

☒ 응용논문

베타분포의 공정능력 평가

- Measuring Process Capability with Beta Distributions -

김진수*

Kim, Jin Soo

김홍준**

Kim, Hong Jun

Abstract

This paper is a brief review of the different procedures that are available for fitting theoretical distributions to data. The use of each technique is illustrated by reference to a distribution system which including the Pearson, Johnson and Burr functions. These functions can be used to calculate percent out of specification .

The main objectives of this study are to propose a new methods for estimating a measure of process capability for Beta distributed variable data by using the percentage nonconforming. The comprehensive information for the process can be used to evaluate more accurately process capability.

1. 서론

비정규공정에 대한 공정능력지수는 Pearson 시스템의 경우 Clements(1989)에 의해 고안되었으며, 그후 Pearn 과 Kotz(1994-1995)에 의하여 연구되어왔다. Pearson 시스템의 대안으로 개발된 Johnson 시스템의 경우는 Farnum(1996-1997)에 의해 제안되었다. 최근에 Lovelace (1994)에 의하여 비 음수 값을 갖는 공정에 대한 공정능력지수 C_{pb} 가 개발되었고, 그후 Wright(1995)에 의해 C_s 가 개발되었다. Kane(1986)는 이러한 비정규분포를 나타내는 공정에 대해 정규분포를 하는 공정의 공정능력의 평가와 동일한 방법으로 직접 혹은 적합된 분포(a fitted distribution)를 이용하여 규격을 벗어나는 불량률의 추정이 가능하다고 언급하고 있다.

본 연구에서는 공정이 베타분포를 하는 비정규공정에 대한 공정능력의 평가를 Pearson 시스템, Johnson 시스템 및 Burr 시스템의 3가지 분포를 사용하여 규격을 벗어나는 불량률의 측도를 사용함으로써 비정규공정의 공정능력에 대해 보다 합리적인 의사결정을 내릴 수 있는 새로운 공정능력의 측도를 제시하고자 한다.

2. 비정규 공정능력의 선행 측도

비정규분포를 하는 공정에 대한 공정능력을 평가하는 방법은 크게 2가지 형태로 구분할 수 있다.

* 대전산업대학교 산업공학과

** 대구산업정보대학 산업안전과

- ① 공정능력지수를 사용하는 방법
- ② 불량률을 사용하는 방법

2.1 비음수값 을 갖는 비정규 공정의 공정능력지수: C_{pb}

Lovelace(1994)는 비음수값을 갖는 공정에 대한 공정능력지수를 한쪽규격의 C_p 지수인 C_p^* 의 대수정규 수정으로 개발되어지는 C_{pb} 로 정의한다.

상한 C_p^* 지수는 정규인 경우 식(2.1) 와 같이 정의된다.

$$C_p^* = \frac{USL - T}{3\sigma} \tag{2.1}$$

C_{pb} 는 상기 지수를 대수 정규화 시켜 식(2.2) 와 같이 나타낸다.

$$C_{pb} = \frac{USL - T}{e^{\mu_Y + 3\sigma_Y} - e^{\mu_Y}} \tag{2.2}$$

2.2 왜도 에 민감한 공정능력지수 : C_s

Wright(1995)는 구멍가공 공정과 같은 공정에 발생하기 쉬운 왜도 에 민감한 새로운 지수인 C_s 를 개발하였다. 그는 왜도 의 측도로 3차 중심적률 $\mu_3 = E(X - \mu)^3$ 를 사용하여 식(2.3)과 같은 공정능력 지수를 정의하였다.

$$C_s = \frac{\min(USL - \mu, \mu - LSL)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2 + |\mu_3/\sigma|}}$$

$$= \frac{d - |\mu - T|}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2 + |\mu_3/\sigma|}} \tag{2.3}$$

여기서 μ_3 는 비대칭향을 신뢰하기 위하여 분모에 있는 다른 항과 동일한 단위가 되도록 σ 로 나누며, 절대값은 음의 비대칭을 신뢰시키고 또한 지수에 손실을 부과시킨다. 그리고 C_s 의 각 항을 σ 로 나누면 식(2.4) 와 같이 된다.

$$C_s = \frac{d/\sigma - |(\mu - T)/\sigma|}{3\sqrt{1 + \{(\mu - T)/\sigma\}^2 + |\beta_1^{1/2}|}} \tag{2.4}$$

여기서 $\sqrt{\beta_1} = \mu_3/\sigma^3$ 은 왜도 의 전통적 표준화된 측도 이다.

