

에너지법에 의한 선체판의 기하학적 비선형거동에 관한 연구

고재용*

A Study on the Geometric Nonlinear Behaviour of Ship Plate by Energy Method

by

Jae-Yong Ko*

요 약

고장력강을 주로 사용하는 선체에서 좌굴은 중요한 설계기준이 된다. 판부재는 주로 면내강성을 갖는다. 만약 2차좌굴로 인하여 선체판의 면내강성이 저하한다면 선박전체의 종강도는 크게 저하한다. 그러므로, 판부재의 좌굴후거동과 같은 기하학적 비선형거동을 정확히 규명하여야 하는 것은 구조물 전체적으로 매우 필요하다.

이상과 같은 관점에서 본 논문에서는 에너지법을 이용하여 압축하중을 받는 단순지지판의 기하학적 비선형거동을 규명하였다. 에너지법을 바탕으로 선체판의 탄성대변형해석을 수행하였고 분기점형좌굴과 극한점형좌굴에 대하여 규명하였다.

Abstract

Plate buckling is very important design criteria when the ship is composed of high tensile steel plates. In general, the plate element contributes to inplane stiffness against the action of inplane load. If the inplane stiffness of the plating decreases due to buckling including the secondary buckling, the flexural rigidity of the cross section of a ship's hull also decreases. In these cases, the precise estimation of plate's behaviour after buckling is necessary, and geometric nonlinear behaviour of isolated plates is required for structural system analysis.

In this connection, the author investigated the geometric nonlinear behaviour of simply supported rectangular plates under uniaxial compression in the longitudinal direction, in which the principle of minimum potential energy method is employed. Based on the energy method, elastic large deflection analysis of isolated plate is performed and simple expression are derived to discuss the bifurcation point type buckling and limit point type buckling.

발 표 : 1998년도 대한조선학회 선박해양구조연구회발표회('98. 7. 2.)

접수일자 : 1999년 1월 19일, 재접수일자 : 1999년 4월 22일

*정회원, 목포해양대학교 해양 및 조선공학부

1. 서 언

최근 선박, 해양구조물, 항공기, 자동차를 비롯한 각종 강구조물의 설계에서는 신뢰할 수 있는 높은 안전성의 확보와 동시에 구조 경량화를 추구하고 있다. 1995년부터 WTO체제의 출범을 계기로 무역환경의 변화가 거세질 것으로 본다. 이것은 곧 물동량의 증가와 신속한 수송수단이 요구되고 있다고 할 수 있다. 이와 같이 선박의 대형화와 고속화를 이룩하기 위해서는 초고속대형선의 개발이 필연적으로 요구된다.

즉, 선박의 초고속화를 위한 연구가 활발하게 이루어지고 있다. 특히, 일본의 TSL(Techno Super Liner)은 시속 50노트, 재화중량 1,000톤급 초고속화물선으로서 1989년부터 국가적인 연구개발을 통하여 얻어진 산물이다. 그리고, 우리나라에서는 1990년 이후부터 현대중공업, 삼성중공업, 대우중공업에서 40미터급 이하의 초고속선을 경쟁적으로 건조하고 있다.

이처럼 초고속화물선을 개발하기 위해서는 여러 가지 고려해야 할 사항이 많이 있을 것으로 생각되나 그 중에서 선체의 경량화를 위하여 선각을 이루는 판이 가능하면 박판이면서 고강도이어야 한다고 생각되어 진다. 그러나, 화학적인 처리를 통하여 아무리 항복응력이 높은 고강력판이라 하더라도 물리적인 작용으로 인하여 어느 정도 이상의 힘을 받게 되면 지금까지의 좌굴개념으로서는 해석할 수 없는 물리적인 현상이 나타난다. 물론 지금까지 선박에서 사용되는 판부재에는 이러한 물리적인 현상이 나타나지 않았기 때문에 전혀 문제가 되지 않았다. 그러나, 선박의 초고속화물선을 개발하기 위해서는 제일 먼저 선결과제로서 선각의 박판화를 이룩할 수 있는 이러한 물리적인 현상을 규명해야 할 것이다.

한편, 요즘 선박의 초고속선화는 선각의 박판화를 요구하게 되었고 판부재의 화학적인 기술은 충분히 이루어져 있으나 앞에서 언급한 물리적인 문제가 남아 있다. 즉, 물리적인 문제라 함은 박판이 면내압축하중을 받는 경우에는 초기좌굴이 빨리 일어남으로서 초기좌굴후에도 하중에 대하여 건디

어 낼 수 있어야 한다. 지금까지의 이론으로서는 금속적인 성질에 의하여 최종강도가 증가하였으나 박판에 있어서는 최종강도가 발생하기 직전에 2차좌굴이라고 하는 물리적인 현상이 발생하게 된다. 이것은 선각을 구성하는 판부재가 2차좌굴로 붕괴되어 타부재에도 막대한 영향을 미치게 됨으로 이에 대한 정확한 규명이 뒤따르지 않는 한 선각의 박판화는 어려운 것으로 생각되어 진다.

