

■ 論 文 ■

카오스이론을 이용한 링크통행시간 산정

A Study for Estimation of Link Travel Time Using Chaos Theory

노 승 만

(강원개발연구원 책임연구원)

이 인 원

(홍익대학교 도시공학과 교수)

목 차

- I. 서론
 - II. 카오스이론 및 기존연구 고찰
 - 1. 적용된 카오스 이론의 기본 틀
 - 2. 기존 연구 검토
 - III. 교통류의 카오스 이론 적용 방안
 - 1. 기존 방법의 문제 제기
 - 2. 모형식 정립
 - IV. 사례 분석
 - 1. 이용 자료
 - 2. 변수추정 및 민감도 분석
 - 3. 평가 및 검증결과 분석
 - V. 결론
- 참고문헌

요 약

과거 우리는 자연의 현상을 파악하고 분석하여 장래를 예측하기 위한 수단으로 분야별로 다양한 연구를 수행해 왔다. 교통 이론에 있어서도 기존에 제시되었던 많은 이론들이 수정과 보완과정을 거치면서 발전되는가 하면 그렇지 못한 이론들은 한계를 극복하지 못하고 소멸되어 갔다.

이러한 원인중의 하나가 교통류속의 카오스 현상 발견이었다. 교통류의 카오스 발생은 크게 교통량 감소의 원인이 되거나, 시뮬레이션 결과의 신뢰성을 저하시키는 원인이 된다. 또한 카오스 이론에서 제시하는 나비효과 등으로 인하여 교통모형 정립에 있어서 예측의 한계를 보여줌으로써 카오스 발생이 교통계획에 있어서 장기적인 예측을 어렵게 하는 이유가 되기도 한다.

따라서 교통류 속에서 카오스 현상을 제거하거나 규명할 수 있는 방안이 마련되어야 이러한 한계를 극복할 수 있다는 것이다. 이러한 의도하에 본 연구에서도 기존의 교통류 이론들의 한계와 개선을 위한 새로운 접근 방안을 제시 하였으며, 사례로는 카오스 이론을 활용한 링크통행시간 추정을 적용하여 보았다.

1. 서론

통행은 인간의 가장 기본적 욕구로서 기하급수적으로 증가하고 있는 교통량을 어떻게 하면 정확히 예측하여 통행이전에 혹은 통행시 분산하고 관리할 수 있겠는가 하는 연구분야는 교통계획을 하는 많은 연구자들의 관심의 대상이 되고 있다. 그러나 통행을 미리 예측하고 대비한다는 것은 그렇게 간단하지 않은 것이다. 즉 인간의 행태변화의 변수들과 자동차의 속성 그리고 자동차가 주행하는 도로요건들이 서로 얽히고 상호작용해 예측의 신뢰성에 많은 한계를 드러내기 때문이다.

이러한 가운데 통행의 패턴속에서 카오스성의 존재가 부각되기 시작했다. 일반적으로 카오스는 무질서하며 혼란스러운 상태라고 정의하지만, 그 이론속에는 과학적으로 일정한 규칙이 존재되어 있는 상태를 의미한다. 즉 카오스에 대한 명확한 정의는 곤란하지만 흔히들 어떤 계가 확고한 결정론적 법칙에 따라 변화하고 있음에도 불구하고, 매우 복잡하고 불규칙하면서 동시에 불안정한 행동을 보여서 먼 미래의 상태를 전혀 예측할 수 없는 현상이라고 정의한다.¹⁾ 이러한 이론은 교통의 행태가 전혀 예측할 수 없는 갈대와 같이 불규칙하고 무작위로 이루어지나 그 현상들을 자세히 보면 정해진 규칙에 따라 진행되므로 그 규칙이나 이론을 이해하고 분석한다면 전술한 예측의 한계를 극복할 수 있다는 것이다.

기존에 통용되고 있는 수요 예측이론들중 효용이론은 설명되기 쉽고 이론적으로 완벽한 예측모형인 듯 싶으나 실제로 운전자의 통행은 효용을 순간 순간 따져가며 이루어지지 않는게 현실이다. 이렇듯 무언가 모를 통행의 불규칙 행태를 시계열자료로서 분석해 본다면 카오스이론에서 주장하는 어떠한 형태의 규칙성을 발견할 수 있을 것이다.

과거 프랑스의 철학자 라플라스는 그의 이론에서 "언젠가 모든 사물의 최소단위인 미립자의 위치와 운동을 정확히 파악한다면 우주의 운동법칙이 이해되고, 따라서 과거와 미래를 설명하고 예측할 수 있을 것"이라고 저술했으며, 양자론의 아인슈타인도 비록 우주의 질서를 확률론에 입각해 설명하고 있으나,

「신은 주사위를 굴리지 않는다(God does not play dice.)」는 그의 표현처럼 우주의 운동속에는 일정한 질서가 있을 것으로 인식했다. 그러나 최근에 발표된 영국의 호킹교수는 "신은 불행하게도 주사위를 굴리고 있다"며 운동법칙을 발견하는 것이 논리적으로 불가능하다는 획기적인 이론을 제시했다.²⁾

따라서 이러한 이론들을 정리해 본다면 장기예측의 불가능론과 과거 시계열 데이터속의 규칙성 발견을 기본개념으로 제시하는 카오스 이론을 이해한다는 것은 기존 이론들의 모순과 예측의 신뢰성을 확보하는데 큰 도움이 될 것이다. 특히 본 연구에서는 지금까지의 교통류에 대한 연구가 주로 교통량과 속도, 밀도 등을 위주로 한 합류나 분류가 발생하는 램프차선 연결부 1차선에 대한 지점별 자료로서 분석되어져 왔으나 이러한 데이터로는 교통류를 설명하기에 부족한 현상이 발생되었다. 본 연구에서는 연속교통류상에서의 교통현상이 잘 설명될 수 있는 자료, 즉 혼잡상태에서의 통행시간을 분석함으로써 설명이 애매한 교통류 현상을 카오스 이론으로 접근코자 하는 것이다.

본 연구의 범위로는 연속교통류 즉, 도시고속도로 상에서 혼잡시 두 구간에 대해 통과교통량과 통행시간을 실측함으로써 두 자료에 대한 관계를 보았으며, 발견된 카오스성으로 기존의 통행시간 예측 기법의 한계와 새로운 통행시간 예측을 위한 모형식을 설정하고 그의 유용성을 검증하였다.

