

■ 論 文 ■

## 고속도로 대기행렬길이 산정모형 개발을 위한 연속류 특성 분석

A Study of Traffic Flow Characteristics for Estimating Queue-Length in Freeway

**노재현**

(서울시정개발연구원 위촉연구원)

**손봉수**

(서울시정개발연구원 부연구위원)

**도철웅**

(한양대학교 교통공학과 교수)

**신치현**

(경기대학교 교통공학과 조교수)

### 목 차

- I. 서론
    - 1. 연구목적
    - 2. 연구범위
  - II. 기존 분석방법과 이론 고찰
    - 1. 충격파이론
    - 2. 대기행렬이론
  - III. 데이터 수집
    - 1. 데이터 수집구간 및 방법
    - 2. 데이터 가공 및 처리
  - IV. 데이터 분석
    - 1. 대기행렬의 밀도변화
    - 2. 대기행렬 끝지점의 속도변화
    - 3. 대기행렬길이와 교통량 관계
    - 4. 대기행렬길이와 누적교통량 관계
  - V. 혼잡구간의 교통상황 판정
  - VI. 결론
- 참고문헌

### 요 약

고속도로의 교통혼잡을 관리하기 위해서는 근본적으로 혼잡지점 상류부의 진입교통량을 제어해야 한다. 이를 위한 효과적인 램프미터링 운영전략이나 고속도로 교통정보제공방안을 수립하기 위해서는 혼잡영향권(대기행렬 길이)에 관한 신뢰성 있는 데이터가 반드시 필요하다. 고속도로의 대기행렬길이를 산정하기 위해 일반적으로 충격파이론과 대기행렬이론을 제시하고 있으나, 이들은 실질적인 목적으로 사용하는데 현실적으로 여러 가지 한계점을 지니고 있다.

본 논문은 고속도로상의 병목현상으로 인해 발생하는 대기행렬길이와 혼잡구간의 혼잡정도를 산정할 수 있는 모형개발을 위한 기초연구로서 혼잡상태의 연속류 특성을 분석하는데 목적이 있다. 이를 위해, 본 연구에서는 서울시 도시고속도로에서 비디오촬영을 통해 수집한 실제 데이터(본선 및 램프교통량, 밀도, 속도, 그리고 대기행렬길이)를 이용하여 진입램프지점의 혼잡상태에서 대기행렬길이가 증가하는 과정을 분석하였다. 분석결과, 혼잡기간중의 대기행렬길이는 혼잡구간에 진입하는 교통량과 병목지점을 실제로 통과하는 교통량을 이용하여 추정 가능성이 확인하였으며, 혼잡구간의 혼잡정도 역시 실시간으로 수집이 가능한 교통량 자료를 이용하여 신뢰성 있게 판단할 수 있는 분석방법을 제시하였다.

## I. 서론

### 1. 연구목적

고속도로상에서 발생하는 교통혼잡을 관리하기 위해서는 근본적으로 혼잡발생지점 상류부에 위치한 진입램프로부터 유입되는 교통량을 제어해야 한다. 이를 위한 효과적인 램프미터링 운영전략이나 고속도로 교통정보제공방안을 수립하기 위해서는 혼잡영향권(대기행렬길이)에 관한 신뢰성 있는 데이터가 반드시 필요하다.

고속도로상에서 발생하는 대기행렬의 길이를 산정하기 위한 기존 분석방법들은 전통적인 충격파이론과 대기행렬이론에 기초를 두고 있다. 그러나, 이러한 이론에 기초한 기존 분석방법들은 제 II장에서 지적한 문제점을 지니고 있어 실제 현장에 적용하는데는 한계가 있다. 이러한 사실에 근거하여, 본 연구는 고속도로의 대기행렬길이를 신뢰성 있게 산정할 수 있는 모형개발을 위한 기초연구로서 혼잡상태의 연속류 특성을 분석하는데 목적이 있다. 즉, 고속도로의 진입램프지점에서부터 발생한 대기행렬이 형성되는 과정을 관찰하여, 이러한 과정을 설명할 수 있는 교통변수를 파악하는데 주안점을 두고 있다.

### 2. 연구범위

본 연구에서는 서울시 도시고속도로 중에서 데이터 수집이 가능한 올림픽대로의 동작대교 하류부에서부터 반포대교 상류지점에 이르는 약 3km의 램프접속 및 기본구간을 분석대상으로 설정하였으며, 전체 6장으로 구성되어 있다. 제 2장에서는 기존에 제시된 고속도로상의 대기행렬길이를 산정하는 방법과 이론의 한계점에 대해 검토하였다. 제 3장에서는 고속도로상의 대기행렬이 형성되는 과정을 관찰하기 위한 교통 데이터를 현장에서 직접 수집하고, 수집된 데이터를 분석하기 위해 가공, 처리하였으며, 조사지점 선정 및 데이터 가공, 처리 방법에 대해 기술하였다. 제 4장에서는 수집된 데이터를 이용하여 대기행렬 형성과정에서 교통변수들의 변화패턴을 분석하였다. 기본적으로 다룬 교통데이터는 고속도로 본선 및 램프교통량, 속도, 밀도, 그리고 대기행렬길이 등이다. 제 5장에서는 실시간으로 수집이 가능한 교통변수를 이용하여

분석대상구간의 혼잡가중상태를 판단할 수 있는 함수 관계식을 설정하였다. 제 6장에서는 제 4장, 5장에서 도출된 결과를 종합적으로 정리하여, 대기행렬 형성 과정을 설명할 수 있는 교통변수를 파악하였으며, 향후 연구가 필요한 범위와 내용을 제시하였다.

## II. 기존 분석방법과 이론 고찰

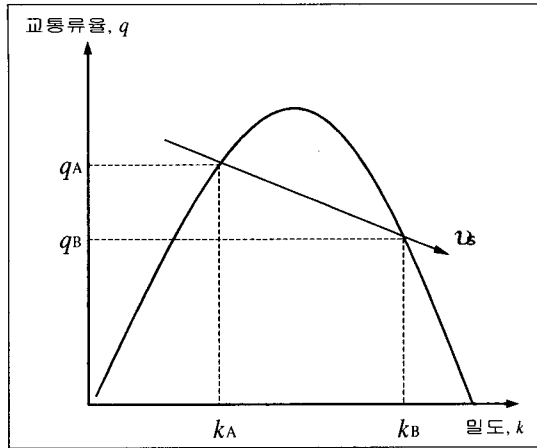
최근 Daganzo(1997), Akcelik(1991), 그리고 Kimber와 Hollis(1979) 등이 도로상의 대기행렬길이를 개략적으로 산정할 수 있는 방법을 제시한 바 있다. 이들이 제시한 방법들은 전통적인 충격파이론과 대기행렬이론에 기초를 두고 있다. 따라서, 본 논문에서는 앞에서 언급한 방법들에 대한 세부적인 기술보다는 기존 충격파이론과 대기행렬이론을 이용한 대기행렬 길이 산정방법에 대해 검토하였다.

### 1. 충격파이론

고속도로의 차량흐름은 신호교차로나 교통표지판 등에 의해 교통량에 관계없이 주기적으로 차량의 흐름이 단절되는 일반 도시가로와는 달리 연속적인 차량흐름을 유지할 수 있다. 이러한 차량흐름의 특성을 감안하여 고속도로의 交通流는 유체의 흐름과 유사하여 일반적으로 연속류라 지칭한다. Lighthill과 Whitham(1955), Richards(1956)는 고속도로의 連續流와 流體의 類似點에 착안하여 약 반세기전에 衝擊波理論이라 지칭하는 交通流理論을 개발하였다.