지금까지 면내압축하중을 받는 박판을 대상으로 2차좌굴을 포함하는 기하학적이고 물리적인 연구로서는 저자가 발표한 논문과 몇 편의 논문이 있다. 이 중 저자의 논문들은 계산기환경이 여의치 못한 상태이므로 고려되는 처짐항이 부족하여 2차좌굴과 같은 복잡한 거동을 추적하기에는 역부족이었다[1-2]. 또한 저자가 발표한 논문[3-8]이외에 2차좌굴에 관하여 아직 규명해야 할 부분이 산적해 있다. 예를들면, 선체의 판부재를 대상으로 에너지법에 의한 기하학적 비선형성을 나타내어 2차좌굴을 해석하는 부분 등이 남아 있다.

이상과 같은 관점에서 2차좌굴과 같은 물리적인 현상을 규명하기 위하여 본 논문에서는 에너지법을 적용하여 판의 지배방정식을 도출하고 판부재를 대상으로 하여 초기좌굴후의 거동에 대하여 2차좌굴을 포함하여 구체적으로 밝힘으로서 고강력강판의 물리적인 현상을 규명하여 초고속화물선을 건조하는 데 있어서 선각의 박판화에 기여하는 데 그 목적이 있다.

2. 해석이론

면내압축하중을 받는 박판의 기하학적이고 물리적인 현상을 규명하기 위하여 판의 지배방정식을 에너지법에 의하여 하중과 횡처짐과의 관계로 도출한다.

선체의 판부재는 Sagging일 경우에 갑판, 그리고 Hogging일 경우에 선저판이 Fig. 1에 나타내는 바와 같이 x 방향에 대하여 면내압축하중을 받는다. 이와 같이 선체의 판부재를 대상으로 해석한다. 4번이 직선을 유지하면서 면외변형에 대해서

는 단순지지되어 있다고 가정한다. 이 경계조건을 만족하는 처짐파형을 다음 식의 2중 Fourier급수로 근사한다.

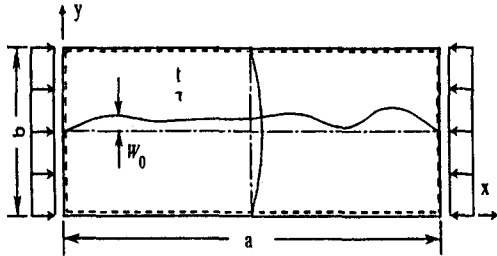


Fig. 1 Rectangular plate under thrust

$$w_0 = \sum_m \sum_n A_{0mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (1)$$

$$w = \sum_m \sum_n A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2)$$

여기서, A_{0mn} , A_{mn} 은 각 모드의 초기처짐 및 전체처짐의 계수를 나타낸다.

평판의 Airy의 응력함수를 F 로 한다면 대처짐이 생기는 판의 적합조건은 다음과 같이 주어진다[4].

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} \\ &= E \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right. \\ & \quad \left. - \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

여기서, E 는 탄성계수를 나타낸다.

따라서, 최소 포텐셜 에너지를 적용하여 구해진 평형방정식은 전체처짐성분 A_{mn} 에 관한 $m+n$ 원 3차 연립방정식으로 다음 식과 같이 된다[4].

$$\begin{aligned} & t \sum_m \sum_n \sum_k \sum_l \sum_p \sum_q \sum_r \sum_s \\ & [(A_{mn} A_{kl} - A_{0mn} A_{0kl}) (A_{pq} \delta A_{rs} + A_{rs} \delta A_{pq})] \\ & H(m, n, k, l, p, q, r, s) \quad (4) \\ & + \frac{\pi^4 Dab}{4} \sum_m \sum_n \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 (A_{mn} - A_{0mn}) \delta A_{mn} \\ & - \frac{\pi^2 bt}{4a} \sum_m \sum_n m^2 \sigma A_{mn} \delta A_{mn} = 0 \end{aligned}$$

한편, 이것을 처짐계수의 증분 ΔA_{mn} 과 평균압축응력 증분 $\Delta \sigma$ 의 관계로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & t \sum_m \sum_n \sum_k \sum_l \sum_p \sum_q \sum_r \sum_s [(A_{mn} A_{kl} - A_{0mn} A_{0kl}) \\ & + A_{mn} \Delta A_{kl} + A_{kl} \Delta A_{mn} + \Delta A_{kl} \Delta A_{mn}] \\ & ((A_{pq} + \Delta A_{pq}) \delta \Delta A_{rs} + (A_{rs} + \Delta A_{rs}) \delta \Delta A_{pq}) \\ & H(m, n, k, l, p, q, r, s) \\ & + \frac{\pi^4 Dab}{4} \sum_m \sum_n \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \\ & (A_{mn} - A_{0mn} + \Delta A_{mn}) \delta \Delta A_{mn} \\ & - \frac{\pi^2 bt}{4a} \sum_m \sum_n \\ & (\sigma A_{mn} + \Delta \sigma A_{mn} + \sigma \Delta A_{mn}) \delta \Delta A_{mn} = 0 \quad (5) \end{aligned}$$

윗 식은 처짐계수의 증분에 관한 1차의 연립방정식으로 되어 다음 식과 같은 매트릭스로 표시할 수 있다.

$$[A] \{ \Delta A \} = \Delta \sigma \{ R \} + \{ Q \} \quad (6)$$

여기서,

$$\{ \Delta A \} = [\Delta A_{11} \ \Delta A_{12} \ \Delta A_{13} \ \dots \ \Delta A_{mn}]^T.$$

$\Delta \sigma \{ R \}$ 은 외력증분을 나타내고, $\{ R \}$ 은 처짐

계수 A_{mn} 및 A_{0mn} 의 함수이다. 한편, $\{Q\}$ 는 증분간을 선형근사한 것에 의해 나타내는 불평형력을 수정하기 위한 항이다. 완전한 평형상태라면 $\{Q\}=\{0\}$ 로 된다. 식(6)는 처짐성분의 증분 ΔA_{mn} 에 관한 $m+n$ 원 1차연립방정식으로 된다.

