응용통계연구 제 12권 2호, 1999년, pp. 593-603

# 혼합모형에서 실험의 크기에 관한 연구*

이연수[1] 임용빈[2] 김재주[3]

요 약

표본의 크기는 제1종오류의 확률 $\alpha$, 실용적으로 차이가 있다고 판단되어서 검출하고자 하는 요인효과의 오차에 대한 상대적인 크기, 그 값에서의 제2종오류의 확률 $\beta$에 따라서 결정된다. 이 논문에서, 우리는 고정요인과 랜덤요인이 포함된 실험계획에서 표본의 크기를 결정하는 방법을 간단한 MATLAB 프로그램을 사용하여 고려한다. 분할법과 지분요인배치법의 예제를 들어 유의수준 $\alpha$와 최소 표준화 검출효과 $\Delta^*$에서 검정력이 적어도 $1-\beta$를 갖도록 표본의 크기를 결정한다.

## 1. 서론

실험을 설계할 때에 실험자가 결정해야 할 가장 중요한 과제의 하나는 실험의 크기를 결정하는 것으로, 실험의 크기는 일반적으로 경제성을 고려하여 결정된다. 특히 실험의 비용이 크게 문제가 되지 않고 반응치에 영향을 주리라 기대되는 두 세 개의 인자들에 관한 자세한 정보를 얻기 위한 실험에서는 반복이 있는 실험을 계획하게 된다. 식품영양학, 의학, 농학 등의 실험 등이 이에 해당된다. 각각의 실험조건에서의 표본의 크기는 일반적으로 경제성을 고려한 경험적인 판단에 따라서 결정한다. 각각 요인효과의 유의성을 검토하기 위해서 수집된 실험자료에 대한 분산분석을 실시한 후에 각 효과의 유의확률(p-value)의 크기에 근거하여 유의성 여부를 판단한다. 경험적으로 알려진 사실은(Lorenzen 등(1993)) 유의확률의 값이 큰($\geq .25$) 경우에는 효과가 존재하지 않는다고 판단하고 해당효과를 오차항에 풀링하고, 유의확률의 값이 작은($\leq .10$) 경우에는 해당효과가 반응치에 영향을 줄 수 있으리라 판단하여 오차항에 풀링하지 않는다. 그런데 유의확률이 그 사이 값을 취하는 경우에는 추가실험 등을 통하여 결정을 내리는데에, 식품영양학, 농학 등의 실험에서와 같이 실험을 실시하는데에 오랜 시간이 걸리는 경우에는 축차적인 실험을 실시할 수가 없다. 이러한 실험에서 각각의 실험조건에서의 표본의 크기는 제1종오류의 확률 $\alpha$, 실용적으로 차이가 있다고 판단되어서 검출하고자 하는 요인효과의 오차에 대한 상대적인 크기, 그 값에서의 제2종오류의 확률 $\beta$에 따라서 결정된다. 즉, 관심이 있는 효과가 유의하지 않다는 결정을 내릴 때에 실험자는 유의확률의 크기에 의존하는 경험적인 판단이 아닌, 제2종 오류의 크기가 제어된 결정을 내릴 수 있게 된다.

고정요인효과의 유의성 검정에서 검정력은 비중심 $F$-분포로부터 계산되고 표본크기는 요인효과의 자유도, 제1종오류의 확률 $\alpha$, 제2종오류의 확률 $\beta$, 비중심모수의 값에 따라 결

* 이 논문은 1998년도 교육부 기초과학연구비 지원(과제번호 1998-015-D00046)에 의한 연구결과임
1) (120-750) 서울시 서대문구 대현동 11-1, 이화여자대학교 자연과학대학 통계학과, 석사과정
2) (120-750) 서울시 서대문구 대현동 11-1, 이화여자대학교 자연과학대학 통계학과, 교수
3) (151-742) 서울시 관악구 신림동 산 56-1, 서울대학교 자연과학대학 통계학과, 교수