2.3 Pearson 시스템에 의한 공정능력지수

C_p 지수값을 추정하기 위해서 Clements는 6 σ 대신 $U_\alpha - L_\alpha$ 로 교체하여 식(2.5) 와 같이 나타낸다.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{U_\alpha - L_\alpha} \tag{2.5}$$

여기서 U_{α} 는 99.865 백분위수이고, L_{α} 는 0.135 백분위수인 점의 값을 나타낸다.

2.4 Johnson 시스템에 의한 공정능력지수

Johnson(1949)에 의해 제시된 Johnson 시스템은 비정규분포를 모형화 하는데 Pearson 시스템의 대안으로 제시되었다. Johnson 곡선을 공정능력지수계산에 적용하게 된 배경은 Johnson 곡선은 Pearson 시스템 보다 나은 장점을 지니고 있기 때문이다. 즉 Johnson 곡선은 주어진 데이터 집합에 가장 좋은 Johnson 곡선을 선택하는데 단순한 구조를 보여주고, 표본의 적률에 기초한 방법보다 더욱 신뢰할 수 있는 절차이고, 일반적으로 쉽다고 Farnum(1996-1997)는 지적하였다.

또한 Johnson 접근의 가장 현저한 특징 중의 하나는 표준정규곡선으로 변환하여 사용하는 확률계산이다. 이러한 Johnson 시스템은 식(2.6)의 변환식 과 식(2.7)~식(2.9)인 3가지 분포족을 갖는다.

$$Z = \gamma + \eta K_i(x, \lambda, \epsilon) \quad i = 1, 2, 3 \tag{2.6}$$

$$K_1(x, \lambda, \epsilon) = \sin h^{-1} \left(\frac{x - \epsilon}{\lambda} \right) \tag{2.7}$$

$$K_2(x, \lambda, \epsilon) = \ln \left(\frac{x - \epsilon}{\lambda + \epsilon - x} \right) \tag{2.8}$$

$$K_3(x, \lambda, \epsilon) = \ln \left(\frac{x - \epsilon}{\lambda} \right) \tag{2.9}$$

식(2.7)~식(2.9)는 $\eta, \gamma, \lambda, \epsilon$ 의 적절한 모수선택에 의해 Z분포로 변환시킬 수 있고 ϵ, γ 는 위치모수이며, λ, η 는 척도모수이다.

그리고 Johnson곡선에 대한 확률계산을 위하여 3가지 분포족에 관해 Table 1. 같이 z 를 x 로 나타내어 표준정규분포와 동일한 계산을 할 수 있다.

비정규 공정에 대한 공정능력지수의 정의를 일반화시킬 때의 C_p 지수는 식(2.5)와 동일한 방법으로 식(2.10)으로 나타낸다.

Table 1. Johnson curve and equation for x in terms of z

Johnson curve type	equation for x in terms of z	note
S_U	$x = \epsilon - \lambda \operatorname{Sin h} \left(\frac{z - \gamma}{\eta} \right)$	$\operatorname{Sin h} (u) = \frac{e^u + e^{-u}}{2}$
S_B	$x = \epsilon + \frac{\lambda}{1 + \exp \left(\frac{z - \gamma}{\eta} \right)}$	—
S_L	$x = \epsilon + \lambda \exp \left(\frac{z - \gamma}{\eta} \right)$ $= \epsilon + \exp \left(\frac{z - \gamma^*}{\eta} \right)$	$r^* = \eta \ln \left[\frac{\frac{n}{b} - 1}{b \left(\frac{m}{b} \right)^{1/2}} \right]$

$$C_p = \frac{USL - LSL}{U_{\alpha} - L_{\alpha}} \tag{2.10}$$

정규분포에 대해서는 $L_{\alpha_1} = \mu - 3\sigma$, $U_{\alpha_2} = \mu + 3\sigma$ 가 되며, Johnson곡선에 의한 비정규분포에 대한 L_{α_1} 와 U_{α_2} 는 Table 1. 에서 α_1 은 $z = -3$ 과 α_2 는 $z = 3$ 으로 치환하여 사용한다. 예를 들면 S_U 곡선, S_B 곡선을 사용할 때, L_{α_1} , U_{α_2} 값은 각각 식(2.11) 및 식(2.12)와 같다.

