{d\sigma_y}{db} - \frac{d\sigma_x}{db}\sigma_y - \sigma_x \frac{d\sigma_y}{db} + 6\tau_{xy} \frac{d\tau_{xy}}{db}}{2\sigma_{eq}} \quad (13)$$

식 (13)의 $d\sigma_x/db$, $d\sigma_y/db$, $d\tau_{xy}/db$ 를 계산하면 다음과 같다.

$$\frac{d\sigma}{db} = \begin{bmatrix} \frac{d\sigma_x}{db} \\ \frac{d\sigma_y}{db} \\ \frac{d\tau_{xy}}{db} \end{bmatrix} = D \frac{d(B(x) \cdot \tilde{z}_e)}{dx} \frac{dx}{db} + DB(x) \frac{dz_e}{db} \quad (14)$$

식 (14)의 dx/db 도 2.2.3절 절점좌표의 민감도 해석으로 계산한다.

4. 수치예제 및 고찰

4.1 자중을 고려한 외팔보

일반적으로 형상최적설계에서 구조물의 설계는 하중점과 지지점을 최적형상으로 연결하는 작업이다. 따라서 대다수의 경우 하중점은 고정되어 있다. 그러나, 하중이 설계변수의 함수로 표시되면 식 (11) 대신 다음과 같은 관계식을 사용해야 한다.

$$K(b) \frac{dz}{db} = - \frac{d(K(b) \cdot \tilde{z})}{db} + \frac{df}{db} \quad (15)$$

하중이 설계변수의 함수로 표시되는 대표적인 경우는 자중을 고려하는 문제이다. 본 예제에서는 자중을 고려한 Fig. 2와 같은 외팔보의 최적형상문제를 해석한다. Fig. 2의 외팔보는 끝단에 1,000 kN의 하중을 받고 있으며 자중도 고려되고 있다. 외팔보의 폭은 1 m이며, 초기모델의 자중은 4,800 kN이다. 물성치의 값으로 $E = 21 \text{ GPa}$, $\nu = 0.15$, 비중은 24 kN/m^3 이며, 허용응력은 3.4 MPa 이다. Fig. 3은 CST(constant strain triangle)요소를 사용하여, 300개의 절점과 522개의 요소로 외팔보를 이산화 모델링한 그림이다. 유한요소 해석결과,

지지점 근처 6개 요소의 von Mises 등가응력이 허용응력을 초과하였다. 이 요소들은 Fig. 3에서 해칭으로 표시되어 있다. Fig. 4는 외팔보의 설계변수에 대한 그림이다. 외팔보의 하부형상을 4차 Bezier 곡선으로 매개변수화하였다. 곡선의 양끝점 p_0 와 p_4 의 y좌표는 설계변수 b_1, b_2 가 각각 제어하도록 하였다. 중간제어점 p_2, p_3, p_4 의 x, y 좌표는 설계변수 b_3 에서 b_8 까지가 각각 제어하도록 하였다. 설계변수 b_2 는 변화폭의 상한을 설정하여 외팔보의 자유단이 적어도 1 m 이상의 두께를 가지도록 하였다. 이는 설계하중 이외의 고려되지 않은 하중에 의해 외팔보의 자유단이 파괴되지 않도록 하기 위함이다.

Fig. 3의 선분 \overline{AB} 를 따라 설계변수 b_1 에 대한 응력민감도의 비교가 Table 1에 있다. σ 는 초기모델의 응력이며 $\sigma(b_1 + \Delta b_1)$ 은 설계변수 b_1 에 0.1%의 섭동이 있을 때의 응력, $\Delta\sigma/\Delta b_1$ 은 차분법에 의한 민감도, $d\sigma/db_1$ 은 본 연구에서 제시한 직접미분법에 의한 민감도이다. Table 1에서 두 방법에 의한 민감도는 상대오차 5%의 범위 내에서 잘 일치하고 있다. 따라서 응력민감도는 충분한 정확도를 가지고 있는 것으로 판단된다.

