⊠ 연구논문

퍼지 혼합정수계획법에 의한 제조셀 형성 - Manufacturing Cell Formation Using Fuzzy Mixed-integer Programming

김 해 식*
Kim, Hae-Sik
윤 연 근*
Yun, Yeon-Geun
남 현 우**
Nam, Hyun-Woo
이 상 완*
Lee, Sang-Wan

Abstract

Cellular manufacturing(CM) is a manufacturing philosophy and strategy for improving both productivity and flexibility. Cell formation(CF), the first and key problem faced in designing an effective CM system, is a process whereby parts with similar design features or processing requirements are grouped into part families, and the corresponding machines into machine cells. In this paper, a sophisticated fuzzy mixed-integer programming model is proposed to simultaneously form manufacturing cells and minimize the total costs of dealing with exceptional elements. Also, we will proposed a new method to solve the cell formation problem in the fuzzy environment.

1. 서론

최근 가속화 되고 있는 경쟁사회에서 도퇴되지 않기 위해 많은 제조업체들은 생산성향상을 위해 다양한 제조기법들을 받아들이게 되었다. 유연생산시스템(Flexible Manufacturing Systems), 셀형 제조시스템(Cellular Manufacturing Systems), JIT시스템을 포함한 다양한 제조 시스템이 이러한 목적을 달성하기 위해 지금까지 개발되어왔다. 그러한 시스템들은 다양한 방법으로 다양한 제조시스템에 많은 이점을 가져다준다. 이러한 다양한 제조기법들 중에서 셀형제조시스템은 현대 제조기법의 전략적 중요성 때문에 최근 10여년동안 국제사회에서 많은 관심을 끌어왔다. 셀형 제조시스템의 이용은 작업 처리량의 단축, 재공품 감소, 물자운반 감소와 같은 많은 이점을 가져다 준다. 셀형 제조시스템은 부품과 기계간의 유사성을 분석하여 복잡하고 큰 규모로 인해 통제 및 조정이 매우 힘든 제조시스템을 최소의 물류비용을 갖는 시스템으로 분리함으로써 이상의 장점을 얻게 하는 제조시스템이다. 셀형 제조시스템에서의 생산성 증대는 시스템에서 집단이나 셀들의 생성에 의해 일정한 셀에서 부품이 만들어지는데 있다. 이러한 셀형성에 관한 기존의 연구들은 셀형성과 셀형성후 발생하는 애로기계와 예외적인 요소(Exceptional elements : EEs)의 처리를 개별적으로 연구해왔다. 그러나 셀형성과 EEs의 처리를 분리함으로써 발생하는 비효율성을 제거할 수 있는 방법이 없었다. 그리고 대부분의 연구에

* 동아대학교 산업시스템공학과
** 경동정보대학교 산업안전관리과

서는 정확하게 정의될 수 없는 비현실적인 가정들을 포함하고 있다. 즉, 퍼지한 상황에서의 의사결정방법에 관한 연구는 거의 없었다.

따라서 본 연구에서는 셀형성과 EEs의 처리를 동시에 다루는 방법을 제시하고자 한다. 그리고 EEs의 처리는 세 가지 정책, 즉 하청, 셀간 이동, 기계구입으로 처리한다. Tsai[1]는 셀형성과 동시에 EEs의 처리를 다루는 전통적인 모델과 max-min연산자에 기초한 퍼지수리계획법을 제시하였다. 그러나 min연산자는 변형된 문제의 해가 유일하지 않을 경우 원 문제에 대한 유효해를 보장할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 퍼지환경 하에서 여러 가지 연산자들을 적용하고 그 문제점들을 극복할 수 있고 EEs를 제거하는 비용을 최소화하는 동시에 셀형성을 할 수 있는 가장 적합한 퍼지모델을 제시하고자 한다.

2. 퍼지 혼합정수계획법

2.1 퍼지 혼합정수계획법

EEs의 처리와 셀형성을 동시에 다루는 퍼지수리계획을 Tsai는 1995년에 EEs의 제거만을 연구한 Shafer의 모델을 사용하여 제시했다. Tsai는 Shafer의 모델이 부품이동을 받아들일 때 기계능력을 고려하지 않았고 셀형성 단계가 EEs의 제거를 통해 최적화되기전에 개별적으로 발생되지 않은 단점을 개선하였다. Tsai가 제안한 전형적인 모델은 다음과 같이 정식화되며 본 연구에서는 여러 가지 연산자를 사용한 퍼지혼합정수계획을 모델링하고 그것들의 단점을 극복할 수 있는 새로운 방법을 제시하여 제시된 방법의 우수성과 효율성을 수치예를 통하여 입증하겠다.