정된다. Marvin 등(1970)은 일원배치법에서 비중심모수의 값 대신에 실용적으로 차이가 있다고 판단되는 수준효과들의 표준화된 범위의 값을 가지고 실험자가 쉽게 표본의 크기를 결정할수 있는 표를 만들었다. 요인배치법의 경우에 Odeh 등 (1991)은 $\alpha$, $\beta$가 주어진 경우에 검출하려는 효과의 최소크기를 만족하는 표본의 크기를 반복적으로 챠트(chart)를 이용하여 결정하는 방법을 제시하였다. MATLAB은 정확한 수치 계산과 시각적인 기능을 갖춘 소프 트웨어(High-performance Numeric Computation and Visualization Software)로 전자공학, 경영학(특히, Finance), 통계학 등에서 최근 활발하게 이용되는 소프트웨어이다. 임(1998)은 비중심 $F$-분포를 계산하기 위한 알고리즘인 Norton(1983)과 Narula 등(1986)의 결과를 이용하여 고정모형(Fixed Models)에 대한 최소검출효과의 크기를 구하는 MATLAB 프로그램을 제시하였다. 이 프로그램은 Marvin 등(1970)과 Lorenzen 등(1993)에 주어진 표를 일반화하고 Odeh 등 (1991)에 주어진 약 110쪽의 챠트를 대체하여, 요인배치법의 경우에 표본의 크기를 쉽게 결정하는 것을 도와준다. 이 논문에서는 임(1998) 에 의해 제시된 MATLAB 프로그램을 이용하여 고정모형에 대한 표본의 크기 결정 방법을 랜덤요인(Random Factor) 을 포함하는 혼합모형인 경우로 확장하여 균형된 실험계획에서 표본크기를 결정하는 MATLAB 프로그램을 제시하고 분할법과 지분요인배치법의 예를 들어 MATLAB 프로그램을 이용하여 표본의 크기를 결정하는 방법을 설명한다. 또한 Lorenzen 등(1993)에 소개된 최소검출효과의 크기 비교에 의해 각 요인의 수준수와 표본의 크기를 달리하는 여러 실험설계 중 가장 효율적인 실험설계를 선택하는 방법을 지분요인배치법에 적용해서 설명한다.

## 2. MATLAB 프로그램의 알고리즘

### 2.1. 랜덤요인 (Random Factor)

랜덤요인들과 이들의 상호작용요인들에 대해 표본 크기를 결정하는 것은 고정요인의 경우보다 훨씬 간단하고 Lorenzen 등(1993) 에 의해 잘 요약되어 있다.

균형된 실험계획법 모형에서 랜덤요인효과 $A$의 유의성 검정을 고려해보자. $F$-검정의 분모에 오는 효과를 $X$, $E(MS_A)$에서 $\sigma_A^2$앞에 오는 계수를 $c$라 하자. 이때 표준화된 검출효과의 크기는 $\Delta = \frac{\sigma_A}{\sigma_X} = \frac{\sigma_A}{\sqrt{EMS(X)}}$로 주어진다. 처리 수준간 유의한 효과 차이가 존재한다는 대립가설 하에, $F$-통계량인 $F^*$의 분포를 구해보자. $F^*$는

$$F^* = \frac{MS(A)}{MS(X)} = \frac{MA(A)/EMS(A)}{MS(X)/EMS(X)} * \frac{EMS(A)}{EMS(X)}$$

로 표현된다. 이때, $\frac{MS(A)/EMS(A)}{MS(X)/EMS(X)}$는 분자, 분모의 자유도가 $v_1, v_2$인 $F$-분포를 따르고, $EMS(A) = EMS(X) + c\sigma_A^2$가 성립하므로 $F^*$는

$$\begin{aligned} F^* &= F(v_1, v_2) * (1 + \frac{c\sigma_A^2}{\sigma_X^2}) \\ &= F(v_1, v_2) * (1 + c\Delta^2) \end{aligned} \tag{2.1}$$

이 된다. 여기서 $F(v_1, v_2)$는 분자, 분모의 자유도가 $v_1$, $v_2$인 $F$-분포를 따르는 확률변수이다. $F(v_1, v_2)$의 누적확률이 $1-\alpha$되는 값을 $F_\alpha(v_1, v_2)$라 표시할 때, $F$-검정의 검정력은

$$\begin{aligned} 1-\beta &= P(F^* > F_\alpha(v_1, v_2)) \\ &= P((1+c\Delta^2)F(v_1, v_2) > F_\alpha(v_1, v_2)) \\ &= P(F(v_1, v_2) > \frac{F_\alpha(v_1, v_2)}{1+c\Delta^2}) \end{aligned}$$

