

구성주의자의 실험 교수

박 만 구 (서울노량진초등학교)

어느 학문 분야나 어떠한 연구를 하기 위해서 가장 먼저 생각해야 할 것은 연구할 주제에 맞게 적절한 연구의 방법을 선택하는 것이다. 물론, 연구자가 무엇을 알아보고자 하느냐에 따라 연구의 방법이 정해져야겠지만, 최근 수학교육 분야에서도 전체적인 연구의 추세가 양적 (quantitative) 연구보다는 질적 (qualitative) 연구 방법론 쪽으로 기울고 있다. 이러한 경향은 양적 연구에서 주로 하는 통계적으로 의미 있는 연구의 집단과 크기를 정하여, 분야별로 연구자가 알고자하는 항목에 관한 데이터를 코드화하여 수집한 다음 이 코드화 된 데이터를 토대로 통계적인 처리에 의하여 결론을 내리는 식의 연구 방법을 따르기보다는, 학생들의 수업에 직접 참여하여 장기간 관찰을 하거나 학생이 문제 하나 하나를 풀어 나가는 과정을 연구자 또는 교사가 그 학생과의 상호 작용을 통한 심층적인 관찰을 토대로 상세하게 분석하는 것 등이 수학교육의 분야에서도 학생들의 수학교육을 위하여 더 의미 있는 방법이라고 보기 때문이다.

Piaget를 중심으로 한 몇몇의 심리학자 및 교육학자들이 소위 구성주의의 생각을 오래 전부터 해 왔으나, 이러한 생각은 약 10여년 전부터 본격적으로 수학교육 교육과정 및 교실 수업 등 수학교육 분야 전반에 걸쳐 영향을 주어 오고 있다 (NCTM, 1989, 1998). 구성주의자들은 모든 구성 또는 학습은 각 개인의 내부에서 일어난다고 말한다. 따라서, 구성주의자들은 학생이 문제를 해결해 나갈 때, 이 학생¹⁾의 머리 속에서 어떠한 작용이 어떻게 일어나고 있는가에 대하여 무엇보다도 많은 관심을 가진다. 그러나, 어떻게 학생들의 머리 속에서 일어나는 작용을 알 수 있을 것인가? 구성주의자들도 이것은 알 수 없는 일이라고 말한다. 하지만, 그들 중에서 학생들의 수 개념의 발달에 관심이 있는 사람들은 “실험교수 (teaching experiment)²⁾”라는 방법을 이용하여 학생의 머리 속에서 일어나고 있는 수학적

1) 대부분의 실험교수가 초등학교 저학년 또는 입학 전 아동을 대상으로 이루어졌으므로 때로는 “학생” 대신에 “아동”이라는 용어를 사용해야 적절할 곳도 있으나 필자는 거의 대부분 학생이라는 용어로 통일한다.

작용에 대한 모델을 만들려고 한다. 이 실험 교수 방법은 현재의 “학생들의 수학”이 어떠한가와 수학을 가르치는—여기에서 가르친다는 의미는 전통적인 의미와는 다르다—환경하에서 학생이 어떻게 수학을 구성해 나아가는가를 알기 위해 고안된 하나의 역동적인 연구 방법이다 (Cobb & Steffe, 1983; Steffe, 1984).

본 논고에서는 구성주의자들이 그들의 연구 방법으로 많이 사용하고 있는 이 실험교수 방법을 이 방법을 고안하고 발전시킨 Leslie Steffe 교수의 주장을 중심으로 소개하고, 수학교육에의 적용 사례, 그리고 수학교육에 주는 시사점에 대하여 알아보도록 하겠다.

I. 실험교수의 도입

실험교수 방법은 약 1970년 초반부터 Steffe 교수를 중심으로 미국에서 도입되기 시작되었다. Steffe 교수는 그 당시에서부터 양적 연구로 유명한 위스콘신 대학에서 학위를 받고 조지아 대학에서 연구를 하면서 학생들을 대상으로 연구를 하던 중 그 당시에 수학교육 분야에서도 만연해 있던 양적 연구 방법으로는 학생들의 수학 활동에 대한 것을 기술하는 데 한계가 있음을 깨닫고 새로운 연구의 방법을 생각하게 되었다. 그러던 중 그 당시에 심리학과 교수로 있던 대표적인 구성주의자인 Ernst von Glasersfeld와 MIT 대학의 John Richards, 그리고 그 당시 대학원생이었던 Paul Cobb과 Patrick Thompson 등에 의한 아동들의 수 개념 발달을 위한 공동 프로젝트를 하면서 1980년대 초반부터 이 연구 방법을 본격적으로 이용하기 시작했다.

이 실험 교수의 방법은 “농업의 패러다임”에 뿌리를 두고 있다 (Steffe & Thompson, 1998). 두 실험 모두에서 연구자는 원하는 모집단에서 하나 혹은 그 이상의 표본을 뽑아서 여러 가지 실험을 한다. 농업의 실험 연구 방법에서는 피 실험자 또는 실험표본은 단지 연구자가 하는 여러 가지 실험에 피동적으로 놓여지고, 실험자는 변인들을 조절하고 그것들에 대한 효과를 분석하는 것이다. 그러나, 구성주의자의 실험교수에서는 피실험자들도 교수 학습의 현장에 능동적으로 참여하여 실험자인 교사³⁾와 함께 수학적 의미를 만들어 나간다.

-
- 2) 실험교수는 구 소련의 학자들 사이에서 쓰여지기도 했지만, 본 논고에서 구성주의자들이 그들의 연구를 위하여 사용한 방법을 의미한다. 즉, 교사가 학생과의 상호 작용을 통하여 학생의 머리 속에서 일어나고 있는 실제의 수학적 작용에 대한 모델을 만들려는 방법을 말한다.
- 3) 실험교수에서의 “교사”는 교사 자신이 곧 연구자인 경우가 많다. 그러나, 편의상 이후로는 “교사-연구자”를 단순히 “교사”로 총칭하겠다.

실험교수에서는 교사에 의하여 미리 정해진 고정된 자극들로 학생들을 이끌어 나가기보다는, 학생들이 자신들 나름대로의 수학을 만들어 가고 구성해 가는데 중점을 두게 된다.

