

## OECD/PISA 학생성취도 지표개발 연구의 소개

박 경 미 (한국교육과정평가원)

### I. 들어가는 말

우리나라는 1997년 OECD 회원국으로 가입하였다. '부자나라 클럽'인 OECD에 가입하고 분에 넘치는 생활을 한 대가로 국가부도의 총체적 위기에 처하게 되었다는 자성의 소리도 높았지만, 선진 외국과 어깨를 나란히 하며 그 대열에 동참하게 되었다는 점에서 긍정적인 면이 없지는 않을 것이다. 본고에서는 우리나라가 참여하게 될 OECD 가입국 사이의 국제비교 연구에 대하여 살펴보고자 한다. 이를 위하여 현재 구상 중에 있는 새로운 국제비교 연구의 개요를 살펴보고 수학 평가틀과 예시문항을 검토해 봄으로써 성취도 국제비교 연구의 최근 경향을 탐색해 보고자 한다.

### II. PISA의 개요

학생성취도 지표개발 연구는 OECD 교육분과가 주관하는 국제비교연구로 흔히 PISA(Programme for Development of Student Achievement Indicators, Programme for International Student Assessment)로 약칭한다. PISA는 건전한 민주시민으로 생활을 영위하는 데 필요한 읽기 소양(reading literacy), 수학적 소양(mathematical literacy), 과학적 소양(scientific literacy)의 측정을 목적으로 한다. 따라서 제3차 수학과학 성취도 국제비교연구인 TIMSS(Third International Mathematics and Science Study)와 같이 교과 내용과 긴밀하게 연계(content-specific)되는 교과서적인 문항보다는 내용이나 형식이 정형화되지 않은 과정 중심의 문항을 선호한다. PISA의 목적은 학생들이 미래지향적인 시민으로 살아가는 데 필요한 여러 가지 소양을 측정하는 것이기 때문에 교육과정과 교과서에 얽매인 정형화되고 인위적인 문항에서 벗어나 일상 생활에서 쉽게 접할 수 있는 다양한 상황을 배경으로 문항을 제작한다. 또한 여러 교과에서 다차원적으로 접근될 수 있는 범

교과적 능력(CCC : Cross-Curricular Competency)을 측정하는 데 주안점을 둔다.

PISA는 읽기, 수학, 과학의 세 영역에 대한 성취도 검사와 더불어 학생 설문조사, 학교 설문조사 등을 실시하여 정의적인 영역의 태도나 가치관 및 학교와 학생의 배경 등을 종합적으로 고려한다. 평가 대상은 만 15세 학생들로 우리 나라의 경우 고등학교 1학년과 2학년에 해당하며, 표본의 크기는 예비검사의 경우 30 개교에서 30 명씩 표집하여 총 1200 명, 본검사의 경우는 150 개교에서 30명씩 표집하여 총 4500 명이 검사를 치를 예정이다.

PISA는 3년을 주기로 3 차에 걸쳐 총 9년 동안 이루어진다. 전체적인 일정이 세부적인 수준까지 구체화되지는 않았으나, 1998년부터 2006년까지 세 번의 주기가 반복되면서 장기간에 걸쳐 연구가 진행된다. 우선 첫 번째 주기의 첫 해인 1998년에는 평가의 방향과 평가틀을 설정하고 예시 문항을 개발하며, 1999년에는 예비 검사가 실시되고, 2000년에는 본검사가 실시된다. 2001년에는 본검사 결과의 분석과 더불어 두 번째 주기가 시작된다. 이와 유사한 방식으로 세 번의 주기가 반복되는 데, 첫 번째 주기에서는 읽기가 주요영역이고 수학과 과학이 보조영역이 되며, 두 번째와 세 번째 주기에서는 수학과 과학이 각각 주요영역이고 나머지 두 영역은 보조영역이 된다.

PISA는 정책지향적인 비교 연구로, 그 결과를 3년 주기로 출간하여 OECD 국가들이 교육 관련 정책을 결정하는 데 도움을 제공할 수 있도록 한다. PISA의 결과는 학생의 능력, 기능, 지식과 관련된 기본 자료로 '기초지표(basic indicators)', 학생의 능력, 기능, 지식이 가족상황 및 사회적, 경제적, 교육적 변수와 어떻게 관련되는지 밝히는 '상황지표(context indicators)', 9년에 걸친 시계열 자료인 '경향지표(trend indicators)'의 세 가지 지표를 제공하게 된다.

PISA의 구체적인 사업은 네 개의 기관이 연합단을 이루어 진행하는데, 호주의 ACER (Australian Council for Educational Research)은 평가의 기본틀 설정 및 전체적인 주관 을 하고, 네덜란드의 Cito (Netherlands National Institute for Educational Measurement)는 주로 문항을 개발하며, 벨기에의 SPE (Service de Pedagogie Experimentale, Universite de Liege)는 문항 번역의 질 관리를 하고, 미국의 Westat은 질문지 개발, 통계 처리 및 결과 분석을 담당한다.