3. 수치해석 및 고찰

지금까지의 좌굴은 2가지 형태의 좌굴로 구분하고 있다. 그 두가지는 극한점(limit point)의 형태로 일어나는 좌굴과 분기점(bifurcation point)의 형태로 일어나는 좌굴이다. 이것을 저자는 극한점형 좌굴과 분기점형 좌굴이라 명명한 바 있다[5]. 특히, 면내압축하중을 받는 판에 있어서 초기처짐이 존재하지 않는 이상형 판에서는 초기좌굴은 분기점형 좌굴로 일어나고 초기좌굴후에는 일반적으로 극한점형 좌굴로 일어난다고 알려져 왔다. 그러나, 참고문헌[6]에서 초기좌굴후의 좌굴도 두 가지 형태로 일어남을 밝히고 있다. 즉, 종횡비가 적은 판($a/b=\sqrt{2}$ 이하)에 있어서는 극한점형 2차좌굴이 발생하고, 이보다 큰 종횡비를 가진 판에 있어서는 분기점형 2차좌굴이 발생한다고 하였다. 그러나, 본 논문에서는 극한점형과 분기점형 2차좌굴의 메커니즘을 설명하고 극한점형 2차좌굴강도와 분기점형 2차좌굴강도에 대하여 상세히 밝히고자 한다.

3.1 극한점형과 분기점형의 2차좌굴

면내압축하중을 받는 판에 대하여 기하학적 비선형거동을 해석하기 위하여 우선 사각형판을 대상으로 해석을 실시한다. 따라서, 판의 치수 및 재료정수를 다음과 같이 설정하였다.

- 길이 $a = m \times 1,000 \text{ mm}$ (m ; 초기좌굴모드)
- 폭 $b = 1,000 \text{ mm}$
- 두께 $t = 10 \text{ mm}$
- 초기처짐 $A_{0m}/t = 0.1$
- 탄성계수 $E = 21,000 \text{ kg/mm}^2$
- 포아송비 $\nu = 0.3$

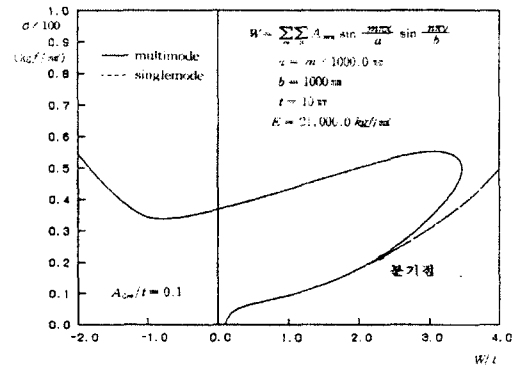


Fig. 2 Elastic large deflection of square plate under thrust

주변단순지지의 경계조건을 가진 사각형판의 탄성대변형 해석 결과를 Fig. 2에 나타낸다. 그림은 평균압축응력 σ 와 중앙처짐 w 와의 관계를 나타내고 있다. 처짐계수 A_{mn} 의 첨자 m 은 하중방향의 반파수, n 은 하중과 직각방향의 반파수를 나타낸다. 해석에 있어서 고려하는 처짐성분은 다음과 같이 가정하였다.

$$w = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n A_{m,n} \sin \frac{m_i \pi x}{a} \sin \frac{n_j \pi y}{b} \quad (7)$$

여기서, $m_i = m(2i-1)$, $n_j = n(2j-1)$

초기처짐에 있어서 초기처짐파형은 초기좌굴모드로 하였으며 처짐량은 판 두께의 10%로 하였다. 즉, $A_{0m}/t=0.1$ 로 가정하여 계산하였다.

Fig. 2에서 나타내고 있는 바와 같이 면내압축하중을 받는 판이 초기처짐이 존재하면 하중의 초기단계부터 횡처짐이 존재하여 서서히 증가하게 된다. 만약 초기처짐이 존재하지 않는다면 초기좌굴이 발생하는 시점까지는 전혀 횡처짐이 존재하지 않다가 초기좌굴이 발생하면 급작스럽게 횡처짐이 증가하게 된다. 즉, 면내압축하중을 받는 판이 초기처짐이 존재하지 않는 경우에는 초기좌굴이 분기점형 좌굴로서 발생한다. 그러나, 초기처짐이 존재하는 경우에는 초기단계부터 횡처짐이 증가하게 되어 초기좌굴강도에서 분기점형 좌굴로서 나타나지 않고 단지 횡처짐의 증가속도가 커지게