실험교수에서 “실험”이란 말은 일반적으로 쓰는 의미와는 구별되는 것으로, 교사들이 학생들의 수학에 대하여 가정을 하고 직접 학생과 상호작용을 하면서 교사가 가정한 것을 확인한다는 의미에서 쓴 것이다. “교수”라는 용어도 주로 전통적인 의미와는 달리 실험교수에서의 교수는 직접적으로 학생을 가르치는 것이 아니다. 예를 들면, $12 - 7 = ?$ 의 상황에서 이 뺄셈을 하기 위하여 학생들이 거꾸로 세는 전략을 이용하는 것은 교사가 가르쳐서 하는 것이 아닌 경우가 많다. 오히려, 교사가 자신의 생각에 비추어 더 진보된 것으로 생각하는 전략을 가르치더라도 학생은 계속하여 자신의 전략을 사용한다. 이것은 수학 교사가 교실에서 학생을 가르치면서 많이 경험하게 되는 사실이다.

이 실험 교수는 탐색적인 연구 방법으로 Piaget가 주로 이용한 임상면접 (clinical interview)의 영향을 받은 것으로 학생들의 수학적 활동에 대해 관심을 둔다. 그러나, 임상면접이 학생들의 현재 수학적 상태를 파악하는데 초점을 맞추고 있다면, 실험교수는 교사가 학생들의 현재의 수학적 상태를 파악하는 것 이외에 장기간에 걸친 학생과의 상호작용을 통하여 학생의 장차의 수학적 활동에 영향을 줄 수 있는 방법에도 관심을 갖고 있다는 데에서 임상면접 이상의 의미를 가지고 있다. 실험교수는 살아있는 탐구적 연구 방법으로, 순간 순간의 학생들과의 상호 작용 과정에서 학생들의 수학활동의 관찰과 적절한 질문을 통하여 교사가 학생들의 수학을 가정하여 그 가정에 바탕을 두고 다음 단계로 나아가기 위하여 학생들을 안내한다. 따라서, 학생들과 수학활동을 하는 교사는 이러한 기본 원칙 아래 미리 정해 놓은 지도안에 따라 지도하는 것이 아니라, 매 상황에 적절한 질문과 학생과 상호작용을 하면서 자신이 가정한 것을 기꺼이 수정해 나가려는 창의적인 노력을 해야 한다.

II. 실험 교수의 특징

구성주의자의 관점에서 학생들은 나름대로 자발적이고 능동적으로 자신들의 수학을 구성해 나가는 유기체이며, 어린 학생과 성인들의 수학은 다르고, 교사는 학생들의 수학이 자기들의 수학과 같게 되도록 “가르쳐야 하는 것”이 아니라는 것을 가장 근본적인 가정으로 하고 있다. 구성주의자들의 수학 교수의 목적은 학생에게 어떤 수학 지식이 구성되고 있는가와 왜 그러한 구성이 이루어졌는가를 이해하는 것이다. von Glasersfeld (1995)는 운동선수

들을 지도하는 코치는 운동선수의 경기 장면을 비디오 카메라로 찍어 한 장면 장면을 천천히 보면서 세밀하게 분석할 수 있지만, 안타깝게도 수학 교수학습에서 교사는 학생들의 머리 속에서 일어나는 수학활동을 직접 볼 수 없으므로 모델화할 수밖에 없는 데 Steffe 교수가 개발한 이 실험 교수를 이러한 접근을 하기에 가장 희망적인 수단으로 보았다.

앞에서도 언급하였듯이 실험교수의 “실험”이란 말 때문에 미리 준비된 교사들의 방식으로 수학을 가르치는 것으로 많은 사람들이 오해를 한다. 그러나, 여러 교육 연구가 미리 만들어진 실험 항목과 성인들의 기준으로 정해진 답을 가지고 분석하는 반면에, 실험교수에서는 교사는 매 실험교수에서 학생들의 선행 경험과 개념 발달 수준에 근거하여 학생들이 해결하는 전략을 보고 해석할 수밖에 없다고 본다. 실험 교수에서는 각 개인의 수학적 개념 구성에 있어서 개인적인 차이를 인정하고 나아가 개인의 차이점을 이해하려고 노력한다. 교사는 자신이 그 순간에 학생의 수학에 대하여 가정한 것에 근거하여 질문을 하고, 학생의 반응이 자기가 가정한 것과 크게 차이가 없는지를 확인하면서 자신의 가정을 수정한다. 이러한 과정을 통하여 교사는 학생의 수학에 대한 개념과 작용에 대한 하나의 모델을 만들고 계속하여 그 모델을 수정해 나간다. 이러한 과정은 개인적인 면접을 통하여 기본적인 수학의 능력을 측정한 후 연구자가 원하는 수준의 몇 명의 학생들을 선정하여 장기간의 걸친 실험교수와 실험교수 후의 세밀한 분석을 통하여 학생들의 수학이 어떠한 발달을 하게 되는지에 대한 모델을 만들어 간다. 실험교수 중에 학생이 오류를 범하는 것에 대하여 교사는 학생이 절대적으로 틀렸다거나, 또는 학생의 지식이 덜 발달된 비논리적이라고 보기보다는 그 학생이 그 밖에 무엇을 할 수 있는가에 중점을 둔다.