### Ⅲ. PISA의 수학 평가틀

#### 가. PISA의 수학적 소양의 정의

PISA의 목적은 건전한 민주시민으로 21세기를 살아가는 필요한 다양한 소양을 측정하

는 것이므로, 수학과로 관심의 범위를 한정했을 때의 목적은 ‘수학적 소양’의 측정이라고 할 수 있다. 이를 위하여 각각의 소양에 대한 조작적인 정의가 필요하게 되는데, 수학교과 전문가 집단(Mathematical Functional Expert Group)<sup>1)</sup>에서 내린 ‘수학적 소양’의 정의는 다음과 같다.

수학적 소양이란 개인이 건설적이고 사려 깊고 반성적인 시민으로 현재와 미래의 삶을 살아가는 데 요구되는 능력으로, 우리가 살아가는 세상에서 수학이 하는 역할을 확실히 이해하고 수행하고 올바르게 판단할 수 있는 능력을 말한다.<sup>2)</sup>

위의 정의에는 태도나 가치관 등과 관련된 정의적 측면이 명시적으로 드러나 있지는 않지만, 태도, 감정, 자신감, 호기심, 흥미, 관련성의 인식 등의 요소는 수학적 소양의 배경이 되므로 중요하게 취급된다. 한편 ‘소양(literacy)’은 전통적인 학교 수학 교육과정에서 찾아볼 수 있는 수학적 지식과 기능뿐만 아니라 그 이상의 것을 추구한다는 측면에서 선택된 용어이다. 수학적 소양은 수학의 용어, 기호, 절차, 연산뿐만 아니라 다양한 상황을 배경으로 하며, 반성적 사고와 통찰이 요구되는 다차원적인 수학적 지식과 기능에 초점을 맞추고 있다.

#### 나. PISA의 수학 평가틀

수학 평가틀은 평가에서 측정하고자 하는 바를 명료화하고 평가의 이론적 근거를 마련함으로써, PISA의 수학 평가에 대한 제반 사항을 논의하기 위한 공통의 언어를 제공한다. 수학 평가틀은 ‘능력’과 ‘핵심 아이디어’라는 축과 ‘내용 요소’와 ‘상황과 맥락’이라는 두 개의 기본 축을 중심으로 구성된다. 여기서 첫 번째의 ‘능력’과 ‘핵심 아이디어’는 PISA가 추구하는 방향을 효과적으로 드러낼 수 있는 주요 축이 되며, 두 번째의 축은 다소 보조적인 역할을 하며, 두 개의 축은 직교하는(orthogonal) 것이 아니라 서로 중복되면서 상보적인 역할을 한다. 예컨대, 첫 번째 축의 ‘핵심 아이디어’와 두 번째 축의 ‘내용 요소’는 상당 부분 중복적인 측면이 있으나, ‘내용 요소’는 학교 수학 교육과정에서 전통적으로 다루어

1) 수학교과 전문가 집단은 수학평가의 기본 관점을 명료화하기 위한 평가틀을 구성하고 검사 문항을 검토하기 위하여 조직되었으며, 그 구성원은 다음과 같다 : Jan de Lange(네덜란드), Thomas Romberg(미국), Morgen Niss(덴마크), Kyung Mee Park(한국), Raimondo Bolleta(이탈리아), Sean Close(아일랜드), Maria Luisa Moreno(스페인), Peter Schuller(오스트리아).

2) Mathematical literacy is an individual's ability, in dealing with the world, to identify, to understand, to engage in and to make well-founded judgements about the role that mathematics plays, as needed for that individual's current and future life as a constructed, concerned, and reflective citizen.

저왔던 주제들을 중심으로 열거되어 있고, ‘핵심 아이디어’는 학교 수학 교육과정과 직결되지는 않지만 중요하게 다루어져야 되는 동적인 주제들을 중심으로 구성되는 차이를 갖는다.

수학적 능력(mathematical competencies)  
수학의 핵심 아이디어(mathematical big ideas)

내용 요소(curricula strands)  
상황과 맥락(situations and contexts)

1) 수학적 능력

수학적 사고 기능, 수학적 논증 기능, 모델링 기능, 문제 만들기와 해결 기능, 표상 기능, 기호화와 추상화 기능, 의사소통 기능, 보조 교구와 도구의 사용 기능의 8가지 기능은 각각 세 수준으로 구분된다.

