대한수학교육학회지<학교수학> 제1권 제2호
Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics, Vol.1, No.2, 723~745 September 1999

기획 최근이슈

수학과 수행평가 프로젝트법의 의의와 실제

박 경 미 (충북대학교)
임 재 훈 (전남대학교)

Ⅰ. 들어가는 말

수행평가는 현실 적용 가능성에 대한 면밀한 검토와 반추 없이 성급하게 학교 현장에 도입된 제도로 많은 비판을 받고 있다. 본 고에서는 수행평가 실시의 정당성이나 수행평가 실시를 둘러싼 현실적인 난점은 일단 논외로 하고, 수행평가 유형 중의 하나인 프로젝트법에 초점을 맞추어 좀 더 자세히 고찰해 보고자 한다. 이제까지 수행평가에 대한 논의는 대체로 일반 교육학적인 이론적 탐색이나 수행평가의 다양한 방법을 개괄적으로 소개하는 것이 주를 이루어 왔으나, 이제는 한 걸음 나아가 각각의 수행평가 방법에 대한 각 교과별 논의가 구체화되어 갈 시점이 되었다.

수행평가의 방법으로는 서술형 검사법, 논술형 검사법, 프로젝트법, 관찰법, 포트폴리오법, 연구보고서법, 면접법, 실기시험법, 실험실습법, 자기평가 및 동료평가 보고서법, 찬반토론법, 구술시험법이 있다. 이 중 수학과에 적용 가능한 것으로 서술형 검사법, 프로젝트법, 토론법, 관찰법 등이 거론되고 있다. 서술형 검사법은 기존의 주관식 문항과 유사하다. 기존의 주관식 문항을 고등 사고 기능을 강조하는 방향으로 수정하고 실생활 맥락을 첨가시키면서 채점 기준을 명료화하면, 수행평가에서 말하는 서술형 문항이라고 할 수 있다. 토론법과 관찰법은 교사의 주당 수업 시수 과다와 교사 1인당 학생수, 평가의 객관성 논란 등을 감안할 때 당장 현실에 적용하기 쉽지 않은 방법이다. 이에 비해 프로젝트법은 기존의 평가 방법과 차별화되는 참신성을 지니고 있으면서도 수학과의 특성을 살려 바로 현실에 적용할 수 있는 수행평가 유형이라고 할 수 있다.

본 고에서는 프로젝트법이 수학 교수·학습과 관련하여 지닌 의의를 고찰하고 프로젝트의 유형을 분류하고 그 실례를 제시하였다. 수학 교사들이 수학과에서 프로젝트법이 지닌

의의를 인식하고, 그에 맞게 실제로 다양한 유형의 프로젝트를 만들어 사용하는데 도움이 되기를 기대한다.

Ⅱ. 프로젝트법의 기원

수행평가의 한 유형으로서의 프로젝트법은 프로젝트를 매개로 하여 이루어지는 평가 방법을 말하는 것이므로, 프로젝트라는 개념이 어떤 의미로 어디에서부터 사용되었는지 그 기원을 살펴보는 것이 필요할 것이다.

프로젝트(project)라는 단어의 사전적 의미는 '앞으로 던진다'라는 뜻에서 출발하여 '생각하다', '연구하다', '구상하다', '묘사하다' 등의 의미를 갖고 있다. 이러한 다양한 의미를 종합해 볼 때, 프로젝트는 머리 속에서 생각하고 있는 것을 구체화하고 실현하기 위하여 스스로 계획하고 수행하는 일련의 활동과 과정을 의미한다고 볼 수 있다.

교육과 관련하여 프로젝트라는 용어를 최초로 사용한 사람은 1900년 콜럼비아 대학교 기술과의 Richards 교수라고 한다. 그는 기술 훈련과 관련된 문제해결 활동에서 학생이 자발적으로 계획하고 작업할 경우 학습 의욕이 더 높아진다는 점에 착안하여, 학생 스스로 활동 계획을 세우고 단계별로 문제를 해결해 나가는 활동의 연습에 대하여 프로젝트라는 용어를 처음으로 사용하였다. 그후 프로젝트는 Kilpatrick(1918)에 의해 본격적으로 논의되고 구체화되었으며, 20세기 초 미국에서 유행했던 학습자 주도적 학습 방법의 하나로, 주입식 교육에 반대하는 교육 방법의 대명사로 인식되어 왔다.

우리 나라에서는 최근 들어 열린 교육이 확산되면서 프로젝트 수업이 하나의 대안적인 교수·학습 방법으로 인식되어 왔다. 이 때의 프로젝트 수업이나 프로젝트 학습은 활동 중심의 학습 프로그램과 유사한 의미로 사용되면서, 학습 활동의 융통성과 개방성을 강조하는 하나의 새로운 접근 방법으로 확산되어 왔다(박순경, 1999).

요약하면, 20세기 초의 Richards와 Kilpatrick에 의해 주창되고 발전되어 온 프로젝트법은 교수·학습 방법론의 측면에서는 열린 교육이나 학습자 주도적인 체험 학습의 한 방법으로 구체화되었으며, 이제 평가의 측면에서 수행평가 도구의 한 유형으로 자리잡아 가고 있다.

Ⅲ. 수학과 프로젝트법의 의의

일반적으로 수행평가 프로젝트법은 학생이 특정한 주제나 문제에 대해서 일정한 기간 동

안 나름대로 자료를 수집하고 분석, 종합, 해결하여 연구 보고서를 작성 제출하도록 하고 이 보고서를 매개로 학생의 탐구 과정을 평가하는 것으로 이루어진다. 탐구 주제나 문제를 학습자 스스로 자신의 능력이나 흥미에 맞는 것을 선택하거나 만들게 할 수도 있지만, 아직은 현실적으로 교사에 의해 주어지는 것이 일반적이다.

프로젝트법은 꼭 숙제의 형태로 행해질 필요는 없지만, 현재 숙제의 형태로 프로젝트를 부과하고 보고서를 평가하는 방법이 일반적이다. 그러나 프로젝트법은 기존의 숙제와는 달리 정형화되어 있지 않은 열린 반응을 요구한다. 기존의 숙제는 교과서에 나와 있는 연습문제를 풀어 오게 하는 것이 주류를 이루었기 때문에, 주제 설정 및 선택, 자료 수집, 결과 분석에 이르는 프로젝트 수행 과정을 주도적으로 행하는 데 필요한 수학적 탐구력, 비판적 사고력, 창의적 문제해결력, 의사결정력, 의사소통 능력 등의 고등 사고 기능이 종합적으로 요구되는 일은 거의 없다.

프로젝트에 포함될 수 있는 내용으로 실생활 문제 상황의 해결, 수학과 인접 교과의 내용 연계, 주어진 자료의 해석, 수학적 상황에 대한 찬반 토론, 수학적 모델링을 통한 문제의 해결, 주어진 수학적 주제의 탐구, 수학사에 나타난 아이디어의 적용, 게임의 수행이나 패러독스의 탐구, 신문 활용 교육의 이용 등을 생각할 수 있다. 프로젝트법은 수학과 교육과정과 교과서에 명시되어 있는 내용을 다룰 수도 있지만 그 범위를 넘어설 수도 있다. 현재 수학 교육과정과 교과서에 명시되어 있는 내용의 습득 정도는 굳이 프로젝트법을 쓸 것 없이 기존의 숙제 검사나 서술형 검사법으로 알아볼 수 있을 것이다. 이런 맥락에서 프로젝트법이 갖는 장점은 교육과정과 교과서에 명시되어 있지 않은 내용을 도입할 수 있는 수단이 된다는 점에 있다고 할 수 있다. 교육과정이나 교과서에 새로운 내용을 첨가하기 위해서는 보통 다단계의 복잡한 절차가 수반된다. 프로젝트법은 교육과정 개정이나 교과서 개편과 관련된 복잡하고 번거로운 논의 및 과정을 생략하면서 새로운 교육 내용을 다루는 자연스런 방편이 될 수 있다.