· 정식화에서 사용된 기호

index set

i : machine index(i : 1 ⋯ m)

j : part index(j : 1 ⋯ n)

k : cell index(k : 1 ⋯ c)

l : 구성함수의 index(l : 0 ⋯ c)

s : 퍼지제약의 index(s : 1 ⋯ c)

parameters

A_i : 기계형태 i의 기간비용

C_i : 기계형태 i의 기간능력

D_j : 부품 j에 대한 기간수요

I_j : 두 셀내에서 부품 j의 이동단위에 대한 증가비용

NM : 각 셀에서 허용된 최대 기계수

P_0 : 퍼지목적함수(비용)에 대한 허용치

P_r : 퍼지제약(NM)에 대한 허용치

P_{ij} : 부품 j를 생산하기 위해 필요한 기계형태 i의 가공시간

S_j : 부품 j의 단위당 하청의 증가비용

SP : $a_{ij}=1$인 쌍의 집합

UC_{ij} : 부품 j에 대한 기계형태 i의 이용능력

Z^0 : NM의 최대값을 이용한 최적해

Z^1 : NM의 최소값을 이용한 최적해

결정변수들

IC_K : 셀 k가 형성되면 1, 아니면 0

M_{ijk} : 부품 j를 생산하기 위하여 셀 k에 제공된 기계 i의 수

O_{ijk} : 셀 k에서 기계형태 i를 이용할 수 없어 하청을 준 부품 j의 단위

Q_i : 기계셀에 대응된 부품들을 가공하기 위해 필요한 기계 i의 수

R_{ik} : 셀 k에 제공되는 기계형태 i의 수

X_{ik} : 만일 기계 i가 셀 k에 있다면 1, 아니면 0

Y_{jk} : 만일 부품 j가 셀 k에 있다면 1, 아니면 0

U_{ijk} : $X_{ik}=1$이고 $Y_{jk}=0$이면 1, 아니면 0

V_{ijk} : $Y_{jk}=1$이고 $X_{ik}=0$이면 1, 아니면 0

Z_{ijk} : 부품 셀 k에서 기계형태 i를 이용할 수 없을 때 부품 j의 셀간 이송수

λ : 모든 구성함수의 최소값

λ_1 : 퍼지목적함수의 만족도(수행도)

λ_2 : 퍼지제약의 만족도(수행도)

여기서 a_{ij}는 0과 1로 이루어진 기계-부품 행렬에서 기계와 부품의 관계를 나타내며 $a_{ij}=1$이라는 말은 부품j는 기계i에서 가공이 이루어진다는 의미이다.

① Tsai의 전형적인 모델

$$Min \quad \sum_k \sum_i A_i R_{ik} + \sum_{k(i,j)\in sp} \sum I_j Z_{ijk} + \sum_{k(i,j)\in sp} \sum S_j O_{ijk} \qquad (1)$$

$$s.t \quad \sum_{k=1}^{c} X_{ik} = 1, \quad \forall i \qquad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{c} Y_{jk} = 1, \quad \forall i \qquad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{m} \le NM, \quad \forall k \qquad (4)$$

$$X_{ik} - Y_{jk} + \frac{1}{D_j} Z_{ijk} + \frac{1}{UC_{ij}} M_{ijk} - V_{ijk} = 0, \quad \forall (i,j)\in sp, \forall k \qquad (5)$$

$$\sum_{(i,j)\in sp} M_{ijk} \le R_{ik}, \quad \forall i, \forall k \qquad (6)$$

$$Q_i \le \sum_{(i,j)\in sp} UC_{ij}(1 - \sum_k V_{ijk}) + 1, \quad \forall i \qquad (7)$$

$$\sum_k \sum_{(i,j)\in sp} \frac{P_{ij}}{C_i} Z_{ijk} \le Q_i - \sum_{(i,j)\in sp} UC_{ij}(1 - \sum_k V_{ijk}), \quad \forall i \qquad (8)$$

$$X_{ik}, \ Y_{jk}, \ U_{ijk}, \ V_{ijk}, = 0 \text{ or } 1, \quad R_{ik}, \ Q_i\text{: general integer} \qquad (9)$$