구성주의자의 실험 교수를 위한 연구자 또는 교사의 두 가지 핵심적인 관심사는 학생이 어떻게 수학 지식을 구성해 가느냐 하는 것과 학습의 기저에 학생의 머리 안에서는 어떠한 작용이 일어나고 있는가를 연구자나 교사의 자신들의 입장에서 설명하려는 것이다. 이러한 교사의 학생의 수학에 대한 설명은 학생의 수학 현실에 대하여 연구자가 어떻게 이해하고 있는가에 대한 모델이라고 볼 수 있다. 이것은 어디까지나 모델이므로, 학생들의 머리 속에서 일어나고 있는 실제의 작용과는 다르다. Cobb과 Steffe (1983)는 구성주의는 어른이나 교사의 간섭 그 자체가 학생들의 구성에 직접적인 영향을 주는 것이라고 보지 않고, 이러한 간섭을 학생 스스로가 개념적인 구도에 입각하여 재해석하여 받아들이는 것으로 본다고 주장한다. 즉, 학생들 자신이 어떠한 수학을 어떠한 방식으로 구성할 것인가를 결정하게 된다는 것이다. 그래서 그들은 “가르치는 환경에서 어떤 미리 정해 놓은 과정에 따른 학생의 구

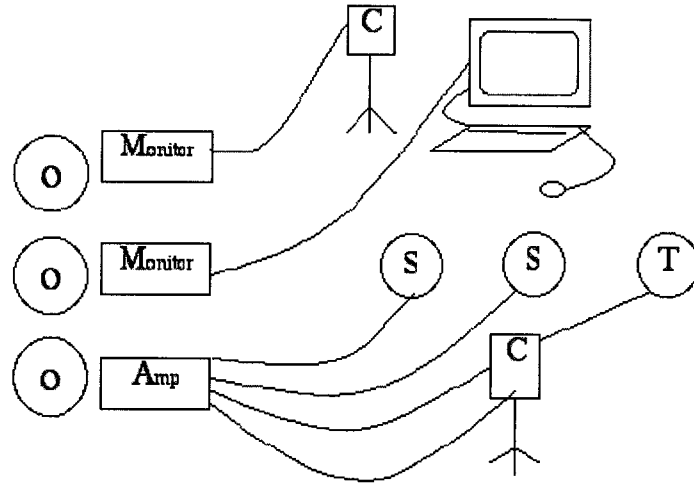
성에 관심이 있는 것이 아니고, 우리는 학생들과 서로 상호 작용을 하는 가운데 학생들이 구성하는 것을 이해하려고 시도하고 있다(p. 88).”고 말하고 있다. 따라서, 실험교수에서 가장 중요한 것은 교사가 학생과 어떻게 상호작용을 해 나가느냐 하는 것이다. 여기에서 교사의 역할은 앞에서 학생을 끄어 나가기보다는 뒤에서 따라가면서 학생의 수학활동을 도와주는 것으로 보아야 할 것이다.

물론, 처음 실험교수를 시작할 때는 미리 해당 학생의 수학적 수준 및 상황에 대한 어떤 가정을 하고 시작할 수도 있다. 그러나, 실제로 교사가 학생이 실제의 실험교수에서 어떻게 자신의 수학적 지식을 발전시켜 나가기를 예측하기 힘들며, 따라서 학생을 위하여 수학적으로 적절한 환경을 조성하는 일도 쉽지 않다. 결국 교사는 직접적인 실험교수를 통하여 학생들의 수학적 상태에 익숙해지면서 상황에 따라 자신의 질문이나 학생에 대한 수학적 가정을 수정해 나가게 된다. 이렇게 하기 위해서는 먼저 학생의 수학적인 반응에 대한 정확한 해석이 선행되어야 하는데 이를 위하여 실험교수에서 교사가 학생에게 하는 가장 전형적인 질문은 “어떻게 해서 그런 답을 얻게 되었지?” 또는 “어떻게 해서 그렇게 생각했지?”라고 묻는 것이다. 이와 같이 실험교수에서 교사는 가능한 학생이 어떻게 생각하고 있는지에 관심을 집중함으로써 가능하면 학생이 하고 있는 생각에 접근하려고 해야 하고, 결국 이러한 과정을 통하여 실험교수에서 학생이 생각하는 수학과 비슷하게 생각하게 될 수가 있게 될 수 있다. 이것은 보통의 교사들에게는 쉽지 않지만, 실험교수에 있어서는 이것은 매우 중요한 일이다. 구성주의 실험교수에서는 교사와 연구자 그리고 관찰자 등의 연구팀 사이에 실험교수의 단계를 크게 네 가지로 본다 (Cobb & Steffe, 1983; Steffe, 1991). 첫째, 연구자들이 면밀한 관찰과 상호작용에 의하여 가정한 학생들의 현 잠재 구성 영역(zone of potential construction)에 기초하여 다음 실험 교수의 학습 상황과 학생들과 함께 할 과제들을 결정하게 된다. 둘째, 연구자는 한 학생 또는 소그룹의 학생들과 교사로서 상호 작용하는 상황을 비디오로 녹화한다. 셋째, 실험교수에서 교사는 학생과의 상호작용을 하는 바로 그 순간 그 장소에서 학생이 쓰는 언어나 행동을 해석하고, 바로 그 순간에 어떠한 상황을 만들어 가야하고, 어떠한 결정적인 질문을 하여 학생들을 격려를 하고, 학생들에게 어떠한 인지적인 불균형 상황(perturbation)을 줄 것인가를 결정하게 된다. 넷째, 교사는 전의 실험교수의 상황에서 학생의 언어나 행동에 근거한 연구팀의 종합적인 해석에 기초하여 학생의 현 지식에 관한 교사의 지식을 역동적으로 조정하는 이차적 모델(second order model)을 구축하는 것이다. 여기에서 이차적인 모델이란 서로 상호작용을 하는 가운데 다른 사람이 보는 학생의 머리에서 일어나는 수학적 작용에 관한 모델을 의미한다.