수행평가 프로젝트법이 교과서 외적인 내용을 학교 수학 교육에 도입하는 수단으로 사용될 수 있고 그 점에서 강점을 지니고 있다는 것은 프로젝트를 평가 수단으로 사용하는 것이 정당한가에 대한 논란을 불러 일으킨다. 수업 시간에 가르치고 배운 것을 평가하는 것이 정당하다는 관점에서 보면 교과서 외적인 내용을 소재로 삼은 프로젝트를 평가 수단으로 사용하는 것에는 문제가 있다.

그러나 이런 문제에도 불구하고 프로젝트법은 수학교육의 개선에 유용하게 사용될 수 있고 사용되어야 한다. 현재 수학교육의 문제 중의 하나는 수학을 알고리즘화해서 '박제화된 수학'을 가르치는 것이다. 수학을 둘러싼 다양하고 풍부한 맥락이 실종된 닫힌 수학을 그

자체로 가치롭다고 생각하고 가르쳐온 관행은 수학 교과가 중등학교 학생들에게 혐오 과목으로 인식되는 현상과 무관하지 않다.

대부분의 수학이 자연 세계와 인간 세계의 여러 현상과 문제를 해명하고 해결하는 과정에서 생겨났지만, 수학이 발달함에 따라 수학은 그 내적 추진력에 의해 발전해 가게 되며 그 결과 수학과 수학을 둘러싼 외부 세계와의 관련성은 점차 약해져 간다. 소수의 수학자들은 이러한 수학 그 자체 속에서도 의미를 찾을 수 있을지 모르나 보통의 학생들은 이런 수학에서 의미를 찾기 어렵다. 중고등학교 수학교육은 수학자를 양성하려는 전문 교육이 아니라 대중을 대상으로 한 교양 교육이다. 초등학교에서 배운 알고리즘화된 수학은 일상 생활에 유용하게 사용되는 경우가 많지만 중고등학교에서 배운 알고리즘화된 수학은 일상 생활이나 직업 세계에서 사용할 일도 그리 많지 않다. 이렇게 화석화된 사실과 알고리즘으로 수학을 가르친 교육의 결과는 무엇인가? 매년 많은 학생들이 수학은 인간 및 세계와 관련 없는 것이라는 생각을 가지고 수학 교실을 떠나게 되고, 머지 않아 중고등학교에서 배운 대부분의 수학을 잊어버린다. 수학을 가르치면 가르칠수록 수학의 가치를 인정하고 지원하는 수학의 팬들이 많아지는 것이 아니라 수학의 유용성과 가치에 대해 무지하고 수학을 싫어하는 수학의 반대자들이 많아지는 것이다.

이와 같이 닫힌 수학을 알고리즘화해서 가르치는 수학교육을 개선하는 수단으로 수행평가 프로젝트법이 유용하게 사용될 수 있으며, 프로젝트법을 잘 사용하면 수학을 둘러싼 풍부한 맥락, 수학이 지닌 아름다움과 유용성, 수학이 인간 및 세계와 지닌 관련성을 학생들이 인식하게 해줄 수 있다(임재훈, 1999).

Ⅳ. 수학과 프로젝트법의 유형 및 예시

본 고에서는 프로젝트법의 유형을 다음과 같이 분류하고 각각 그 예시를 제시하였다.

1. 실생활 문제해결형
2. 타교과 연계형
3. 수학사 활용형
4. 신문 활용 교육형
5. 패러독스형
6. 찬반 토론형
7. 자료 해석형
8. 수학적 모델링형
9. 주제 탐구형
10. 게임형

이러한 분류는 하나의 준거에 의해 이루어진 것은 아니다. 예컨대 실생활 문제해결형, 타교과 연계형, 수학사 활용형, 신문 활용 교육형, 패러독스형은 프로젝트의 소재나 주어진 문

제 상황의 종류와 주로 관련되는 반면, 찬반 토론형, 자료 해석형, 수학적 모델링형, 주제 탐구형, 게임형 등은 프로젝트를 해결하는 방법적인 측면과 주로 관련되어 있다. 또 각각의 유형은 서로 겹치는 부분이 있을 수 있다. 예를 들어 주제 탐구형에서 제시된 주제가 수학사를 활용해야 하는 것일 수 있으며, 신문 활용 교육형의 내용이 실생활 문제를 해결하는 것인 경우도 있을 수 있다. 그럼에도 불구하고, 각각의 유형은 적어도 개념상 서로 구분될 수 있는 고유한 측면을 지니고 있다.

1. 실생활 문제해결형

실생활 문제해결형은 용어 그대로 실생활에서 일상적으로 접하게 되는 상황을 수학적 개념과 방법을 이용하여 해결하는 프로젝트를 말한다. 실생활 관련 문제는 기존의 수학 교과서의 '문장제'와 유사한 것이라고 할 수 있다. 수학 교과서에 나오는 문장제는 단시간에 학생이 해결할 수 있어야 한다는 제약 조건 때문인지 계산의 복잡도가 높지 않도록 인위적인 수치 조작을 하는 경우가 많다. 또 문장제를 해결하는 데 요구되는 수학적 알고리즘이나 해결 전략과 방법이 해당 단원의 내용에 국한되는 경우가 많다.

프로젝트법의 일종으로서 실생활 문제해결형은 수학 교과서에 제시된 문장제보다 풍부한 맥락 속에 문제 상황이 설정되고 해결에 수반되는 사고 과정도 복합적인 경우를 말한다. 실생활 문제해결형의 프로젝트는 개인적인 차원에서 수행할 수도 있지만 여러 명이 소집단을 이루어 협동학습을 통해 수행할 수 있으며, 하루 이틀의 단기간이 아니라 1주일 이상의 장시간을 요할 수도 있다. 또 계산의 복잡성을 고려하여 계산기나 컴퓨터 등의 공학 도구를 이용할 수 있기 때문에 교과서 문장제가 갖는 여러 제한에서 어느 정도 자유로울 수 있다.

실생활 문제해결형의 예로는 주차시킬 수 있는 자동차의 대수를 극대화하면서 운전자의 편의를 함께 고려하는 방안을 모색하는 프로젝트를 생각해 볼 수 있다(박경미, 1998, 274-278). 운전자가 주차하기 편리하게 하면서 가능한 한 많은 차가 주차할 수 있도록 주차선을 긋기 위해서는 평행 주차와 경사진 주차의 두 가지 방안을 고려해 보고, 이를 바탕으로 수학적인 해와 일상 생활에서의 편의성을 복합적으로 고려하여 의사 결정을 해야 한다. 이와 같은 주차 프로젝트의 수행을 위해서는 계산기의 이용이 필수적이며, 중학교 수학 교과서 부록에 제시되어 있는 삼각함수표를 이용하는 것도 필요하다.

다음은 일차부등식과 그 그래프 (또는 선형계획법)를 이용해야 하는 실생활 문제해결형 프로젝트의 예로, 수치의 복잡성 때문에 적절한 근사값을 사용하거나 계산기를 사용하는 것이 요구된다.

실생활 문제해결형 프로젝트의 예[1)]

※ 간호사 선미와 의사 복주는 공동 출자하여 병원을 개원했다. 어느 날 복주는 선미에게 한 환자에게 매일 다음과 같은 양의 비타민을 투여해 줄 것을 부탁하였다.

비타민	그 환자가 매일 섭취해야 하는 양
A	17 단위
B1	5 단위
D	21 단위

병원에서 사용하고 있는 비타민제는 '비타맨(Vitaman)'과 '비타큐(Vita-Q)' 두 종류가 있었다. 라벨을 보니 성분 표시가 다음과 같이 되어 있었다.