충격파란 고속도로상의 주행차량들이 일정한 群을 형성하여 주행하면 이러한 차량군내의 교통량과 밀도가 서로 다를 경우, 각 차량군의 접합부에서는 교통류 흐름에 장애를 일으키는 波動이 발생하는데 이를 충격파라 정의하고 있다. 그러나, 사실상 충격파는 Radio波와 같이 물리적인 파동이 아니라서 눈으로 식별할 수 없다. 그러나, 충격파의 파급속도는 <그림 1>에서 제시한 대상도로구간의 교통류율( $q$ )과 밀도( $k$ )간 關係式으로부터 유도할 수 있다.

<그림 1>은 일반적인 고속도로 연속류의 교통량과 밀도간의 관계식을 나타낸 것이다. 만일, 이 도로상에서 차량군 A와 차량군 B가 만날 경우, 두 차량군의 접합부에서 발생하는 충격파는 교통류율-밀도 관계식상의 A점과 B점을 연결한 직선의 기울기(slope)로 전파하



〈그림 1〉 고속도로 연속류의 일반적인 교통류율( $q$ )과 밀도( $k$ )간 關係式

게 된다. 다시 말하면, A점과 B점을 연결한 직선의 기울기가 바로 두 차량군의 접합부에서 발생하는 충격파의 전파속도가 된다. 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$V_s = \Delta q / \Delta k = (q_A - q_B) / (k_A - k_B) \quad (1)$$

여기서  $V_s$  : 충격파의 속도

$q_A$  : 차량군 A의 교통류율

$q_B$  : 차량군 B의 교통류율

$k_A$  : 차량 A의 밀도

$k_B$  : 차량군 B의 밀도

〈그림 1〉과 식(1)로부터 파악할 수 있듯이, 충격파의 속도는 직선의 기울기 값이 양(positive)일 경우 양수값을 가지며, 기울기 값이 음(negative)일 경우 음수값의 속도를 가질 수 있다. 여기서, 충격파의 속도가 음이라 함은 충격파가 차량진행방향의 반대방향으로 전파됨을 의미하며, 속도가 양이라 함은 충격파가 차량진행방향과 같은 방향으로 전파됨을 의미한다.

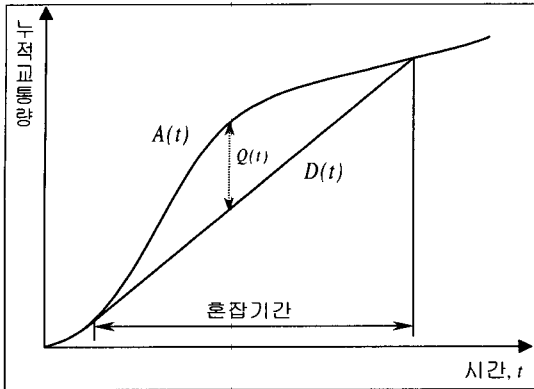
앞에서 이미 언급한 바와 같이, 충격파는 물리적인 파동이 아니라서 눈으로 식별할 수 없어, 이를 설명할 수 있는 예를 제시하기가 어렵다. 그럼에도 불구하고, 예를 제시한다면, 충격파의 파급방향이 차량진행방향과 반대일 경우는 혼잡한 교통상태에서 병목지점으로 진행되는 차량들의 後尾燈이 전파되는 과정을 연상하면 된다. 그러나, 충격파의 진행방향이 차량진행과 같을 경우는 충격파가 발생하여도 차량흐름에 속해 있어서 이를 설명할 수 있는 예를 제시하기가 어렵다.

여기서 분명히 파악할 점은, 충격파는 교통상태가 혼잡한 상황뿐만 아니라 혼잡하지 않은 상황에서도 발생할 수 있다는 사실이다. 그러나, 일반적으로 충격파는 혼잡한 교통상황에서만 발생하고 이러한 상황에서 발생한 충격파를 대기행렬이라 인식하고 있는데 이러한 판단은 잘못된 것임을 분명히 지적하고 싶다. 요약하면, 충격파란 도로상의 교통상황변화로 인해 발생하는 부수적인, 눈으로 식별할 수 없는 非物理的인 교통류 파동이다. 이러한 점에도 불구하고 충격파에 대한 해석이 필요한 이유는 교통상황의 변화를 분석하거나 예측하기 위한 것이다.

근본적으로 충격파이론은 교통류율-밀도관계식을 기초로 하고 있기 때문에 이 이론을 실질적인 목적으로 사용하기 위해서는 첫째, 분석대상도로의 교통류율-밀도관계식을 규명해야 하며, 둘째로 실시간 교통량 및 밀도 데이터를 수집할 수 있어야 한다. 그러나, steady state한 상태에서 정의된 교통류율-밀도관계식을 도출하기란 사실 데이터 수집상에 어려움이 상당히 많다. 또한, 일정한 주기로 실시간 밀도데이터를 수집하는 것도 거의 불가능한 것이 현실이다. 이외에도, 보다 근본적으로 충격파이론을 실제 적용하는데 한계가 있는 것은, 교통류율-밀도관계식이 拋物線型이기 때문이다. 포물선형의 교통류율-밀도관계식으로 인해 발생하는 부수적인 충격파(minor shock wave)를 해석하는 과정이 수학적으로 거의 불가능함은 이미 잘 알려진 사실이다. 최근에 이러한 한계를 극복할 수 있는 새로운 방법으로 교통류율-밀도관계식을 삼각형으로 가정하고 교통류율 대신에 누적교통량을 사용하는 분석방법이 Newell(1993)에 의해 개발되었지만, 이 방법을 적용하기 위해서는 기본적으로 고속도로 대상구간의 steady-state한 교통류율-밀도관계식을 규명해야하는 어려움이 있다.

## 2. 대기행렬이론

고속도로상의 병목지점에 근접한 상류지점을 통과하는 각 차량마다 고유번호를 매길 경우, 동일지점을 통과한 차량번호를 시간에 따라 표시하면 〈그림 2〉에서 제시한 도표를 작성할 수 있다. 그림에서  $A(t)$ 는 병목지점에 도착한 차량번호를 시간이 경과함에 따라 표시한 것으로, 특정 시간동안 병목지점에 도착한 누적도착교통량(cumulative arrival vehicle count)을 의미한다. 실제로  $A(t)$ -곡선은 차량번호를 나타내므로 계단형의 step-curve



〈그림 2〉 병목지점의 누적도착교통량과 누적통과교통량 곡선

이나, 장시간 동안의 곡선을 표현할 경우 〈그림 2〉에서 나타낸 바와 같이 거의 곡선형으로 표현할 수 있다.

만일, 병목지점에 도착하는 교통류율이 이 지점에서 통과시킬 수 있는 서비스교통류율(정확한 의미로는 queue discharge flow rate로 정의함이 타당함.)을 초과할 경우, 두 개의 곡선을 작성할 수 있다. 하나는 앞에서 설명한  $A(t)$ -곡선이고, 다른 하나는 실제로 병목지점을 통과한 누적통과교통량(cumulative departure vehicle count)을 표현하는  $D(t)$ -곡선이다.

비혼잡한 교통상황에서는 모든 도착차량이 병목지점을 통과할 수 있으므로  $A(t)$ -곡선과  $D(t)$ -곡선은 일치한다. 그러나, 교통수요가 도로용량을 초과하는 혼잡한 교통상황에서는 두 곡선이 분리되기 시작하여 혼잡이 완전히 해소되면 다시 일치하게 된다. 따라서, 〈그림 2〉에서 특정한 시점에 두 곡선간의 수직거리는 병목지점에 도착했으나 통과하지 못하고 대기하는 대기차량대수,  $Q(t)$ , 를 의미한다.