모델의 구성은 일회적인 또는 단기간의 관찰로는 할 수 없으므로, 구성주의자의 실험교

수는 장기간에 걸쳐 현 상황에서 여러 가지 추론을 하면서 계속적으로 데이터를 수집하는 가운데 동시에 분석하는 과정의 연속이다. 이 실험 교수에서는 어느 두 집단을 비교하기보다는 보통 어느 학생의 계속적인 지식의 구성과정의 단계와 상황에 초점을 맞추고 있다. 구성주의는 미리 준비된 완벽하게 변함이 없는 것보다는 어느 정도 변화 가능한 준비된 인터뷰 (semi-structured interview)의 상황에서 교사는 상황에 따라서는 관찰자가 된다. 또, 많은 사람들이 오해하고 있는 것으로, 구성주의에서는 진공의 상태에서 혼자 지식을 구성하는 것으로 보는 경우가 있는데 오히려 구성주의자들은 교사와 학습자 사이의 상호 작용을 강조한다. 하지만, 이 상호 작용은 어느 한쪽의 수학 지식의 구성에 상대의 지식을 그대로 전수하기 위한 것이 아니고, 단지 서로가 자신들의 수학 지식의 구성에 중요한 “영향”을 주게 된다고 본다. 즉, 교사도 학생들의 수학에 대한 자신의 지식을 구성해 가게 되는 것이다. 구성주의자들은 이러한 서로 간의 수학적 지식의 구성에 주게 되는 영향을 “제약 (constraints)”이라는 말을 사용하여 설명한다 (Steffe & Thompson, 1998). 즉, 학생은 실험 교수 중에 교사가 하는 말과 행동에 의하여 제약을 받게 되고, 교사 또한 학생들의 이러한 것들에 의하여 제약을 받게 되는데 특히, 학생이 연속하여 하는 실수에 의하여 제약을 받게 된다. 여기에서 연속된 실수는 교사가 이러한 실수를 없도록 하기 위하여 학생을 도와주어도 여전히 계속되는 실수를 말한다. 교사의 입장에서 보면 바로 이러한 것을 경험하기 위하여 실험교수를 하게 되는 것이다. 이러한 제약들을 가지고 교사는 학생들의 수학에 대한 보다 나은 학생들의 수학에 대한 모델을 만들어 나가게 된다.

이 실험교수에서 교사는 학생을 가르치는 가운데 학생과의 상호작용을 하면서 매 순간과 순간에 경험하는 것이 중요하므로, 구성주의의 실험교수에서 가장 큰 특징은 학습을 하는 학생들에 대한 교사로서 연구자의 역할이다. 이는 전통적인 인터뷰나 교수법처럼 미리 정해 놓은 교수에 의해 학생을 가르치는 것이 아니므로 연구자가 직접 교사가 되어서 학생과 상호 작용 하에서 매 상황에 따라서 자신의 언어와 행동을 결정하게 된다. 또, 이 실험교수에서는 연구자와 교사는 실험교수에 대한 동료들의 상호경험을 나누는 것이 중요한데, 이것은 실험교수를 하는 동안일 수도 있고 나중에 비디오 테이프를 본 후에 의견을 나누는 것이 될 수도 있다. 실험교수 중에 제 삼자가 끼여드는 것이 이상하게 생각될 수도 있으나, 학생과 수학적 문제를 해결하는 상황에 열중해 있는 교사가 보지 못하고 생각지 못하는 것을 제 삼자의 입장에서 관찰하는 동료 연구자의 눈에 의하여 볼 수 있는 경우가 많기 때문이다. 이러한 과정을 반복함으로써, Skemp (1991)가 언급한 학생의 인지적 구조(cognitive map)에 대한 보다 세련된 모델을 구성해 가게 된다. 다음 <그림 1>은 컴퓨터 프로그램을 가지고 실험교수를 하기 위한 각 참여자의 배치를 나타낸 것이다.



〈그림 1〉 실험교수의 배치 구조의 예 (S: 학생, T: 교사, O: 관찰자, C: 카메라)

그림에서 보는 바와 같이 실험교수에서 관찰자들이 있게 되는데 이 관찰자들은 모니터를 보면서 교사가 학생과의 상호작용 안에서 자신도 모르게 실수를 하거나 또는 어떠한 질문해야 할지를 모를 상황에 처할 때 실험교수 중이라도 끼여들어 교사나 학생에게 질문함으로써 상황이 계속되도록 도와준다. 이 때에 관찰자는 그 상황에 맞는 수학적으로 적절한 해석을 하여 실험교수가 계속될 수 있도록 한다. 이러한 관점에서 볼 때, 관찰자는 실험교수에서 중요한 역할을 한다. 컴퓨터를 이용한 실험교수에서는 비디오 카메라 두 대를 사용하여 하나는 컴퓨터의 모니터를, 다른 하나는 학생들의 활동을 녹화한다. 하지만, 믹서기를 이용하여 두 대의 카메라의 화상을 하나의 화면에 담아 녹화할 수도 있다. 또, 나중의 분석을 위한 깨끗한 음질을 위하여 이동 및 교사가 마이크를 사용할 수도 있다. 또, 실험교수 후에 교사와 관찰자들이 모여 함께 그 실험교수에 대하여 토론하는 것이 학생의 수학에 대하여 더 잘 이해할 수 있고 다음 실험교수를 위한 도움을 얻을 수 있을 것이다.

비디오를 찍어 실험교수 후에 다시 보면서 세밀히 보면서 분석하는 과정은 실험교수 방법의 한 과정으로 필수적인 것이다. 실험교수 후 비디오 테이프의 분석을 통해 교사 자신이 학생들과 수학적인 상호작용을 하면서 학생들의 수학에 대하여 배운 것의 대부분은 무의식 중에 이루어진 것임을 깨닫게 될 것이다. 그리고 이러한 깨달음은 교사로서 하여금 학생들의 수학 활동의 과정을 비교해 볼 수 있도록 하고, 실험교수 중에는 깨닫지 못했던 학생들의 수학적 행동에 대한 더 깊은 이해를 할 수 있게 될 것이다. 이것은 다음 실험교수에서 학생

들과 어떻게 상호작용을 할 것인가에 대한 아이디어를 주고, 실험교수에 임해서는 학생들의 수학적 행동에 대하여 더 잘 이해할 수 있게 해 준다.