Vitaman	
1정당 성분 함유량	
비타민 A	8.01 단위
비타민 B1	1.03 단위
비타민 B2	6.41 단위
비타민 C	4.74 단위
비타민 D	1.98 단위

Vita-Q	
1정당 성분 함유량	
비타민 A	2.14 단위
비타민 B1	1.12 단위
비타민 B2	11.84 단위
비타민 C	10.69 단위
비타민 D	7.05 단위

비타맨은 1정당 500원이고 비타큐는 1000원이었다. IMF 사태로 경제적으로 매우 어려운 시기였으므로, 선미는 어떻게 약을 투여하면 돈을 조금이라도 적게 들이면서 환자가 매일 필요한 양의 비타민을 섭취하도록 할 수 있을까 생각했다. 자, 약을 어떻게 투여하면 좋을까?

---

1) 지면 관계상 프로젝트 예에 대한 답안 예시와 채점기준표는 생략한다. 수행평가 프로젝트법의 모범 답안 및 채점 기준표 작성법에 관련해서는 다음의 문헌에 나와 있는 구체적인 예시가 도움이 될 것이다: 박경미(1998), 수학과 수행평가, 백순근(편). 수행평가의 이론과 실제. 237-295., 한국교육과정평가원(1998), 국가교육과정에 근거한 평가기준 및 도구 개발 연구 -고등학교 공통수학-., 한국교육과정평가원(1999), 고등학교 수학과 수행평가의 이론과 실제.
채점기준과 관련하여 한 가지 부언하면, 동일한 프로젝트에 대한 채점기준이 교사에 따라 달라질 수 있다. 예를 들어 수행의 어느 측면을 더 중요하게 보는가에 따라 배점이 달라질 수 있다. 어느 측면이 더 중요하다고 보는가는 교사의 전문적인 판단에 의존한다. 프로젝트법을 포함한 수행평가는 교사의 전문성이 전제된 채점의 주관성을 어느 정도 인정한다.

2. 타교과 연계형

수학은 자연과학, 인문사회과학 등 제학문의 발달에 큰 공헌을 해왔으며, 인접 학문 분야에서 수학적 원리의 예를 찾는 것은 그리 어려운 일이 아니다. 타교과 연계형 프로젝트는 수학이 물리, 경제, 예술 등 여러 학문 분야의 발달과 어떠한 관련이 있는지, 또 여러 인접 학문에 스며 있는 수학적 원리에는 어떠한 것이 있는지 탐색해 보는 프로젝트를 말한다.[2)]

다음은 수학과 음악의 관련성에 대한 프로젝트로, 음계 설정에 나타난 수학적 원리를 탐구해보고, 바하의 음악과 12차 방정식, 바르톡의 음악과 황금비, 기보법과 좌표기하학, 컴퓨터 음악과 미적분학, 힐베르트와 쉰베르크 등 음악사에 나타난 수학적 원리의 예를 찾아보도록 되어 있다.

타교과 연계형 프로젝트의 예

※ 우리가 흔히 사용하는 음계는 상당히 체계적인 수학적 방법에 의해 설정되었다. 음악은 소리가 이루어내는 질서라고 할 수 있는데, 이는 수를 통해 체계화될 수 있다. 음악이 추구하는 조화 속에는 수학적인 법칙이 내재한다.

하프의 줄을 처음 튕겼을 때의 소리와 그 줄을 $\frac{2}{3}$배로 줄이고 튕겼을 때의 소리를 비교해 보면 후자의 경우 전자보다 4음 높은 소리가 난다. 예를 들어, 처음에 '도'의 소리를 냈다고 한다면 $\frac{2}{3}$배로 현의 길이를 줄였을 때는 '도'보다 4음 높은 '솔'의 소리가 난다. 거꾸로 현의 길이를 $\frac{3}{2}$배 늘이면 4음 낮은 음을 얻을 수 있다. 현의 길이를 $\frac{1}{2}$배로 줄이면 '도'보다 7음 높은, 즉 한 옥타브 위인 '도'의 소리가 난다. 거꾸로 현의 길이를 2배로

2) 수학과 다른 학문을 관련시키는 프로젝트를 구성할 경우 타학문의 본질을 흐리지 않는 범위에서 다루어야 한다는 것이 난점으로 등장하기도 한다. 학문으로서의 수학을 교육 내용으로 번역하는 과정에서 지식이 파손되고 변형될 가능성은 언제나 존재하지만 다른 학문과 관련시키는 프로젝트의 경우 이 문제가 더 심할 수 있다. 위에 예시한 수학과 음악의 관련성에 대한 프로젝트에서도 음계 설정에 대한 음악 고유의 논의를 엄밀한 수준에서 반영하기는 어렵다. 음계의 설정이 상당 부분 수학적으로 이루어지기는 했으나 일정 수준을 벗어나면 수학만으로 해명되기 어려운 부분이 생기고, 음악 이론에 충실하다 보면 수학적으로 다루기 힘든 상황에 직면하게 된다. 논의의 전개를 편리하게 하기 위하여 순수한 학문의 관점에서 볼 때 옳지 않은 가정을 하는 경우도 있는데, 수학과 음악을 관련시키는 프로젝트에서 반음 사이를 1음 차이로 가정한 것이 그 예라고 할 수 있다.

늘이면 7음 즉 한 옥타브 낮은 음을 얻게 된다.

음은 줄을 당겼을 때 생기는 공기의 진동수에 의해서 결정되며, 줄이 짧아지면 그만큼 진동수가 많아지고 음이 높아진다. 하프의 줄의 길이가 1, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$배로 짧아지면 음의 진동수는 그 역수인 1, $\frac{3}{2}$, 2배로 늘어나게 된다.

1 위의 방법을 이용하여 음계를 설정해 보아라.

2 음계의 설정 이외에 음악사와 음악에 나타난 수학적 원리의 예를 찾아보아라.

3. 수학사 활용형

수학사는 프로젝트법에서 활용할 수 있는 다양한 소재의 원천이다. 수학사에서 찾아볼 수 있는 수학적 사고의 발생과 발전 과정은 학생 개개인의 수학적 사고를 성장시키는 데 유용하게 사용될 수 있다. 또 수학사 활용형 프로젝트는 실제로 일어났던 역사적 사실을 바탕으로 하므로, 학생들에게 수학이 생동감있게 발전해 가는 살아있는 학문임을 인식시키는 데 도움이 된다.

수학사 활용형 프로젝트의 예

1 오늘날 집합 A에서 집합 B로의 함수는 집합 A의 각 원소에 대하여 집합 Y의 원소가 오직 하나씩만 대응하는 대응을 뜻한다. 그러나 이러한 함수 개념이 역사적으로 처음부터 사용되었던 것은 아니다.

1) 수학사를 조사하여 함수 개념이 역사적으로 어떤 과정을 거쳐 현재와 같은 개념에 도달하게 되었는지 알아 보라. 어떤 개념이 변화될 때에는 그러한 변화를 있게 만든 이유나 필요가 반드시 있기 마련이다. 함수 개념의 변화 과정을 단순히 조사하는 데서 그치지 말고 어떤 이유로 그러한 개념의 변화가 일어나게 되었는지를 알아 보라.

2) 현재의 함수 개념이 과거의 함수 개념에 비해 지닌 장점은 무엇인지 생각해 보라.

2 수학사를 살펴볼 때, 사람들이 도박에서 이길 확률을 알고 싶어하는 현실적 필요는 확률론의 발달에 큰 기여를 해왔다. 다음은 18세기의 도박사 드 메레가 파스칼에게 의뢰한 문제로, 확률론이 발전하게 된 계기를 제공한 문제이며, 흔히 '점수 문제(problem of points)'라고 불린다. 이 점수 문제에 대하여 파스칼과 페르마가 서신을 주고 받으며 수학적 아이디어를 교환하였다고 한다.