$$L_{\alpha_1} = \varepsilon - \lambda \sin h\left(\frac{r+3}{\eta}\right) \tag{2.11}$$

$$U_{\alpha_2} = \varepsilon - \lambda \sin h\left(\frac{r-3}{\eta}\right)$$

$$L_{\alpha_1} = \varepsilon + \lambda \left[1 + \exp\left(\frac{r+3}{\eta}\right)\right]^{-1} \tag{2.12}$$

$$U_{\alpha_2} = \varepsilon + \lambda \left[1 + \exp\left(\frac{r-3}{\eta}\right)\right]^{-1}$$

C_{pk} 지수인 경우의 일반화는 Johnson변환을 통하여 Z_L 과 Z_U 값으로 치환하여 식(2.13)과 같이 나타낸다.

$$C_{pk} = \min\left(-\frac{Z_L}{3}, \frac{Z_U}{3}\right) \tag{2.13}$$

3. 비정규 공정능력의 새로운 측도

2장에서는 비정규분포에 대한 공정능력의 측도로 분위수를 사용하여 Pearson 시스템을 이용한 공정능력지수로 나타내었다. 이 방법의 결점은 불량률을 추정하는데 어려움이 있다. 따라서 실무에 있어서 빈번히 사용되고 있는 불량률의 관점에서 비정규 공정의 공정능력의 새로운 측도를 제시하고자 한다.

본 연구에서는 Pearson, Johnson 및 Burr의 3가지 분포를 사용하여 불량률의 측도로 공정능력을 평가하기로 한다.

3.1 Pearson 시스템

Pearson 시스템은 식(3.1)의 미분방정식을 만족시키는 $y = f(x)$ 의 분포들이다.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x - c_0)y}{c_1 + c_2x + c_3x^2} \tag{3.1}$$

Pearson 시스템에서 핵심역할은 적률을 이용해서 모수를 결정하고 적절한 곡선형태의 선정의 기준을 제시해준다.

$f(x)$ 의 그래프의 형상을 결정하는 모수 c_0, c_1, c_2, c_3 은 식(3.2)~식(3.5)와 같이 적률의 함수로서 구해진다.

$$\begin{aligned} c_0 &= -\mu_3(\mu_4 + 3\mu_2^2) / A \\ &= -\sqrt{\mu_2 \beta_1} (\beta_2 + 3) / A \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} c_1 &= -\mu_2(4\mu_2 \mu_4 - 3\mu_3^2) / A \\ &= -\mu_2(4\beta_2 - 3\beta_1) / A \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$c_2 = c_0 \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} c_3 &= -(2\mu_2 \mu_4 - 3\mu_3^2 - 6\mu_2^3) / A \\ &= -(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6) / A \end{aligned} \quad (3.5)$$

여기서

$$\begin{aligned} A &= 10\mu_2 \mu_4 - 18\mu_2^3 - 12\mu_3^2 \\ A' &= 10\beta_2 - 18 - 12\beta_1 \\ \sqrt{\beta_1} &= \mu_3 / \sigma^3 = \text{Skewness} = S_K \\ \beta_2 &= \mu_4 / \sigma^4 = \text{Kurtosis} = K_U \end{aligned}$$

이 값들은 식(3.6)의 2차 방정식의 해에 따라 다양하게 변할 수 있다.

$$c_1 + c_2 x + c_3 x^2 = 0 \quad (3.6)$$

식(3.6)의 해를 구하면 식(3.7)이 된다.

$$x = \frac{-c_2 \pm \sqrt{c_2^2 - 4c_1 c_3}}{2c_1} \quad (3.7)$$

식(3.7)을 이용하여 분포의 형태를 정하기 위한 기준으로 다음의 K값을 설정한다.

$$K = c_2^2 / 4c_1 c_3$$

여기에 식(3.2)~식(3.5)를 대입하면 다음과 같이 된다.

$$K = \frac{\beta_1 (\beta_2 + 3)^2}{4(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6) (4\beta_2 - 3\beta_1)}$$

이것이 Pearson 곡선의 형태를 결정하는 기준이 된다.