그러나, 여기서 말하는  $Q(t)$ 는 고속도로상에서 일직선으로 정렬된 실질적인 차량대기행렬이 아니라, 모든 대기차량이 병목지점에 수직으로 정렬하여 도로를 점유하지 않는 "point queue 또는 vertical stack queue"이다<sup>2,3)</sup>. 따라서, 대기행렬이론에서는 실제 대기행렬길이(the length of real physical queue)를 산정하기 위해, point queue에 평균차두거리(average vehicle gap distance)를 곱하여 산정함이 일반적이나, 대기행렬내의 밀도가 일정하지 않을 경우 이 방법의 유효성은 크게 떨어진다. 이외에도, 충격파이론에 의해 분석한 실제 대기행렬과 대기행렬이론에 의한 수학적 대기행렬(point queue)이

감소하기 시작하는 시점이 서로 다르다<sup>2,3)</sup>. 도로를 점유하는 실제 대기행렬이 감소하는 시점이 도로를 점유하지 않는 수학적 대기행렬에 비해 항상 빠르다. 이러한 사실이 의미하는 바는 혼잡이 감소하는 시점에서 수학적 대기행렬에 평균차두거리를 곱하여 산정한 대기행렬길이가 항상 같은 시점에 실제로 도로상에 진열된 대기행렬길이보다도 길다는 것이다. 이상에서 언급한 문제점으로 인해 대기행렬이론으로는 신뢰성 있는 대기행렬길이에 관한 정보를 산출하기 어렵다.

### III. 데이터 수집

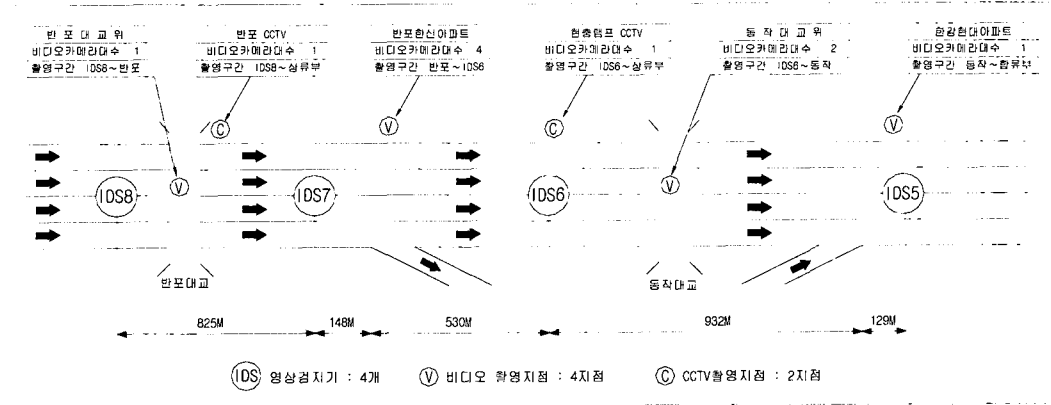
본 연구에서 사용한 교통데이터는 기상예보를 바탕으로 기상상태가 양호하며, 교통량 변화가 비교적 적은 화요일부터 목요일 사이에 수집하였다. 수집일자는 1998년 8월 18일부터 20일까지 3일간으로, 올림픽대로 교통관리시스템의 반복혼잡패턴 자료를 이용하여 조사시간대를 선정하였다.

#### 1. 데이터 수집구간 및 방법

본 연구의 분석대상구간은 첫째, 반복적인 교통혼잡이 발생하는 고속도로 본선과 진입램프 합류구간이 있으며, 둘째, 병목지점으로 유입되는 고속도로 본선, 병목지점 및 진출입램프의 교통량, 속도, 밀도, 대기행렬길이 등의 교통데이터를 수집하기 위해 video촬영이 가능한 올림픽대로 공항방향 동작대교 하류부근의 진입램프지점에서부터 반포대교 상류부에 이르는 약 3km로 한정하였다.

본 연구에서 필요한 교통변수는 고속도로 본선 교통량, 진출입램프 교통량, 속도, 밀도, 대기행렬길이 등이다. 이 중에서 본선 교통량, 진출입램프 교통량, 밀도, 그리고 대기행렬길이에 관한 데이터는 비디오 촬영을 통해 수집하였으며, 속도 데이터는 올림픽대로 교통관리시스템의 영상검지기를 이용하여 수집하였다.

비디오는 총 6지점에서 촬영하였으며, 촬영위치는 동작대교 부근의 한강현대아파트, 현충로 진입램프에 설치된 CCTV, 동작대교, 반포한신아파트, 반포대교, 그리고 경찰청 반포 CCTV 설치지점 등이다. 데이터 수집구간 내의 영상검지기는 총 4대로서, 이를 통해 속도자료만을 이용하였다. 〈그림 3〉은 본 논문의 분석지역 및 데이터 수집지점을 나타낸 것이다.



〈그림 3〉 분석대상지역 및 데이터 조사지점

2. 데이터 가공 및 처리

본 연구에서는 교통량을 혼잡구간에 진입하는 도착 교통량과 병목지점을 실제 통과하는 본선통과교통량으로 구분하여 2분단위로 전체 차로에 대하여 조사하였다. 도착교통량은 대기행렬의 끝을 기준으로 병목지점 상류부 여러 지점에서 조사하였다. 즉, 병목지점에서부터 발생한 대기행렬이 시간에 따라 병목지점 상류부로 전파될 때, 첫 번째 도착교통량 측정지점에 대기행렬의 끝이 도달할 때까지는 첫 번째 지점에서 도착교통량을 측정하였으며, 첫 번째 측정지점을 통과하여 두 번째 측정지점에 도달할 때까지는 두 번째 지점의 도착교통량을 이용하였다. 본선통과교통량은 병목지점인 진입램프 합류부의 통과교통량을 조사하였다. 조사된 도착교통량과 본선통과교통량은 다시 전체 차로수로 나누어 차로별 평균교통량을 산출하여 1시간 교통류율로 환산하였다.

고속도로 본선의 대기행렬길이는 분석대상구간을 사전에 일정한 간격(50m)의 소구간으로 나누고, 각 소구간의 경계지점을 기준으로 대기행렬길이를 산출하였다. 대기행렬내 밀도는 분석대상구간을 100m의 소구간으로 세분하여 2분 간격으로 비디오의 정지화면을 통해 산출하였다. 전체 차로의 밀도를 조사한 후, 차로별 평균밀도를 산출하였다.

영상검지기를 통해 수집한 차로별 속도 데이터는 전차로 평균속도 개념을 기준으로 2분단위로 가공하였다. 전차로 평균속도는 각 차로별 속도에 차로별 통과교통량을 고려한 가중평균값으로 산정하였다. 즉, 통과교통량이 많은 차로의 속도에 비중을 더하는 방식으로, 산출한 평균

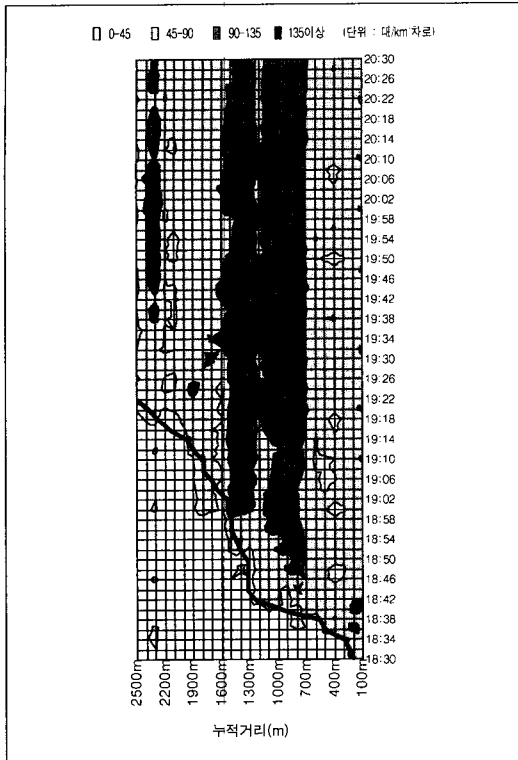
속도는 각 차로의 산술평균속도가 아니라 교통량이 많은 차로에 가중치가 적용된 가중평균속도가 된다.