II. 카오스이론 및 기존연구 고찰

1. 적용된 카오스 이론의 기본 틀

카오스이론은 결정론적이지만 매우 복잡하고 불규칙하면서 동시에 불안정한 행동을 보이고, 비선형이론에 근거하기 때문에 과거의 고전역학 즉, 결정론적 다이나미컬 시스템내에서의 모든 현상에 대한 예측을 보완하거나 또는 부정적 견해를 보이기도 한다. 결정론적 다이나미컬(deterministic dynamical) 시스템을 틀이 결정된 게임으로 본다면, 시스템은 어떠한 상태공간(state space)속에서 현재 상태의 틀에 의해 미래의 상태가 결정되는 것이다. 따라서 틀의 케

1) 合原一帝, Chaos, 講談社, p.21, 1994.

2) 중앙일보(남정호특파원 - 런던), "우주질서 발견 - 미래예측 불가능", 1997.

도를 반복한다면 상태의 궤도가 보인다.

Chaos 이론을 이해하기 위해서는 비선형 동역학 시스템에 관하여 이해하여야 한다. 일반적으로 n차 동역학 시스템은 다음의 미분방정식으로 표현된다.

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \quad x \in R^n \quad (1)$$

여기서 x는 시스템의 상태를 나타내는 상태변수이고, 함수 f는 상태변화에 관한 규칙을 정의하는 역학(dynamics)이다. 초기조건이 주어지면 초기상태(transient state)와 정상상태(steady state)로 구분되는 시스템의 해를 구할 수 있다.³⁾

비선형 동역학 시스템의 연구에서 가장 흔히 언급되는 예가 Logistic Map이다. 생태계에서 개체수의 증감, 경제동향 등과 같은 시스템을 표현할 수 있는 Logistic map은 다음과 같은 1차 차분방정식으로 표현된다.

$$X_{n+1} = aX_n(1 - X_n) \quad (2)$$

여기서 a는 비선형 강도를 표현한 시스템의 인자(parameter)이고, 이산 시간 n+1의 상태 X_{n+1} 은 바로 이전상태 X_n 으로부터 구하여 진다.

Chaos 시스템은 초기조건에 민감하다. 초기 상태에서의 아주 작은 불확실성도 계속 증폭되어 어느 시간 이후에는 급격한 차이를 보인다. 어떠한 실험에서도 시스템 상태의 측정에서 오차를 피할 수 없으므로, 초기조건 민감성은 chaos 시스템을 장기 예측 불가능하게 만든다.

2. 기존 연구 검토

Chaos 시스템은 결정론적 비선형 동역학 시스템의 한 부류이다. 동역학 시스템의 체계적 연구는 Galileo Galilei의 자유낙하에 관한 실험으로부터 시작한다. 19세기까지 고전 역학 이론 분야는 Lagrange, Euler, Laplace, Hamilton 등과 같은 수많은 위대한 학자

들에 의하여 발전되어 왔다. 19세기말 프랑스의 천문학자이며 수학자인 Poincare는 세 개 이상의 물체를 다루는 문제를 고려하면서 그때까지의 고전 역학 분야에 친숙하지 않았던 새로운 개념을 도입하였다. 천체역학에 관한 그의 저서 "New Methods of Celestial Mechanics"는 위상 역학의 해석적 방법과 함께 chaos 이론의 기초를 제공⁴⁾하고 있다.

Chaos 이론의 급속한 발전은 chaos의 실제 응용 연구로 발전되었다. 비선형 회로에서의 chaos, 유체와 기체의 진동에서 발견되는 chaos, 맥파, 뇌파 등과 같은 생체 chaos, 경제학에서의 chaos 등이 대표적인 예이다. 자연현상을 포함하여 우리와 밀접히 연관된 시스템에서 chaos 현상을 규명하고자 하는 연구는 시스템 모델링에 새로운 가능성을 제공할 뿐만 아니라, 복잡한 시스템의 예측 및 분석에 중요한 역할을 할 수 있다. 또한 순수한 이론적 연구로서 응용수학자나 이론물리학자들 사이에서 여러 가지 다양한 카오스의 미분방정식 모델이 제안되었다. 구분적으로 선형인 미분방정식에서의 카오스를 연구한 마쓰모토 다카시와 오무로 모도마사, 튜어 등은 수학적 이론에 의해서 카오스의 본질적 특성을 연구한 대표적 연구자들이다.

1961년 미국의 기상학자 에드워드 로렌츠(Lorenz)는 컴퓨터를 이용해 기상변화역학을 연구하던 중에 카오스의 '초기값에 대한 민감한 의존성' 즉, '나비효과'를 발견했다.⁵⁾ 나비 효과를 발견한 것은 실제 기상현상의 구조를 극히 간략화시킨 원래의 비선형 미분방정식 모델을 컴퓨터에 넣어 거기에서 얻은 어떤 계산결과를 검산한 때의 일이었다. 로렌츠는 계산에서 얻어냈던 0.506127이라는 숫자를 검산했을 때 밑의 세자리를 버리고 0.506으로 줄여서 입력시켰다. 그런데 0.000127에 불과한 극히 작은 차이가 '초기값에 관한 민감한 의존성'에 의해 크게 증폭되어 이전 계산과는 완전히 다른 결과를 가져왔던 것이다.

삿갓조개의 근육섬유(barnacle muscle fiber)의 전기적 활동을 분석한 김(1996)의 연구⁶⁾에 의하면 신경세포의 막전위로서 신경세포의 활동전위(activity)를 시계열 분석한 결과 카오스성을 보여주는 리아푸

3) T. Parker and L. Chua, Chaos : A Tutorial for Engineers, Proceedings of the IEEE, vol. 75, p.982, 1987.

4) H. Poincare, New Methods of Celestial Mechanics, History of Modern Physics and Astronomy, American Institute of Physics, vol. 13, 1993.

5) 合原 一帝, 前掲書, p.79.

6) 김봉균, 신경소자 모델 및 생리적 신호에서 얻어진 시계열의 비선형 분석과 예측, p.27, 1996.

노프 지수값이 0.24정도로 나타났다. 이러한 시계열 data는 거의 주기적인 진동과 함께 그 진동의 폭이 간헐적 발작(intermittent bursting)을 보이고 예측이 어려운 시계열 중의 하나로 간주된다.

물론 교통부문에 있어서도 카오스 이론의 최대 활용방안인 시계열 데이터를 이용한 예측에서 교통량이 결정론적 비선형 예측으로 가능하다는 것이 난대이기도세이의 연구에서 밝혀졌다. 그러나 교통류에 관한 행태분석에 있어서는 막연히 카오스적이라는 추측만 행해졌고, 명확한 연구나 조사가 이루어지지 못한 상태로 남아있다.