실험교수의 가장 궁극적인 목표는 학생들의 수학에 대한 얼마간 유용한 학생들의 수학활동에 대한 해석이 맞아 들어가는 살아있는 모델을 만드는 것인데, 모든 것의 전제는 인간을 자기 자신의 조절 및 구성 능력이 있는 하나의 살아있는 유기체로 보는 것이다. 이러한 관점에서 학생을 본다고 해서, 교사는 학생에게 아무 것도 할 필요가 없다는 말은 아니다. 오히려, 교사는 학생들을 자기들 나름대로 수학적 구성을 할 수 있는 환경에 놓을 수 있고, 그들이 자신들의 인지 구조를 이용하여 수학적 구성을 해 나가는 과정을 관찰함으로써 “가르칠” 수도 있다. Steffe는 Maturana (1978)의 다음 말을 인용하여 실험교수 방법을 “과학적” 연구방법이라고 주장한다. “과학자들처럼, 우리는 우리들이 관찰한 현상에 대한 설명을 하기를 원한다. 즉, 우리는 우리들이 관찰한 현상을 있도록 한 체계에 대한 우리들이 생각하기에 동형이라고 생각되는 개념적 또는 구체적인 체계를 제안하기를 원한다” (p. 29). 즉, 생물학에서 작은 세포를 관찰하여 식물의 여러 가지 작용을 설명하려고 하는 것과 마찬가지로 실험교수 방법도 아주 세밀하게 학생의 하나 하나의 수학적 활동의 분석을 하여 학생의 수학적 조작활동에 대한 모델을 만들고 설명하고자 한다는 면에서 똑같이 과학적이라고 볼 수 있다. 이와 같은 이유에서 Battista (1999)는 이러한 실험교수를 통한 장기간의 임상적인 연구로 인하여 체계화된, 학생들의 수학에 관한 구성주의의 이론을 “과학적 구성주의”라고 부르고 있다.

그러나, 실험교수에서는 어떤 특정한 관찰에서 일어나는 일회적인 학생의 수학적 작용을 학습이나 발달이라고 보지는 않는다. 어느 정도의 장기간에 걸친 계속적인 상호작용에서 같은 수학적 작용이 반복적으로 일어나야 한다. 하지만, 대개의 경우에 인지적 구조의 변화는 서서히 이루어지므로, 실험교수 연구 방법을 사용하는 거의 모든 연구들은 장기간에 걸친 연구를 요구하게 된다. 또, 실험교수 방법을 통하여 교사도 하나의 학습자가 되어야 하고, 어떠한 변화가 교사나 학생의 수학적 인지 구조상에 있어서 일어나고 있는지, 또한 그런 변화를 어떻게 해석해야 하는지에 대하여 알려고 해야 한다.

구성주의자들의 생각도 교사는 “학생들의 수학”의 실체에 대해서 알 수는 없고 단지 교사의 입장에서 보는 학생들의 수학의 작용이 학생들과의 상호 작용에서 설명 가능하다는 것만을 말 할 수 있는 것이다. 즉, 교사가 생각하는 학생들의 수학은 학생의 머리 속에서 이루어지는 실제의 수학과 “맞아 들어가는 것 (fit)”일 뿐이지 “정확히 똑같은 것 (match)”은 아니다. 이것에 대한 훌륭한 비유를 Einstein 과 Infeld (1967)이 하고 있다 (p. 31). 즉, 마치 우리가 시계의 겉모양만을 보고 시계의 안에서 일어나는 작용을 생각하는 것과 같이

우리는 그 작용에 대한 모델을 만들 수 있을 뿐 안을 볼 수 없기 때문에 “실제”의 세계 안에서 일어나는 작용은 알 수가 없는 것이다. 또, 우리가 가정한 것을 “실제”의 작용과 비교할 수도 없는 것이다. 그러나, 보통 우리는 지식이 더하여 질수록 감각으로 감지하는 것에 의하여 보다 넓은 설명을 할 수 있으므로, 우리가 보는 실체에 대한 그림이 보다 명료해 지리라고 믿게 되는 것이다. 그리고 우리는 이러한 것을 “객관적인 진실”이라고 부르고 있다. 그러나, 구성주의자들은 준동형(homomorphic)이라는 말을 사용하여 실체와 모델과의 관계를 설명하려 한다. 즉, 우리가 보는 학생의 수학은 학생의 머리 속에서 일어나는 수학 그 자체가 아니라 하나의 준동형적인 함수 관계를 갖는 모델일 뿐이다. 따라서, 보다 잘 맞아 들어가는 모델을 만들기 위해서는 계속되는 실험 교수를 통하여 기존의 학생의 머리 안에서 일어나는 수학적 작용에 대한 모델을 계속하여 수정 보완해 나아가게 되는데, 이때 교사에게 가장 필요한 것은 학생이 생각하는 것과 같이 생각하려고 하는 것이다. 즉, 각각의 수학적 활동 가운데 교사는 왜 이 학생이 이 상황에서 이러한 행동을 하는가에 대한 끊임없는 질문을 하면서 가능한 학생의 입장에서 생각하려고 노력해야 한다. 이와 같은 과정을 통하여 기존의 모델은 차후 모델의 기저가 되면서 학생과의 수학적 상호작용에 유용한 정보를 제공하게 되는 것이다.

학생의 학습이나 발달이 실험교수를 통하여서도 일어나지만 구성주의자들은 그 어느 것도 직접적으로 교수의 영향을 받아서 된다고 보지는 않는다⁴⁾. 왜냐하면, 두 가지 모두를 학생 자신들에게서 일어나는 자발적인 것으로 보기 때문이다. 그러나, 앞서서도 언급했듯이 구성주의자들도 교수적인 영향을 부정하지는 않는다. Piaget (1964)는 자발적인 발달을 학생들의 신체적 그리고 사회 문화적 장면 안에서의 상호작용의 결과라고 보고 있다. 학습은 교사의 입장에서 보면 의도적일 수 있다는 면에서 자발적인 것은 아니다. 그러나, 교사가 의도하지 않았던 것을 학생 스스로 학습하는 경우가 많이 있다. 구성주의자들은 학습을 교사를 포함한 주위와의 상호작용을 통하여 학생 스스로 이루어 나가는 것으로 보고 있기 때문에 학생이 인지적으로 받아들일 수준이 되지 않으면 교사의 가르침이 거의 소용이 없다고 본다. 전통적으로 생각하듯, 교사의 직접적인 영향으로 학생이 학습을 하게 된다고 보지는 않는다.