Fig 1은 K값에 해당하는 Pearson 곡선의 상이한 형태간의 관계를 보여준다.

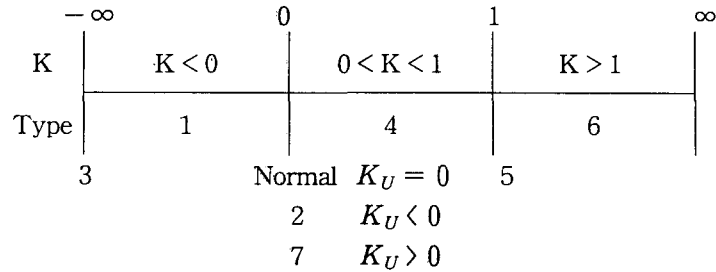


Fig 1. The relationship between the different type Pearson curve and their corresponding K-value

Pearson 곡선 중 잘 알려진 곡선을 선정하여 나타내면 Table 2와 같다.

Table 2. Well known Pearson Curve

Name	Type
Beta	1
Uniform	2 ($K_U = -1.2$)
Gamma, Chi-square	3
Normal	7 ($c_2 = c_3 = 0$)
t	7
Exponential	10

본 연구에서는 Beta분포의 경우 일반적인 불량률을 추정하는 절차를 언급하기로 한다.

- ① 표본으로부터 \bar{X} , s , S_K , K_U 의 통계량을 구한다.
- ② S_K , K_U 로부터 K값을 구하여 분포를 확인한다.
- ③ S_K , K_U 의 통계량에 해당(또는 근접)하는 Pearson 곡선의 표준화된 분위수에 일치하는 값을 Gruska et al.(1989)의 표에서 구한다.
- ④ 규격을 벗어나는 불량률을 구한다.

3.2 Johnson 시스템

Pearson 시스템과 마찬가지로 S_K 와 K_U 의 통계량으로 확률밀도함수의 형태를 정할 수 있으며 Johnson 변환시스템은 식(3.8)과 같은 분포함수를 갖는다.

$$F(x) \approx \Phi[\gamma + \eta f\{(x - \epsilon) / \lambda\}] \quad -\infty < x < \infty \quad (3.8)$$

여기서 $F(x)$ 는 모집단의 추정누적 분포함수이며, Φ 는 표준정규 누적분포함수이고, γ 와 ϵ 은 위치모수, λ , η 는 척도모수이다.

식(3.8)을 식(2.6)의 형식으로 나타내면 식(3.9)와 같다.

$$G_i(x) = P\{z \leq r + \eta K_i(x, \lambda, \epsilon)\} \quad (3.9)$$

여기서 $G_i(x)$ 는 확률분포함수이며, Johnson 곡선의 형태 $i(i=1,2,3)$ 를 나타낸다. 확률 밀도함수 $g_i(x)$ 는 $G_i(x)$ 를 미분함으로써 Table 3과 같은 밀도함수를 구할 수 있다. 여기서 $f(z)$ 는 $z = r + \eta K_i(x, \lambda, \epsilon)$ 에서 계산된 표준정규밀도 함수를 나타낸다.

Johnson 시스템에서의 불량률 추정절차는 앞 절에서 언급하였기 때문에 생략하기로 한다.