목적함수를 자중으로 두고 수치계산을 한 결과 10회의 반복계산을 통하여 최적해에 수렴하였으며, Fig. 5와 같은 최적형상을 얻었다. 목적함수인 자중은 4,800 kN에서 2,414 kN으로 49.7%가 감소되었다. Fig. 5의 최적형상 결과에서 해칭된 요소는 응력 제한조건이 활성화된 것을 표시하고 있다. 초기모델에서 10 m로 균일한 높이가 지지점에서 11.2 m, 자유단에서 1.0 m로 바뀌었다. 1.0 m는 설계 변수 b_2 변화폭의 제한으로 결정된 높이이다. 외팔보의 하단은 Bezier 곡선에 의한 형상이 나타나 있다. 이 형상은 두 개의 곡선 $y=\sqrt{x}$ 와 $y=x^2$ 이 중첩된 형태의 곡선이다. 굽힘모멘트만을 고려하여 최적설계를 수행할 때, 자중에 대해 최적화된 외팔보의 최적형상은 $y=\sqrt{x}$ 를 따르게 된다. 또, 자유단에 집중하중이 가해질 때, 외팔보의 최적형상은 $y=x^2$ 을 따른다. Fig. 5의 설계결과는 이러한 이론보의 예측결과와 같은 경향을 보인다.

Table 1 Comparison of stress design sensitivity of cantilever

Elem.	σ	$\sigma(b_1 + \Delta b_1)$	$\Delta\sigma/\Delta b_1$	$d\sigma/db_1$	error(%)
2	.45314E+07	.45373E+07	.58860E+06	.58774E+06	100.15
38	.35116E+07	.35156E+07	.39911E+06	.39855E+06	100.14
74	.29582E+07	.29612E+07	.30073E+06	.30034E+06	100.13
110	.25345E+07	.25367E+07	.21990E+06	.21965E+06	100.11
146	.21657E+07	.21672E+07	.15172E+06	.15158E+06	100.09
182	.18305E+07	.18315E+07	.97980E+05	.97921E+05	100.06
218	.15240E+07	.15246E+07	.58859E+05	.58847E+05	100.02
254	.12462E+07	.12465E+07	.32498E+05	.32511E+05	99.96
290	.99921E+06	.99937E+06	.16061E+05	.16083E+05	99.86
326	.78701E+06	.78707E+06	.66526E+04	.66752E+04	99.66
362	.61647E+06	.61649E+06	.18267E+04	.18435E+04	99.08
398	.50183E+06	.50183E+06	-.20834E+03	-.20029E+03	104.02
434	.47252E+06	.47251E+06	-.57470E+03	-.57602E+03	99.77
470	.56960E+06	.56960E+06	-.25677E+03	-.26575E+03	96.62