IV. 데이터 분석

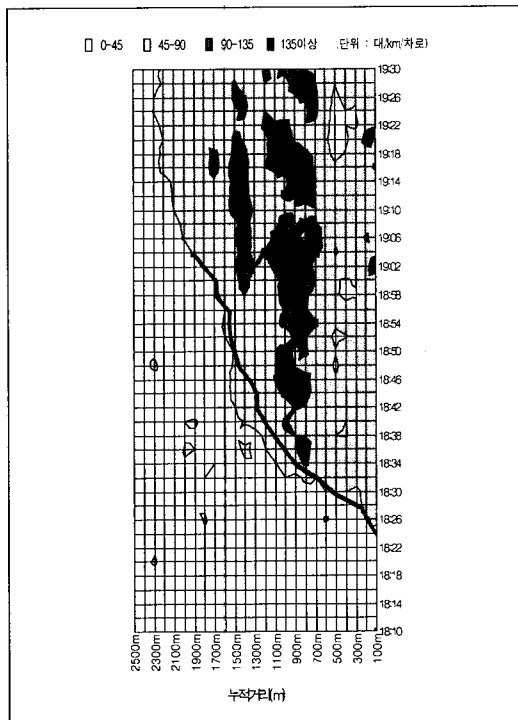
본 장에서는 현장에서 수집된 교통량, 밀도, 대기행렬길이 데이터와 영상검지기를 통해 수집한 속도자료를 이용하여 대기행렬이 형성되는 과정을 설명할 수 있는 교통변수를 파악하기 위해 대기행렬길이와 각 교통변수간의 관계를 분석하였다. 단, 8월 19일 자료는 대기행렬이 데이터 수집시간 이전에 이미 분석도로구간에 형성되어 있어서 분석에서 제외하였다.

1. 대기행렬의 밀도변화

고속도로 혼잡구간내 밀도의 증가는 혼잡구간내 차량들의 차두거리가 줄어드는 것을 의미한다. 〈그림 4〉와 〈그림 5〉는 분석대상구간에서 8월 18일 및 8월 20일에 조사된 대기행렬내 밀도변화추이를 시간에 따라 나타낸 도표들이다. 각 도표의 x축은 거리를 나타내며, 거리가 증가할수록 병목지점 상류구간을 의미한다. y축은 분석시간대를 나타내며, z축은 거리와 시간에 따른 분석대상구간의 밀도값을 나타낸다. 도표내 굵은 실선은 시간에 따른 대기행렬 끝지점의 궤적을 나타낸다. 밀도는 4.5(대/100m/차로)를 기준으로 4단계로 구분하였다. 본 도표에서는 4.5(대/100m/차로)를 km 단위로 환산한 45(대/km/차로)를 기준으로 다시 4단계로 구분하였다. 45(대/km/차로)는 일반적으로 고속도로상에서 교통혼잡이 시작되는 임계밀도값에 해당한다<sup>5)</sup>.



〈그림 4〉 대기행렬내 밀도변화추이(8월 18일)



〈그림 5〉 대기행렬내 밀도변화추이(8월 20일)

두 그림에서, 특징적으로 파악할 수 있는 사항은 혼잡구간의 밀도분포가 크게 3가지로 구분되어 나타난 점이다. 병목지점~700m 구간내 대기행렬의 밀도는 45~90(대/km/차로), 700m~1600m 구간내 대기행렬의 밀도는 45~135(대/km/차로), 그리고 1600m~2500m 구간내 대기행렬의 밀도는 대부분 45~90(대/km/차로) 수준으로 나타났다. 그림에서는 병목지점~700m 구간과 1600m~2500m 구간의 밀도가 같은 수준으로 표현되었으나, 두 구간의 밀도를 세밀히 분석한 결과에 의하면 1600m~2500m 구간내 대기행렬의 밀도는 거의 대부분이 70~90(대/km/차로) 수준으로, 병목지점~700m 구간내 대기행렬에 비해 밀도가 다소 높은 것으로 나타났다.

혼잡구간내 밀도분포가 뚜렷이 구분되는 원인은 현장에서 녹화된 video tape를 면밀히 분석한 결과 다음과 같은 요인으로 파악되었다. 첫째, 병목 지점에서부터 약 700m 상류지점에서 도로선형의 곡선부가 시작되어 혼잡시 이 지점 상류부 대기행렬내 차량들의 간격이 다른 구간에 비해 조밀하기 때문이다. 둘째, 1600m지점에 진출램프가 위치하고 있어 이 지점 상류구간에서는 유출차량과 직진 차량간의 차선변경이 발생하고 이로 인해 대기행렬내 차량들의 간격이 1600m 하류구간 보다 다소 길기 때문이다.

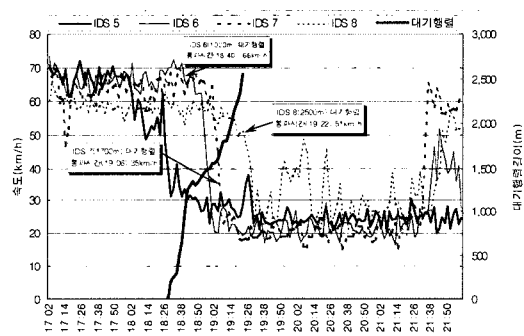
이상에서 언급한 분석구간의 밀도분포 현황과 원인은 지역적인 특성에 기인한 것으로 일반화할 수 있는 결론을 도출할 수는 없다. 그러나, 본 연구에서 확인한 중요한 결과는 동일시간대 혼잡구간내 대기행렬의 밀도가 일정하게 유지되지 않는다는 사실이다. 이러한 결과는 기존 대기행렬이론에서 대기행렬길이(physical queue length)를 산정하는 방법 (i. e., point queue×평균차두거리)으로는 실제 상황을 표현하는데 한계가 있음을 의미한다.

## 2. 대기행렬 끝지점의 속도변화

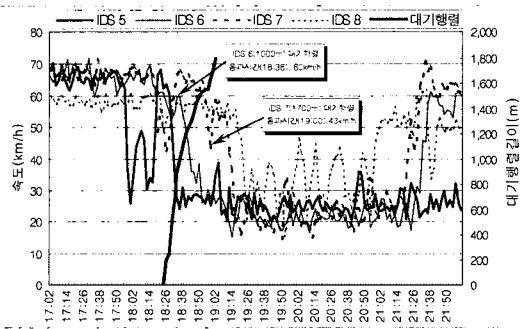
본 절에서는 대기행렬의 증가패턴을 차량들의 평균운행속도를 이용하여 추정할 수 있는지 여부를 분석하였다. 이를 위해 속도 데이터를 분석대상구간에 설치되어 있는 4개 지점의 영상검지기를 통해 수집하였다.

분석구간내의 영상검지기 위치는 합류지점 하류부 130m 지점에 5번, 영상검지기 6번은 합류지점 상류부 약 1km 지점, 영상검지기 7번은 합류지점으로부터 약 1.7km 상류지점, 그리고 영상검지기 8번은 합류지점에서 2.5km 거리의 상류지점에 위치한다(그림 3 참조). 영상검지기 번호는 올림픽대로 교통관리시스템에서 각각의 영상검지기에 부여하고 있는 고유번호를 사용하였다.

〈그림 6〉과 〈그림 7〉에서는 4개 지점의 속도변화와 대기행렬의 전과과정을 나타내었다. 두 도표를 통해 대기행렬이 각 영상검지기 지점에 도달한 시점과 속도를 파악할 수 있다. 이에 대한 결과를 〈표 1〉에 정리하였다.