III. 교통류의 카오스이론 적용 방안

1. 기존 방법의 문제 제기

교통류의 카오스이론 적용을 위하여 사용하는 데이터는 전절에서 언급한 바와 같이 지점자료가 아닌 구간에서 측정될 수 있는 자료로서 통행시간을 적용하였다. 통행시간 추정을 위한 방법으로는 크게 과거추세에 의한 방법과 수리적 접근에 의한 방법으로 구분된다. 이 중 과거추세에 의한 방법은 다시 선형모형이나 칼만필터 등 시계열 모형에 의한 방법과 회귀모형에 의한 방법 그리고 신경망 이론 등에 의한 방법 등으로 분류된다. 수리적 접근방법으로는 Smock식, BPR식, Steenbrink식, Wardrop에 의한 방법 등 수많은 방법들이 존재한다. 이외에도 누적 개념에 의한 방법들이 있으나 일반적으로는 수리적 접근 방법으로서 BPR식이 가장 넓게 이용되고 있는 실정이다.

그러나 최근에 와서 전술한 방법들의 모순이 발견되면서 통행시간 예측을 위한 새로운 시도가 시작되었다. 즉 Newell의 backward wave 방법과 Ran & Boyce에 의한 방법⁷⁾ 등이 그것이다. 전자의 경우 교통류내의 wave 개념에 바탕을 두고 교통량과 밀도의 관계에서 wave는 교통량의 변화를 수행한다고 본다.

그러나 이러한 방법들보다도 일반적으로는 수리적 접근방법의 일종인 BPR식을 이용하는 경우가 대부분이다. 따라서 본 연구에서는 이러한 BPR식의 한계와

이를 보완할 수 있는 새로운 모형식을 구축코자 하는 것이다. 기존의 지체함수식 즉 BPR식은 교통량과 속도의 관계에서 단조 증가함수로 되어있는 정상시의 상태만 고려하여 교통수요예측시 통행배정에 사용하고 있다. 그러나 교통량이 증가하여 임계치에 도달하면 용량저항에 따라 교통량과 속도가 동시에 감소하고, 통행시간은 증가하는 현상이 나타난다. 일반적으로 정상시의 교통상황에 대해서 미리 예측하는 것은 그리 어렵지 않다. 또한 일상 생활에 있어서도 교통상황이 정상시라면 지금과 같은 교통문제는 발생되지도 않았을 것이다.

결국 교통계획에 있어서 관심이 되는 교통상태는 지체가 발생하는 상황이라 해도 과언은 아닐 것이다. 그러나 지금까지의 링크 통행시간에 관한 연구는 대부분이 정상시의 단조 증가하는 상황만을 고려하는 한계를 드러냈다. 따라서 본 연구에서는 교통류의 카오스성을 활용하여 실제 교통상황에서 혼잡시 단조증가하지 않고 감소의 형태를 보이는 실제 교통상황을 조사하여, 링크통행시간이 카오스성을 보임으로서 향후 통행시간 추정시 카오스이론을 고려한 새로운 접근 방안이 모색되어야 함을 제시코자한다.

2. 모형식 정립

카오스성을 가정한 링크통행시간 추정식은 기존의 BPR식이 단조증가하지 않는다는 모순을 발견함으로써 정립될 수 있을 것이다. 즉 링크통행시간은 V/C의 변화에 따라 증감하고 또한 같은 V/C 내에서도 전혀 다른 통행시간을 갖는다는 것이다. 따라서 이러한 카오스성 특징을 전제로한 혼잡상태에서의 통행시간 예측 정립은 교통류를 이해하는데 중요한 역할을 할 것이다.

카오스성 분석의 3가지 방법⁸⁾중 두번째 방법인 기존에 통용되고 있는 비선형 방정식을 활용하여 교통류의 카오스성을 분석하여 보면, 로버트 메이가 입증한 방법과 같이 교통량, 밀도, 속도와 통행시간을 로지스틱의 미분방정식으로 도출할 수 있다. 즉, 통행시간 증가율은 통행시간이 증가할 수록 감소한다는 기

7) 부록 1 참조

8) 첫번째 방법이 수학적 이론에 근거한 카오스의 본질적 성질을 파악하는 것이고, 두번째가 도출된 비선형 방정식을 이용하여 카오스를 생성시킬 수 있는지 여부를 분석하는 것이고, 마지막으로 세번째가 어떠한 현상을 대상으로 불규칙한 변동속에서 카오스를 발견하는 방법으로서 현재 카오스 연구분야에서 가장 관심의 대상이고 활발히 연구되고 있는 방법이다.

본 전제하에서, 통행시간을 T 라 하고 통행시간 증가는 $\frac{dT}{dt}$ 이라 하면 이 $\frac{dT}{dt}$ 은 T 의 변화에 대하여 역으로 변화한다. 이것은 통행시간이 늘어나면 통행시간 증가율은 감소한다는 「시간의존」의 확실한 증거이며, 통행시간의 변화가 통행시간 자체에 의존한다는 것이다⁹⁾.

$$T = T_0(1 - T_0) \cdot r \tag{3}$$

$$r = \lambda e^{-\alpha \cdot (V_p/C)}$$

- T : $n+1$ 시간대의 통행시간(확률값)
- T_0 : n 시간대의 통행시간(확률값)
- V_p/C : 교통용량 대비 통과교통량
- λ : 리아푸노프 지수
- α : 카오스 계수
- r : 교통량증가함수

여기서 통행시간 T 의 형태는 링크구간에 대한 최대 통행시간 한계값을 적용하여 1보다 작은 값을 취하도록 하는 확률값이어야 한다. 즉 적용구간의 통행시간이 60초 정도에서 형성될 경우 한계값은 100초가 되므로 적용값은 0.6이 될 것이다. 즉 본 연구에서 적용되는 통과교통량의 개념인 V_p/C 값이 혼잡시와 정상시 동일한 값을 나타내도 통행시간은 다르게 나타나는 형태, 통행시간에 대하여 포물선인 함수식을 나타낼 것이다. 제안식의 1로 쓰여진 항은 통행시간의 최대를 나타내는 것으로 통행시간을 정수 단위로 계산시 복잡함을 줄이고, 다음의 통행시간이 현재의 통행시간 자체에 영향을 받는 것을 보여주는 항이다. 따라서 이상과 같은 관계식을 종합해 보면 식3과 같은 모형식이 정립될 수 있다.