이상의 모델에서 목적함수는 하청, 기계구입, 이동에 대한 EEs의 처리비용을 최소화하는 것이고 (2), (3)번 제약은 각 셀에는 한 종류의 기계와 부품이 들어간다는 것을 제약하며 (4)번 제약은 각 셀에 들어갈 수 있는 최대기계수(NM)를 제한한다는 것이며 이 제약은 의사결정자에 의해 정의된다. (5)번 제약은 EEs는 하청, 기계구입, 이동에 의해 분배되는 것을 보증하며 아래의 두 식의 합으로 이루어져 있다.

$$X_{ik} - Y_{jk} - U_{ijk} - V_{ijk} = 0 \ , \quad \forall (i,j)\in sp, \forall k$$

$$Z_{ijk} + O_{ijk} + \frac{C_i}{P_{ij}} M_{ijk} = D_j U_{ijk}, \quad \forall (i,j)\in sp, \forall k$$

(6)번 제약은 각 셀에 구입할 기계의 수를 결정하며, (7)번 제약은 셀에 필요한 기계의 수를 정의하고 (8)번 제약은 셀간 이동이 발생하는 부품에 대해 기계능력을 초과하지 않아야 된다는 것을 제약한다.
이 모델에서 NM값은 4로 주어졌으며, 각 셀에는 최소 2대 이상의 기계와 부품이 들어가며 3개의 셀이 형성된다고 가정한다.

② 퍼지 모델
앞서 보인 전형적인 모델은 목적함수와 제약이 정확히 정의된다고 가정하였으나 실제로는 그렇지 않다. 앞서 언급하였듯이 제약 (4)의 경우 의사결정자에 의해 NM의 수가 결정됨으로 인해서 식 자체가 퍼지하다고 말할 수 있으며 목적함수의 경우도 마찬가지로 Werner의 방법에 의해 다음과 같이 퍼지화 되며 결론적으로 셀은 2~3개가 형성될 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ik} \lesssim NM,\ \ \forall k \text{ 또는 } \sum_{i=1}^{m} X_{ik} \cong NM,\ \ \forall k$$

$$\sum_{k}\sum_{i} A_i R_{ik} + \sum_{k(i,j)\in sp}\sum I_j Z_{ijk} + \sum_{k(i,j)\in sp}\sum S_j O_{ijk} \gtrsim Z_0 = Z_l - P_0$$

여기서 Z_0는 NM의 최대값을 가진 전형적인 모델을 풀어서 얻으며 Z_l은 반대로 최소값으로서 구한다. 그리고 퍼지모델을 전형적인 모델로 변환하기 위한 두 개의 허용치인 P_r과 P_0는 문제의 특징이나 경험에 따라 의사결정자에 의해 결정된다. P_0는 예산한계, 그리고 일정액으로부터 결정될 수 있고 $Z_l - Z_0$에 의해 결정될 수도 있다. 퍼지목적함수와 퍼지제약은 적합한 연산자를 이용함으로써 전형적인 식으로 변환된다. 이러한 이유로 non-increasing구성함수와 삼각구성함수의 두 가지 방법으로서 여러 가지 연산자들과 새로이 제안된 연산자가 비교된다. 이 문제에 대해 NM값은 기본적으로 4로 가정을 하였고 P_r값은 2로 가정을 하였다. 따라서 P_0값은 NM이 5인 전형적인 모델을 풀어서 얻은 결과치에서 NM이 3인 전형적인 모델을 푼 값을 감함으로써 구할 수 있다.