Table 3. Density function of the Johnson curve type

Johnson curve type	Density function
S_U	$g_1(x) = \left(\frac{\lambda}{\eta}\right) f(z) \left[1 + \left(\frac{x-\epsilon}{\lambda}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$
S_B	$g_2(x) = \eta \lambda \frac{f(z)}{(x-\epsilon)(\lambda+\epsilon-x)}$
S_L	$g_3(x) = \eta \frac{f(z)}{x-\epsilon}$

3.3 Burr 시스템

데이터 집합을 묘사하는 전통적인 접근은 밀도함수를 사용한다. 이 경우 데이터 비교를 위한 이론적 확률을 구하기 위해서 적분을 하여 적절한 분포함수를 구하는데 적분은 성가시고, 대부분의 밀도함수들을 구할 수 없는 현실적인 문제가 발생하게 된다. 그러나 누적분포함수가 직접 구해질 수가 있다면 불량률은 쉽게 추정할 수 있다. 이러한 접근은 Burr(1942)와 Hatke(1949)에 의해 식(3.10)과 같은 미분방정식을 고려함으로써 시도되었다.

$$\frac{dy}{dx} = y(1-y)g(x,y) \quad y = F(x) \tag{3.10}$$

여기서 $g(x,y)$ 는 $0 < y < 1$ 에 관해 양수이고 $F(x)$ 는 $F(-\infty) = 0, F(\infty) = 1$ 인 비감소 함수이다.

식(3.10)은 식(3.11)과 매우 유사하여 $g(x,y) = (a + bx + cx^2)^{-1}$ 일 때 Pearson 시스템의 밀도함수를 발생시킨다.

$$\frac{dy}{dx} = y(m-x)g(x,y) \tag{3.11}$$

$g(x,y) = g(x)$ 일 때 식(3.10)의 해는

$$F(x) = \left[1 + \exp\left(-\int g(x) dx\right)\right]^{-1} \tag{3.11}$$

이다. Burr에 의해 상세하게 고려된 한가지 편리한 해는 식(3.12) 와 같다. 이것이 Burr 누적분포이다.

$$F(x) = 1 - (1+x^c)^{-K}, \quad x \geq 0$$

$$= 0, \quad x < 0 \tag{3.12}$$

여기서 C, K 는 Gruska et al.(1989)의 Burr 시스템의 모수의 표에서 주어지는 실수인 값들이다.

확률밀도함수는 식(3.13)과 같다.

$$F'(x) = f(x) = \frac{Kcx^{c-1}}{(1+x^c)^{K+1}} \quad (3.13)$$

식(3.12)의 함수는 일반적인 적률 대신에 식(3.14) 와 같은 누적적률 을 사용한다.

$$M_j = \int_0^\infty x^j (1+x^c)^{-k} dx \quad j < CK-1 \quad (3.14)$$

주어진 데이터에 대해 Burr 시스템을 적용하는 절차는 다음과 같다.

- ① 표본으로부터 \bar{X}, s, S_K, K_U 의 통계량을 구한다.
- ② 구한 S_K, K_U 값에 해당(또는 근접)하는 Burr 시스템의 모수의 표로부터 $C, K, \hat{\mu}, \hat{\sigma}$ 를 구한다.
- ③ $P_r(x < \hat{x}_0)$ 를 계산하기 위해서 아래 식을 이용해서 x_0 를 구한다.

$$\frac{x_0 - \mu}{\sigma} = \frac{\hat{x}_0 - \bar{x}}{s}$$

또는

$$x_0 = \sigma(\hat{x}_0 - \bar{x})/s + \mu$$

이 때 $P_r(x < \hat{x}_0) = F(x_0; C, K)$

- ④ x_0 를 구한 다음 확률 P 를 계산한다.

$$P = F(x_0; C, K)$$

즉

$$x_0 = [(1-p)^{-1/k} - 1]^{1/c}$$

4. 공정능력평가

본 연구에서 Beta 분포를 하는 비정규 공정에 대하여 공정능력을 불량률의 척도로 평가하기 위해서 Table 4와 같은 Pearn 과 Kotz(1994-1995)의 예제를 사용하여 Pearson 시스템, Johnson 시스템 및 Burr 시스템의 3가지 방법에 의거 불량률을 추정하기로 한다.

예제로부터 신규생산라인의 품질개선을 하기 위해 고무전단 무게에 대한 100개의 측정 데이터를 얻은 결과는 Table 4와 같다. 목표치 T 는 8.7g이며, $USL = 8.96, LSL = 8.44$ 이다.