A, B 두 사람의 도박꾼이 득점할 확률은 똑같으며, A, B 두 사람이 3점 승부로 내기를

하였다. A, B 두 사람은 각각 32피스톨씩 돈을 걸었으며 이기게 되면 64피스톨을 갖게 된다. A는 2점, B는 1점 득점하고 게임을 중단하였을 경우, A와 B가 차지해야 할 몫은?

파스칼(I) 드 메레의 의뢰를 받은 파스칼은 다음과 같이 해결하였다.

A가 이기면, A : B = 3 : 1 이므로 A는 64 피스톨을 갖게 된다.

B가 이기면, A : B = 2 : 2 이므로 A와 B는 각각 32 피스톨씩 갖게 된다.

A는 32피스톨을 이미 확보해 놓았고, 그 다음 32 피스톨에 대한 확률은 $\frac{1}{2}$ 이므로 A는 $32+\frac{1}{2}\times 32=48$ 피스톨, B는 16 피스톨을 가지면 된다.

페르마 파스칼은 페르마에게 자신의 해결 방법을 보냈으며, 페르마는 다음의 방법으로 문제를 해결하였다.

A는 2점, B는 1점을 득점한 경우 앞으로 많아야 2번의 승부로 내기가 끝나며, 가능한 경우는 다음과 같다.

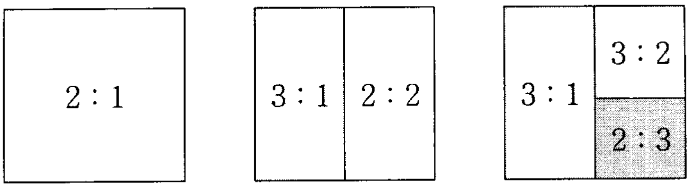
	A A B B
	A B A B
승자	A A A B

A가 이길 확률은 $\frac{3}{4}$ 이고, B가 이길 확률은 $\frac{1}{4}$ 이므로, A는 $64\times\frac{3}{4}=48$ 피스톨, B는 16 피스톨을 가지면 된다.

파스칼(II) 위와 같은 페르마의 방법에 착안하여 파스칼은 이항정리와 관련 있는 다음의 해법을 제시하였다.

A는 2점, B는 1점 득점한 경우 앞으로 많아야 2번의 승부로 내기가 끝난다. $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$의 첫째 항 A^2과 둘째 항 2AB는 A의 승리가 되며, 마지막 항 B^2은 B의 승리가 된다. 따라서 전체 계수와의 비 $\frac{3}{4}$ 이 A의 승리이며, 나머지 $\frac{1}{4}$ 이 B의 승리가 된다.

기하적 확률 이 문제는 다음과 같은 기하적 확률의 접근 방법 의해서도 해결이 가능하다. A와 B가 이길 확률이 동일하므로, 승부가 가려질 때까지 사각형을 이등분하는 과정을 반복하면 된다.



□ A가 이긴 것을 나타내는 영역, ▒ B가 이긴 것을 나타내는 영역

□ 가 전체에서 차지하는 비율은 $\frac{3}{4}$ 이고, ▒ 가 차지하는 비율은 $\frac{1}{4}$ 이므로, A와 B가 이길 확률은 각각 $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$ 이다.

위의 점수 문제와 모든 조건은 같다고 가정하자. A는 2점, B는 0점을 득점하고 게임을 중단하였을 경우 A와 B가 차지해야 할 몫을 구하여라.

1) 파스칼의 방법(I)
2) 페르마의 방법
3) 파스칼의 방법(II)
4) 기하적 확률의 방법

4. 신문 활용 교육형(Newpapers In Education)

신문 활용 교육은 신문의 기사를 수학 교수・학습에 활용하여 수학적 탐구 능력과 창의력의 신장을 도모하는 교육을 말한다. 신문 활용 교육은 인위적으로 조작된 수학 문제 상황이 아니라 생생한 신문 기사 내용에 대하여 수학적 개념과 원리를 적용하므로 수학의 유용성에 대한 인식을 새롭게 하는 기회를 제공한다. 그리고 신문에 제시된 지문, 그림, 도표, 그래프 등 다양한 정보를 해석하고 처리하는 능력을 신장시킬 수 있으므로 프로젝트법이 추구하는 바에 부합된다고 할 수 있다.

다음은 1998년 9월 8일 H일보에 실린 기사로, 이를 소재로 신문 활용 교육형 프로젝트를 구성할 수 있다. 개방도가 높은 프로젝트를 구성한다면, 다음의 신문 기사 내용을 이용하여 함수와 관련된 문제를 만들어 보라는 문제 만들기(problem posing)를 제안할 수 있다. 이와 같이 신문 기사에서 함수 관계를 파악하고 이를 기본으로 문제를 만드는 활동이 프로젝트의 의의에 더 부합되고 바람직하나, 주도적인 활동이 가능하지 않은 학생의 경우는 다음과 같이 미리 문제화해 제시할 수도 있다.

신문 활용 교육형 프로젝트의 예

고기 선착순 싼값

일찍 갈수록 고기를 싼값에 살 수 있다.

한신코아백화점 광명점은 9~14일 오전 11시부터 '선착순 정육 차등판매' 행사를 연다. 일찍 오는 고객에게 더 싼 가격으로 고기를 살 수 있는 혜택을 주는 자리다.

9일 **돼지불고기**(1㎏ 4천원)의 경우 첫번째 고객은 공짜다. 두번째 고객부터는 100원씩 추가돼 가격은 100원, 200원, 300원으로 점점 오른다. 1㎏씩 팔며 행사는 정상가인 4천원 이하로 살 수 있을 때까지 진행된다.

행사품목은 10일 삼겹살(정상가격 1㎏ 8900원, 처음 3천원부터 200원씩 추가), 11일 **돼지불고기**, 12일 국거리(정상가격 1㎏ 7500원, 처음 2천원부터 100원씩 추가), 13일 불고기(〃), 14일 **돼지불고기**. 이지은 기자

※ 위의 신문 기사를 읽고 물음에 대하여라.

[1] 9일, 10일, 12일 입장 순서와 지불 금액 사이의 대응 관계를 그림으로 나타내고, 함수인지 알아보아라.

[2] 9일, 10일, 12일 각각 x 번째로 입장하는 고객이 지불하는 돼지고기 1kg의 값을 y 원이라 놓고, x, y 사이의 관계식을 구하고 그래프를 그려 보아라.

5. 패러독스형

패러독스형은 수학의 개념에 얽힌 패러독스를 학생들에게 제공하고, 이를 나름대로 정리하는 과정을 통해 학생 자신이 가지고 있는 모호한 수학적 관념을 드러내 반성하고 세련된 수학적 개념을 명료히 받아들이는 데 도움이 되도록 하는 프로젝트를 말한다. 보통 학교 수학에서는 학생들이 암묵적으로 가지고 있는 원시 관념을 정식으로 드러내어 다루지 않고 덮어 놓은 채 바로 세련된 수학적인 개념을 가르치는 것이 일반적이다. 패러독스를 잘 활용하면 학생들이 가지고 있는 원시 관념을 드러내어 수정할 기회를 제공할 뿐 아니라 수학적 개념에 대한 반성적 사고를 촉진할 수 있다. 패러독스로 인해 학생들에게 '혼란'이 야기될 것이라는 우려의 소리도 있으나, 이러한 혼란은 교육적으로 가치있는 혼란이다.