· max-min 연산자와 linear non-increasing 구성함수
이 경우의 목적함수식과 제약식은 아래와 같으며 제약식 (2), (3), 그리고 (5)-(9)의 식이 포함된다.

$$Max\ \ \lambda$$

$$s.t\ \sum_{k}\sum_{i} A_i R_{ik} + \sum_{k(i,j)\in sp}\sum I_j Z_{ijk} + \sum_{k(i,j)\in sp}\sum S_j O_{ijk} + \lambda P_0 \le Z_0 + P_0 \quad (10)$$

$$\sum_{k=1}^{c} X_{ik} + \lambda P_r \le NM + P_r,\ \ \forall k \quad (11)$$

$$\sum_{k=1}^{c} IC_k \ge 2 \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ik} \ge 2IC_k,\ \ \forall k \quad (13)$$

$$0 \le \lambda \le 1 \quad (14)$$

여기서 (12)번 식은 셀은 2개 이상 형성되어야 한다는 제약조건이며, (13)은 셀이 형성되면 적어도 한 셀에 2대 이상의 기계가 있어야 한다는 제약이다.

· max-min 연산자와 삼각구성함수

$$\sum_{k=1}^{c} X_{ik} - NM \times IC_k - \lambda P_r \le -P_r,\ \ \forall k \quad (15)$$

이 경우의 목적함수는 (10)과 동일하며 제약식은 max-min 연산자와 linear non-increasing 구

성합수식과 동일하며 (15)식은 삼각구성함수가 각 셀의 최소기계수를 정의하기 위한 부가적인 제약이다.
마찬가지로 다음의 경우들도 제약 (2), (3), 그리고 (5)-(9)를 포함한다.

· $\widetilde{\text{and}}$연산자와 linear non-increasing 구성함수

$$Max\ \gamma\alpha+(1-\gamma)\frac{1}{c+1}\sum_{l=0}^{c}\alpha_l \tag{16}$$

$$s.t\ \sum_k\sum_i A_iR_{ik}+\sum_{k(i,j)\in sp}\sum I_jZ_{ijk}+\sum_{k(i,j)\in sp}\sum S_jO_{ijk}+\alpha P_0+\alpha_0P_0\le Z_0+P_0 \tag{17}$$

$$\sum_{k=1}^{c}X_{ik}+\alpha P_r+\alpha_kP_r\le NM+P_r,\ \ \forall k \tag{18}$$

$$\alpha+\alpha_l\le 1\ \ l=0,\cdots,c \tag{19}$$

$$\alpha_l\ge 0,\ \ 0\le\alpha\le 1,\ \ \gamma\le 1 \tag{20}$$

이 경우의 제약식은 (12), (13)이 추가로 포함된다.

· $\widetilde{\text{and}}$연산자와 삼각구성함수

$$Max\ \gamma\alpha+(1-\gamma)\frac{1}{2c+1}\sum_{l=0}^{2c}\alpha_l \tag{21}$$

$$\alpha+\alpha_l\le 1\ \ l=0,\cdots,2c \tag{22}$$

$$\sum_{k=1}^{c}X_{ik}-NM\times IC_k-\lambda P_r-\alpha_{c+k}P_r\le P_r,\ \ \forall k \tag{23}$$

이 경우의 제약식은 (15), (17), 그리고 (18)식이 추가된다.

· add연산자와 linear non-increasing 구성함수

$$Min\ \frac{\sum_k\sum_i A_iR_{ik}+\sum_{k(i,j)\in sp}\sum I_jZ_{ijk}+\sum_{k(i,j)\in sp}\sum S_jO_{ijk}-Z_0}{P_0}+\sum_{s=1}^{c}\frac{S_s}{P_r} \tag{24}$$

$$s.t\ \sum_{i=1}^{m}X_{ik}-S_k\le NM,\ \ \forall k \tag{25}$$

$$S_s\le P_r,\ \ s=1,\cdots,c \tag{26}$$

이 경우의 제약식은 (12)식이 추가된다.

· add연산자와 삼각구성함수

$$Min\ \frac{\sum_k\sum_i A_iR_{ik}+\sum_{k(i,j)\in sp}\sum I_jZ_{ijk}+\sum_{k(i,j)\in sp}\sum S_jO_{ijk}-Z_0}{P_0}+\sum_{s=1}^{2c}\frac{S_s}{P_r} \tag{27}$$

$$s.t\ \sum_{i=1}^{m}X_{ik}+S_{c+k}\le NM\times IC_k,\ \ \forall k \tag{28}$$

$$S_s\le P_r,\ \ s=1,\cdots,2c \tag{29}$$

이 경우의 제약식은 (12), (25)식이 포함된다.
· add-min연산자와 linear non-increasing 구성함수, 삼각구성함수

$$Min\ \sum_k\sum_i A_iR_{ik}+\sum_{k(i,j)\in sp}\sum I_jZ_{ijk}+\sum_{k(i,j)\in sp}\sum S_jO_{ijk}-\lambda P_0 \tag{30}$$