됨을 알 수 있다. 이후 하중이 증가하면서 처짐도 계속적으로 증가하나 꾸준히 증가하지 않고 4변이 직선을 유지한다는 조건으로 인하여 중앙의 횡처짐이 감소하면서 처짐모드가 서서히 3모드로 변하게 된다. 이때 하중이 더 이상 증가하지 않는 곳이 존재하는데 이 점을 극한점(limit point)이라 한다. 지금까지는 안정적인 평형경로를 나타내고 있지만 극한점이후 부터는 불안정평형경로를 나타내게 되는데 하중이 감소하면서 처짐모드가 3모드로 바뀌게 된다. 그러나, 여기서도 언제까지 하중이 감소하지 않고 어느 시점에서는 멈추게 되어 중앙의 횡처짐은 반대방향으로 계속적으로 성장하게 된다. 이 시점에서는 극한점(limit point)으로 나타나는 것이 아니고 분기점(bifurcation point)으로 나타난다. 물론 이때도 초기처짐이 존재하는 경우에는 분기점으로 나타나지 않고 극한점으로 나타난다. 이 시점을 전환점으로 하여 1반파의 처짐모드는 완전히 사라지고 3모드만이 처짐모드로 성장하게 된다. 이와 같은 일련의 거동을 2차좌굴의 현상으로서 설명할 수 있다. 즉, 여기서의 2차좌굴은 극한점형의 2차좌굴이라고 한다. 이것은 초기좌굴이후에 나타나는 좌굴이 극한점형(limit point) 2차좌굴이었기 때문이다. 그리고, 여기서 파선은 초기처짐 및 전체처짐을 하나의 처짐성분만으로 가정했을 때의 거동을 나타내고 있다. 여기서, 알 수 있는 바와 같이 처짐을 단순한 모드로 가정하면 초기좌굴후 2차좌굴과 같은 대변형거동을 해석할 수 없음을 나타낸다.

여기서의 결과는 정사각형의 판부재만을 나타내는 것이 아니고 종횡비($\alpha = a/b$)가 정수를 나타내는 판부재는 고려하는 처짐성분이 위 식(7)과 같은 경우에는 모두 같은 거동을 하게 됨을 나타내고 있다. 즉, 이같은 경우에는 2차좌굴강도뿐 만 아니라 모든 거동이 같다는 것을 의미한다.

그러나, 처짐성분을 종횡비가 5인 경우에 다음과 같이 고려한다면 또 다른 결과가 나온다. 여기서, 고려하는 처짐성분은 Nakamura and Uetani[2]가 고려한 경우와 똑 같이 가정한다.

$$w = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n A_{m,n} \sin \frac{m_i \pi x}{a} \sin \frac{n_j \pi y}{b} \quad (8)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \{m_i\} &= \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 19, 23\} \\ \{n_j\} &= \{1, 3\} \end{aligned}$$

Fig. 2에서 ●로 표시되어 있는 시점에서 분기점형 좌굴이 발생한다. 즉, 고려하는 처짐성분을 식(7)과 같이 가정한다면 ●부분에서 분기점형좌굴이 발생하지 않지만 식(8)처럼 고려한다면 그림과 같이 분기점형좌굴이 발생하게 된다. 여기서 알 수 있는 바와 같이 고려하는 처짐성분은 종횡비에 따라 다르지만 어느 것을 고려해야 될까라고 할 때는 가능한 한 모든 처짐성분을 고려하면 된다. 그러나, 컴퓨터상의 기억용량과 계산시간의 제약이 있을 때는 Table 1에 나타난 바와 같이 처짐성분을 고려하면 된다.

Fig. 3은 식(8)과 같이 처짐성분을 가정하여 종횡비가 5인 판의 2차좌굴과 2차좌굴후 거동을 나타내고 있다. 이 결과는 Nakamura and Uetani가 구한 결과와 같다. 즉 a점에서 분기점형좌굴이 발생하게 된다. Fig. 2에서 ●로 나타내는 분기점이 Fig. 3에서의 a점을 나타낸다. 이 a점으로부터 또 다른 하중경로를 나타내면서 진행하게 된다. 이 점으로부터 하중이 감소하는 불안정 경로를 따라서 a→b→c→d→e로 이동한다. 또한 점e에서 또 다시 분기점으로 이동하게 되어 이때부터 다시 하중이 증가하면서 안정평형경로를 따라 f점까지 이르게 된다.

Fig. 4는 종횡비가 5이고 초기처짐이 존재하지 않는 판이 면내압축하중을 받는 경우 처짐모드가 5모드로부터 7모드로 변화하고 있음을 알 수 있다. 이것은 물론 Fig. 3에서 설명한 바와 같이 불안정평형경로까지를 추적하여 구한 결과이나 실제적으로는 불안정평형경로는 나타나지 않기 때문에 (a)와 같은 5모드에서 곧바로 (f)와 같은 7모드로 변화하게 된다. 이와 같이 갑자기 변화하는 현상을 snap through 현상이라 한다. 이 snap through 현상을 설명하기 위하여 응력과 변형률의 관계로 나타내면 Fig. 5와 같이 나타낼 수 있다.