예를 들어 미적분의 무한소 개념이나 확률과 관련된 패러독스는 수행평가 프로젝트법의 좋은 소재가 된다. 확률의 경우를 예로 들어 보겠다. 익숙한 소재인 동전 던지기에 관한 다음의 문제 상황을 생각해 보자. 동전 하나를 던져 다섯 번 연속 앞면을 얻었을 때, 여섯 번째에는 어떤 면이 나올 확률이 더 높은가? 동전 던지기가 독립시행이라는 관점에서 본다면, 이전의 결과와 무관하게 앞면과 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 로 동일하다. 그러나 경험적 확률이

수학적 확률에 수렴한다는 측면에서 보면, 전체적으로 앞면과 뒷면의 확률이 $\frac{1}{2}$이 되어야 하고 앞에서 앞면이 많이 나왔으므로 이후에는 뒷면이 많이 나와야 한다. 그러므로 뒷면이 나올 확률이 높다. 한편 추정 검정의 아이디어를 사용하면, 적당한 유의수준에서 앞면과 뒷면이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$로 같다는 가설은 기각될 것이고 결과적으로 해당 동전은 앞면이 나올 확률이 높은 동전이라고 판단될 것이므로 여섯 번째에도 앞면이 나올 확률이 높다는 결론을 내리게 된다. 이렇게 일견 패러독스로 보이는 문제를 해명하는 과정을 통해 학생들은 독립시행, 수학적 확률과 경험적 확률의 관계, 추정 검정의 아이디어를 좀 더 명확히 자신의 것으로 내면화할 수 있는 기회를 갖게 된다.

이 외에 무한 개념과 관련된 패러독스도 유용하게 사용할 수 있다. 다음은 고등학생을 대상으로 하여 무한 개념을 소재로 구성한 패러독스형 프로젝트 예이다.

패러독스형 프로젝트의 예

※ 이제까지 우리는 수열의 극한과 무한급수를 공부하였다. 이와 같이 수학은 무한의 세계를 탐구하는 학문이기도 하다. 아래에는 무한과 관련된 몇 가지 모순되어 보이는 주장이 나와 있다. 이 주장들이 어디가 잘못된 것인지 수학적으로 설명해 보자.

$\boxed{1}$ $S=1-1+1-1+1-1+\cdots$ 의 값을 구해 보자.

$S=(1-1)+(1-1)+\cdots$ 와 같이 더하면 $S=0$이다.…①

또 $S=1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots$와 같이 더하면 $S=1$이다.…②

또 ①, ②로부터 $2S=1$이므로 $S=\frac{1}{2}$이다.

이와 같이 S의 값은 여러 가지이다.

$\boxed{2}$ $L=1+2+22+23+\cdots$이라 하자.

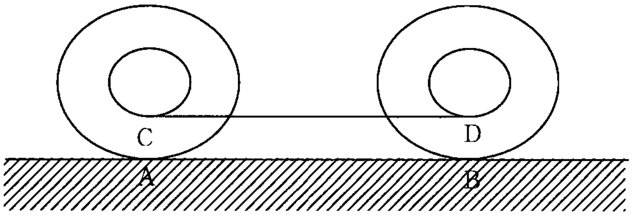
$1+2+22+23+\cdots=1+2(1+2+22+23+\cdots)$이므로

$L=1+2L$ 이다.

그러므로 $L=1$이다.

$\boxed{3}$ 아래 그림과 같이 중심이 같은 두 원이 있다. 큰 원이 직선 AB를 따라 A에서 B까지 굴러 1회전했다고 가정했을 때, 선분 AB는 큰 원의 둘레의 길이와 같다. 이때 큰 원에 고정되어 있는 작은 원도 1회전한다. 따라서, 선분 CD는 작은 원의 둘레의 길이와 같다. 그러

므로 두 원의 둘레의 길이는 같다.



4 0.9999999999… 는 1로 무한히 가까이 가지만 1에 도달하지는 못하므로 1보다 작다.

6. 찬반 토론형

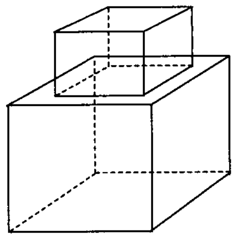
찬반 토론형 프로젝트는 인지적 갈등을 일으키는 수학적 상황을 제시하고 이에 대하여 학생 나름대로 가치 판단을 하고 견해를 정리해 보도록 하는 프로젝트를 말한다. 찬반 토론형 프로젝트는 프로젝트 수행 결과를 수업 시간에 발표하게 하여 토론법 수행평가로 쉽게 연결시킬 수 있다. 학생들로 하여금 토론을 하게 하고 교사가 이를 관찰하는 것으로부터, 학생들이 보이는 반응을 점수화하는 것은 쉽지 않다. 그러나 굳이 점수화하지 않고 학생들이 보이는 반응을 체크리스트에 표시하거나 간단한 기록지를 작성하여 학생 평가의 자료로 이용하는 것으로 충분하다. 평가는 기본적으로 학생이 무엇을 알고 있고 모르고 있는지를 알려고 하는 것이지 점수 매기려는 것이 아니다.

찬반 토론형 프로젝트의 예로, 특정한 상황에서 평균, 중앙값, 최빈값 중 어느 것을 대표값으로 정하는 것이 합리적인지 판단하게 한 후 학생 자신의 의견을 논리적으로 제시하도록 하는 프로젝트를 들 수 있다(박경미, 1998, 285-287). 대표값에 평균 이외에도 최빈값, 중앙값이 있는 것은 특정한 상황에 더 적합한 대표값이 있을 수 있다는 것과 상황의 어느 측면에 주목하는가에 따라 각기 다른 대표값을 사용하는 것이 적절함을 시사한다. 대표값이 지닌 의미를 상황과 관련하여 이해하지 못하면서, 수치가 주어졌을 때 평균, 중앙값, 최빈값을 구할 수 있는 것으로 만족하고 끝내는 것은 닫힌 수학을 가르치고 배우는 것이라고 할 수 있다.

다음은 중학교 1학년에서 배우는 오일러의 다면체 정리를 소재로 하여 구성한 찬반 토론형 프로젝트의 예이다. 이러한 소재를 찬반 토론법 형태의 프로젝트로 잘 활용하면, Lakatos(1976)가 제시한 증명과 반박을 통한 수학적 지식의 성장 과정을 학생들에게 경험하게 할 수 있을 것이다.

찬반 토론형 프로젝트의 예

※ 다음 다면체[3]에 대하여 꼭지점의 개수를 v, 모서리의 개수를 e, 면의 개수를 f라 할 때, $v-e+f$의 값이 얼마가 되는지에 대하여 토론해 보자.



☞ 다음은 학생들간에 일어날 수 있는 가상적인 토론의 예이다. 실제 수업에서 학생들이 자발적으로 다음과 같은 의견을 제시하지 못하는 경우에는 교사가 대신 제시하여 주고, 이 중 어느 의견이 맞다고 생각하는지를 학생들에게 물어 찬반 토론을 유도할 수 있다.

학생1 : 위의 다면체에서 $v-e+f=2$야. 왜냐하면 위의 다면체를 부풀리면 구가 되기 때문이지. 구와 연결상태가 같은 다면체에서 $v-e+f=2$라는 것을 수업 시간에 배웠잖아.

학생2 : 부풀려서 정말 구를 만들 수 있을지 난 잘 모르겠어. 이렇게 생각하면 어떨까? 아래 큰 정육면체에서 $v-e+f=2$이고, 위의 정육면체도 $v-e+f=2$이고, 그런 정육면체가 두 개 있는 것이니까 $v-e+f$는 4이다. 꼭지점과 모서리와 면의 수를 세어 보면, 꼭지점은 16개, 모서리는 24개, 면은 12개니까 이렇게 해도 역시 $v-e+f=4$가 되지 않아?

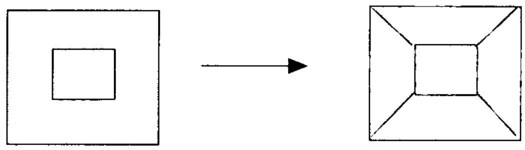
학생3 : 아니야. 위의 작은 정육면체와 아래의 큰 정육면체가 맞닿는 면은 겹치니까 면의 수를 하나 빼야 해. 결국 면이 11개니까 $v-e+f=3$이야.