1 수준 : 재생(reproduction), 정의(definition), 계산(computation)

2 수준 : 문제해결을 위한 연결과 통합(connections and integration for problem solving)

3 수준 : 수학적 수학화(mathematization), 수학적 사고(mathematical thinking), 일반화와 통찰(generalization and insight)

첫 번째의 1 수준은 단순한 수학적 대상이나 성질을 기억해 내고 동치인 것을 인식하거나, 정형화된 알고리즘을 통해 기계적인 계산을 수행할 수 있는 수준을 말한다. 이 수준은 TIMSS의 평가틀에 비추어볼 때 성취 기대(performance expectation) 중 가장 낮은 차원의 ‘인지’나 ‘기계적인 절차의 이용’에 대응되며, 여기에 해당하는 문항은 대부분 선다형이나 (제한적인) 개방형 문항의 형태를 띠게 된다.

두 번째의 2 수준은 간단한 실생활 문제를 해결하기 위하여 수학의 여러 영역과 주제들을 연결시키고, 다양한 수학적 표상을 다룰 수 있으며, 정의, 주장, 예, 조건, 증명 등의 진술을 구별할 수 있는 수준을 말한다. 수학적 언어의 측면에서 볼 때에는 기호와 수학의 형식화된 언어를 해석하고, 일상어와의 관련성을 인식할 수 있는 수준으로, TIMSS의 평가틀에서는 ‘탐구와 문제해결’에 해당한다.

세 번째의 3 수준은 통찰을 통해 문제의 상황에 내재해 있는 수학을 인식하여 수학화하

고, 도출된 답을 문제의 맥락에 비추어 반성하는 능력을 말한다. 또한 문제를 해결하기 위하여 분석하고, 해석하고, 증명하고, 일반화하고, 다양한 방식으로 의사소통 하는 능력을 포함하며, 이 수준은 TIMSS의 평가들에 비추어볼 때 '수학적 추론' 과 '의사소통' 에 해당한다.

세 번째 수준에 있어 핵심이 되는 '수학화' 에 대해서 좀 더 자세히 논의할 필요가 있다.<sup>3)</sup> Freudenthal(1983)에 따르면 수학화(mathematization)란 '현상(phenomena)을 수학적 수단인 본질(noumena)로 조직하는 활동' 을 의미하며, 수학화 과정은 현상과 본질의 교대 작용에 의해 수준 상승이 이루어지는 불연속적인 과정이다. 여기서 본질이란 수학적 개념, 구조 등을 말하는 것으로, 본질과 현상은 어느 수준에서는 본질이나 그보다 높은 수준에서는 현상이 될 수도 있는 상대성을 지니고 있다. 예컨대 '수' 는 '양' 이라는 현상을 조직하는 본질이지만, '수' 라는 현상은 '기수법' 이라는 본질에 의해 다시 조직된다.

PISA의 수학 평가들에 등장하는 수학화는 '수평적 수학화' 와 '수직적 수학화' 의 두 가지 성분으로 구성된다(Treffers, 1987). 수평적 수학화는 간단히 말해 문제의 상황을 수학 개념을 이용하여 수학적으로 표현하는 것으로, 일반적인 문맥에서 구체적인 수학을 인식하기, 도식화하기, 문제를 형식화하고 시각화하기, 관계와 규칙성을 발견하기, 여러 가지 문제 사이의 동질성을 인식하는 것이 수평적 수학화의 주요 과정이 된다. 수직적 수학화는 수학으로 변환된 현실 세계의 문제를 수학적으로 더 세련화시키는 과정으로 여기서의 주요 활동으로는 관계를 식으로 표현하기, 규칙성을 증명하기, 모델을 세련시키고 조정하기, 여러 가지 모델을 결합하고 통합하기, 일반화 하기가 있다.

예를 들어 다음은 복잡한 수학화의 과정이 요구되는 3 수준의 문항으로, 이 문제의 해결을 위해서는 문제에 내재해 있는 수학 내용을 인식하고, 발전시키며, 논증하고, 의사소통하는 능력이 필요하다.

어떤 국가의 1980년의 전체 예산은 500만 달러였고, 국방 예산은 30만 달러였다. 그 다음 해의 전체 예산은 605만 달러이고, 국방 예산은 35만 달러였다. 1980년과 1981년 사이에는 10%의 인플레이션이 있었다고 한다.

A. 당신이 평화주의자들의 단체에 초청을 받아 연설을 하게 되었다고 가정하고 1980년보다 1981년의 국방 예산이 감소되었음을 설명하여라.

3) 수학교과 전문가 집단의 좌장인 Jan de Lange가 네덜란드 Utrecht 대학 부설 Freudenthal 연구소의 소장인 관계로, 수학 평가들은 Freudenthal 이론의 영향을 다분히 받고 있다.