여기서 리아푸노프 지수 λ 는 데이터들간의 관계를 나타내 주는 지수이므로 λ 값이 클수록 통행시간의 카오스성도 증가함을 의미한다. 또한 어떠한 시스템의 카오스성을 분석하기 위해서는 data의 관계를 보여주는 궤도상의 두점간 초기거리의 설정이 중요하다. 우선 위상공간에서의 인접한 두점을 고려하면 초기거리를 d_0 라 할 때 거리의 시간에 따른 변화는

$d(t)$ 가 되고 운동이 카오스 성질을 띠는 경우 0보다 큰 λ 가 존재한다. 즉 카오스 운동의 경우 인접한 두 점사이의 거리가 지수적으로 증가하게 된다.

$$d(t) = d_0 e^{\lambda t} \tag{4}$$

- $d(t)$: t 시간후 궤도상 두점간 거리
- d_0 : 궤도상 두점간 초기거리
- λ : 리아푸노프 지수

즉 초기값의 간격이 너무 멀거나 가까울 경우 얻고자 하는 결과와는 전혀 다른 결과를 산출할 수 있다. 또한 시간 t 의 경우는 가까울 수록 좀 더 정확한 값으로 근접할 수 있으며, 시간이 경과될 수록 신뢰성은 떨어진다. 실제로 이 축척은 d 가 작은 경우에서 성립하며 d 가 커지면 결국 위상공간 전체에 포화되어 축척거동을 보이지 않는다.

이러한 제안식은 기존의 BPR식에서와 같이 V/C 가 증가함에 따라 통행시간이 계속 증가하는 것이 아니라 어느 상태 즉, 교통지체가 발생되는 과정과 해소되는 과정에 이르러서는 감소와 증가를 반복하는 이상한 형태(카오스적)를 보인다는 것이다. 그러나 제안식은 카오스성이 뚜렷한 경우와 혼잡상태에서는 적합하나 교통류가 정상적인 경우와 카오스성이 적을 경우에는 λ 값이 작아지므로 통행시간값이 차츰 감소하여 최종적으로는 0으로 수렴되는 한계가 있다. 따라서 이러한 한계를 극복하기 위해서는 교통의 상태가 원활하여 자유통행시간에 가까울 때 즉, 카오스의 정도가 미약하게 나타날 때에는 기존의 단조증가 형태인 BPR식의 적용도 함께 고려해야 할 것이다.

앞에서 언급한 식은 카오스성을 보이거나, 항상 카오스적인 것이 아니라 조절 변수(control parameter)격인 V_p/C 비 등의 변화에 따라 주기성을 보이기도 하고, 카오스 현상을 보이기도 한다. 즉 V_p/C 를 포함한 리아푸노프 지수 λ 의 값에 변화를 주어 포물선의 형태와 해의 수렴과정을 도식화함으로써, 하나의 해로 수렴하는지 아니면 어떠한 주기성을 또는 불규칙한 카오스성을 보이는가를 판별할 수 있다. 즉 V_p/C

9) 이는 1980년대 미카엘 토머스 새틀러에 의해 인구증가율의 형태로서 입증. 즉, 인구→인구증가율과 통행량→통행량증가율의 관계가 항상 Positive한 경우 이론적으로 가능.

비의 변수값의 변화에 따른 시스템의 상태를 보면 혼잡상태에서 V_p/C 가 클 경우 즉, 통과교통량 V_p 가 많아지면서 시스템의 도출값(해)이 가질 수 있는 값들은 주기적으로 반복되는 제한된 값들이고, 지체로 인하여 통과교통량이 제한을 받으면 V_p/C 비가 감소하면서 해가 도출되는 값들은 2배씩 증가하여 주기배가(period doubling)현상이 나타난다. 이러한 과정이 계속되다 지체가 아주 심해지면서 통과교통이 극히 작아지는 상태인 V_p/C 를 포함한 변수 값이 어느 지점에 이르러서는 비선형 시스템 도출해의 주기성은 사라지고, 비록 비주기적이기는 하지만 결정론적인 규칙이 존재하는 카오스적 영역이 나타난다. 여기서 V_p/C 는 비선형 시스템의 상태를 결정하는 변수로 보면 된다.

IV. 사례 분석

1. 이용 자료

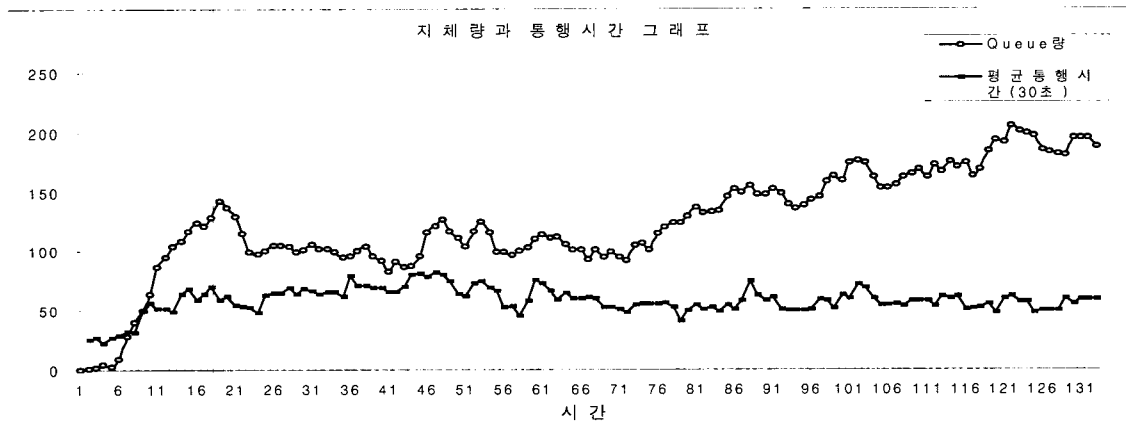
본 연구 결과의 분석 및 검증을 위하여 선정된 사례 대상지로는 올림픽대로상의 잠실대교에서 서울종합운동장 사이 500m 구간을 적용하였다. 본 구간의 특성으로는 시작 지점인 유입부가 합류의 영향을 받고 조사 완료지점인 유출부에서 분류가 시작되는 가장 교통류의 변화가 심한 곳이라 할 수 있다. 차선수는 편도 4차선으로 분류·합류 이외의 다른 기하구조적인 영향은 무시될 수 있는 구간이다.