학생4 : 두 면이 만나서 생기는 반지 모양(아래 그림에서 색칠한 부분)은 면처럼 보이지만 진짜 면이 아니라 가짜 면이야. 왜냐하면 오른쪽처럼 모서리를 네 개 그으면 면이 네 개로 나누어지는데, 이때 모서리가 네 개 늘어나고 면도 네 개

---

3) 현행 중학교 교과서 중에는 이 예에서 제시된 큰 정육면체 위에 작은 정육면체가 얹혀 있는 복합 정육면체의 오일러 표수를 구하는 문제를 연습 문제로 제시하고 있는 것이 있다. 교과서에 제시된 답은 꼭지점 16개, 모서리 24개, 면 10개, v-e+f=2이다. 면의 개수가 10인 것은 중학교에서 면을 단일폐곡선으로 둘러싸인 부분으로 정의하기 때문이다.

늘어났으니까 $v-e+f$값은 원래 다면체와 똑같지. 결국 처음 반지 모양에서 면은 0개로 세어야 해. 그러니까 위의 다면체에서 면은 11개나 12개가 아니라 10개야.



7. 자료 해석형

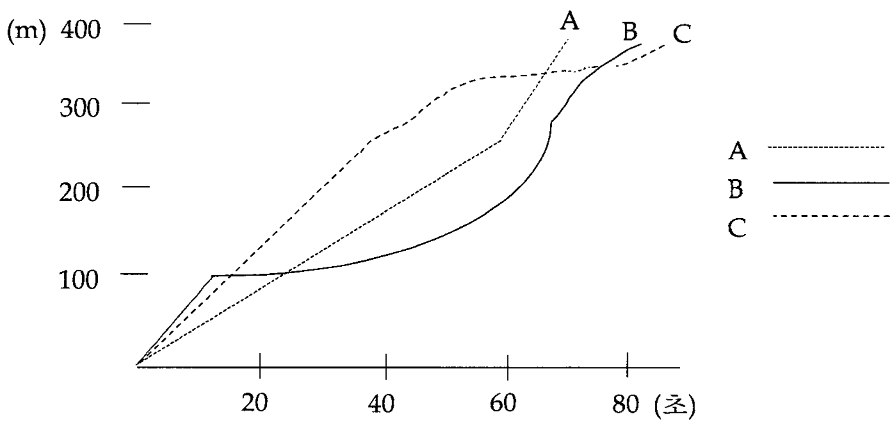
그래프나 통계 자료 등 주어진 수학적 자료를 의미 있게 해석하는 능력은 일상 생활을 영위하는 데 필요한 기본적인 능력이다. 제시된 자료를 수학적인 안목에서 해석하고 분석하여 적절한 판단을 내리는 자료 해석형 프로젝트도 프로젝트의 한 유형이 될 수 있다.

자료 해석형 프로젝트의 예

※ 다음은 400m 허들 경기에 출전한 세 선수에 대한 기록을 나타낸 그래프로, 시간에 따른 거리의 변화를 나타낸다.

1 허들 경기에 대한 스포츠 중계자가 되었다고 가정하고 다음 그래프의 상황을 중계해 보아라.

2 이 경기에 대한 중계는 스포츠에 관심을 집중시켜 할 수도 있지만 속도, 가속도, 극값, 변곡점 등 그래프의 수학적인 특성을 중심으로 중계하는 것도 가능할 것이다. 실생활에서는 수학 중계자라는 것이 존재하지 않지만, 수학 중계자라는 역할을 가정하고 그 입장에서 경기를 중계해 보아라



☞ 다음은 위의 그래프를 근거로한 중계 예시이다.

1 스포츠 중계

"여기는 서울 잠실 경기장입니다. 400m 허들 경기에 출전한 세 선수가 모두 출발선에 서서 대기하고 있습니다. 긴장된 순간입니다. 네! 드디어 출발 신호가 울렸습니다. B선수 초반부터 무서운 속도로 달리고 있습니다. (B선수의 경우 약물 복용이 의심될 정도로 빠르게 달리고 있습니다. 아니면 B선수가 100미터 경기라고 착각한 것이 아닐까요?) 출발 5초 후인 현재, 세 선수의 순위는 B선수, C선수, A선수의 순서입니다. 글쎄요, B선수와 C선수는 400미터 허들 경기인데 너무 초반부터 전력 질주하는 것이 아닐까요? 아! 그런데 B선수, 출발 13초 후 안타깝게도 넘어졌습니다. 그 사이, C선수가 선두를 차지하고 있습니다. 예! 현재 30초, 35초, 40초, C선수와 A선수의 차이는 조금씩 더 벌어지고 있습니다. 그동안 넘어졌던 B선수가 일어나서 서서히 달리기 시작합니다.

현재 허들 경기는 중반을 넘어서고 있습니다. 50초, 60초, 현재 순위는 C선수, A선수, B선수입니다. 글쎄, 이 순위가 계속 유지될지 아니면 또 다른 변수가 발생할지 모르는 아주 긴장된 상황입니다. 60초를 넘어서면서 C선수의 속도가 현격히 떨어지고 있습니다. 그러는 사이 A선수가 스퍼트를 하여 순위가 뒤바뀌었습니다. 초반부터 서서히 달려오던 A선수가 드디어 저력을 발휘하는군요. B선수 역시 마지막 피치를 올리고 있습니다. C선수, 결국은 B선수에게도 추월 당했습니다. 드디어 골인 지점, A선수가 1등으로 도착하였습니다. 그 뒤를 이어 B선수와 C선수가 골인하였습니다.

400m 허들 경기에서 영광의 우승을 차지한 A선수의 우승은 결국 전략의 승리라고 할 수 있습니다. 초반에 전력을 아끼다가 마지막 순간에 스퍼트한 A선수의 전략이 유효했다고 할 수 있습니다. 잠시 후 우승을 차지한 A선수와의 인터뷰 시간을 갖도록 하겠습니다."

2 수학 중계

◇ A선수에 대한 수학적 해석 : 출발 후 60초까지의 속도는 약 4m/sec, 60초부터 골인까지의 속도는 약 15m/sec. 출발 후 60초, 240m 지점에서 속도의 변화.

◇ B선수에 대한 수학적 해석 : 출발 후 13초까지 속도는 약 7m/sec, 출발 후 13초부터 67초 정도까지 완만한 회복세, 67초에서 75초 사이에 양의 가속도, 즉 $f''(x)$ 가 양수이며, 75초와 80초 사이에는 음의 가속도, 즉 $f''(x)$ 가 음수.

◇ C선수에 대한 수학적 해석 : 출발 후 40초까지의 속도는 약 6m/sec, 40초부터 50초까지는 속도가 완만하게 상승하다가 50초부터 80초까지는 속도가 하강함. 45초 부근

에서 $f''(x)=0$ 인 변곡점.

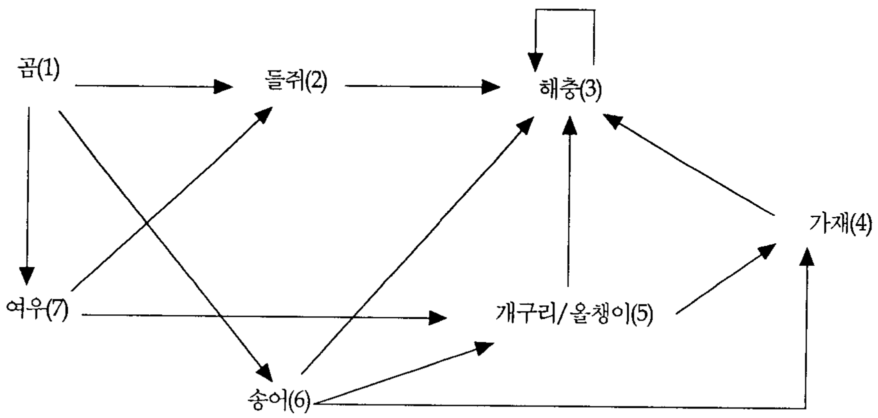
8. 수학적 모델링형

수학적 모델링은 주어진 상황을 수학적 모델로 구성하여 모델을 기초로 수학적 추론을 하고, 그 결과를 현실 상황과 관련하여 재해석하는 과정으로 이루어진다. 다시 말해, 실세계 문제를 수학적 문제로 바꾸고 그 수학적 문제를 해결하고 그 해를 실세계의 언어로 다시 바꾸는 것이다.