이 경우는 제약 (11), (12), (13), 그리고 (14)를 포함한다. 그리고 add-min 연산자와 삼각구성함수의 경우, 목적함수는 식 (30)과 동일하며 제약식은 식(11), (12), (14), 그리고 (15)가 추가된다. max-min연산자는 변환된 문제의 해가 유일하지 않을 경우 원 문제에 대한 유효해를 보장

할 수 없으므로 그 성격상 비 절충적이지만 사용이 간단하기 때문에 일반적으로 사용되며, min bounded sum 과 compensatory 연산자는 가중치를 둠으로써 min 연산과 max 연산을 결합한다는 통합규칙을 가진다. 그러나 이 연산자들은 통합된 결과가 극단값을 고려하지 못함으로써 효과적인 대안이 아니다. 그리고 적당한 γ값의 선택에 어려움이 따른다는 단점이 있다. 다음으로 $\widehat{\text{and}}$ 연산자는 min bounded sum 과 compensatory 연산자의 결함을 개선하기 위해 제시된 연산자이지만, 역시 적당한 γ값의 선택에 어려움이 따르며 add 연산자는 목적함수에 대한 모든 구성함수를 더하는 형태의 연산자이다. 그러나 통합된 결과의 범위는 1.0보다 클 수 있다는 단점을 가지고 있다. 따라서 모든 구성함수와 연산자들이 독특한 특징을 가지므로 적합한 구성함수와 연산자를 어떻게 선택하는가 하는 부분이 많은 연구의 중요한 점이 된다. 그리고 Tsai가 제시한 add-min 연산자는 퍼지목적 함수부분과 퍼지제약부분의 λ값이 서로 상충이 된다는 단점을 가지고 있다. 따라서 이상에서 제시된 각 연산자들의 단점들을 보완하기 위해 2단계 접근법이라고 하는 방법을 제시하겠다.

2.2 2단계 접근법에 의한 퍼지 혼합정수계획법

통상의 선형계획문제를 해결하기 위한 효과적인 퍼지접근들은 max-min 연산자에 기초를 두고 있지만 이것은 변환된 문제의 해가 유일하지 않으면 원 문제에 대하여 유효해를 보장할 수 없다. 선형계획문제들을 해결하는 전통적인 접근과 퍼지접근 사이에는 밀접한 관계가 존재하고 있다. 전통적인 접근에서 주요한 점은 거리 매개변수의 값을 어떻게 선택하느냐 하는 것이고 퍼지접근에서는 연산자를 어떻게 선택하느냐하는 것이다. 전통적인 접근들은 비효율성, 불균형, 또는 계산상의 어려움등을 포함하고 연산자를 사용하는 퍼지접근들 또한 동일한 문제들을 포함한다. 비록 많은 연산자들이 문헌에서 제시되었지만 그것들 모두는 연결을 위한 γ의 적당한 값의 선택을 요구한다. 이러한 일반적인 결점들이 현실적용을 제한하고 있다. 위의 결점들을 극복하기 위한 자연스러운 방법이 "2단계 접근법"이라는 방법이다. 이것은 "max-min" version의 확장으로 고찰될 수 있을 것이다. 이름에도 내포되어 있듯이 이 접근법의 해법과정은 2단계로 나누어 진다. 기본 개념은 다음과 같이 설명될 수 있다. 첫 번째 단계에서 논리 "and"와 상응하는 "max-min" 퍼지모형이 λ의 최적값과 가능해를 찾기 위하여 사용된다. 첫 번째 단계에서 가능해가 유일하면 가능해는 비 지배관점에서 이미 그 문제에 대하여 최적이다. 한 편 두 번째 단계에서 새로운 계획이 원 제약과 모든 퍼지목표에 대한 $\lambda_t \geq \lambda$에 의하여 제한되는 모든 구성들의 산술평균값을 최대화하기 위하여 정식화 되어질 것이다. 명백히 두 번째 단계는 "averaging"연산자의 완전한 절충 때문에 유효해를 산출한다. 그러나 이제 λ의 최적값 보다 크거나 같은 $\lambda_t(t=1,\cdots,l)$를 보장하기 위한 제약들의 집합이 존재하기 때문에, 어떤 특별한 것을 무시하지 않고 모든 목적들의 좋은 균형을 만들어 낸다. 따라서 2단계 접근법은 다음과 같이 정식화된다.