본 연구에서 검증하고자 하는 지체시 링크통행시간

과 통과교통량을 측정하기 위하여 여러번의 시행착오를 거듭한 결과 본 구간에서야 지체시와 정상시의 자료를 비교적 짧은 시간에 동시에 관측할 수 있었다. 조사일은 1997년 11월 11일(화)로서 관측 시간대는 오전 6시 50분에서 8시 30분 까지이고, 이때의 교통상황은 정상시에서 시작하여 지체로 접어드는 매우 순간적인 교통상황이 나타나는 시간이다. 그러나 2시간 정도의 관측시간중 자유교통류의 상태가 너무 짧아 BPR식으로 검증될 수 있는 자료를 충분히 취하지 못하였다. 이러한 결과는 정상상태의 교통류가 V_p/C 1.0에 가까워지면서 갑자기 통행시간이 급증하므로서 관계 그래프가 후술되는 시점의 현상을 실제 교통류상에서 쉽게 발견 할 수 없기 때문이었다.

자료의 취득 방법으로는 통행시간의 경우 노측에서 차량번호판방법(License Plate Method)으로 기록하고, 통과교통량은 계수기를 활용하여 실시하였다. 또한 data의 신뢰성을 확보하기 위하여 비디오 촬영으로 보완 조사를 시행함으로써 의심나는 data에 대해서는 자료 검증의 절차를 밟았다. 수집된 자료의 형태는 30초 동안의 교통량과 차선당 용량 2,200으로 산정된 V_p/C , 그리고 본 구간을 통과하는데 소요된 평균통행시간 등이다.

수집된 data의 특성을 보면 그림 1과 같이 합류부와 유사한 형태, 즉 유입교통량과 유출교통량에 대한 누적분의 차이를 나타내는 지체시 교통량은 계속 증가 추세를 보이거나 통행시간은 지체가 시작되는 시점에서 잠시 증가 추이를 보인후 어느 순간부터는 통행시간이 더 이상 증가하지 않는 현상을 보였다.



<그림 1> 교통체증과 통행시간간의 관계 그래프

2. 변수추정 및 민감도 분석

먼저 모형식의 변수중 초기값의 변화 관계를 나타내는 리아푸노프 지수 λ 를 전절의 식 4를 이용하여 도출하였다. 측정 결과 data들 자체의 관계를 정량적으로 나타내는 리아푸노프 지수 λ 는 0.505로 측정되었으며, 도출된 값은 지체시 교통류에 있어서 대부분의 현상들이 이와 유사한 수준인 것으로 나타났다. 따라서 본 연구에서는 지체가 발생하는 과정의 λ 값을 0.51로 단순화시키고 모형식의 분석을 실시하였다.

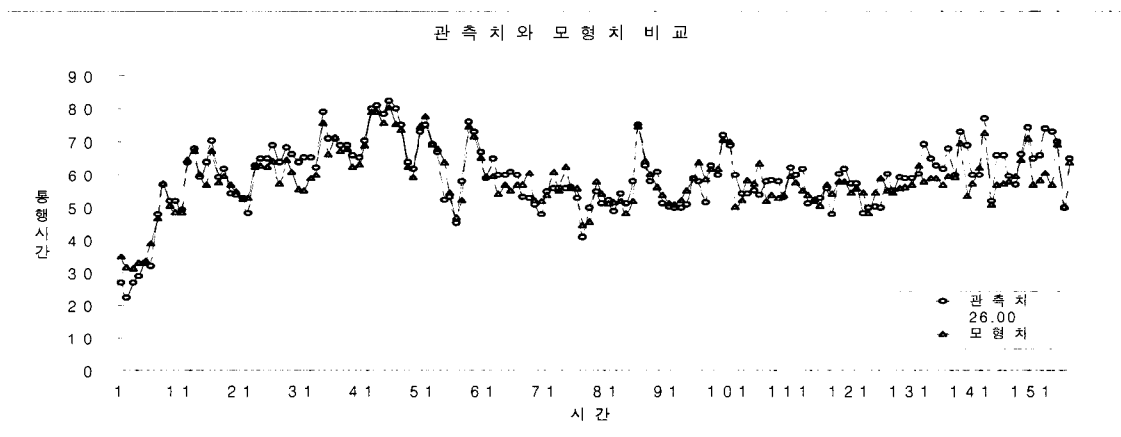
카오스성을 보이는 현상에 있어 초기값의 결정은 결과에 심각한 영향을 줌으로써 관측치와 모형치와의 오차를 발생케 한다. 따라서 본 적용사례 연구에서는 초기값 결정에 있어 기존과 같이 자유통행시를 기준으로 한다거나 지체 그룹의 가장 빠른 통행시간을 적용하지 않고, 기존 연구^{10,11,12})에서도 증명¹³⁾되었듯이 V_p/C 가 1.0인 수준에서의 통행속도 감소율과 같이 통행시간도 감소율을 적용하여 분석하였다.

본 data에서도 지체가 시작되기 바로 직전의 통행시간은 초기값의 1.6~3.8배 수준까지 증가하였다. 따라서 본 연구에서는 초기값 설정시 전장에서와 같은 오차를 줄이기 위하여 자유통행시간에 대한 지체

시의 증가분을 적용하여 분석하는 방법의 일환으로서 용량상태속도 일때의 통행시간을 적용하였다. 올림픽도로의 용량속도는 일반적인 값 70km/h 수준인 것으로 나타났다. 따라서 본 분석 data의 적용 가능한 초기값은 26.0이다¹⁴⁾. 또한 데이터 수집시 링크길이에 대한 통행시간의 한계를 설정하기 위한 값은 속도가 20km/h 이하인 상태는 측정되지 않았고, 통행시간도 대부분 50-60초 사이에서 관측되었으므로 제안된 모형식의 T_0 적용치는 $T_{max}=100$ 이다. 즉 적용된 링크 구간을 통과하는데 소요되는 시간은 최대 100초를 넘지 않는 것으로 보고 분석하였다(단, T_{max} 는 단위시간 값으로 변화 가능하며, 예측력에는 영향 없음).

〈그림 2〉는 관측치의 통행시간에 대한 모형치의 현실 복재력(Replicability)을 단순비교하여 본 결과로서 평균적으로 1.2초 정도의 오차를 보였다. 즉 관측치와 모형치의 평균오차는 2.01% 정도로 나타나 현실과 유사한 수준임을 알 수 있다.