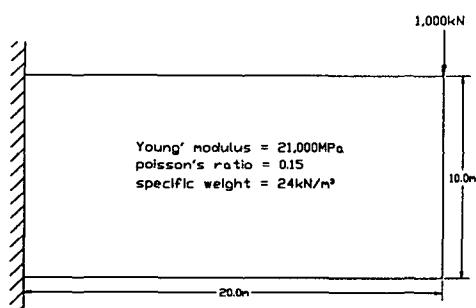


Fig. 2 Shape and load condition of cantilever

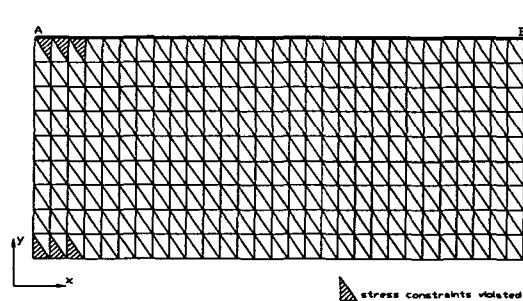


Fig. 3 Finite element model of cantilever

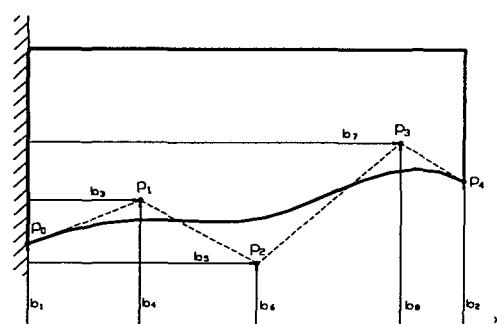


Fig. 4 Shape parameterization of cantilever

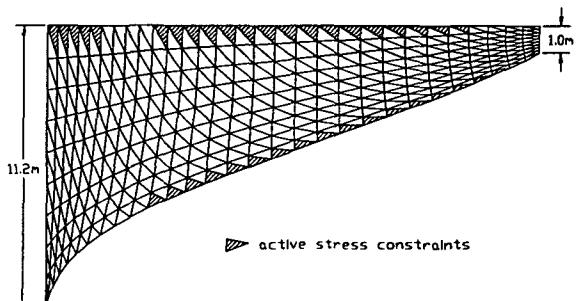


Fig. 5 Optimum model of cantilever

4.2 3차원 저널베어링 덮개

본 예제에서는 Fig. 6과 같은 저널베어링 덮개를 해석한다. 베어링 덮개는 73 mm의 균일한 높이를 가지며, 두 점에서 볼트로 체결되고, 저널이 통과하는 부분에 압력을 받는다. Fig. 6에서 53,400 N의 하중은 체결볼트에 의한 하중이다. 저널 통과부의 압력은 저널의 작동에 따라 변화하는데, 설계하중은 최고압력 25.16 MPa으로 선택하였다. 재료의 물성치들의 값은 $E = 100 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$, 비중은 $84.69 \times 10^{-7} \text{ kgf/mm}^3$ 으로 두었다. 허용응력은 279 MPa이며, 허용변위는 압력이 작용하는 면의 변위가 반경방향으로 0.0165 mm이내에 있도록 설정하였다.

Fig. 7은 덮개를 유한요소로 모델링한 그림이다. 대칭성을 이용하여 1/4만 모델링하였다. 사용된 요소는 사면체 선형요소이며, 636개의 절점과 1980개의 요소를 사용하였다. 유한요소법으로 해석한 결

과, 모든 제한조건이 만족되고 있음을 알 수 있었다. 단지, 볼트 체결부위에서 응력제한조건을 초과하는 응력이 발생하는데, 이는 체결력을 집중하중으로 극사화하는 과정에서 발생한 부정확한 응력이므로 제한조건에 포함시키지 않았다.

설계변수의 선택에 관한 그림이 Fig. 8에 있다. 4차의 Bezier곡선을 사용하였으며 중간제어점들의 좌표를 설계변수로 선택하였다. 그리고 이 문제에서는 곡선의 끝점 p_0 과 p_4 의 y 좌표도 변화하여야 적절한 최적형상을 찾을 수 있다. 베어링 덮개가 좌우대칭이므로 p_0 에서의 기울기를 x 축과 평행을 이루게 하기 위해 p_0 의 y 좌표는 p_1 과 같이 b_2 에 의해 제어되도록 설정하였다. p_4 의 y 좌표는 b_7 이 제어한다. 볼트체결부분은 x 축에 평행이어야 하므로 b_7 은 p_4 를 포함하는 볼트체결 평면전체의 y 좌표를 제어하게 하였다.