〈그림 6〉 대기행렬길이와 속도 관계(8월 18일)



〈그림 7〉 대기행렬길이와 속도 관계(8월 20일)

〈그림 6〉에서, 8월 18일 대기행렬은 18:40에 병목지점 상류부 1km 지점(6번), 19:06에 1.7km 지점(7번), 그리고 19:22에 2.5km 지점(8번)에 도달하였다. 이때 차량들의 평균운행속도는 각각 66km/h, 35km/h와 51km/h로 나타났다. 대기행렬이 병목지점 상류부 1km 지점(6번)을 통과한 시점은 대기행렬 발생 후 10분이 경과된 시간으로 혼잡초기라 할 수 있다. 따라서 이 지점에서 관측된 속도는 초기혼잡상태의 대기행렬의 속도를 나타내며, 7번과 8번 지점에서 조사된 속도는 혼잡초기 이후의 속도를 의미한다. 이와 같이, 혼잡초기와 이후에 대기행렬의 평균차량속도가 큰 차이를 보이는 것으로 나타났다.

위에서 살펴본 바와 같이, 혼잡속도가 일반적으로 생각하는 혼잡수준으로 떨어지는 시점은 대기행렬이 도달했어도 지점에 따라 반응시간에 차이가 있음을 알 수 있다. 이상과 같은 분석결과는 대기행렬의 진행과정을 설명하기 위한 변수로 차량들의 평균운행속도는 부적합하다는 것을 의미한다.

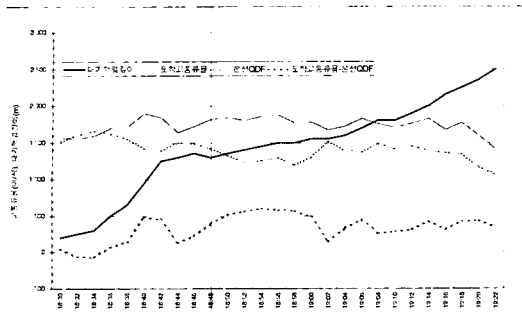
### 3. 대기행렬길이와 교통량 관계

고속도로상에서 발생하는 대기행렬은 유고상황을 제외하면, 대부분의 경우 진입램프 또는 도로의 기하구조 변화(차로수 감소)로 인한 병목현상에 기인한다. 즉, 대기행렬은 병목지점에 진입하는 교통량이 이 지점의 용량을 초과할 경우 발생한다.

〈그림 8〉은 8월 18일 혼잡구간에 진입하는 도착교통류율, 병목지점을 통과하는 본선통과교통류율(Queue Discharge Flow Rate, QDF), 도착교통류율과 본선 QDF의 차이, 그리고 시간에 따른 대기행렬길이(physical queue length)의 변화추이를 나타낸 것이다. 8월 18일 분석구간에 대기행렬은 조사시점(18:30) 이전에 이미 형성되어 있어서 혼잡발생이전의 교통량 데이터는 제시하지 못했다. 그림에서 도착교통류율은 병목지점 상류부 1300m, 2000m, 2600m 지점에서

〈표 1〉 대기행렬 통과시각과 차량속도

분석일자	검지기위치	대기행렬 발생시각	1km(6번)		1.7km(7번)		2.5km(8번)	
			통과시각	평균속도	통과시각	평균속도	통과시각	평균속도
8월 18일		18:30	18:40	66km/h	19:06	35km/h	19:22	51km/h
8월 20일		18:26	18:36	60km/h	19:00	43km/h	-	-



〈그림 8〉 대기행렬길이와 교통류율 관계(8월 18일)

2분단위로 측정된 교통량을 1시간 교통류율로 환산한 값이며, 본선QDF는 병목지점을 통과한 교통량을 2분단위로 조사하여 1시간 교통류율로 환산한 값이다. 굵은 실선은 대기행렬의 증가과정을 나타내며, 아래의 굵은 점선은 도착교통류율과 본선QDF의 차이를 나타내고 있다. 즉, 혼잡구간내에 진입한 교통류율과 병목지점을 통과한 교통류율의 차이를 의미한다.

대기행렬의 증가속도를 대기행렬곡선의 기울기를 기준으로 파악하면, 18:40과 19:10을 경계로 크게 3구간으로 구분할 수 있다. 첫째, 혼잡초기(18:34~18:40)의 대기행렬은 도착교통류율과 본선QDF의 차이가 작음에도 불구하고 급속하게 증가하고 있다. 이러한 결과는 혼잡초기에 대기행렬내 차량들의 차두간격이 다른 혼잡시기에 비해 길게 형성된 데 기인한 것으로 확인되었다.

둘째, 18:42에서 18:44 시간대에는 도착교통류율과 본선QDF의 차이가 급격히 감소하는 것으로 조사되었다. 그러나, 이 시간대의 대기행렬길이는 일정한 수준을 유지하는 것을 알 수 있다. 일반적으로 이와 같은 교통량 상태에서 대기행렬길이는 당연히 감소하는 것으로 판단하고 기존의 모형들도 이러한 패턴으로 개발된 것이 사실이다. 그러나, 본 조사결과에 의하면, 일단 대기행렬이 형성되면, 짧은 시간 동안(약 10분 이내로 판단됨) 도착교통류율이 본선QDF보다 낮아도 대기행렬길이의 민감도는 예상보다 늦게 나타날 수 있음을 확인하였다. 비슷한 실제 상황을 그림상에서 19:02와 19:08에 찾아 볼 수 있다.

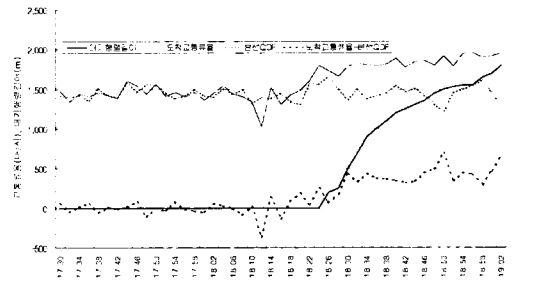
셋째, 18:44 이후부터 다시 도착교통류율과 본선QDF의 차이가 증가하기 시작하나, 대기행렬길이는 오히려 다소 감소하다가 서서히 증가하는 패턴을 보

이고 있다. 이와 같은 패턴은 앞에서 언급한 대기행렬내 밀도결과를 통해 예상할 수 있으리라 판단된다. 이 시간대의 대기행렬은 700~1600m 구간에 해당되며, 이 구간의 밀도는 다른 구간에 비해 높아 차량들간의 차두간격이 매우 짧은 것으로 파악되었다. 따라서, 대기행렬내 차량이 다른 시간대와 다른 구간에 비해 증가함에도 대기행렬길이는 크게 증가하지 않고 있다.

넷째, 19:02 이후 시간대의 교통량 변화는 소폭으로 증감을 반복하고 있음에도 대기행렬길이는 다시 급속히 증가하는 것으로 나타났다. 이러한 결과는 제 IV장 제 1절에서 언급한 바와 같이, 1600m지점에 진출램프가 있어 대기행렬의 끝이 이 지점에 도달하는 19:02부터 진출교통량이 대기행렬에 가세하고 해당구간의 밀도가 다시 완화되는데 기인한 것으로 판단된다.

〈그림 9〉는 8월 20일 결과이다. 8월 20일 조사된 자료는 대기행렬이 발생하기 약 50분전부터 수집되어 대기행렬 발생시점의 교통류율(도착교통류율, 본선QDF 등)의 변화를 파악할 수 있다. 전반적으로 8월 18일에 비해 대기행렬길이가 꾸준히 증가하는 다소 다른 변화패턴을 보이고 있다. 그러나, 이러한 결과는 〈그림 5〉와 〈그림 6〉을 비교하면 원인을 파악할 수 있다. 8월 20일 700~1600m 구간의 밀도는 8월 18일 동일 구간의 밀도에 비해 다소 낮은 양상을 보이고 있다. 이는 8월 20일 동일 구간의 대기행렬을 형성하는 차량간의 간격이 8월 18일 비해 길게 형성되기 때문으로 판단된다.