B. 당신이 국방 단체에 초청을 받아 연설을 하게 되었다고 가정하고 1980년보다 1981년의 국방 예산이 증가되었음을 설명하여라.

(de Lange, 1987)

한편 위에 제시된 세 수준은 학생들의 수학적 소양의 정도를 가늠하고 각국의 학교교육이 적정 수준의 교육 내용을 제공하고 있는지 판단하기 위한 일종의 준거로, 각 수준은 연속성을 갖기 때문에 명료하게 구분되지 않는 경우도 적지 않다. 뿐만 아니라 1, 2, 3 수준이 엄격한 위계를 이루는 것이 아니기 때문에 상위 수준에 이르렀다고 해서 반드시 하위 수준의 능력을 갖추었다고 보기도 어렵다.

## 2) 수학의 핵심 아이디어

수학의 핵심 아이디어는 ‘내용 요소’와 중복되는 경향이 없지 않으나, 그 접근 방식에 있어서는 차이를 갖는다. 즉 ‘내용 요소’는 주로 학교 수학 교육과정이나 교과서와 밀접하게 관련을 맺는 전통적인 영역 구분을 취하고 있으나, 수학의 핵심 아이디어는 이를 탈피하여 가능한 한 통합적이고 총체적인 주제 중심으로 접근한다. TIMSS의 내용 측은 각국의 수학 교육과정에 근거하여 상당히 구체적인 수준까지 세분하고, 이를 반영하는 문항을 분절화된 형태로 제시하는 경우가 대부분이었으나, PISA는 여러 내용을 종합하고, 사실적 지식에 해당하는 1 수준의 내용보다는 고등 사고기능에 초점을 맞춘 2, 3 수준의 내용을 주로 문항화한다.

수학의 핵심 아이디어는 가능성, 변화와 성장, 공간과 모양, 양적인 추론, 불확실성, 종속과 관계의 6개 영역으로 구분되어 있다. 첫 번째 주기에서 수학은 보조 영역이기 때문에 검사 시간의 제약으로 6개 영역을 모두 다루는 것이 불가능하며, ‘변화와 성장’과 ‘공간과 모양’은 비교적 기존의 교육과정에서 다루는 내용을 광범위하게 포섭할 수 있기 때문에 두 영역만 중점적으로 다룬다.

‘변화와 성장’은 포괄적인 방식으로 변화를 표현하는 것, 변화의 기본적인 유형을 이해하는 것, 변화의 특별한 유형을 인식하는 것, 이러한 기능을 외부 세계에 적용하는 것 등을 포함한다. ‘공간과 모양’은 다리, 집, 교회, 불가사리, 눈송이, 도시, 클로버 잎, 크리스탈, 그림자 등 우리 주위의 도처에 산재해 있는 기하적인 규칙성에 대한 동적인 탐구를 포함한다.

## 3) 내용 요소

내용 요소는 학교 수학 교육과정에서 전형적으로 다루어져왔던 내용 영역을 중심으로 구성되며, 그 하위 영역은 수, 대수, 함수, 기하, 측정, 어림산, 확률, 통계, 이산수학이다.

#### 4) 상황과 맥락

상황과 맥락은 문제의 배경이 진정한 실생활에서 비롯되었는지 아니면 가상적인 상황을 전제로 이를 이상화시켜 인위적으로 구성했느냐에 따라 결정된다. 또 문제의 상황이 학생의 생활과 밀착되어 있는 정도에 따라 개인 생활, 학교 생활, 레저 생활, 일상적으로 접하게 되는 지역 사회에서의 생활, 과학적 상황으로 구분될 수 있으며, 개인 생활에서 과학적 상황으로 갈수록 학생과의 거리는 멀어진다.

그 외에 수학화 과정의 개입 여부에 따라 일차적인 수준의 상황과 이차적인 수준의 상황으로 구분해 볼 수 있다. 일차적인 수준의 상황에는 수학화 과정이 이미 문제에 내재되어 있는 경우로 선다형과 같이 간단한 문항에 주로 이용된다. 이에 반해 이차적인 수준의 상황에서는 문제를 해결하기 위하여 수학화하는 과정이 반드시 요구되며, 고등 사고 기능에 초점을 맞춘 과정 중심의 문제에 적용된다.

지금까지 살펴본 PISA의 수학 평가들을 정리해보면 다음 <표 1>과 같다.

#### 다. PISA의 수학 평가들에 대한 의견

PISA 연구진이 PISA 수학 평가들의 대략적인 윤곽을 정리하여 연구의 참여국에 검토를 의뢰한 결과 11 개국으로부터 19 건의 의견이 접수되었다. 수학 평가들에 대한 의견은 대체로 긍정적이었으며, 혁신적이고(innovative), 위험부담이 있으며(risky), 야심적인(ambitious) 것으로 결론지었다.