Table 4. Process measurements (N=100 sorted)

8.84, 8.84, 8.85, 8.85, 8.85, 8.85, 8.85, 8.86, 8.86, 8.86
8.86, 8.86, 8.86, 8.86, 8.87, 8.87, 8.87, 8.87, 8.87, 8.87
8.87, 8.87, 8.87, 8.87, 8.88, 8.88, 8.88, 8.88, 8.88, 8.88
8.88, 8.88, 8.88, 8.88, 8.88, 8.88, 8.89, 8.89, 8.89, 8.89
8.89, 8.89, 8.89, 8.89, 8.89, 8.89, 8.89, 8.89, 8.89, 8.89
8.89, 8.89, 8.89, 8.89, 8.89, 8.90, 8.90, 8.90, 8.90, 8.90
8.90, 8.90, 8.90, 8.90, 8.90, 8.90, 8.90, 8.90, 8.90, 8.90
8.90, 8.90, 8.90, 8.91, 8.91, 8.91, 8.91, 8.91, 8.91, 8.91
8.91, 8.91, 8.91, 8.91, 8.91, 8.91, 8.91, 8.91, 8.92, 8.92
8.92, 8.92, 8.92, 8.92, 8.92, 8.92, 8.93, 8.93, 8.93, 8.93

4.1 Pearson 시스템

예제에서 분포의 형태를 결정하기 위해서 K값을 구한 결과 형태1인 Beta 분포로 확인되었다. Beta 분포의 불량률을 추정하는 절차로부터

- ① 표본통계량은 $\bar{X} = 8.89$ $s = 0.0215$, $S_K = -0.24$, $K_U = 2.43$ 으로 구해졌다.
- ② S_K , K_U 로 부터 구한 K값이 $K = -2.20 < 0$ 이므로 Beta 분포를 한다.
- ③ Gruska et al.(1989)의 표에서 $S_K = 0.2$ 와, $S_K = 0.3$ 값으로부터 $S_K = 0.24$ 의 값을 보간법 으로 계산하여 Z값을 구한다.
- ④ $X = Z \cdot s + \bar{X}$ 로 부터 $Z = -2.474$ 일 때, $X = 8.8368$, $Z = -2.134$ 일 때, $X = 8.8441$ 이다. 따라서 규격(LSL)을 벗어나는 불량률을 추정하면 다음과 같다.

$$P(X < 8.44) \approx 0.514\%$$

4.2 Johnson 시스템

Johnson 시스템에 의한 규격(LSL)을 벗어난 추정불량률을 계산하면 다음과 같다.

$$P(X < LSL) = P(Z < Z_L) = P(Z < -4.812) \approx 0.00008\%$$

4.3 Burr 시스템

Burr system을 적용하는 절차로부터

- ① 표본통계량은 $\bar{X} = 8.89$ $s = 0.0215$ $S_K = -0.24$, $K_U = 2.43$ 이고
- ② Gruska et al.(1989)의 Burr 시스템의 모수의 표로부터 근접한 $S_K = 0$, $K_U = -0.2$ 값을 택한 결과 C , K , $\hat{\mu}$, $\hat{\sigma}$ 는 다음과 같다.

$$C = 3.93894$$

$$K = 19.86476$$

$$\hat{\mu} = 0.43327$$

$$\hat{\sigma} = 0.12432$$

③ $P(x < x_0)$ 를 계산하기 위해서

$$x_0 = \sigma (\hat{x}_0 - \bar{x}) / s + \mu$$

로부터 $\hat{x}_0 = 8.44$ 일 때, $x_0 = -2.1688$ 이 된다.

④ $P = F(x_0; c, k)$ 로부터

$$P(x < 8.44) = 1 - (1 + x^c)^{-k} = 1 - \{1 + (-2.1688)^{3.93894}\}^{-19.86476} \approx 0\%$$

따라서 규격(LSL)을 벗어나는 불량률은 0%로 추정된다.

본 연구에서는 비정규분포가 Beta 분포에 따를 때, 불량률을 추정해 본 결과 Pearson 시스템 과 Johnson 시스템, Burr 시스템의 3가지 방법간의 차는 거의 차가 없음을 알 수 있었다.