민감도 분석을 위하여 본 연구에서는 실제통행시간과 추정된 통행시간의 잔차를 최소화하는 방안을 적용하였으며, 이를 분석하기 위한 식은 실제 관측 값과 추정된 값의 직접비교가 가능하고 가장 보편적으로



〈그림 2〉 관측치와 모형치의 통행시간 비교

- 10) V.F. Hurdle and P.K. Datta, Speeds and Flows on an Urban Freeway: Some Measurements and a Hypothesis, Transportation Research Record 905, T.R.B., National Research Council, Washington D.C., 1983
- 11) B.N. Persaud and B.F. Hurdle, Some New Data That Challenge Some Old Ideas About Speed-Flow Relationships, T.R.R. 1194, T.R.B., National Research Council, Washington D.C., 1988
- 12) J.H. Banks, Freeway Speed-Flow-Concentration Relationships: More Evidence and Interpretations, T.R.R. 1225, T.R.B., National Research Council, Washington D.C., 1989
- 13) Bank는 10%, Hurdle와 Datta는 20%, Persaud와 Hurdle는 25%의 속도 감소가 발생된다고 그의 저서에 수록했다
- 14) 부록 2참조

광범위하게 이용하고 있는 평균제곱근오차(RMSE; Root Mean Square Error)를 사용하였다. 본 연구에서는 관측통행시간과 추정통행시간간의 RMSE가 가장 작은 경우가 모형 파라메타를 가장 잘 설명하는 것이라 할 수 있다.

$$\text{Min RMSE} = \sqrt{\frac{\sum(X_o - X_e)^2}{(N-1)}} \quad (5)$$

여기서, X_o : 관측 통행시간

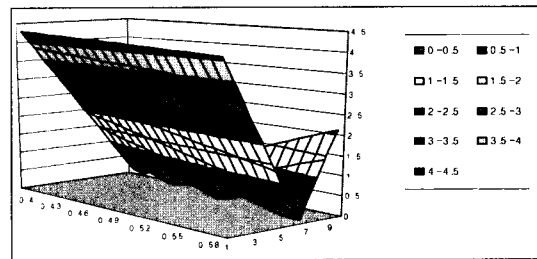
X_e : 예측 통행시간

N : 자료수

P : $(RMSE - X_o) \times 100$

적용결과 카오스 계수 α^{15} 의 경우 <표 1>과 같이 6까지는 평균제곱근오차가 단순히 감소하는 추이를 보이다가 7과 8로 접어들면서 역행하는 현상을 나타냈다. 이들 값 중 8을 적용하였을때의 평균제곱근오

차는 0.1043으로서 최소가 되는 값을 갖는다. 또한 리아푸노프 지수 λ 값의 경우도 0.51을 기준으로 하여 후술하는 현상을 보이며, 그때의 값이 0.00783으로 가장 오차가 작은 값을 취하였다. 이러한 결과는 교통류가 갖는 data의 카오스성이 0.51 수준에서 가장 예측력 있는 결과를 도출해 낼 수 있다는 것이기도 하다. 변수값에 대한 RMSE를 행렬화 하면 α 값 8일때와 λ 값이 0.51일 때 0.008로서 최소가 되었다.



<그림 3> RMSE 공간구성도

<표 1> 변수값에 따른 RMSE Matrix

$\lambda \backslash \alpha$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.4	4.305	3.838	3.371	2.904	2.467	1.970	1.502	1.035	0.568	0.101
0.41	4.293	3.814	3.336	2.857	2.378	1.899	1.421	0.942	0.463	0.016
0.42	4.281	3.791	3.301	2.810	2.320	1.829	1.339	0.849	0.358	0.132
0.43	4.270	3.768	3.266	2.763	2.261	1.759	1.257	0.755	0.253	0.249
0.44	4.258	3.744	3.231	2.717	2.203	1.689	1.176	0.662	0.148	0.366
0.45	4.246	3.721	3.196	2.670	2.145	1.619	1.094	0.568	0.043	0.483
0.46	4.235	3.698	3.160	2.623	2.086	1.549	1.012	0.475	0.062	0.599
0.47	4.223	3.674	3.125	2.577	2.028	1.479	0.930	0.382	0.167	0.716
0.48	4.211	3.651	3.090	2.530	1.970	1.409	0.849	0.288	0.272	0.833
0.49	4.200	3.628	3.055	2.483	1.911	1.339	0.767	0.195	0.378	0.950
0.50	4.188	3.604	3.020	2.437	1.853	1.269	0.685	0.101	0.483	1.066
0.51	4.176	3.581	2.985	2.390	1.794	1.199	0.603	0.008	0.588	1.183
0.52	4.165	3.557	2.950	2.343	1.736	1.129	0.522	0.086	0.693	1.300
0.53	4.153	3.533	2.915	2.296	1.678	1.059	0.440	0.179	0.798	1.417
0.54	4.141	3.511	2.880	2.250	1.619	0.989	0.358	0.272	0.903	1.534
0.55	4.130	3.487	2.845	2.203	1.561	0.919	0.276	0.366	1.008	1.650
0.56	4.118	3.464	2.810	2.156	1.502	0.849	0.195	0.459	1.113	1.767
0.57	4.106	3.441	2.775	2.110	1.444	0.779	0.123	0.553	1.218	1.884
0.58	4.095	3.417	2.740	2.063	1.386	0.708	0.031	0.646	1.323	2.001
0.59	4.083	3.394	2.705	2.016	1.327	0.638	0.051	0.740	1.428	2.117

15) 부록 3 참조

3. 평가 및 검증결과 분석

모형식의 적합도(Goodness of Fit), 즉 도출된 모형치가 관측 결과를 얼마나 잘 설명해 줄 수 있는지의 여부를 통계적으로 분석한 결과 <표 2>와 같이 R^2 의 경우가 0.81로 나타나 현실을 설명하는데 적합한 것으로 평가되었다.

또한 혼잡시 통행시간의 파악을 위한 새로운 접근 방법으로서 Newell의 방법과 Ran & Boyce의 방법을 이용하여 본 연구에서 정립된 모형식과 비교한 결과 이들 상호간의 관계는 유사한 형태를 보이나, 모형식을 제외한 두 방법은 그림과 같이 카오틱한 순간 순간을 제대로 묘사하지 못하고 있음을 알 수 있다.

본 연구의 모형식과 기타 방법으로 도출한 통행시간에 대한 통계적 분석 결과는 먼저 가장 일반적으로 사용되고 있는 RMSE의 경우 모형식이 0.008으로서 타 방법에 비해 압도적으로 우수했으며, 1에 접근할수록 우수한 설명력을 갖는 EC의 경우도 모형식이 가장 우수하게 나타났다.