검토 의견에서 공통적으로 지적되고 있는 사항은 PISA가 추구하는 방향에 비추어 볼 때 당연한 귀결이기는 하지만, 수학 평가들이 지나치게 고등 사고 능력에 치우쳐 있다는 점이다. 또 풍부한 문제 상황에 가려 수학 내용이 초등화되거나 희석될 지도 모른다는 우려의 반응도 다수 있었다. 평가들로 제시된 기본축과 그 하위 구분과 관련하여서는 내용 요소 중 하나로 설정된 이산수학이 각국의 학교 수학 교육과정에서 본격적으로 도입되고 있지 않다는 점이 지적되었다. 또 내용적 요소에서 '측정'과 관련된 내용이 의도적으로 누락된 것인지에 대한 의문이 제기되었고, 그 결과 '측정'이 내용 요소의 한 하위 영역으로 포함되었다. 참고로 PISA의 평가들에 대한 한국의 검토 의견으로 필자가 작성하여 제출한 의견서가 부록에 제시되어 있다.

〈표 1〉 OECD/PISA 수학 평가틀

수 학 평 가 틀		수학적 능력	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학적 사고 기능(mathematical thinking skill)</li> <li>• 수학적 논증 기능(mathematical argumentation skill)</li> <li>• 모델링 기능(modelling skill)</li> <li>• 문제 만들기과 해결 기능(problem posing/solving skill)</li> <li>• 표상 기능(representation skill)</li> <li>• 기호화와 추상화의 기능(symbol and formalism skill)</li> <li>• 의사소통 기능(communication skill)</li> <li>• 보조 교구와 도구의 사용 기능(aids and tools skill)</li> </ul>
	주 요 축	수학의 핵심 아이 디어	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 가능성(chance)</li> <li>• 변화와 성장(change and growth)</li> <li>• 공간과 모양(space and shape)</li> <li>• 양적인 추론(quantitative reasoning)</li> <li>• 불확실성(uncertainty)</li> <li>• 종속과 관계(dependency and relationships)</li> </ul>
	보 조 축	내용 요소	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수(number)</li> <li>• 대수(algebra)</li> <li>• 함수(function)</li> <li>• 기하(geometry)</li> <li>• 측정(measurement)</li> <li>• 어림산(estimation)</li> <li>• 확률(probability)</li> <li>• 통계(statistics)</li> <li>• 이산수학(discrete mathematics)</li> </ul>
		상황과 맥락	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 진정한 실생활(authentic and real)의 상황/ 가상적인(virtual) 상황</li> <li>• 개인 생활/학교 생활/레저 생활/일상적으로 접하게 되는 지역 사회 에서의 생활/과학적 상황</li> <li>• 일차적인 수준의 상황/이차적인 수준의 상황</li> </ul>

#### IV. PISA의 수학 예시문항

##### 가. PISA의 수학 예시문항 개발 및 검토 과정

PISA에 사용될 검사지는 연구에 참여하는 모든 국가에게 적합한 문항들로 구성되어야 하므로, 각 참여국의 교과전문가들이 문항을 개발하여 제출하도록 요구하였고, 우리나라



의 경우도 수학 문항을 개발하여 제출하였다. PISA의 일차적인 예시문항은 각 국가가 제출한 문항을 검토하여 선별한 문항과 더불어 ACER과 문항개발 담당기관인 Cito가 자체적으로 개발한 문항으로 구성된다.

이와 같이 초기 문항 개발이 이루어진 후에, 연구에 참여한 국가의 교과 전문가들의 의견을 수렴하여 문항이 확정되고 검사도구가 만들어진다. 국제교육성취도평가협회(International Association for the Evaluation of Educational Achievement, IEA)가 주관한 TIMSS가 이와 같은 의견 수렴 절차를 그리 중요시하지 않은 반면, OECD 교육분과가 주관하는 PISA에서는 모든 참여국으로 하여금 평가들에 대한 검토, 예시문항 제출, 예시문항 검토 등의 과정에 동참하여 평가를 구성과 문항 개발에 기여할 수 있도록 하고 있다.

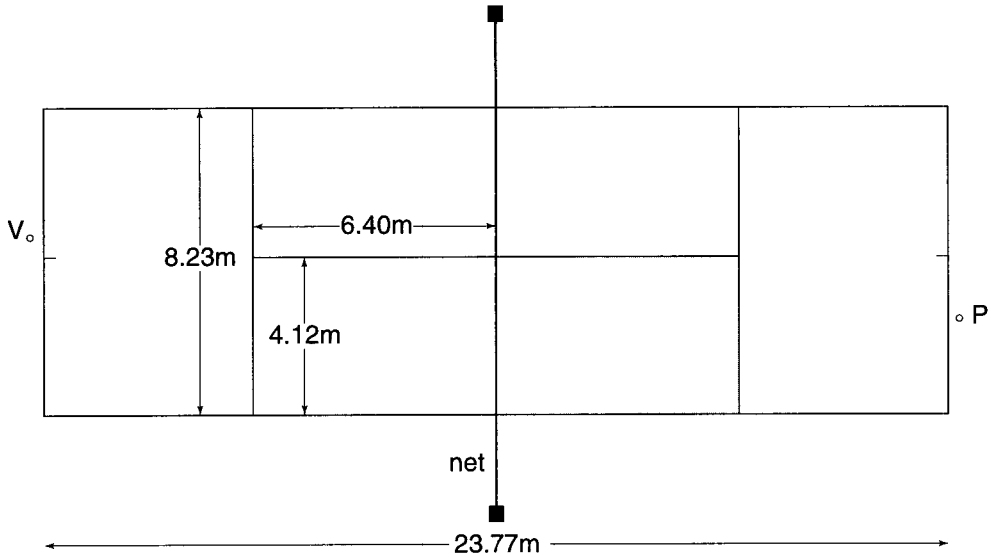
참여국들에게 의뢰한 문항 검토는 다음과 같은 10 개의 항목에 대한 등급을 산출하도록 되어 있다.