좀더 자세히 말하면, 구성주의자들이 보는 수학교사는 어느 수학적 장면을 학생에게 제시하여 풀도록 하기는 하지만, 단순히 학생들이 문제를 풀 수 있느냐 또는 그렇지 않느냐

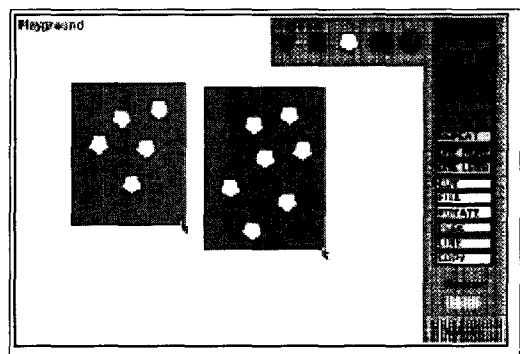
4) Steffe 교수는 학습은 학생들의 적극적인 조절에 의하여 이루어진다고 설명하면서, 이 조절을 실험교수 중에 일어나는 학생의 인지 구조를 사용하는 함수적 조절과 그 외에 잠을 자면서도 이루어 질 수 있다고 보는 변형 조절 등을 포함한다.

의 피상적인 것에 관심이 있는 것이 아니고 학생들이 자신들의 인지 구조를 수학적 활동에 임하면서 어떻게 조절해 나아가는가에 관심이 있다. 실험 교수에서의 교사의 역할은 어떻게 하면 학생이 스스로 성공적인 조절을 할 수 있도록 도와주는 것이다. 교사는 이를 위하여 때때로 학생들의 현 수학적 수준보다 조금 높은 수준으로 상황을 제시하여야 한다. 따라서, 실험교수에서의 가장 핵심적인 것은 교사가 자신이 실험교수 전에 세운 가정과 실험교수 동안에 만든 가정들을 확인하면서 체계적으로 학생을 위한 학습 상황을 만들어 가는 것이라고 할 수 있다.

이를 위해서 교사는 학생들로 하여금 자신들의 수학 활동에 대하여 인식할 수 있도록 하고 학생들이 수학적 방법에 대한 한계를 깨닫도록 해야 한다. 이러한 것의 선행 조건으로, 교사는 학생과의 상호작용을 통하여 학생의 수학적 잠재 구성 가능 영역을 가정하고, 각 수학적 활동을 통하여 학생들에게 적절히 인지적 불안정 상태를 제공함으로써 수학적 지식을 스스로 구성하도록 하며, 학생의 이러한 수학적 활동에 대한 해석을 할 수 있어야 한다.

Ⅲ. 실험교수의 수학 교수학습의 적용

다음의 실험교수에서 교사는 학생이 어떻게 반응할 지를 예측하기가 어려운가를 보여 주고 있다. 다음은 교사로 역할을 한 저자가 6살짜리의 여자 아이인 선혜와 TIMA: TOYS를 가지고 실시한 예이다 (Park, 1999).



〈그림 2〉 컴퓨터 프로그램으로 제시한 문제

(위의 그림과 같이 선혜는 두 부분의 가려진 부분에 각각 다섯 개의 장남감(오각형 모양)과 일곱 개의 장남감이 가려져 있다는 사실을 알고 있다. 실제의 컴퓨터 그림에서는 장남감들이 덮혀 있

어 보이지 않는다.)

교사: (가려진 두 부분을 가리키면서) 자, 그러면 다해서 몇 개일까?

선혜: (머리를 만지며 머뭇거린다.) 음...

교사: (왼쪽의 가려진 부분을 가리키면서) 여기 다섯 개지. (오른쪽의 가려진 부분을 가리키면서) 여기는?

선혜: 일곱.

교사: 일곱.

선혜: 음... 음.

교사: 잘 생각해 봐. (가려진 부분을 차례로 가리키면서) 여기 다섯, 여기에 일곱.

선혜: (머리를 만지다가 약 7초 후에) 열 둘.

교사: 아, 아주 잘했어. 어떻게 해서 알았지?

선혜: 음, (왼쪽에 가려진 부분을 가리키면서, 왼손 다섯 손가락 편다.) 다섯 개 하고, (오른쪽에 가려진 부분을 가리키면서, 오른손 손가락 다섯 개를 펴고 오른손 손가락 두 개를 겹치, 중지 가락을 차례로 구부리면서) 이쪽에 다섯 개 하고 두 개 하면 일곱 개니까, 그리고, 또 그 다섯 개 하고, 다섯 개를 합하면 열이 되니까. 그리고 또, 둘하면 열 둘.

교사: (엄지 손가락을 내보이면서) 잘했어. 오, 너무 잘했다.

선혜는 십을 만들기 위해 오른쪽에 가려진 일곱 개의 장난감을 다섯 개와 두 개로 나누는 다음, 왼쪽에 있던 다섯 개와 오른쪽의 일곱에서 분해한 다섯개를 합하여 십을 만들고, 남아 있는 두 개의 장난감을 더한 것으로 볼 수 있다. 이와 같이, 학생과의 상호 작용에 있는 교사라도 학생이 어떻게 문제를 해결했는가를 알기는 쉽지 않다. 따라서, 실험교수 중에 교사는 학생이 사용한 전략에 대하여 말해 보도록 함으로써 학생이 어떻게 문제를 풀었는가를 확인할 필요가 있다.

구성주의자들은 학생의 머리 속에서 이루어지는 “조작적 구조 (operational Scheme)”에 대하여 관심을 가지고 있다. 다음은 마야가 실험 교수에서 곱셈과 나눗셈에 대한 이해가 어떻게 이루어지고 있는가를 보여 주고 있다 (Steffe & von Glasersfeld, 1985). 다음은 교사가 21개의 숫자 카드를 한 줄로 늘어놓고 몇 개인지 세어 보게 한 다음, 모두 가린 후의 활동을 나타내준다.

교사: (덮인 한 줄로 처음 부분을 가리키면서) 네가 이곳에서 시작해서 한 번에 세장의 카드를 집어 묶음을 만든다면 몇 개의 묶음을 만들 수 있을까?

마야: (약 2분 정도 깊게 생각에 잠긴 후에) 일곱입니다.

관찰자: 내가 세어 나갈 때 어떻게 세었지?