이 그림에서 나타내고 있는 바와 같이 a→f 경로는 선형탄성경로를 나타내고 있다. 그러나 a점

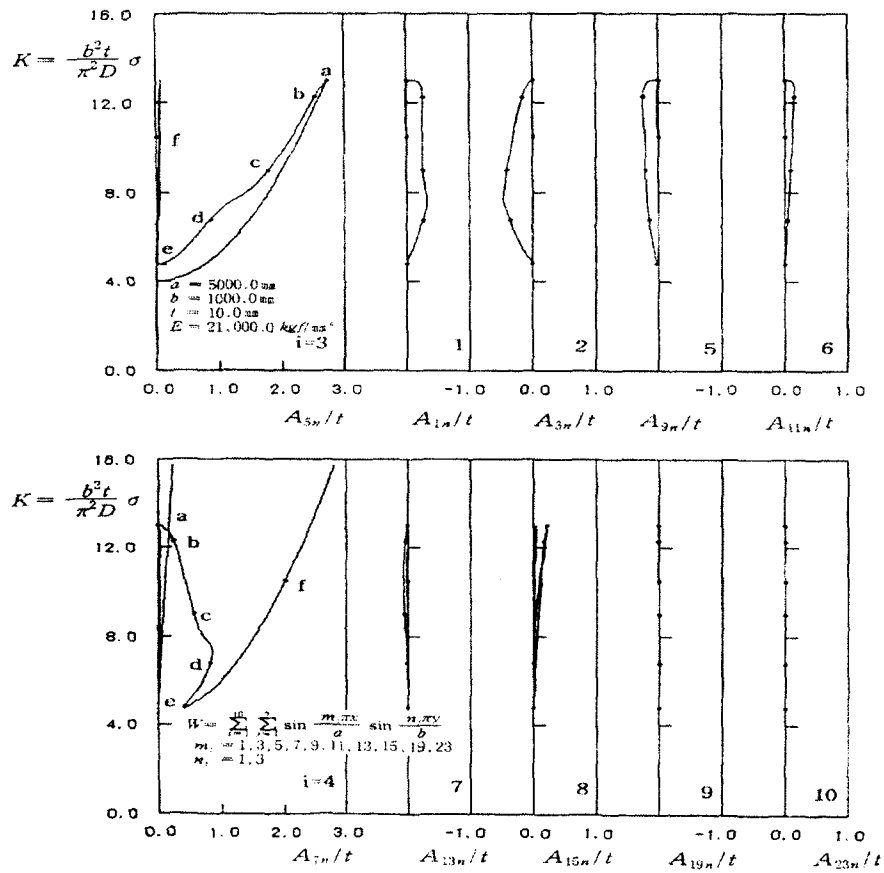


Fig. 3 Load-deflection coefficient curves of a rectangular plate under thrust(a/b=5.0)

Table 1.1 Secondary buckling stress of plates with two primary buckling mode
($m = 1, 2, 3, 5, 6, 7$ $n = 1, 3$)

a/b	$\sqrt{2}$	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	$\sqrt{6}$
σ_{2cr}	72.10	61.38	51.54	43.57	36.58	30.53	25.42	21.19	17.79	15.14	13.11	12.27

Table 1.2 Secondary buckling stress of plates with three primary buckling mode
($m = 1, 3, 5, 7, 9, 11$ $n = 1, 3$)

a/b	$\sqrt{6}$	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1	3.2	3.3	3.4	$\sqrt{12}$
σ_{2cr}	48.00	45.35	40.53	36.13	32.12	28.49	25.23	22.37	19.87	17.73	15.93	14.94

Table 1.3 Secondary buckling stress of plates with four primary buckling mode
($m = 1, 4, 7, 9, 12, 15$ $n = 1, 3$)

a/b	$\sqrt{12}$	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	4.0	4.1	4.2	4.3	4.4	$\sqrt{20}$
σ_{2cr}	40.43	39.21	35.99	32.98	30.18	27.58	25.19	23.01	21.05	19.28	17.72	16.72

Table 1.4 Secondary buckling stress of plates with five primary buckling mode
($m = 1, 5, 9, 11, 15, 19$ $n = 1, 3$)

a/b	$\sqrt{20}$	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9	5.0	5.1	5.2	5.3	5.4	$\sqrt{30}$
σ_{2cr}	36.65	35.95	33.53	31.25	29.09	27.07	25.18	23.43	21.80	20.31	18.96	18.00

Table 1.5 Secondary buckling stress of plates with six primary buckling mode
($m = 1, 6, 11, 13, 18, 23$ $n = 1, 3$)

a/b	$\sqrt{30}$	5.5	5.6	5.7	5.8	5.9	6.0	6.1	6.2	6.3	6.4	$\sqrt{42}$
σ_{2cr}	34.38	33.92	31.99	30.15	28.41	26.75	25.18	23.71	22.33	21.05	19.85	18.95

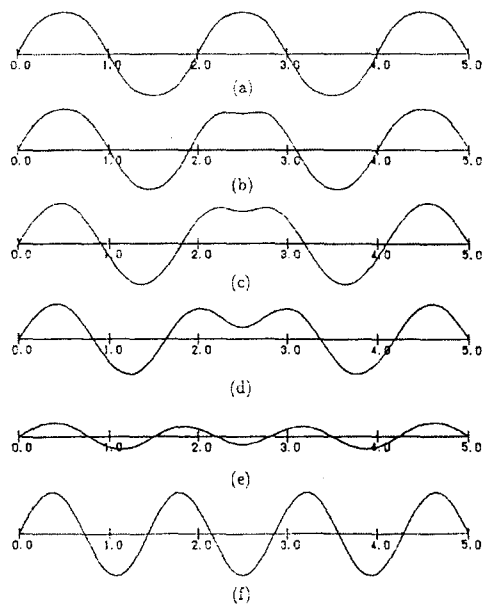


Fig. 4 Deflection modes of a rectangular plate under thrust($a/b=5.0$)