다음은 행렬이라는 수학적 도구를 이용하여 환경 문제에 대한 판단을 내리는 수학적 모델링형 프로젝트의 예이다.

수학적 모델링형 프로젝트의 예

※ 우리 나라 남부의 어떤 지역에서 습한 날씨와 비로 인해 해충의 수가 급속히 증가하였다. 해충은 흔히 사람을 귀찮게 하는 존재이며 농사에 방해 요소로 작용하기 때문에 농림수산부는 해충을 완전히 전멸시키는 살충제의 살포를 계획하고 있다. 이에 대해 환경보호협회는 생태계의 균형을 파괴시킨다는 이유로 그 계획에 반대하는 성명서를 발표하였다. 환경보호협회의 회원들은 다음과 같이 행렬을 이용하여, 살충제의 사용이 가져올 생태계의 파괴 현상을 객관적으로 입증하고자 한다.



행렬의 i 행 j 열인 a_{ij} 의 값은 i 가 j 를 먹이로 삼을 때에는 1로, 그렇지 않은 경우는 0으로 정의하여, 먹이 그물을 표현하는 행렬을 구할 수 있다.

[1] 위의 먹이 그물을 행렬로 표현하여라.

[2] 한 동물을 거쳐서 간접적으로 먹이로 삼는 관계를 표현하는 먹이 그물을 행렬로 나타내어라.
[3] 먹이 그물에서 직간접적으로 먹이로 삼는 동물들의 관계를 나타내는 행렬을 구하고, 이를 이용하여 각 동물들이 직간접적으로 먹이로 삼는 동물들의 수를 구하여라.
[4] 위의 그림에 제시된 먹이 그물에서 해충을 제거하였을 때의 상태에 대하여 [1]-[3]의 과정을 적용하여라.
[5] [3]과 [4]의 결과와 비교하고 환경보호협회의 견해를 지지하는 근거를 제시하여라.

9. 주제 탐구형

주제 탐구형은 여러 개의 수학 주제 목록을 제시하고, 학생들로 하여금 적당한 주제를 선택하여 심층적으로 조사하고 탐구하도록 하는 프로젝트를 말한다. 심층적인 주제탐구는 학생들의 사고만으로 해결되지 않는 경우도 다수이기 때문에, 적절한 참고 문헌을 찾아보는 등 다양한 방법을 통한 조사가 수반되게 된다.

주제 탐구형 프로젝트의 예

※ 다음의 주제 중 하나를 선택하고 조사, 탐구하여 간략한 보고서를 작성하여라.

◇ 중학교

뫼비우스의 띠와 클라인 병, 원주율, 소수(prime number)에 대한 미해결 문제,
진법의 역사 (바빌로니아, 이집트, 로마, 그리스, 중국, 마야, 힌두의 수 체계와 0의 기원),
디지털 컴퓨터와 이진법, 황금분할과 황금비, 아메스 파피루스, 정다면체 등

◇ 고등학교

방정식의 일반적인 해법, 네이피어 막대, 원추곡선, 삼각법, 자연대수 e, 마방진, 파스칼 삼각형과 라이프니쯔 삼각형 등

10. 게임형

게임형 프로젝트에서 중요한 것은 게임이 단지 유희를 위한 게임으로 그치지 않고 게임의 규칙이나 방법에 수학적 원리가 뒷받침된다는 사실을 학생들이 인식하고 자연스럽게 수학적 탐구를 해나갈 수 있도록 유도하는 것이다.

게임형 프로젝트의 예

※ 다음 게임은 주사위를 던져 얻은 값을 세 줄과 세 칸으로 이루어진 표에 입력하는 것이다. 주사위는 한 번 던져 그 수를 택할 수도 있고, 두 번, 혹은 세 번까지 던져 나온 수의 합을 택할 수도 있으며, 주사위를 던질 차례가 되면 해당 학생은 주사위를 몇 번 던질지 그 횟수를 우선 정하여야 된다. 이렇게 하여 얻은 수는 표의 어느 위치에 놓아도 좋다. 게임의 점수는 아래 왼쪽의 경우와 같이 가로로 처음 두 수의 합이 세 번째 수와 같게 되면 10점, 가운데의 경우와 같이 세로로 첫 번째 수에서 두 번째 수를 뺐을 때 세 번째 수와 같게 되면 15점, 오른쪽의 경우와 같이 대각선으로 첫 번째 수와 두 번째 수의 곱이 세 번째 수와 같을 때 20점을 얻게 된다.

3	7	10

10점

8		
5		
3		

15점

4		
	2	
		8

20점

게임을 진행하다 보면 각 단계에서 주사위를 던져 얻고 싶은 숫자가 생기게 되고, 이에 따라 주사위를 몇 번 던져야 할 지 결정할 필요가 있다. 이러한 의사 결정을 위해 필요한 정보가 무엇인지 생각해 보고, 적절한 자료를 구성해 보아라.

Ⅴ. 수학과 수행평가 관련 논의

이상 수행평가 프로젝트법의 의의와 실례를 살펴보았다. 본 장에서는 수학과 수행평가에 관련된 두 가지 문제를 논의하고자 한다. 첫째는 수행평가와 수준별 교육과정의 관계이고, 둘째는 수행평가 점수화에 관한 것이다.

1. 수행평가의 실시와 수준별 교육과정의 적용

2000년부터 연차적으로 적용될 수준별 교육과정과 수행평가의 실시가 어떠한 역학 관계를 가질 것인가에 대하여 서로 상승 작용을 일으킬 것이라는 견해도 있고 서로의 적용에 걸림돌이 될 것이라는 견해도 있다. 그런데 수행평가의 특성 중의 하나인 과제의 유연성에 초점을 맞추어 보면 수준별 교육과정의 적용시 수행평가가 더 활성화될 것이라는 예측을

할 수 있다.

기존의 평가에서 주류를 이루던 선택형이나 단답형 문항도 동일한 내용을 다루면서 계수를 복잡하게 한다든가 하는 방식으로 학생의 수준 차이에 대응하는 방식으로 변형시키는 것이 가능하기는 하다. 그러나 서술형 문항이나 프로젝트 등 수행평가 유형들은 동일한 내용을 취급하더라도 학생의 수준 차이에 부합되게 다차원적으로 전개하기 더 쉽다. 예컨대 상·중·하 수준으로 학생들을 분반한 상태에서 평가를 실시한다고 할 때, 상 수준의 학생들에게는 개방형으로 서술형 문항을 구성한다거나 프로젝트의 대략적인 주제만을 제시하고 정보 수집에서부터 일련의 과정을 수행하게 할 수 있다. 중 수준의 학생들에게는 구체적인 단서 및 기본 정보와 함께 서술형 문항과 프로젝트를 제시할 수 있으며, 하 수준의 학생들을 위해서는 단답형에 가까운 방식으로 서술형 문항을 구성하거나 풍부한 단서와 함께 프로젝트의 해결 예시를 대부분 제시하고 완성하게 할 수 있다.

이와 같이 수행평가 도구들은 기존의 평가 도구에 비해서 학생들의 수준에 적절하게 부합되도록 변환시키는 것이 용이하다. 학생들의 수준 차이를 섬세하게 고려하는 수준별 교육과정의 기본 취지에 비추어 볼 때, 기존의 평가 도구에 비하여 학생의 수준에 대응하도록 변형시키는 것이 편리한 수행평가 도구의 활용이 활성화될 가능성이 있다.