· 2단계 접근법의 정식화

$$Max \quad \frac{1}{2}(\lambda_1+\lambda_2) \tag{31}$$

$$s.t \ \sum_k\sum_l A_i R_{ik} + \sum_{k(i,j)\in sp}\sum I_j Z_{ijk} + \sum_{k(i,j)\in sp}\sum S_j O_{ijk} + \lambda_1 P_0 \leq Z_0 + P_0 \tag{32}$$

$$\sum_{k=1}^{c} X_{ik} + \lambda_2 P_r \leq NM + P_r, \ \forall k \tag{33}$$

$$\text{max}-\text{min의 } \lambda\text{값} \leq \lambda_1 \leq 1 \tag{34}$$

$$\text{max}-\text{min의 } \lambda\text{값} \leq \lambda_2 \leq 1 \tag{35}$$

이상의 식에 (2), (3), 그리고 (5)-(9)의 제약식을 포함한다.

3. 수치예

기존의 4가지 연산자를 이용한 것과 제시된 2단계 접근법을 비교, 평가하기위해 3개의 데이터 집합을 선정하였다.

Table. 1 Data Set Ⅰ

		Part											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A	C
machine	1	2.95		2.2							4.61	50784	2000
	2	2.76	5.18	1.89	3.89		5.14					67053	2000
	3	5.54	4.29									43944	2000
	4	2.91			1.97	2.59	4.01		2.7			67345	2000
	5				4.28		4.51					42414	2000
	6	1.92						2.23		5.52		75225	2000
	7					3.4		1.16	4.72		2.49	52741	2000
	8		5.32						3.75	3.85		63523	2000
	9							4.04			1.83	50632	2000
	S	4.20	4.30	3.50	4.40	5.00	3.90	4.40	4.60	5.00	5.00		
	D	32128	27598	20651	11340	18707	17040	46196	45384	16409	22000		
	I	3.70	2.80	2.80	3.30	2.80	3.50	2.80	2.60	3.40	3.20		

먼저 데이터집합 Ⅰ은 기계 9대와 부품 10개로 이루어진 모델이다. 이 데이터집합을 사용하여 앞에서 제시된 연산자를 적용하고 2단계 접근법을 사용하여 결과치를 비교하겠다. 그리고 동일한 방법으로 데이터집합 Ⅱ, Ⅲ을 사용하여 적용하겠다. 데이터집합 Ⅱ는 기계 9대와 부품 9개로 이루어져 있으며 데이터집합 Ⅲ도 역시 기계 9대와 부품 9개로 구성되어있다.

Table. 2 Data Set Ⅱ

		Part										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	C
machine	1	2.90	2.99			4.73					67136	2000
	2	2.32	2.88				3.15			4.67	62770	2000
	3			4.48				3.88	3.91		50612	2000
	4			4.35	4.29				3.26		57648	2000
	5	2.81			3.11	4.56			3.20		48474	2000
	6		3.95				2.58			3.24	61816	2000
	7			3.76				2.88	4.60		45601	2000
	8			3.90	2.69	3.93		3.42	4.79		55959	2000
	9		3.54				4.32			4.27	63365	2000
	S	4.1	4.2	4.2	3.9	4.5	4.0	4.0	4.2	4.6		
	D	23529	28099	34698	36862	29286	29650	27838	21868	18233		
	I	3.1	3.1	3.4	3.4	3.5	3.2	2.9	2.9	2.9		

Table. 3 Data Set Ⅲ

		Part										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	C
machine	1	3.82		3.67	2.61						66962	2000
	2		3.81			2.81			2.96		52124	2000
	3				3.87	3.3		2.88		2.68	46883	2000
	4	2.99	3.99				4.66	4.32		338	60549	2000
	5		2.91		3.15	3.17				3.94	64630	2000
	6				2.85			4.28	2.79		54057	2000
	7			4.43	4.03		3.62	4.44	3.74	4.23	62030	2000
	8		4.19			2.38					50263	2000
	9						3.89		4.53	4.22	64959	2000
	S	4.3	4.0	4.7	4.9	4.8	4.2	4.6	4.4	4.5		
	D	30558	36777	15822	23792	36473	31823	22449	34646	14182		
	I	3.0	3.1	3.0	3.0	2.8	2.7	3.4	3.1	3.3		