에서 분기점형 초기좌굴이 발생하여 처짐모드가 5 모드로서 비선형탄성경로를 나타낸다. 그후 계속적으로 성장하지 않고 점c에서 또 다시 분기점형

2차좌굴이 발생하게 된다. 이때 변위로서 계속적으로 변위를 변화시키면 c점에서 d점으로 snap through 현상이 발생하면서 처짐 모드가 5모드에서 7모드로 변하여 e점으로 성장하게된다. 결국, 중횡비가 5인 판이 변위로서 하중을 계속적으로 가하는 경우의 경로를 추적하면 a→c→d→e와 같이 변하게 된다.

각 경로별로 면내접선강성(기울기)은 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$D = \frac{1 + \alpha^4}{3 + \alpha^4} E \tag{9}$$

윗 식으로부터 구한 결과는 Table 2와 같다.

Table 2 In-plane rigidity along deflection behaviour path

path	α	D
a → f	∞	1.0 E
a → c	5/5	0.5 E
b → d → e	5/7	0.3866 E

Note : 1) $\alpha = a/b$ is aspect ratio

2) D is In-plane rigidity

Fig. 5와 Table 2로부터 알 수 있는 바와 같이

초기좌굴이 발생하면 면내강성이 1.0E로 부터 0.5E로 저하하다가 2차좌굴이 발생하면 0.3866E로 또 다시 저하한다. 이와 같이 초기좌굴과 2차좌굴이 발생하면 면내하중에 대하여 견딜 수 있는 강성이 저하하므로서 선박 전체가 붕괴될 가능성이 커진다고 할 수 있다.

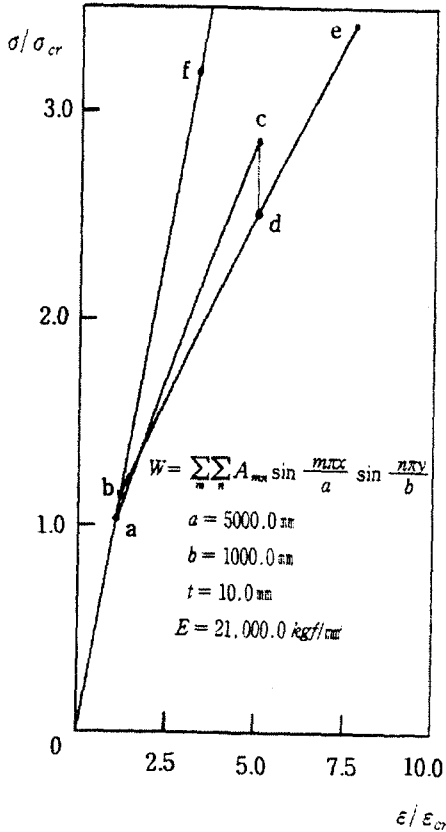


Fig. 5 Average stress-average strain curves of a rectangular plate under thrust(a/b=5.0)

3.2 종횡비에 따른 2차좌굴강도

(1) 극한점형으로 나타나는 2차 좌굴강도
 종횡비($\alpha = a/b$)의 변화에 따라 극한점형 2차좌굴 강도가 어떻게 변하는지 알기 위하여 식(7)과 같이 전체처짐을 가정하여 구하였다. 여기서 종횡비에 따라 고려해야 하는 처짐성분을 식(7)로부터 구하여 Table 3에 잘 나타내고 있다. 그 결과