- ① 학교에서의 학습 여부 (1-4 점 평정 척도)
- ② 학교 밖에서 학생들의 학습 가능성의 여부 (1-4 점 평정 척도)
- ③ 학생들의 관심도 (1-4 점 평정 척도)
- ④ 예상되는 곤란도 수준 (예상되는 성취도 수준에 따른 1-4 점 평정 척도)
- ⑤ 문화적인 편파성의 가능성 (예/아니오 응답)
- ⑥ 그 외의 편파성의 가능성 (예/아니오 응답)
- ⑦ 번역상 문제가 발생할 가능성 (예/아니오 응답)
- ⑧ 편파성이나 번역의 과정에서 야기될 수 있는 문제점에 대한 의견이나 제안 (서술형)
- ⑨ 그 외 기타 의견이나 제안 (서술형)
- ⑩ 전체적인 적절성 (1-5 점 평정 척도)

## 나. PISA의 수학 예시문항

### 1) 테니스 문제

1. 미국의 비너스 윌리엄스는 1998년 워블던 테니스 대회에서 우승을 차지하였는데, 이 대회에서 세계 신기록에 해당하는 시속 201km의 서브를 넣었다. 비너스 윌리엄스는 V 지점에서 서브를 넣었으며, 상대방 선수는 P 지점에서 서브를 받았다. 비너스 윌리엄스가 넣은 서브가 상대방 선수가 서 있는 P 지점까지 도달하는 데 걸리는 시간은?

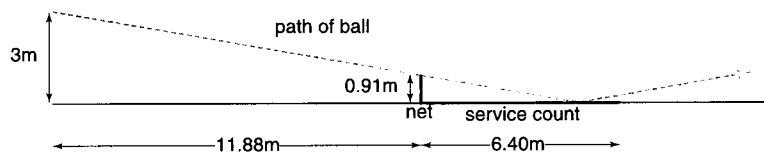


- A. 약 1/10초
- B. 약 1/2 초
- C. 약 1초
- D. 약 2초

《채점 기준》

- 1 점 : 약 1/2 초
- 0 점 : 그 외의 경우

2. 비너스 윌리엄스는 팔을 최대한 뻗어 서브를 넣는데 그 때의 높이는 3m 정도 되며, 테니스 공은 높이가 0.91m인 네트의 바로 위를 지나서, 테니스 코트의 (검게 칠해진) 서비스 코트 안쪽에 떨어지게 된다. 공이 닿는 지점은 네트로부터 얼마나 떨어져 있는가?



《채점 기준》

2 점 : 네트로부터의 거리를  $x$  라고 하고 삼각형의 닳음비를 이용하여 비례식 으로 나타낸다.

$$x : 0.91 = (11.88 + x) : 3, (11.88 + x) 0.91 = 3x, x = 5.2$$

또는

닳은 삼각형을 그리고 어림하여 5.0 부터 5.5 사이의 값을 도출한 경우

1 점 : 삼각형 닳음비를 이용하였으나, 계산상의 오류를 범한 경우

0 점 : 그 외의 경우

3. 위와 같이 네트로부터의 거리를 계산하기 위해서는 비너스 윌리엄스가 3m 높이에서 서브를 넣고, 공이 땅에 닿을 때까지 직선 운동을 한다는 가정이 필요하다. 그 외에 어떠한 가정이 추가적으로 필요한가?

《채점 기준》

1 점 : 공이 테니스 코트의 중앙선을 따라, 혹은 중앙선에 근접하여 움직인다는 가정이 필요하다. 그렇지 않으면, 엔드 라인에서 네트까지의 거리가 11.88m 보다 길어지게 된다.