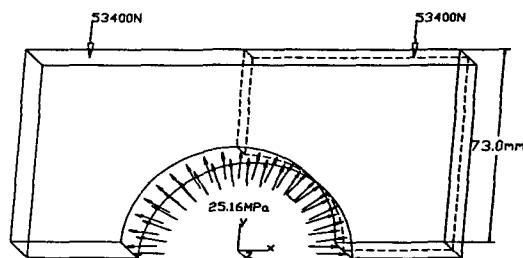


Fig. 6 Shape and load condition of bearing cap

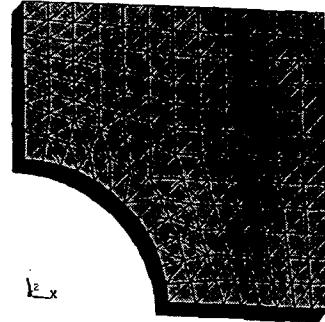


Fig. 7 Finite element model of bearing cap

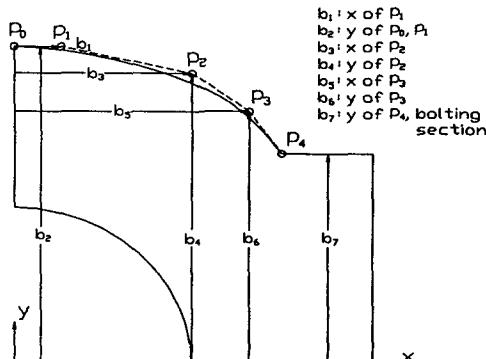


Fig. 8 Shape parameterization of bearing cap

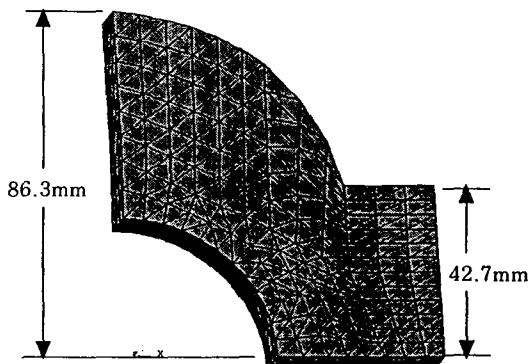


Fig. 9 Optimum model of bearing cap

Table 2 Comparison of displacement design sensitivity of bearing cap

Node No.	z_r	$z_r(b_7 + \Delta b_7)$	$\Delta z_r / \Delta b_7$	dz_r / db_7	error (%)
4	.4207E-03	.4204E-03	-.4837E-05	-.4850E-05	100.3
10	.1017E-02	.1019E-02	.2203E-04	.2212E-04	100.4
19	.7749E-04	.7839E-04	.1234E-04	.1238E-04	100.3
28	.4597E-03	.4594E-03	-.5092E-05	-.5109E-05	100.3
34	.6860E-03	.6875E-03	.2122E-04	.2130E-04	100.4
43	.2183E-04	.2090E-04	-.1279E-04	-.1283E-04	100.3
193	.2800E-03	.2830E-03	.4059E-04	.4073E-04	100.3
199	-.3441E-02	-.3436E-02	.6271E-04	.6291E-04	100.3
205	-.1296E-02	-.1291E-02	.5481E-04	.5498E-04	100.3
211	-.1037E-04	-.7595E-05	.3805E-04	.3818E-04	100.3
217	-.3713E-02	-.3709E-02	.5968E-04	.5987E-04	100.3
223	-.1448E-02	-.1444E-02	.5372E-04	.5389E-04	100.3
337	-.7213E-02	-.7209E-02	.6671E-04	.6690E-04	100.3
343	-.1502E-01	-.1501E-01	.3589E-04	.3595E-04	100.2
349	-.1114E-01	-.1114E-01	.5465E-04	.5478E-04	100.2
355	-.7286E-02	-.7282E-02	.6205E-04	.6222E-04	100.3
361	-.1474E-01	-.1474E-01	.3428E-04	.3433E-04	100.2
367	-.1110E-01	-.1110E-01	.5300E-04	.5312E-04	100.2
529	-.1846E-01	-.1846E-01	.1250E-04	.1249E-04	99.9
535	-.2127E-01	-.2127E-01	-.1255E-04	-.1266E-04	100.8
541	-.2018E-01	-.2018E-01	-.4261E-05	-.4336E-05	101.8
547	-.1798E-01	-.1798E-01	.1312E-04	.1311E-04	100.0
553	-.2067E-01	-.2067E-01	-.9568E-05	-.9646E-05	100.8
559	-.1993E-01	-.1993E-01	-.3113E-05	-.3179E-05	102.1

저널이 통과하는 부분의 절점들의 반경방향 변위 민감도 해석결과가 Table 2에 있다. 결과의 양이 많으므로 설계변수 7에 대한 결과만을 나타내었다. Table 2에서 z_r 는 초기모델의 반경방향 변위값이며, $z_r(b_7 + \Delta b_7)$ 는 b_7 의 0.1% 섭동에 의한 변위값, $\Delta z_r / \Delta b_7$ 은 차분법에 의한 변위민감도, dz_r / db_7 은 본 연구의 방법에 의한 해석적 민감도이다. error(%)는 100%를 오차가 없는 기준점으로 하였다. z_r 의 값들을 살펴보면 초기모델에서는 변위 제한조건 0.0165 mm를 모두 만족하고 있음을 알 수 있다. 음(-)의 변위들은 수축하는 방향을 나타낸다. 차분법에 의한 결과와 해석적 방법에 의한 결과가 잘 일치하고 있으며, 559번 절점에서 2.1%의 상대오차가 가장 큰 오차임을 보여준다. 따라서 변위민감도는 충분한 정확도를 가지고 있는 것으로 생각된다.