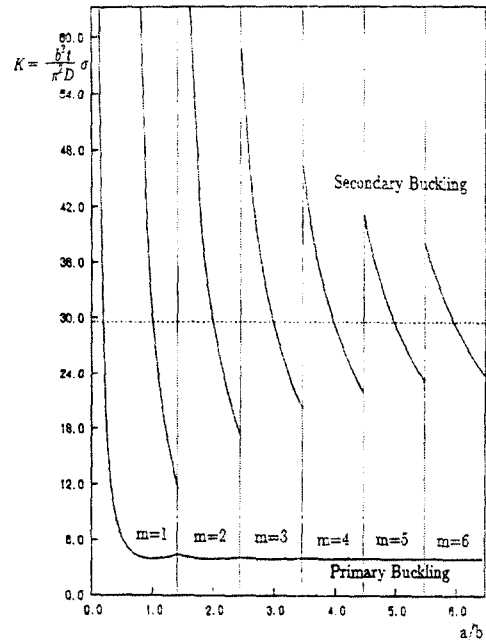


Fig. 6 Limit point type secondary buckling strength of a flat rectangular plate

를 종축에 대하여 좌굴계수($b^2t\sigma/\pi^2D$)를, 횡축에 대하여 종횡비로 나타내면 Fig. 6과 같이 나타난다. 즉, Table 3에서는 종횡비에 따라 구한 2차좌굴강도(kgf/mm^2)를 나타내고 있다. 지금까지 잘 알려져 있는 바와 같이 초기좌굴강도를 보면 종횡비가 정수인 곳에서 좌굴계수가 가장 낮은 4.0으로 모두 같게 나타난다. 그러므로 일반적으로 선체설계시에 판의 좌굴강도를 고려할 때는 항상 경계조건이 단순지지되어 있다고 가정하여 설계한다. 그것은 판이 단순지지되어 있는 경우가 좌굴강도가 제일 낮기 때문이다. 이와는 대조적으로 2차좌굴강도를 보면 정수인 종횡비에서 좌굴강도가 모두 같은 $54.76 kg/mm^2$ 으로 나타난다. 그리고 종횡비가 정수인 판에 있어서는 2차좌굴과 2차좌굴 후 거동이 Fig. 2에서 나타난 바와 같은 똑같은 거동을 한다.

다시 설명하면, 종횡비($\alpha = a/b$)가 1,2,3,4,5... 일때에는 2차좌굴과 2차좌굴후 거동이 모두 같은

Table 3 Secondary buckling stress of plates

a/b			0.8	1.0	1.2	1.4	$\sqrt{2}$	$m=1,3,5$
σ_{2cr}			125.8	54.76	34.80	22.63	21.96	$n=1,3,5$
a/b		1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	$\sqrt{6}$	$m=2,6,10$
σ_{2cr}		125.71	75.60	54.76	43.26	34.79	33.05	$n=1,3,5$
a/b	$\sqrt{6}$	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	$\sqrt{12}$	$m=3,9,15$
σ_{2cr}	113.96	87.41	66.81	54.76	46.61	40.20	38.38	$n=1,3,5$
a/b	$\sqrt{12}$	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	$\sqrt{20}$	$m=4,12,20$
σ_{2cr}	87.67	75.60	63.24	54.76	48.43	43.26	41.58	$n=1,3,5$
a/b	$\sqrt{20}$	4.6	4.8	5.0	5.2	5.4	$\sqrt{30}$	$m=5,15,25$
σ_{2cr}	77.34	70.03	61.30	54.76	49.59	45.23	44.29	$n=1,3,5$
a/b	$\sqrt{30}$	5.6	5.8	6.0	6.2	6.4	$\sqrt{42}$	$m=6,18,30$
σ_{2cr}	73.30	66.81	60.09	54.76	50.38	46.61	45.23	$n=1,3,5$

Note : 1) σ_{2cr} notes bifurcation point type secondary buckling

2) m and n note the deflection component of length and width direction.

거동을 나타낸다. 이것은 종횡비가 다름에도 불구하고 같은 거동을 보이고 있는 것은 a/mb (m : 초기좌굴모드)가 같기 때문에 나타나는 것이라고 생각되어 진다. 즉, 전체처짐을 식(7)과 같이 가정한다고 한다면 종횡비가 정수인 판에 있어서는 2차좌굴과 2차좌굴후거동이 똑 같은 거동으로 나타난다. 식(7)과 같이 전체처짐을 가정하면 종횡비가 $\sqrt{2}$ 보다 큰 판에 있어서는 모두 Fig. 2와 같은 극한점형 2차좌굴이 발생한다는 것을 나타내고 있다.

2차좌굴강도에 있어서는 초기좌굴강도와는 다르게 초기좌굴모드가 변화하는 종횡비에서 2차좌굴강도가 불연속적으로 변화하며, 같은 초기좌굴모드내에서는 종횡비가 증가함에 따라 2차좌굴강도가 감소하며, 그 감소율도 또한 감소한다. 또한 초기좌굴모드가 변화하는 종횡비에서 2차좌굴강도의 불연속량은 종횡비의 증가와 함께 감소한다.

(2) 분기점형으로 나타나는 2차좌굴강도

종횡비의 변화에 따라 분기점형 2차좌굴 강도가 어떻게 변하는지 알기 위하여 다음과 같이 전체처짐을 가정하여 구하였다.

$$w = \sum_{m=1}^{21} \sum_{n=1,3} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (10)$$

이미 앞절에서 설명한 바와 같이 종횡비가 $\sqrt{2}$ 보다 큰 판에 있어서는 전체처짐을 식(10)과 같이 가정하면 극한점형 2차좌굴에 도달하기 전에 분기점형 2차좌굴이 생긴다. 참고문헌[5]에서 기술한 바와 같이 분기점(bifurcation point)은 판의 증분형평형조건식에 있어서 하중제어형증분법과 변위 제어형증분법의 강성매트릭스의 행렬식(determinant)이 동시에 제로가 될 때 나타난다. 그러나, 극한점(limit point)은 하중제어형증분법만의 강성매트릭스의 행렬식(determinant)이 제로가 될 때 나타난다. 즉, 식(10)과 같이 가정하여 종횡비의 변화에 따른 분기점형 2차좌굴강도를 구한 결과를 종축에 대하여 좌굴계수($b^2 t \sigma / \pi^2 D$)를, 횡축에 대하여 종횡비로 나타내면 Fig. 7과 같이 나타난다. 또한 그 결과를 자세하게 표로 나타내면 Table 1과 같이 나타낼 수 있다. 여기서는 정수인 종횡비에서 분기점형 2차좌굴강도가 극한점형 2차좌굴강도보다 두 배 정도 적은 25.42 kg/mm^2 로 나타난다.