이상에서 기술한 분석방법은 대기행렬이론에 기초하여 도착교통류율과 본선QDF의 차이를 이용하여 대기행렬의 길이를 어느 정도 산정할 수 있는지 여부



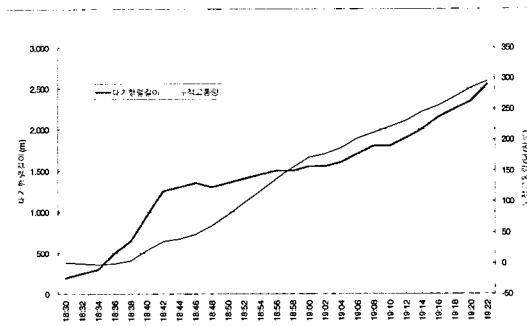
〈그림 9〉 대기행렬과 교통류율의 관계(8월 20일)



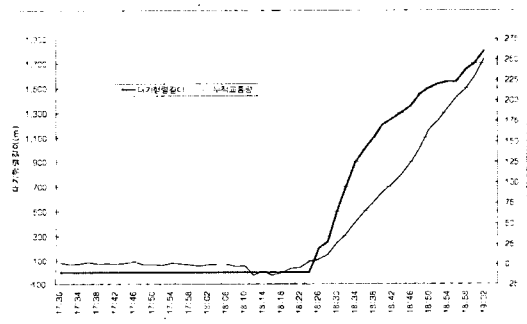
를 판단하는데 주목적이 있었다. 분석결과를 토대로 대기행렬의 형성은 예상한 바와 같이 혼잡구간에 진입하는 도착교통류율과 병목지점을 실제로 통과하는 본선통과교통류율, 그리고 대기행렬내 밀도 등과 서로 밀접한 관련이 있음을 확인할 수 있었다. 그러나, 밀도 데이터는 사실 실시간으로 현장에서 수집함이 불가능하므로, 밀도 데이터 없이 두 교통류율을 이용하여 보다 간략하고 쉽게 판단할 수 있는 분석방법을 도출하고자 아래와 같이 누적교통류율을 이용한 방법의 적용 가능성을 검토하였다.

#### 4. 대기행렬길이와 누적교통량 관계

〈그림 10〉과 〈그림 11〉은 8월 18일과 8월 20일 조사자료를 이용하여 도착교통량과 본선통과교통량의 차이를 시간에 따라 누적한 곡선과 대기행렬길이의 변화패턴을 표현한 것이다. 〈그림 11〉에서 부분적으로 누적교통량이 음수(negative) 값을 보이는 것은 조사시점에 분석대상구간 내에 이미 존재하고 있던 차량들을 고려하지 않았기 때문이다.



〈그림 10〉 대기행렬길이와 누적교통량 관계(8월18일)



〈그림 11〉 대기행렬길이와 누적교통량 관계(8월20일)

본 분석방법의 장단점을 검토하면 다음과 같다. 본 분석방법의 주요 장점은 앞에서 언급한 분석방법을 통해 도착교통량과 본선통과교통량의 차이가 증가 혹은 감소함에 따라 대기행렬길이가 변화하는 과정을 쉽게 이해하기 어려웠던 문제점을 해소할 수 있다는 것이다. 즉, 위의 두 그림을 통해서 혼잡기간 동안 분석구간에 진입한 도착교통량이 시간대별로 다소의 차이는 있지만 전반적으로 본선통과교통량을 초과함을 쉽게 파악할 수 있다. 그러나, 본 분석방법의 단점은 누적교통량곡선의 기울기와 대기행렬길이의 증가율이 일정한 패턴을 유지하거나 서로 일치하지 않아 이 분석방법을 그대로 현장에 적용하기 위해서는 별도의 분석과정이 필요하다는 것이다. 이러한 단점은 〈그림 11〉의 결과만을 고려할 때, 문제해결이 어려울 것으로 판단되지는 않으나, 〈그림 10〉의 결과를 통해서 새로운 아이디어가 반드시 필요하다는 결론에 이르게 된다. 따라서, 이 문제에 대한 해결방안에 대해 검토해 보겠다.

앞에서 이미 여러 차례 언급한 바와 같이, 분석구간은 도로의 기하구조에 따라 크게 세 구간으로 구분할 수 있다. 세 구간의 밀도변화와 대기행렬길이의 증가추세도 8월 20일 대기행렬결과를 제외하고 세 구간에서 뚜렷이 구분됨을 이미 확인하였다. 우선 밀도 결과를 토대로 제안할 수 있는 방법은 대기행렬길이를 산정하기 위한 모형식은 도로의 기하구조 특성을 고려하여 세분화할 필요가 있다는 것이다. 이 제안은 국내의 HCM에서도 고속도로 기분구간, 엇갈림구간, 램프접속구간의 교통류 특성이 서로 상이하여 분석방법을 달리 적용함을 고려할 때, 설득력 있는 해결방안이라 판단된다. 사실, 기존 분석방법들은 기하구조가 전혀 다른 도로구간에 동일한 모형을 적용하고 있으며, 이로 인해 신뢰성 있는 결과를 도출하지 못하고 있다. 본 연구에서는 고속도로 분석구간을 어떻게 세분화하고 각 구간에 대해 어떠한 방법을 적용함이 타당한지에 대한 연구 결과는 제시하지 못했지만 이 분야에 대한 연구의 필요성을 제시하는데 목적을 두고 있으며, 이를 설득할 수 있는 분석자료를 제시하는 데 의의가 있다.

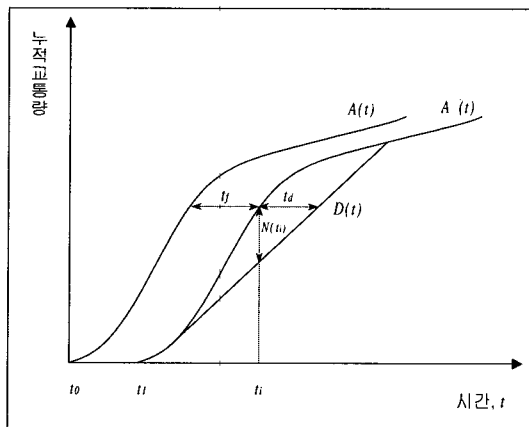
#### V. 혼잡구간의 교통상황 판정

일반적으로 고속도로상의 혼잡정도를 나타내는 지표로 밀도를 사용한다. 그러나, 앞에서 이미 지적한 바와 같이 실시간 밀도데이터를 수집하기란 현실적으로

불가능하다. 이러한 밀도 데이터 수집의 어려움을 극복하기 위해 일부 고속도로 교통관리시스템에서는 점유율 데이터를 수집하여 활용하고 있다. 그러나, 점유율과 밀도간의 관계는 교통류가 비혼잡한 상황에서만 서로 일정한 상관관계를 유지하고 혼잡한 교통류 상황에서는 일정한 상관관계가 없음은 이미 여러 연구논문을 통해 밝혀진 바 있다. 또한, 점유율은 교통량과 속도에 비해 검지기의 기계적 특성에 매우 민감하여 신뢰성 있는 자료를 수집하기가 어려운 것이 사실이다. 따라서, 본 연구에서는 교통량을 이용하여 분석대상구간의 혼잡정도를 판단할 수 있는 분석방법을 제안하고자 한다.