한편 수행평가의 도구들은 학생들의 수준에 대응되는 방식으로 변형시켜 제시할 수 있지만, 설사 동일한 수행평가 문항이 학생들에게 제시되었다 하더라도 각 수준의 학생들은 나름대로 자기 수준에서 해결 방안을 모색할 가능성이 높다. 기존의 평가도구에서는 문항이 다루고 있는 내용을 숙지하고 있지 못한 경우 해결을 시도하는 것 자체가 원천적으로 불가능한 경우가 많았으나, 수행평가 문항은 이해도가 낮은 학생이라 하더라도 각각의 수준에서 불완전하나마 부분적인 해결은 시도할 수 있는 것들이 많기 때문이다.

2. 수행을 촉진하는 수단으로서의 점수화

앞에서 수행평가 프로젝트법이 닫힌 수학, 알고리즘화된 수학을 가르치고 배우는 교수·학습 과정의 개선 수단으로서의 의의를 지니고 있다고 한 바 있다. 이런 맥락에서 보면, 수학과 수행평가 프로젝트법은 평가 수단으로서보다 정규 교육의 과정의 보완 과정으로서의 의의가 더 크다고 할 수 있다. 수행평가 프로젝트법의 목적을 이와 같이 파악한다면, 프로젝트의 점수화는 학생들의 수행을 보장할 수 있을 정도로만 하면 충분할 것이다. 현실적으로 점수와 결부되지 않으면 학생들이 수행을 자발적으로 하려고 할지 의심스러우므로, 학생들의 수행을 어느 정도 보장하는 수단으로 점수화라는 수단을 사용하는 것이다. 학생들이

제출한 프로젝트 보고서를 점수화할 때, "수행을 가지고 등수 매기는 평가를 하겠다."는 생각보다는 "수행을 보장하기 위해 점수화를 수단으로 사용하겠다."는 생각으로 하는 것이 좋을 것이다. 이는 프로젝트법만이 아니라 대부분의 수행평가법에 마찬가지로 적용될 수 있다.

수행평가의 실시와 관련하여 여러 어려움이 파생되는 이유 중의 하나는 수행평가 방법의 도입과 동시에 평가의 기능을 포함한 평가관의 전반적인 변화가 학교 현장에 뿌리를 내리지 못하고 있는 데 있다. 평가의 일차적이고 본질적인 기능은 학생들을 점수화하여 서열을 매기는 것이 아니라 학생이 무엇을 얼마나 모르고 있는지를 알아 내어 그것을 보완해 주는 것이다. 평가는 점수화와 개념상 구분되는 것임에도 불구하고, 평가는 점수를 매겨 등수대로 학생들을 한 줄로 세우기 위한 것이라는 생각이 교육 현장에 뿌리깊게 남아 있다. 이러한 평가관을 고수한 채 등수 매기는 방법만 수행평가로 바꾸려고 하는 데에서 불필요한 어려움들이 생겨나고 있다. 수행평가 방법은 학생들을 한 줄로 세우는 등수 매기기에 그리 적합한 수단이 아니다. 그리고 수행평가에 들어가는 교사의 시간과 노력에 비추어 볼 때, 투자한 시간과 노력만큼 이전보다 등수가 더 정확하게 매겨진다고 하기도 어렵다.

외면의 변화보다 내면의 변화에 시간이 더 걸리는 것이 보통이므로, 수행평가 방법을 학교 현장에 도입하는 것은 외형상 그런 대로 단시간에 이루어질 수 있을 것이나 수행평가와 관련된 평가 패러다임의 변화가 교사, 학부모, 학생들의 마음 속에 이루어지기까지는 다소 시간이 걸릴 것이다. "수행은 하게 하겠는데 평가[4]는 하지 못하겠다."는 어느 수학 교사의 탄식은 수행평가를 등수 매기는 수단으로 사용해야만 하는 교육 현실 속에서 교사가 당면한 어려움을 말해준다. 평가라는 수단을 사용하지 않고도 수행을 하게 할 수 있다면 평가라는 수단을 쓰지 않아도 무방하지 않은가 생각된다.

Ⅵ. 맺는 말

본 고에서는 수행평가의 참신성을 살리면서 현실 적용 가능성도 그리 낮지 않은방법으로 보이는 프로젝트법의 의의를 살펴 보았다. 수학과에서 수행평가 프로젝트법은 등수 매기는 더 좋은 수단이라기보다는 메마르고 무미건조한 알고리즘화된 닫힌 수학을 가르치는 수학교육 현실의 보완 수단으로서 의의를 지니고 있다. 또 본 고에서는 프로젝트법에 대한 이해를 돕고 교사들이 프로젝트법의 의의에 맞는 다양한 프로젝트를 만들어 사용하는데 도움을

4) 이때 평가라는 말은 학생들의 수행 정도를 점수화해서 서열화한다는 것을 의미한다.

주고자 프로젝트의 유형을 실생활 문제해결형, 타교과 연계형, 수학사 활용형, 신문 활용 교육형, 패러독스형, 찬반 토론형, 자료 해석형, 수학적 모델링형, 주제 탐구형, 게임형으로 분류하고 각각의 유형에 대한 예를 제시하였다.

교수·학습 과정을 개선하려는 의도로 평가 방법을 바꾸는 일은 수행평가의 도입 이전에도 있어 왔다. 학력고사를 대학 수학 능력 시험으로 바꾼 것도 그러하며 요즘의 대입 제도 개선안도 그러한 맥락에서 이해할 수 있다. 평가 방법을 바꾸어 교육의 과정을 정상화하려는 시도가 타당한 것인가에는 논란의 여지가 있지만, 평가 주도의 교육은 우리 나라 교육의 현실이며 현재의 평가 체제는 의도적이든 아니든 이미 교육을 특정한 방향으로 이끌어가고 있다. 프로젝트법을 비롯한 수행평가의 도입에는 현재의 선택형 문항 위주의 간헐적인 총괄평가 중심의 평가 체제가 현실적으로 초래하는 왜곡된 교수 학습 현상을 개선해 보려는 의도가 깔려 있다. 풍부한 맥락을 지닌 다양한 유형의 프로젝트를 개발하고 이를 학교 상황에 맞게 사용한다면 알고리즘화된 닫힌 수학의 교수·학습에 지나치게 치우쳐 있는 수학교육의 현실을 조금은 개선할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

Kilpatrick, W. H.(1918). *Project Method.* Teachers College Record, 19(4), 319-335.

Lakatos, I.(1976). *Proofs and Refutations — The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge Univ. Press. 우정호(역)(1991). 수학적 발견의 논리. 제2판. 대우학술총서 번역 37. 서울: 민음사.

Lesh, R., & Lamon, S. J. (1992). *Assessment of Authentic Performance in School Mathematics.* AAAS Press. NW: Washington.

김연식(1997). 과제학습의 의미와 전망. 대한수학교육학회 논문집 제7권 1호.

김연식, 김홍기(1999). 중학교 수학 1. 서울: (주)두산

김용운(1988). 인간학으로서의 수학. 서울: 우성문화사.

박경미(1998). 수학과 수행평가. 백순근(편). 수행평가의 이론과 실제. 서울: 원미사.

박순경(1999). 학습자주도적 체험 학습 방법으로서의 project method에 대한 고찰(I). 한국교육과정평가원 원내 포럼 자료.

우정호(1998). 학교수학의 교육적 기초. 서울: 서울대학교 출판부.

임재훈(1999). 중등학교 수학과 수행평가의 의도와 실천. 제 17회 대한수학회 수학교육 심포지엄 주제 발표 원고.

한국교육과정평가원(1998). 국가교육과정에 근거한 평가기준 및 도구 개발 연구 -고등학교 공통수학-. 연구보고 RRE 98-3-4

한국교육과정평가원(1999). 고등학교 수학과 수행평가의 이론과 실제.