0 점 : 그 외의 경우

위의 문제는 실제 자료를 바탕으로 한 생동감 있는 문항이나 다소간의 문제점을 내포하고 있다. 우선 테니스 경기나 테니스 코트에 대한 친숙도와 같이 비수학적인 요소가 성취도의 차이를 유발시킬 가능성이 있다. 또 비너스 윌리엄스가 V지점에서 서브를 넣고 상대 선수가 P지점에서 받았다는 가정 자체가 인위적이며, 공의 탄성이나 공기의 저항에 대한 엄밀한 언급이 없어 문제의 상황이 다소 막연하다. 또한 서브의 속력은 공이 라켓에 닿은 순간에서부터 상대방이 공을 받은 순간까지를 고려의 대상으로 삼는다든지 하는 자세한 언급이 없으므로, 이에 대한 문항 정교화 작업이 필요하다.

2) 대표값 문제

1. 다음의 부등식이 성립하도록 10 부터 20 까지의 수에서 5 개의 수를 선택하여라. 단 중복적으로 선택할 수 있다.

$$\text{평균} < \text{중앙값} < \text{최빈값}$$

2. 다음의 부등식이 성립하도록 10 부터 20 까지의 수에서 5 개의 수를 선택하여라. 단 중복적으로 선택할 수 있다.

$$\text{최빈값} < \text{중앙값} < \text{평균}$$

3. 다음의 부등식이 성립하도록 10 부터 20 까지의 수에서 5 개의 수를 선택하여라. 단 중복적으로 선택할 수 있다.

$$\text{중앙값} < \text{평균} < \text{최빈값}$$

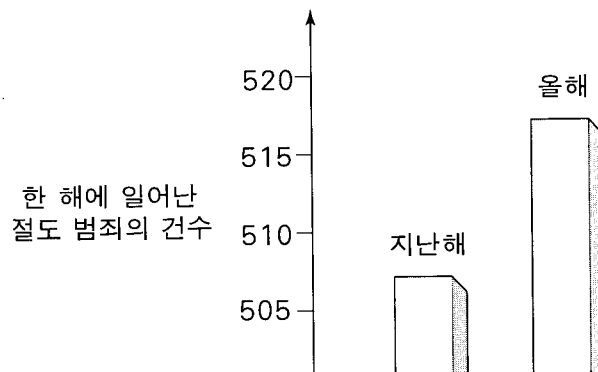
《채점 기준》

- 1 점 : 올바르게 5 개의 수를 선택하였을 때  
 0 점 : 그 외의 경우

위의 문제에 제시된 조건에 부합되는 수를 선택하기 위해서는 세 가지 대표값, 즉 평균, 중앙값, 최빈값의 정의와 특성을 철저히 파악하고 있어야 한다. 학생들의 창의적, 비판적, 반성적 사고를 촉발시키면서도, 채점 기준이 그리 복잡하지 않고 채점자 간의 불일치가 심각하게 나타나지 않을, 바람직한 문항 중의 하나이다.

3) 그래프 해석 문제

TV 뉴스에서 아나운서가 다음과 같이 보도하였다.  
 “올해에는 절도 범죄가 급격하게 증가하였습니다”



아나운서의 보도가 적절한지 판단하고 그 이유를 설명하여라.

《채점 기준》

2 점 : 적절하지 않다고 답하고 다음과 같은 판단 근거를 제시한 경우

그래프의 일부분만 제시하였기 때문에 급격한 증가가 있는 것처럼 보이나, 전체적인 그래프를 생각해 볼 때에는 절도 건수의 증가가 극심하다고 보기는 어렵다.

또는

절도 건수의 증가율은 2% 정도이므로, 급격하게 증가했다는 판단은 옳지 않다.

1 점 : 적절하지 않다고 답하고 판단의 근거를 제시하지 않거나 다음과 같은 이유를 제시한 경우

절도 건수의 증가는 10 건 밖에 되지 않기 때문에 급격한 증가라고 보기는 어렵다.

0 점 : 그 외의 경우

## V. 맺는 말

우리 나라는 제 1 차와 제 2 차 국제교육발전평가(International Assessment of Educational Progress ; IAEP)와 제 3 차 수학·과학 성취도 국제비교연구(TIMSS)에 참여하여 상위권의 성취 수준을 보임으로써, 외국 수학교육 연구자들의 지대한 관심을 받아왔다. 우리 나라 학생들이 여러 성취도 국제비교연구에서 높은 성취도를 보인 것에 대해서는 다각도로 그 원인이 분석되고 있다. 예컨대 수십 국가에 이르는 참여국에 모두 해당되는 공통분모를 찾아 문항을 제작하다 보니 단순 계산류의 하위 정신 능력을 요구하는 문제가 주류를 이루게 되었고, 이는 전통적으로 우리 나라 학생들이 강세를 보이는 유형이라는 냉소적인 해석도 있었고, 가히 세계 1 위라 할 수 있는 우리나라의 사교육이 상위권 성적의 비결이었다는 점도 설득력 있는 해석으로 존재해 왔다. 혹자는 영어나 서양권의 언어에 비하여 체계적이고 간단한 한글에서의 수의 발음 방식도 우리 나라 학생들의 수학 성취도에 일조하였다는 가설을 내세우기도 하였다.