5. 결론

본 연구에서 Pearson 곡선의 형태를 결정하는 기준인 표본으로부터 구한 K값에 따라 결정된 Beta 분포에 대한 공정능력의 평가를 Pearson 시스템, Johnson 시스템 및 Burr시스템의 3가지 분포를 사용하여 규격을 벗어나는 불량률을 추정함으로써 비정규 공정의 공정능력에 대해 보다 구체적인 추가 정보를 제시할 수 있어 실무자로 하여금 공정의 개선을 유도하는 합리적인 의사결정을 내릴 수 있는 공정능력의 새로운 측도를 제시하였다.

Beta 분포를 하는 공정에 대한 불량률의 측도에 의한 공정능력의 평가는 상기 예제의 계산 결과에 따르면 이 3가지 시스템간의 차는 거의 없다고 판단된다. 그러나 Burr 시스템의 경우 적절한 S_K , K_U 값을 취할 수 있다면 정확도가 증가되어 보다 신뢰할 수 있다. 향후 실제 공정에서 나타날 수 있는 다양한 비정규분포의 경우에도 불량률의 측도로 나타낼 수 있도록 이에 따른 추가연구가 행해져야 되며, 불량률의 추정에 새로운 접근법도 제시하여야 할 과제라고 여겨진다.

참 고 문 헌

- [1] Benson, E. D.; "Statistical Properties of a System of Fourth-Generation Process Capability Indices $C_{psk}(U,V,W)$ ", Ph. D. Dissertation, University of Maryland, 1994.
- [2] Burr, I.W.; "Cumulative Frequency Functions", Ann. Math. Stat., 13, pp.215~232, 1942.
- [3] Chan, L. K., Cheng, S. W., Spiring, F. A. [CCS]; "A New Measure of Process Capability: C_{pm} ", Journal of Quality Tehnology, 20(3), pp.162~173, 1988.
- [4] Choi, B. C., Owen, D. B.; "A study of a new process capability index", Communications in Statistics -Theory and Methods, 19(4), pp.1231~1245, 1990.
- [5] Clements, J. A.; "Process Capability Calculations for Non-Normal Distributions", Quality Progress, 22(9), pp.95~100, 1989.
- [6] Farnum, N. R.; "Using Johnson Curves to Describe Non-Normal Process Data", Quality Engineering, 9(2), pp.329~336, 1996~7.
- [7] Gruska, G. F., Lamberson, L. R., and Mirkhani, K.; "Non-Normal Data Analysis", Multiface Publishing Co., Michigan, 1989.
- [8] Hahn, G. J., and Shapiro, S. S.; "Statistical Models in Engineering", John Wiley & Sons, Inc., New York. p.207, 1967.
- [9] Hatke, Sister M.A.; "A Certain cumulative Probability Function", Ann.Math.Stat., 20, pp.461~463, 1949.
- [10] Johnson, N.; "Systems of Frequency Curves Generated by Translation", Biometrika, 36, pp.149~176, 1949.
- [11] Kane, V. E.; "Process capability indices", Journal of Quality Technology, 18(1), pp.41~52, 1986.
- [12] Lovelace, C. R.; " The Development of a Process Capability Index for Non-Normal Processes Naturally Bound at Zero." Ph. D. Dissertation. University of Alabama in Huntsville, 1994.
- [13] McCoy, P. F.; "Using Performance Indexes to Monitor Production Processes", Quality Progress, 24(2), pp.49~55, 1991.
- [14] Pearn, W.L., Kotz, S., Johnson, N. L.; "Norman L. Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices", Journal of Quality Technolgy, 24(4), pp.216~231, 1992.
- [15] Pearn, W.L., and Kotz, S., "Application of clement;s Method for Calculating Second - and-Third-Generation Process Capability Indices Non-Normal Pearsonian Population", Quality Engineering, 7(1), pp.139~145, 1994~5.
- [16] Slifker, J. F., Shapiro, S. S.; "The Johnson system: selection and parameter estimation", Technometrics, 22(2), pp.239~246, 1980.
- [17] Wright, P. A.; "A Process Capability Index Sensitive to Skewness", Journal of Statistical Computation Simulation, 52, pp.195~203, 1995.