Table. 4 Computational Results for Fuzzy Models

operator	membership func.	NM	Pivots	# of EEs	cost of dealing with EE	NM	Pivots	# of EEs	cost of dealing with EE	NM	Pivots	# of EEs	cost of dealing with EE
max-min	linear	(4,5)	8652840	6	371,297	(4,5)	431313	3	228,108	(4,5)	6863202	10	425,348
	triangular	(4,5)	6548046	6	371,297	(4,5)	313812	3	228,108	(4,5)	4865326	10	425,348
$\widetilde{\text{and}}$	linear	(4,5)	2825289	6	301,695	(4,5)	231644	3	177,698	(4,5)	1289627	10	425,348
	triangular	(4,5)	416468	6	301,695	(4,5)	128574	3	177,698	(4,5)	1120125	10	425,348
add	linear	(4,5)	239216	6	301,695	(4,5)	239216	3	177,698	(4,5)	2323514	10	425,348
	triangular	(4,5)	253607	6	301,695	(4,5)	253607	3	177,698	(4,5)	1865934	10	425,348
add-min	linear	(4,5)	208898	6	301,695	(5,4)	6957	3	177,698	(4,5)	441658	10	425,348
	triangular	(4,5)	128741	6	301,695	(5,4)	5954	3	177,698	(4,5)	326512	10	425,348
traditional		(4,3,2)	327486	9	441,233	(2,4,3)	26539	3	282,813	(4,3,2)	246661	10	520,687
two-phase	linear	(4,5)	2871528	8	297,127	(5,4)	11553	3	177,698	(4,5)	193927	7	300,908
	triangular	(4,5)	2125832	8	297,127	(5,4)	10578	3	177,698	(4,5)	134585	7	300,908

†NM : Number of machine types in each cells. For instance, (4,3,2) means assigning four machines to cell 1, three machines to cell 2, and two machines to cell 3.

Table 4는 각 데이터 집합에 대한 퍼지모델들의 결과치이다. Table 4에서 알 수 있듯이 2단계 접근법을 적용한 결과치가 다른 연산자들보다 우수한 해를 산출하였음을 알 수 있다. 그리고 삼각구성함수의 수행도가 linear non-increasing 구성함수보다 좋으므로 삼각구성함수가 더 유연하거나 기계수의 퍼지제약을 표현하기 위하여 보다 더 적절하다. 결과적으로 많은 문헌에서 max-min 연산자가 많이 사용되었다 하더라도 그것은 받아들일 수 없다. 가장 긴 계산시간이 요구되고 EEs의 수에서는 조금 차이가 있지만 셀 형성 비용의 최소화라는 면에서 보면 다른 모든 연산자보다 나쁘다는 것을 알 수 있다. 이는 제시된 2단계 접근법이 훨씬 더 효율적이다라는 것을 증명한다. 그러므로 EEs를 다루면서 동시에 셀을 형성하는 문제에 대해서는 2단계 접근법을 사용하는 것이 좋다.

그리고 계산결과들의 민감도를 입증하기 위하여 아래와 같은 민감도 분석을 수행하였다. 제안된 방법은 계산수행에서 P_0값에 영향을 받기 때문에 P_0값을 $1/2P_0$, $1/3P_0$, $3/2P_0$으로 분류하여 각 데이터집합에 대해 적용하였다. 비록 P_0값이 분류되었지만 서로 다른 데이터집합으로부터 군집결과들은 같음을 알 수 있다.