마야 21, 20, 19--이것은 하나이고, 18, 17, 16--이것은 둘이고, 이런 식으로 했습니다.

마야의 3으로 나누는 방법은 세 개의 수의 말을 하나의 단위로 하여 거꾸로 세는 것이다. 이것은 마야가 학교에서 보통 나눌 때 쓰는 방식을 교사로부터 배운 것도, 또 실험교수에서 교사가 그녀에게 그렇게 하도록 하여서 그러한 전략을 사용한 것이 아니다. 이것은 마야가 자기 스스로 자기의 '구조적 구조'를 이용한 것이다. 위의 한 장면에서 실험교수 중간에 관찰자가 끼여들어 학생의 풀이 방법에 대하여 물어 보는 장면이 있다. 이와 같이 관찰자는 실험교수 도중에도 학생 또는 교사에게 질문을 함으로써 주어진 상황의 수학적 명료성을 높이게 된다. 하지만, 관찰자는 실험교수의 전체적인 흐름을 방해해서는 안된다. 따라서, 관찰자도 지속적인 실험교수의 관찰과 교사와의 토론으로 그 학생의 수학 상황을 파악하고 있어야 한다. 그러면 마야는 자신이 세 개씩 거꾸로 세어 나가는 전략을 세워 직접 세기 전에 문제의 전체적인 구조 안에서 파악할 수 있었는가? 이를 확인하기 위하여 이 실험교수에서 교사는 다음과 같이 질문하고 있다.

교사: 이 문제를 가지고 곱셈의 문제를 만들어 볼까?

마야 21 곱하기 3이요?

교사: 21 곱하기 3은 무슨 의미이지?

마야 21, 21에서 3을 빼다는 뜻이에요.

교사: 이것은 21 곱하기 3이라는 뜻이야 아니면 21 나누기 3이라는 뜻이야?

마야 21 나누기 3이에요.

교사: 나에게 곱셈의 문제를 말해 볼래?

마야 (약 1분 이상을 가만히 앉아 있다)

교사: 무엇을 생각하고 있지?

마야 몇 번의 셋이 칠이 되는가를 생각을 하고 있었어요.

여기에서 맨 마지막 장면에서 보면 마야는 가만히 앉아 생각하고 있는 동안에 원래의 문제와는 다른 문제를 생각하고 있었다. 그녀는 거꾸로 세기를 해 나갈 때 셋을 하나의 단위로 생각하여 이용하고 있지 못하는 것처럼 보인다. 그녀는 칠을 셋으로 된 단위의 개수로 인식하지 못하는 것을 알 수 있다. 이 상황 이후에 교사는 마야의 수 세기 발달 수준에 대한 자신의 가정을 확인하기 위하여 다음과 같이 계속하고 있다.

교사: 18개의 블록을 이 접시에 담아 볼래? 원하면 이 블록들을 셋씩 셀 수 있어.

마야: (블록을 한 번에 세 개씩 집어서 접시에 덮는다.)

교사: 곱셈에 관한 문제를 한번 만들어 볼 수 있겠니?

마야: (한참 후에) 3 곱하기 6은 18!

이 소녀는 한참 생각하는 동안에 “1-2-3, 이것은 하나이고”라고 시작하여 이와 같이 18까지 하면서 셋씩 세기를 하여 18까지 세는 것을 볼 수 있다. 이 후에 교사가 15개의 블록을 제시하고 세 개씩 세면 몇 번 셀 수 있는가에 대한 옳은 답을 할 수 있었다. 하지만, 교사가 18개와 15개의 블록을 합친 후 세 개씩 세기를 한 것을 이용할 수 있는지 알아보기 위하여 블록을 모두 합한 다음 모두 몇 개인가를 물어 보았을 때, 그녀는 “30”이라고 답했는데 그녀는 이미 $5 \times 6 = 30$ 을 알고 있어서 그렇게 답을 했다. 그러나 두 그룹을 합한 후에 선행의 사실을 곱셈으로 연결시키지 못하고 있다. 이것을 통해 마야의 곱셈에 대한 이해 정도를 알 수 있다. 그녀는 3을 하나의 단위로 생각하여 이용하지 못하고 있다. 즉, 그녀는 셋씩 셀 수는 있었지만 3씩으로 이루어지는 수의 전체적인 구조를 보지 못하고 있다. 교사는 이와 같은 세밀한 분석을 통하여 먼저 학생의 수학의 인지적 구조를 파악하기 위하여 노력해야 하며, 이것이 구성주의의 교수학습에서 교사가 해야 하는 일 중의 하나이다.

IV. 실험교수가 수학교육에 주는 시사점

우리는 위에서 구성주의자들의 연구 방법의 특징과 이 연구 방법이 아동의 수 개념 발달 연구에 어떻게 직접 적용이 되는지 보았다. 앞서도 언급한 바와 같이 구성주의자의 실험 교수는 학생들의 머리 속에서 어떠한 작용이 일어나는가를 알아내기 위한 탐구적인 도구라고 할 수 있다. von Glasersfeld (1983)는 실험 교수가 학생들의 수학적 정신 작용을 알아내기 위한 가장 믿음만한 연구 방법이라고 주장하고 있다. 이 실험 교수가 수학교육 분야에서 하나의 연구 방법으로 채택이 되었는데, 많은 연구자들의 실험교수를 통한 학생과의 실제적인 상호작용을 토대로 좀 더 실제적인 연구가 국내에서도 많이 이루어져야 할 것이다. 실제 적용 가능한 예로, 초등학교 저학년 학생들의 덧셈과 뺄셈을 위한 손가락 등을 이용한 다양한 전략이 어떻게 발전되고 있는가에 대한 연구, 수학 학습 지진 학생 또는 우수 학생들의 수학문제 해결 전략의 차이점, 미국 내에서 최근 활발한 관심을 모으고 있는 분수 개념의 발달 연구 및 학생들이 어떻게 초등의 수 개념에서 추상적인 대수의 개념으로 발달시켜 나가는가에 관한 연구등 국내의 수학 교육자들 사이에서도 구성주의자들이 이용하는 실험 연

구를 통한 연구가 활발히 이루어져야 할 것이다.