고속도로상의 분석구간으로 단위시간동안 진입한 누적교통량과 분석구간을 통과한 누적교통량의 차이를 통해 분석구간내에 존재하는 차량수를 파악할 수 있다. 물론, 교통량 수집지점간의 차량운행을 고려한 시간적인 차이를 반영하기 어려운 문제점이 제기될 수는 있으나, 고속도로의 교통류가 연속류인 점을 감안한다면 시간적 차이로 인한 오차는 크게 문제가 되지 않을 것으로 판단된다. 만약 시간적 차이가 큰 영향을 미친다면 이를 해소할 수 있는 방안으로 검지기의 설치간격을 조절할 수도 있기 때문이다. 본 연구에서 제안하는 분석방법은 다음과 같은 이론적 배경을 갖고 있다.

〈그림 12〉에서  $A(t)$ 는 혼잡구간 상류부에서 측정된 혼잡발생 시점으로부터  $t$  시점까지 혼잡구간에 진입한 누적교통량을 의미한다. 만일 대상구간에 교통혼잡이 없다면, 위 조사지점을 통과한 차량은 혼잡발생에 영향을 받지 않는 통행속도로 주행한 후  $t_i$  시점에 병목지점에 도달하게된다. 따라서, 대상구간에 교통혼잡이 없다면, 병목지점에 도착하는 누적교통량은  $A(t)$ -곡선을 통행시간,  $t_i$ ,



〈그림 12〉 대기행렬 및 대기시간

만큼 수평이동한  $A'(t)$ -곡선으로 나타낼 수 있다. 그러나, 대상구간에 교통혼잡이 발생하면, 이 구간을 운행하는 차량들은 지체를 경험하게 되므로 실제 병목지점을 통과한 누적교통량은  $D(t)$ -곡선으로 표현할 수 있다.

$D(t)$ -곡선의 기울기는 병목지점의 용량을 의미하며,  $A'(t)$ -곡선의 기울기는 병목지점으로 진입하는 교통류율을 의미한다. 혼잡으로 인한 특정차량의 지체시간은 두 곡선의 수평거리,  $t_d$ ,로 표현할 수 있으며, 특정시간,  $t_i$ ,에 병목지점을 통과하기 위해 지체하는 차량대수는 수학적으로 두 곡선의 수직거리,  $N(t_i)$ ,로 표현할 수 있다. 따라서,  $N(t_i)$ 는  $i$ 시간에 분석구간내에 존재하는 차량대수를 의미한다. 따라서, 특정시간 동안 혼잡구간을 운행한 전체 차량의 총 지체시간은  $A'(t)$ -곡선과  $D(t)$ -곡선간의 면적과 일치하며, 차량의 평균지체시간은 총 지체시간을 동일시간동안 혼잡구간을 운행한 전체 차량대수로 나누어 계산할 수 있다. 같은 방식으로, 대상구간의 총 운행시간은  $A(t)$ -곡선과  $D(t)$ -곡선간의 면적으로 산정할 수 있다.

앞에서 언급한 개념을 응용한다면, 혼잡이 가중될 경우 각 차량의 평균지체시간은 증가하는 반면에 혼잡이 완화될 경우에는 차량의 지체시간이 감소됨을 판단할 수 있다. 이러한 판단논리에 근거하여, 일정한 시간간격으로 분석대상구간을 운행한 차량들의 평균지체시간을 산정함으로써 대상구간의 혼잡도(level of congestion)를 측정할 수 있는 수식을 다음과 같이 도출하였다.

$$\text{혼잡도} = \frac{\sum_{i=1}^n \{A'(t_i) - D(t_i)\}}{A(t_n)} \times T \quad (2)$$

여기서,

$A'(t_i)$  : 분석시점까지 혼잡구간으로 진입한 누적교통량

$D(t_i)$  : 분석시점까지 병목지점을 통과한 누적교통량

$A(t_n)$  : 혼잡발생 시점부터  $n$ 시점까지 혼잡구간으로 진입한 누적교통량

$T$  : 분석시간간격

위 식에서 계산한 혼잡도는 매  $T$  분석시간간격동안에 발생한 차량의 평균지체시간을 혼잡발생시점부터 특정한 분석시점,  $t_i$ , 까지 누적한 값이다. 따라서, 각 차량의 평균통행시간을 산정하여 이 값이 증가할

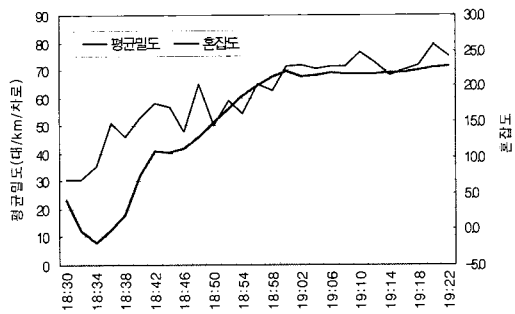
경우, 혼잡이 가중되고 각 차량의 평균통행시간이 감소할 경우, 혼잡이 완화된다고 추정할 수 있다.

〈그림 13〉과 〈그림 14〉는 8월 18일 자료에 대한 혼잡도, 평균밀도, 대기행렬길이간의 관계를 나타내고 있다. 여기서 혼잡도는 식(2)를 통해 구한 값이며, 평균밀도는 병목지점으로부터 도착교통량 측정지점 사이의 평균밀도를 시간에 따라 분석한 곡선이다. 〈그림 13〉에서 차로별 평균밀도는 30(대/km)에서 점차 증가하여 약 70~80(대/km) 사이를 유지하고 있으며, 혼잡도 곡선은 18시 34분 이후부터 평균밀도 곡선과 거의 일치하는 패턴을 보이고 있다.

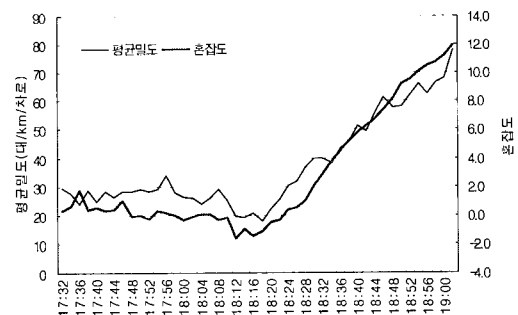
〈그림 14〉는 대기행렬 형성과정에서 대기행렬내의 혼잡정도를 나타내고 있다. 혼잡초기의 대기행렬길이는 급속히 증가하지만 혼잡의 정도는 상대적으로 낮다. 혼잡초기 이후의 대기행렬은 완만하면서도 일정한 증가패턴을 유지하고 있으나, 대기행렬내 혼잡정도는 심각한 수준에 도달하여 운전자들은 극심한 정체현상을 경험하고 있음을 파악할 수 있다. 이러한 결과를 통해, 단순히 대기행렬길이 증가한다고 교통정체가

심해지고 있다고 판단함은 매우 위험한 결과를 초래할 수 있음을 확인할 수 있다. 대기행렬길이는 대기행렬내 밀도에 민감하게 변화함이 사실이나, 대기행렬길이를 기준으로 혼잡도를 판단함은 설득력이 약하다. 오히려 혼잡도는 본 연구에서 제시한 혼잡구간내 대기차량의 수를 기준으로 판단함이 타당하다고 판단된다.