Table. 5 Impact of Different P_0 Values on the Performance of the Proposed method

P_0 value	Data Set I (P_0=166,000)				Data Set II (P_0=187,585)				Data Set III (P_0=292,625)			
	NM	Pivots	# of EEs	cost of dealing with EE	NM	Pivots	# of EEs	cost of dealing with EE	NM	Pivots	# of EEs	cost of dealing with EE
$1/3P_0$	(4,5)	1485671	8	297,127	(4,5)	11208	3	177,698	(4,5)	139960	7	300,908
$1/2P_0$	(4,5)	1688845	8	297,127	(4,5)	7339	3	177,698	(4,5)	444677	7	300,908
P_0	(4,5)	2871528	8	297,127	(4,5)	45971	3	177,698	(4,5)	193927	7	300,908
$2/3P_0$	(4,5)	2113582	8	297,127	(4,5)	37935	3	177,698	(4,5)	727532	7	300,908
$0P_0$	(4,3,2)	327486	9	441,233	(2,4,3)	26539	3	282,813	(4,3,2)	246661	10	520,687

4. 결론

본 논문에서는 EEs의 처리와 셀형성비용의 최소화를 동시에 처리하고, 최대기계수와 총비용에 관한 데이터를 퍼지화한 퍼지혼합정수계획모델을 제시하였다. 제안된 2단계 접근법(two-phase approach)을 셀형성 문제에 적용함에 있어 항상 사용된 척도에 관계없이 다른 연산자들보다 좋은 결과치를 가져왔다. 그러므로 퍼지환경하에서의 셀형성을 다루는 문제에 대해 보다 더 효율적이므로 널리 이용될 수 있다. 비록 본 연구의 퍼지선형계획이 지정된 문제를 해결하기 위하여 성공적으로 적용될 수 있다는 사실이 증명되더라도 몇가지 점에서 앞으로 연구가 필요하다.

예를들면 본 연구에서 고려된 퍼지화가 퍼지제약들에 한정된다는 점이다. 가공시간, 셀간 이동비용, 그리고 하청비용과 같은 몇가지 다른 파라메터들이 앞으로 퍼지화될 수 있다. 또한 기계효용과 총 유사계수와 같은 목적들이 퍼지등식으로 고려될 수 있고 또한 문제는 다목적 퍼지 선형목적함수가 될 수 있다는 점이다. 그리고 본 연구에서 조사된 문제들이 선형모형으로 정식화 되었지만 기본 개념과 해법 알고리즘은 비선형문제에서도 적당하다. 비선형 문제를 해결하는데는 계산상의 어려움이 따르지만 퍼지비선형계획문제에의 접근 또한 필요하다.

참고문헌

1. Tsai, Chang-Chun, "Manufacturing cell formation in a fuzzy enviroment" Ph.D., The Iowa State University, 1995.
2. Shafer, S. M., Kern, G. M., and Wei, J. C., "A Mathematical programming approach for dealing with exceptional elements in cellular manufacturing", IJPR, 30, 1029-1036, 1992.
3. Chao-Hisen Chu and Jack C. Hayya., "A fuzzy clustering approach to manufacturing cell formation", IJPR, 29, 1475-1487, 1991.
4. Glutom. Parapat, "Fuzzy set applied to the design of cell formation in cellular manufacturing systems", Ph.D., The Kansas State University, 1996.
5. Shafer, S. M., and Rogers, D. F. "Similarity and distance measures for cellular

manufacturing", IJPR, 31, 1133-1142, 1993.

6. Chao-Hsien Chu, "Manufacturing cell formation", http://www.public.iastate.edu/~chu_c.

7. Srinivasan, T. T., Narendran, and Mahadevan, B., "An assignment model for the part-families problem in group technology" IJPR, 28, 145-152, 1990.

8. Suresh Kumar C. and Chandrasekharan M. P., "Grouping efficacy : a quantitative criterion for goodness of block diagonal forms of binary matrices in group technology", IJPR, 28, 233-243, 1990.

9. Charles T. Mosier., "An experiment investigation the application of clustering procedures and similarity coefficients to the GT machine cell formation problem", IJPR, 27, 1811-1835.

10. R. J. Li,, "Multiple objective decision making in a fuzzy environment", Ph.D., The Kansas State University, 1990.

11. Vakharia A. J. and Chang Y. L., "Cell formation in group technology : combinatorial search approach", IJPR, 35, 2025-2043, 1997.

12. Akturk M. S. and Balkose H. O., "Part-machine grouping using a multi-objective cluster analysis", IJPR, 34, 2299-2315, 1996.

13. Hamid Seifoddin and Philip M. Wolfe., "Application of the similarity coefficient method on group technology", IIE Transactions, September, 271-277, 1986.

14. Werners, B. M., "An interactive fuzzy programming system", Fuzzy Sets and Systems, 23. 131-147. 1987.