<표 2> 모형식의 통계적 분석

R^2	F값	T값
0.81	670.01	25.88

<표 3> 추정방법에 따른 검증

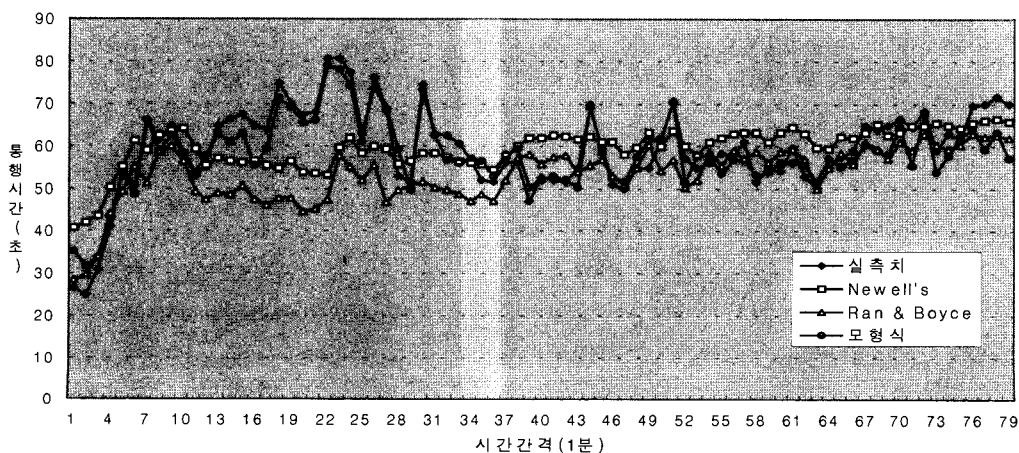
평가기준 추정방법	MAPE	MARE	MAE	RMSE	EC
제안식	5.670	0.056	3.177	0.008	0.998
Newell	9.065	0.091	5.517	0.301	0.979
Ran & Boyce	10.38	0.103	6.362	0.322	0.978

정립된 모형식의 민감도 분석 결과 리아푸노프 지수의 경우 0.51에서 평균제곱근오차가 가장 작게 나타났다으며, α 값의 경우는 8에서 0.1043의 오차를 보임으로써 본 모형식을 가장 잘 설명하는 변수값임이 증명되었다. 또한 모형식의 적합도를 나타내는 R^2 의 경우 0.81로서 설명력이 우수한 것으로 분석되었으며, 타 방법과의 비교 결과는 평균제곱근오차의 경우 본 연구의 모형식이 0.008의 오차를 보인 반면 Newell의 방법과 Ran & Boyce에 의한 방법은 각각 0.301과 0.322의 오차를 갖는 것으로 분석되었다.

V. 결론

오랜시간 동안 우리들은 자연의 현상과 변동을 파악하고 분석하여 현상 규명과 장래의 예측을 위한 수단으로 분야별로 다양한 연구를 진행해 왔다. 특히 앞서 언급한 라플라스에서 아인슈타인의 시대적 진리의 정당성과 호킨교수가 최근에 발표한 이론적 발전

통행시간에측 비교



<그림 4> 통행시간 추정 방법 비교

은 자연의 변동과 함께 명확했던 자연이론도 변화를 하고 있다는 증거였다.

본 연구 결과에서도 기존의 교통류 이론들의 한계와 개선을 위한 새로운 접근 방안이 제기 되었으며, 그중 구간 data로서 링크통행시간이 적용되었다. 교통류에 있어 카오스 이론이 적용된 주요 연구 결과는 첫째, 혼잡한 교통상태(포화시)에서의 링크통행시간 산정을 위한 초기시간 선정은 자유통행시의 통행시간이 아닌 용량속도상태에서의 통행시간을 적용해야 한다는 것이다.

둘째, 카오스성이 발견된 현상은 초기값에 민감하고 초기값은 단기간의 시스템속에서 더욱 유용하기에 카오스성이 발견되는 현상이나 시스템 속에서는 장기적인 예측은 지양하고, 초기값 설정에 신중을 기하여야 한다. 초기값의 설정에 따라 예측의 결과는 매우 탄력적이기 때문이다.

그리고 마지막으로 교통류에서의 카오스성은 특별한 경우를 제외하고는 대부분이 비혼잡시보다는 혼잡시에 더욱 높게 측정되었다.

그러나 이러한 카오스 특성 발견에 있어 드러난 몇 가지 한계로는 먼저 본 연구의 사례지점은 특성상 연속교통류인 도시고속도로로서 운전자가 노선 선택 등의 어떠한 형태 변화에 대한 기회가 타 공간에 비해 많은 제약을 받았다. 따라서 그 결과 역시 카오스성이 명확히 도출되지 않는 한계를 드러냈다. 그러나 기회에 대한 제약이 많지 않고 선택의 폭이 넓은 도시내부의 가로망 형태에서는 카오스성이 명확히 도출될 수 있을 것이다. 본 연구는 교통류의 카오스성을 분석하기 위한 초기 단계로서 추후 본 분석 데이터와 같은 자료가 도시내부 가로망에서도 구축되면 도시내부에서의 설명하기 어려운 교통행태에 대한 분석이 가능하게 될 것으로 전망된다.

참고문헌

1. 김상구, 고속도로 합류구간 교통특성 및 용량모형식 개발 연구, 서울대학교 대학원 박사학위 논문, 1997. 2.
2. 김봉균, 신경소자 모델 및 생리적 신호에서 얻어진 시계열의 비선형 분석과 예측, 1996.
3. 노승만, 연속교통류에 있어서 CHAOS 형성과 통행시간 산정 방안, 홍익대학교 박사학위논문, 1997.
4. 山口昌哉, Chaos and Fractal, 講談社, 1986.
5. 合原一帝 外, Neuro · Fuzzy · Chaos, Ohmsha, 1994.
6. 合原一帝, Chaos, 講談社, 1994.
7. Bin Ran and David E. Boyce, Dynamic Transportation Network Models.
8. D. Ruelle, Chance and chaos, 1990.
9. E.N.Lorenz, Deterministic Non-Periodic Flow, J.Atmos.Sci.20, 1963.
10. E.P.B.George, M.j.gwinlym and C.R.Gregroy, Time Series Analysis, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1994.
11. Edward Ott, Chaos in Dynamical Systems, Cambridge Univ. Press, 1993.
12. J.H. Banks, Freeway Speed-Flow-Concentration Relationships: More Evidence and Interpretations, T.R.R. 1225, T.R.B., National Research Council, Washington D.C., 1989.
13. P.S.Linsay, An Efficient Method of Forecasting Chaotic Time Series Using Linear Interpolation, Phys.Lett.A153, 353, 1991.
14. S.Weigend, N.A.Gershenfeld, Time Series Prediction : Forecasting the Future and Understanding the Past, Addison Wesley, New Mexico, 1994.
15. T. Parker and L. Chua, Chaos : A Tutorial for Engineers, Proceeding of the IEEE, vol. 75, 1987.
16. H. Poincare, New Methods of Celestial Mechanics, History of Modern Physics and Astronomy, American Institute of Physics, vol. 13, 1993.
17. V.F. Hurdle and P.K. Datta, Speeds and Flows on an Urban Freeway: Some Measurements and a Hypothesis, Transportation Research Record 905, T.R.B., National Research Council, Washington D.C., 1983.
18. B.N. Persaud and B.F. Hurdle, Some New Data That Challenge Some Old Ideas About Speed-Flow Relationships, T.R.R. 1194, T.R.B., National Research Council, Washington D.C., 1988.