구성주의에 대하여 오해하고 있는 것 중의 하나는 구성주의 교사는 실제의 교수 학습에서 별로 할 일이 없는 것으로 생각하기도 한다. 하지만, 구성주의를 신봉하는 수학 교사들에게 최대의 관심과 어려움은 어떻게 학생들에게 그들의 수준에 맞는 학습 가능한 환경을 조성하는가 하는 것이다. 또한, 교사의 수학 교수에 대한 초기 목표 및 학습 환경 설정은 단지 학생의 학습을 위한 출발점이 되어야 하고, 실제의 교수 학습에서 이것들이 보완되고 수정되는 유동성을 가져야 한다.

즉, 교사는 실제 “학생의 수학”을 학생들과의 상호작용과 관찰 등을 통하여 교사들의 입장에서 본 “학생들에 대한 수학”을 가정하고 이를 바탕으로 “학생들을 위한 수학”을 학생들에게 제시하는 것이다. 실험교수에서 학생들을 위한 수학은 학생들에게 어떠한 순서에 따라 수학적 상황을 제시해 주느냐, 상황에 따라 어떠한 결정적인 질문을 해야 하는가, 교사와 학생, 학생과 학생들 사이의 상호 작용을 촉진시키는 것을 포함한다. 일반적으로 교실에서의 수학 교수 학습에서도 교사의 이러한 가정들에서 시작되지만, 이 가정들은 실제의 실험 교수의 과정에서 학생들의 수학에 비추어 적절하게 수정되지 못하고 있다. 즉, 교사가 미리 세운 목표에 학생들을 이끌고 가려고 하고, 이에 학생이 따라 오지 못하면 학생들에게 문제가 있는 것으로 여기는 경우가 많이 있다. 그러나, 구성주의의 실험교수는 학생들은 적극적으로 자신들의 수학을 구성할 능력이 있고, 대부분은 문제는 이러한 학생들의 능력을 제대로 파악하지 못하는 교사들에게 있다고 보고 있다. 구성주의자들이 사용하는 실험교수는 “학생들의,” “학생들에 의한,” “학생들을 위한” 수학을 만들기 위한 하나의 적절한 하나의 시도이고, 이를 위하여 학생과 교사가 함께 구성해 가는 과정이라고 할 수 있다.

이상에서 살펴 본 것과 같이, 실험교수를 수학교육에 하나의 연구 방법으로 사용되기 위해서는 수학교육자나 교사들에게 전통적으로 요구하는 것 이상의 더 많은 노력을 요구하게 된다. 이 실험교수 방법이 구성주의에 입각하여 수행이 되어야 하므로 교사는 먼저 구성주의의 이론에 대한 깊은 이해를 가지고 실제의 실험교수에서 학생과의 역동적이고도 창의적인 상호작용을 해 나갈 수 있어야 할 것이다. 국내에서도 학회 차원에서는 이러한 연구 방법에 대한 논의가 활발하게 이루어지고 있으나, 실제적인 학교 교육 현장과 연계한 적극적인 연구가 아직은 많지 않은 실정이므로 앞으로 수학교육자나 교사들 사이에서 이러한 방법을 사용하여 학생들의 수학을 알기 위한 노력을 계속하여야 할 것이고, 이러한 경험은 교사에게 자신들이 기존에 가지고 있던 수학에 대한 생각을 새롭게 할 것이고, 학생의 수학에 대한 새로운 눈을 열도록 할 것이며, “학생들의 수학”에 바탕을 둔 수학 교수학습이 이루어질 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- Battista, M. (1999). *The mathematical miseducation of America's youth*. Unpublished manuscript.
- Cobb, P., & Steffe, L. P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(2), 83-94.
- Einstein, A., & Infeld, L. (1967). *The evolution of physics*. New York: Simon Schuster Clarion Book.
- Maturana, H. (1978). Biology of language: The epistemology of language. In G. A. Miller & E. Lenneberg (Eds.), *Psychology and biology of language and thought: Essays in honor of Eric Lenneberg* (pp. 27-63). New York: Academic Press.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1998). *Principles and standards for school mathematics: Discussion draft*. Reston, VA: Author.
- Park, M. (1999). *Numerical development of Korean-English bilingual children: A constructivist teaching experiment*. Unpublished doctoral dissertation, University of Georgia, Athens, GA.
- Piaget, J. (1964). Development and learning. In R. E. Ripple, & V. N. Rockcastle (Eds.), *Piaget rediscovered: Report of the conference on cognitive studies and curriculum development* (pp. 7-20). Ithaca: Cornell University Press.
- Skemp, R. (1991). *Mathematics in the primary school*. Londres: Routledge.
- Steffe, L. P. (1984). The teaching experiment methodology in a constructivist research program. In M. Zweng (Ed.), *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education* (pp. 469-471), Boston: Birkhauser.
- Steffe, L. P. (1991). The constructivist teaching experiment: Illustrations and implications. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 177-194). Boston: Kluwer.
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (1998). *Teaching experiment methodology: Underlying*

principles and essential elements. Unpublished manuscript.

Steffe, L. P. & von Glasersfeld, E. (1985). *Child generated multiplying and dividing algorithms: A teaching experiment.* NSF Grant No. MDR-8550463.

von Glasersfeld, E. (1983). An attentional model for the conceptual construction of units and number. In L. P. Steffe, E. von Glasersfeld, J. Richards, & P. Cobb (Eds.), *Children's counting types: Philosophy, theory, and application.* New York: Praeger.

von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning.* London: The Palmer Press.

The Constructivist Teaching Experiment

Man goo Park(Noryangin Elementary School)

The primary purpose of the constructivist teaching experiment is to experience and construct models of students' mathematical learning and reasoning. The constraints the teacher experience in teaching experiment constitute a basis for understanding students' mathematics. The constructivist teaching experiment that includes a dynamic interaction process between teacher and students and between students and students, is the most hopeful research method in mathematics education. In this paper, I introduced the constructivist teaching experiment and showed several examples of applications that were used in the previous research.