PISA가 교과 내용 중심의 성취도 검사의 성격을 완전히 배제하는 것은 아니나, 만 15 세 학생이 미래지향적인 시민으로 생활하기 위해 갖추어야 할 기본적인 소양을 측정하는데 더 큰 주안점을 두고 있으므로, 기존의 검사와는 다소 성격을 달리한다고 볼 수 있다. 수학적 소양을 측정하기 위하여 실생활 위주의 상황과 문맥을 배경으로 문항이 제작되고, 선다형

일변도의 기존 검사에 비해 서술형 문항의 비중이 높게 책정되며, 대부분의 문항은 과제(task)를 중심으로 구성되기 때문에, 우리 나라 학생들이 IAEP I, II, TIMSS에서 보인 상위권의 결과가 그대로 유지될 지는 의문이다. 새로이 구상되어 실시될 PISA 연구에서도 우리 나라 학생들이 선전할 것을 기대하면서, PISA에 대한 간단한 소개를 마친다.

### 참 고 문 헌

- de Lange, J. (1987). Mathematics, insight and meaning. OW & OC, Utrecht.
- Freudenthal, H.(1983). Didactical phenomenology of mathematical structures. D. Reidel Publishing Company.
- IEA/TIMSS/ICC 200(1991). The Third international mathematics and science study: Project Overview. Vancouver, Canada: Author.
- Organization for Economic Cooperation and Development(1998). Overview of PISA frameworks. Unpublished Document.
- Organization for Economic Cooperation and Development(1998). Mathematics framework. Unpublished Document.
- Organization for Economic Cooperation and Development(1998). Mathematics framework: National feedback with summary. Unpublished Document.
- Organization for Economic Cooperation and Development(1998). Mathematics audit. Unpublished Document.
- Treffers, A. (1987). Three dimensions. D. Reidel Publishing Company.

## 부 록

◆ 한국의 공식 의견 요약<sup>4)</sup>

Reviewer 19 points out that discrete mathematics is not taught to 15 year old students in their country and ask whether measurement was intentionally left out of the framework? They also note that the competencies and levels are still not sufficiently well defined. With respect to contexts it is suggested that “the content of mathematics should not be sacrificed in the name of authentic and real item setting” and also that it may be difficult to find context that are equally familiar in different countries. Finally, they state that while the different assessment formats have their merits, it is not realistic to consider oral tasks, two-stage tasks and production items.

◆ 한국의 공식 의견 원문<sup>5)</sup>Regarding content and curricular

The introduction of discrete mathematics is welcomed. Discrete mathematics promotes the making of mathematical connections, provides a setting for problem solving with real world applications, capitalizes on technological settings, and fosters critical thinking and mathematical reasoning. However, what we are worrying about is the fact that in Korea, major contents of discrete mathematics(combinatorics, graph theory, recursive function, etc) are not dealt with in full scale until the college level. Even though we understand that PISA doesn't prefer the item which directly reflects the stereotyped school mathematics, the contents of discrete mathematics seem to be remote to Korean students.

Did PISA intentionally exclude measurement? In discrete mathematics setting, the focus is on determining a count while continuous mathematics is well suited to situation whose main objective is the measurement of a quantity. Did exclusion

---

4) Mathematics Framework : National Feedback with Summary, 11쪽

5) Mathematics Framework : National Feedback with Summary, 48-49쪽

of measurement has something to do with the emphasis on discrete mathematics and weakening of continuous mathematics?

#### Competencies and different levels

The revised version of framework(issued on June, 16) clarifies the competencies and different levels compare to the previous version. But those are not sufficiently well defined yet. There is still some overlapping even though such overlapping is inevitable. Also, we should consider that the distinction of levels sometimes depends on each student's previous exposure to the item and consequent familiarity.

#### Contexts

One of the major characteristic of PISA is realistic mathematics and context-based approach. However, too much emphasis on context has the danger of weakening the nature of mathematics. It's very hard to find the item which satisfies both mathematics itself and context. The content of mathematics should not be sacrificed in the name of authentic and real item setting. Most of the cases, mathematics is distorted to arithmetic in the process of decorating items with fancy packing (real context).

The description of the the different kinds of wntexts--authentic and real, virtual sounds reasurasle. Howerer, a certain wntext which is familiar and realistic to students in one country may quite unfamiliar and remote to students in other countries. How do we reliably assess mathematical literacy across different cultures and countries using the same set of context? That is the boughest part.

#### Assessment tasks, judgements, and formats

Various assessments formats, especially performance assessment or alternative methods, definitely have the merits. But it is not realistic to consider oral tasks, two-stage tasks, and production items even though the case that mathematics is administered as major study.