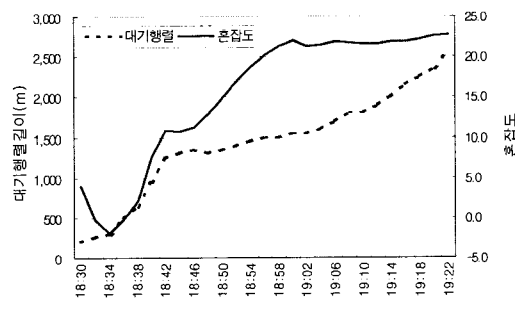
〈그림 15〉와 〈그림 16〉은 8월 20일 자료에 대한 혼잡도, 평균밀도, 대기행렬길이간의 관계를 나타낸 것이다. 두 그림의 혼잡도 스케일이 〈그림 13〉과 〈그림 14〉에서 나타난 8월 18일 결과와 차이가 있는 것은 식(2)를 적용함에 있어서 8월 18일 자료는 분석 초기에 이미 혼잡이 발생한 상태의 교통량 데이터를 사용한 반면에, 8월 20일은 혼잡이 분석시점에서 약 1시간후에 발생하여 두 혼잡시점 사이에 적용된 누적교통량의 차이로 인한 것이다. 혼잡도 스케일은 분석자의 의도에 맞추어 조절이 가능한 부분으로 본 분석 방법의 본래의 취지와는 관계가 없음을 밝히는 바이다. 참고적으로, 8월 20일 경우, 혼잡도 0.0~2.0은 차로별 평균밀도 30~40(대/km)에 해당된다.



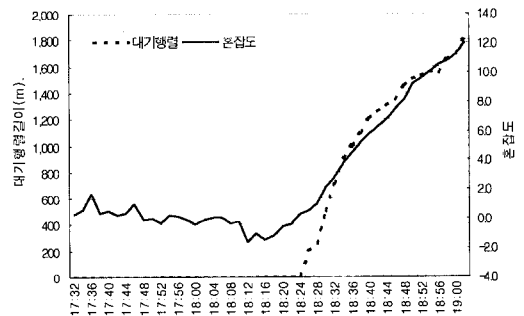
〈그림 13〉 혼잡도와 평균밀도(8월 18일)



〈그림 15〉 혼잡도와 평균밀도(8월 20일)



〈그림 14〉 혼잡도와 대기행렬길이(8월 18일)



〈그림 16〉 혼잡도와 대기행렬길이(8월 20일)

## VI. 결론

현재까지 고속도로상의 대기행렬길이를 산정하기 위해 충격파이론과 대기행렬이론이 제시되어 왔다. 그러나, 기존의 이론들은 실질적인 목적으로 사용하는데 현실적으로 여러 가지 한계점을 가지고 있다. 본 논문은 고속도로상에서 병목현상으로 인해 발생하는 대기행렬과 혼잡구간의 혼잡정도를 산정할 수 있는 모형개발을 위한 기초연구로서, 서울시 도시고속도로에서 수집한 실제 데이터를 이용하여 혼잡상태의 연속류 특성을 분석하였다. 대기행렬길이는 혼잡구간에 진입하는 교통류율과 병목지점을 실제로 통과하는 교통류율, 그리고 혼잡구간 내의 밀도와 밀접한 관련이 있으며, 상호 관련성이 존재하고 있음을 확인하였다. 본 논문의 주요 분석결과는 다음과 같다.

첫째, 혼잡초기의 대기행렬은 다른 혼잡시기에 비해 상대적으로 급속히 증가하며, 혼잡초기 대기행렬의 밀도는 다른 혼잡시기에 비해 낮은 것으로 확인되었다. 이러한 결과는 대기행렬이론에서 제시하는 "대기차량대수 $\times$ 평균차두거리"가 대기행렬내 밀도가 일정치 않고(특히 혼잡초기), 대기행렬 감소시점이 실제 상황과 일치하지 않아 실용적으로 적용하는데 부적합함을 의미한다.

둘째, 혼잡초기를 제외한 혼잡기간중의 대기행렬길이는 혼잡구간에 진입하는 교통류율과 병목지점을 실제로 통과하는 교통류율을 이용하여 추정이 가능함을 확인하였다. 단, 대기행렬 전파속도는 고속도로 구간별로 차이가 있는 것으로 파악되었으며, 이러한 결과는 고속도로상에서 대기행렬길이를 산정하기 위한 모형식을 도로의 기하구조가 변화하거나 교통특성이 변하는 구간별(기본구간, 엇갈림구간, 램프접속구간)로 구분하여 설정함이 유리하다는 것을 시사하고 있다.

셋째, 혼잡구간의 혼잡정도도 실시간으로 수집이 가능한 교통량 데이터(혼잡구간으로 진입하는 교통량과 병목지점을 통과하는 교통량)를 이용하여 신뢰성 있게 판단할 수 있음을 확인하였으며, 본 논문에서는 이를 위한 분석방법을 제시하였다.

넷째, 현재 우리 나라에서 널리 사용하는 통행비용 함수시간은 미국에서 개발한 BPR 공식으로 교통여건이 다른 우리 나라에 적용하는 데는 사실상 여러 가지 문제가 있다. 그러나, 본 논문에서 제시한 혼잡도 지표는 혼잡구간을 운행하는 차량의 평균지체량으로 환

산이 가능하므로 통행비용함수로 활용이 가능하다고 판단된다.

본 연구에서 고려하지 못한 연구의 범위와 내용을 향후 연구과제로 남기고 이의 내용을 정리하면 다음과 같다.

첫째, 본 연구에서는 데이터 수집 및 분석상의 어려움으로 인해, 대기행렬이 증가하는 상황에서 이러한 과정을 설명할 수 있는 교통변수를 파악하는데 주안점을 두고 분석하였지만, 향후 연구에서는 대기행렬이 감소하는 상황에 대한 평가가 필요할 것으로 판단된다.

둘째, 교통변수, 대기행렬길이, 그리고 혼잡구간의 혼잡도 사이의 함수관계식은 신뢰성과 적합성에 대하여 램프수가 3개 이상인 고속도로구간을 대상으로 별도의 심도 깊은 연구가 필요하다.

## 참고문헌

1. 도철웅(1995), "교통공학원론(上)", 청문각.
2. 손봉수(1996), "고속도로 교통류해석을 위한 컴퓨터 알고리즘개발 : 이론적 배경을 중심으로", 대한교통학회지, 제14권 제4호.
3. 손봉수(1997), "두 연속류 분석방법의 교통혼잡영향평가 결과의 일치성 검증", 대한교통학회지, 제15권 제1호.
4. Bongsoo Son(1996), "A Study of G. F. Newell's Simplified Theory of Kinematic Waves in Highway Traffic", Ph. D. Dissertation, Department of Civil Engineering, University of Toronto.
5. William R. Mcshane & Roger P. Roess(1990, 1998), "Traffic Engineering", Prentice Hall.
6. Daniel L. Gerlough & Matthew J. Huber(1975), "Traffic Flow Theory: A Monograph", TRB Special Report 165, pp.111~173.
7. Transportation Research Board(1994), "Highway Capacity Manual: Special Report 209, Third Edition".
8. G. F. Newell(1982), "Applications of Queueing Theory", Second Edition, Chapman and Hall, New York, pp.25~52.
9. G. F. Newell(1993), "A Simplified Theory

- of Kinematic Waves in Highway Traffic, Part I: General Theory", *Transportation Research*, 27B, pp.281~287.
10. G. F. Newell(1993), "A Simplified Theory of Kinematic Waves in Highway Traffic, Part II: Queueing at Freeway Bottlenecks", *Transportation Research*, 27B, pp.289~303.
  11. Akcelik, R.(1991), "Travel time function for transport planning purpose: Davidson's Function, its time-dependent form and alternative travel time function." *Australian Road Research*, 21(3), pp.49~59.
  12. Kimber, R. M., and Hollis, E. M.(1979), *Traffic Queues and Delays at Road Junctions*. TRRL Laboratory Report LR909.
  13. Tim W. Lawson, David J. Lovell, and Carlos F. Daganzo(1997), "Using Input-Output Diagram to Determine Spatial and Temporal Extents of a Queue Upstream of a Bottleneck", *Transportation Research Record* 1572, pp.140~147.
  14. Alan L. Ererra, Tim W. Lawson, and Carlos F. Daganzo(1998), "A Simple, Generalized Method for Analysis of a Traffic Queue Upstream of a Bottleneck", Submitted for presentation and publication, 77th Annual Meeting, TRB.