즉, 전술한 바와 같이 식(10)으로 가정하였을 경우에는 식(7)로 가정하였을 경우보다 두 배 정도 적은 2차좌굴강도값이 나타나는데, 이것은 Fig. 2에서 나타내는 바와 같이 극한점형 2차좌굴이 발생하기 전에 ●표시가 되어 있는 부분에서 분기점형 2차좌굴이 발생하기 때문이다.

최종적으로 종합하면 판의 종횡비에 대하여 $\sqrt{2}$ 보다 적은 판은 극한점형 2차좌굴강도를 적용하고 $\sqrt{2}$ 보다 큰 판에 있어서는 분기점형 2차좌굴강도를 적용해야한다.

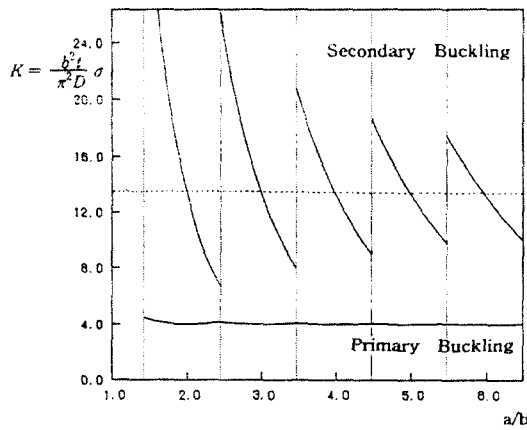


Fig. 7 Bifurcation point type secondary buckling strength of a flat rectangular plate

4. 결론

본 논문에서는 2차좌굴과 같은 물리적인 현상을 규명하기 위하여 에너지법을 적용하여 판의 지배 방정식을 도출하고 판 부재를 대상으로하여 초기 좌굴후의 거동에 대하여 2차좌굴을 포함하여 구체적으로 밝힘으로서 고장력강판의 물리적인 현상을 규명하여 초고속화물선을 건조하는 데 있어서 선각의 박판화에 기여할 수 있는 유익한 자료를 얻었다.

선체구조의 판부재가 1방향에 면내압축하중을 받아 좌굴붕괴하는 경우를 상징하였으며 에너지법

을 적용하여 선체판의 기하학적 비선형거동을 해석하였다.

그 연구성과를 요약하면 다음과 같다.

1) 종횡비가 $\sqrt{2}$ 이하인 판에 대해서는 극한점형 (limit point) 2차좌굴이 발생하지만 $\sqrt{2}$ 보다 큰 판에 대해서는 분기점형(bifurcation point) 2차좌굴이 발생한다.

2) 처짐을 단순한 모드로 가정하면 2차좌굴과 같은 대변형거동을 추적할 수 없다.

3) 종횡비가 5인 판(a/b=5)에 대해서 처짐을 모든 모드로 가정하면 처음에는 정사각형판 (a/b=1)과 똑같은 거동을 하지만 정사각형판이 극한점형 2차좌굴을 한다면 종횡비가 5인판에 있어서는 정사각형판의 2차좌굴강도보다 절반인 응력에서 분기점형 2차좌굴이 발생한다. 여기서, 분기점형 2차좌굴이 발생하는 곳까지는 정사각형판의 거동과 똑 같다.

4) 초기처짐이 없는 종횡비가 5인 판(a/b=5)에 있어서 초기좌굴이 발생하면 면내강성이 1.0E로부터 0.5E로 저하하다가 2차좌굴이 발생하면 0.3866E로 또 다시 저하한다.

참 고 문 헌

- [1] Uemura, M. and Byon, O.: "Secondary Buckling of a Flat Plate under Uniaxial Compression ; Part I: Theoretical Analysis of Simply Supported Flat Int. J. Non-Linear Mech., Vol. 12, No.6, pp.355-370, 1976.
- [2] Nakamura, T. and Uetani, K.: "Secondary Buckling and Post-Secondary Buckling Behaviour of Rectangular Plates", Int. J Mech. Sci., Vol.21, pp.265-286, 1978.
- [3] 矢尾哲也, 藤久保昌彦, 高 在用: "初期たわみを有する薄板の2次座屈に関する研究", 造船學會論文集, 第176號, pp.309-318, 1994.
- [4] 矢尾哲也, 藤久保昌彦, 高 在用: "面内壓縮 荷重を受ける矩形板の大たわみ舉動に関する研究", 部造船會會報, 第 89 號, pp.179 1995.
- [5] 高 在用: "2次座屈を伴う板の座屈・塑性崩壊舉動に関する研究, 廣島大學博士學位論文 1995.

- [6] 고재용, T. Yao, 백점기 : “면내압축하중을 받는 판의 2차좌굴에 관한 연구”, 대한조선학회논문집, 제33권 제3호, pp.66-80, 1996.
- [7] 고재용 : “선체판부재의 2차좌굴거동에 관한 연구”, 한국항해학회지, 제20권 제1호, pp.47-58, 1996.
- [8] 고재용, 최익창 : “호장증분법에 의한 판구조물의 2차좌굴거동에 관한 연구”, 한국전산구조공학회지, 제42권 제4호, pp.209-218, 1998.