목적함수를 자중으로 두고 수치계산을 수행하였다. 목적함수는 7회의 반복계산을 통해 438.3g에

서 380.8g으로 약 13.1%가 감소되었다. 설계결과 형상이 Fig. 9에 있다. 초기모델은 73 mm의 균일한 높이를 가지고 있었으나 최종 설계결과형상은 중심부에서 86.3 mm, 볼트체결부에서 42.7 mm의 높이를 가지게 되었다.

5. 결 론

본 연구에서는 설계 속도장으로 사용되는 변위장을 프와송 비를 고려하여 개선하고, 4차 Bezier 곡선과 연계하여 사용함으로써 설계의 진행에 따른 절점의 이동과정에서 요소의 쪼그러짐을 감소시키고, 곡률이 큰 부분에 작은 요소들을 배치하여 유한 요소해석에 유리한 요소분할이 되도록 하였다. 자중을 고려한 외팔보의 목적함수인 자중은 49.7%로 감소되었으며, 저널베어링 덮개의 목적함수인 자중은 13.1%로 감소되었다. 그리고, 수정된 변위장을 이용한 직접미분법에 의한 민감도해석은 유한 차분

법에 의한 민감도해석 결과와 비교하여 자중을 고려한 외팔보인 경우 상대오차 5%의 범위 내에서 일치하였으며, 저널베어링 덮개의 경우에는 상대오차 2.1%의 범위 내에서 일치하였다. 본 연구는 설계자가 제시해야 하는 정보를 최소화하는 방향으로 진행되었다. 그 결과, 설계자는 형상을 묘사하는 선(혹은 면)과 설계변수를 설정하고 유한요소로 모델링하는 작업만을 한다. 따라서, Bezier 곡선을 이용한 매개변수법과 수정된 변위장을 이용한 본 연구의 형상 최적화 기법을 대규모 구조물 문제에 대한 형상 최적설계에 이용한다면 최소한의 노력으로 신뢰성 있는 형상을 설계할 수 있을 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

1. 임오강, 조현, 이병우, “베지어곡선과 수정된 변위장을 이용한 형상최적설계”, 한국전산구조공학회, 제11권, 제2호, 1998, pp.201~212
2. H. G. Seong, K. K. Choi, “Boundary Layer Approach to Shape Design Sensitivity Analysis”, *Mech. Struct. & Mach.*, Vol. 15, No. 2, 1987, pp.241~263
3. S. Y. Wang, Y. B. Sun, R. H. Gallagher, “Sensitivity Analysis in Shape Optimization of Continuum Structures”, *Comp. & Struct.*, Vol. 20, 1985, pp.855~867
4. K. K. Choi, T. M. Yao, “3-D Modeling and Automatic Regridding in Shape Design Sensitivity Analysis”, *Sensitivity Analysis in Engineering*, NASA Conference Publication 2457, 1987, pp.329~345
5. K. K. Choi, H. G. Seong, *A Numerical Method for Shape Design Sensitivity Analysis and Optimization of Built-up Structure*, The Optimum Shape, Plenum Press, New York, 1986
6. E. J. Haug, K. K. Choi, *Material Derivative Methods for Shape Design Sensitivity Analysis*, The Optimum Shape, Plenum Press, New York, 1986, pp.29~56
7. R. J. Yang, M. E. Botkin, “Accuracy of the Domain Method for the Material Derivative Approach to Shape Design Sensitivities”, *Sensitivity Analysis in Engineering*, NASA Conference Publication 2457, 1987, pp.347~356
8. R. J. Yang, M. E. Botkin, “Comparison Between the Variational and Implicit Differentiation Approaches to Shape Design Sensitivities”, *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 6, 1986, pp.1027~1032
9. O.K. Lim, “An RQP Algorithm with Active Set Strategy for Optimum Design”, Ph. D. Thesis, The University of Iowa, 1985, pp.192
10. T. M. Yao, K. K. Choi, “3-D Shape Optimal Design and Automatic Finite Element Regridding”, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 28, 1989, pp.369~384

(접수일자 : 1999. 4. 19)