[부록 1] Newell과 Ran & Boyce 방법

Newell의 backward wave 방법의 경우 교통류 내의 wave 개념에 바탕을 두고 교통량과 밀도의 관계에서 wave는 교통량의 변화를 수행한다고 보는 것으로 링크통행시간은 다음과 같이 요약할 수 있다.

$$\tau(a, t) = D(a_1, t) + D(a_2, t) \quad \forall a$$

$$D(a_1, t) = \text{순행시간 [분]}$$

$$D(a_2, t) = \text{지체시간 [분]}$$

$$D(a_2, t) = da_1(t) + da_2(t) \quad \forall a$$

da₁(t) : 과부하 지체(overflow delay)
 da₂(t) : 균일지체(uniform delay)

$$da_2(t) = \Delta L \times W_{\Delta L}$$

$$= [X_{a_2}(t)/K_{jam}(\Delta L)] \times W_{\Delta L}$$

$$= [X_{a_2}(t)/K_{jam}(\Delta L)] \times [K_{jam} - K_{crit}/cap(a_2, t)]$$

$$= [X_{a_2}(t)/cap(a_2, t)] \times [K_{jam} - K_{crit}/K_{jam}(\Delta L)]$$

$$w_i = \frac{d_t}{d_x} \quad k_{jam}(\Delta L) = \frac{d_n}{D_t}$$

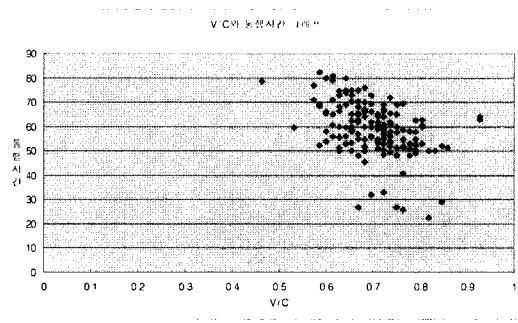
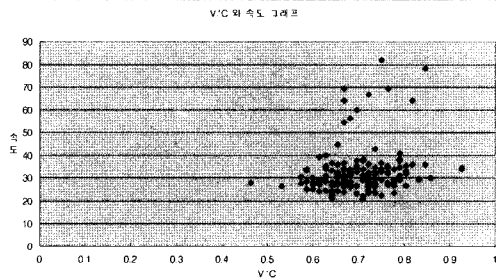
X_{a2}(t) : 시간간격(t, t+1) 시작부분의 Queue

또한 Ran & Boyce¹⁶⁾에 의한 방법도 Newell의 방법과 동일하게 취급할 수 있다. 즉, da₂(t)는 다음과 같이 구해진다.

$$da_2(t) = \frac{[In(a_2, t) - Out(a_2, t)] \Delta t/2 + X_{a_2}(t)}{cap(a, t)}$$

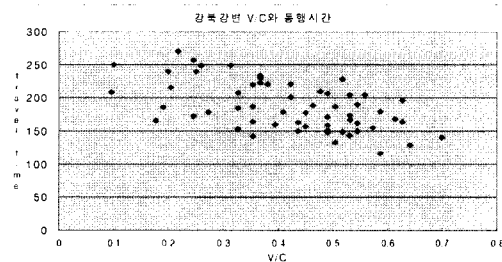
$$= \frac{X_{a_2}(t) \Delta t/2 + X_{a_2}(t)}{cap(a, t)}$$

[부록 2] 교통량, 통행시간에 의한 초기값 설정을 위한 data값



[부록 3] 카오스 계수 α 값 추정을 위한 Sample 분석

카오스 계수 α 값 추정을 위하여 본 연구에서는 사전에 강북강변에서의 data로써 모의분석을 시행한 결과, V_p/C의 변화에 대한 통행시간의 평균치를 도출하여 아래의 표와 같은 결과를 얻었다. 초기값을 용량상태 속도의 통행시간으로 선정하고 α 값을 도출하면 5~11 까지 다양한 값으로 나타난다. 따라서 V_p/C 0.1~0.6 까지로 나타나는 본 교통류 상태를 단순화하여 고정값으로 하고 α 값을 도출한 것이다. 즉 V_p/C의 설정 기준은 0.10에서 0.19 까지의 관측치를 0.1로 취하고, 0.20에서 0.29 까지는 0.2로 취하는 방식을 택하여 그 범위에 해당되는 통행시간의 평균값을 도출하여 α 값을 결정하였다. 그 결과 α 값은 대체적으로 6.8~8.3 까지의 값으로 나타났다.



<지체시 강북강변 V_p/C와 통행시간>

적용된 변수가 본 연구의 모형식을 어느 정도 설명해 줄 수 있는가를 검토하기 위하여 통계적으로 분석한 결과 아래의 표와 같이 R²의 경우는 대체로 α 값

16) Bin Ran and David E. Boyce, Dynamic Transportation Network Models, p.337.

이 증가하면서 높은 설명력을 나타냈으며, F값과 T값은 각각 4.0과 6.314 이상이면 설명력이 있는 것으로서 본 분석 결과는 매우 유용한 것으로 분석되었다. 특히 α 값이 7.66으로 나타나고 R^2 도 95.4

로서 가장 높게 나타난 V_p/C 0.5 수준은 본 분석 data 중 가장 높은 빈도수를 보이는 범위로서 가장 카오스성이 높은 교통상태를 보이기 때문인 것으로 분석된다.

< V_p/C 에 따른 α 값의 변화>

V_p/C	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	비 고
α 값	5.39	6.83	7.01	7.32	7.66	8.29	· α : 0.05% · d.f. : 1 · 잔차 : 58
R^2	76.2	89.94	89.64	90.83	95.44	95.27	
F	185.7	518.4	501.5	574.4	1213.1	1167.3	
T	13.6	22.7	22.4	23.9	34.8	34.1	