으로 계산되어진다. 따라서 랜덤요인효과에 대한 검정력은 $F$-분포함수로부터 쉽게 계산이 가능하고, 주어진 검정력 $1-\beta$와 최소 표준화 검출효과를 만족하는 표본의 크기 $n$은

$$F_{1-\beta}(v_1, v_2) = \frac{F_\alpha(v_1, v_2)}{1+c\Delta^2} \tag{2.2}$$

을 만족하도록 결정된다. (Lorenzen 등 (1993)) 식 (2.2)을 $\Delta$에 관하여 풀면 주어진 $n$에 대한 표준화된 최소 검출효과의 크기는

$$\Delta = \sqrt{\frac{F_\alpha(v_1, v_2) - F_{1-\beta}(v_1, v_2)}{cF_{1-\beta}(v_1, v_2)}} \tag{2.3}$$

이다. 그런데 일반적으로 $v_2$와 $c$가 표본의 크기 $n$의 함수이기에 식 (2.3)을 만족하는 $n$을 반복적으로 구해야 한다. (Lorenzen 등 (1993)) 표본의 크기 $n$을 결정하는 또 다른 간단한 방법은 실용적으로 차이가 있다고 판단되어 실험자가 검출하고자 하는 $A$의 표준화 최소검출효과의 크기를 $\Delta^* = \Phi^*(X) = \sigma_A^*/\sigma_X$라 할 때, $n$을 증가시키며 처음으로 $\Delta \le \Delta^*$을 만족하는 표본의 크기 $n$을 찾는 것이다.

## 2.2. MATLAB 프로그램

임(1998)에 의해 제시된 고정모형에서 MATLAB 프로그램을 이용한 표본의 크기 결정방법을 혼합모형인 경우로 확장하여 균형된 실험계획에서 표본 크기를 결정하는 MATLAB 프로그램이 부록에 주어졌다. MATLAB 프로그램은 *start.m file*과 *noncentf*, *flambda*, *fsize*, *rsize*의 네 subroutine으로 구성되어 있다. 표본의 크기 $n$이 주어진 경우의 검정력은 각 요인효과들이 고정요인 또는 랜덤요인인지에 따라서 비중심 $F$-분포와 $F$-분포에 의해 결정되고 이 때의 검출 가능한 표준화효과의 크기를 계산하는 함수가 *fsize*와 *rsize*이다. subroutine *fsize*는 고정요인효과들의 검출 가능 표준화효과의 크기인 $\Delta = \sqrt{\frac{2f_\lambda}{cv_1}}$를 결정하는 subroutine으로 임(1998)에 소개된 MATLAB 프로그램에 근거하여 작성되었다. $\Delta$를 결정하기 위해서 subroutine *noncentf*에서는 비중심 $F$-분포의 누적분포함수치를 계산하고 subroutine *flambda*에서는 제2종오류의 확률을 $\beta$로 하는 비중심 모수의 값인 $f_\lambda$를 구한다. subroutine *rsize*에서는 랜덤요인효과들의 검출 가능 표준화 효과의 크기인 식 (2.3)에 주어진 $\Delta$를 계산한다.

*start.m file*에서는 제1종오류의 확률 $\alpha$, 제2종오류의 확률 $\beta$, 실험자가 실용적으로 유의한 차이가 있다고 판단되는 표준화된 최소 검출효과의 크기 $\Delta^*$를 입력하고, 주어진 표

본의 크기 $n$에서 $F$-검정의 분자, 분모의 자유도, $E(MS_A)$에서 $\Phi(A)$ 또는 $\sigma_A^2$ 앞에 오는 계수 $c$를 계산한다. 각 요인효과들이 고정또는 랜덤인지에 따라서 subroutine $fsize$ 또는 subroutine $rsize$를 선택하여 검출 가능한 표준화 효과의 크기인 $\Delta$를 계산한다. 표본과의 크기는 $n$을 점차적으로 증가시키면서 $\Delta$가 $\Delta^*$보다 작게 되는 최초의 $n$을 구하여 결정한다.

## 3. MATLAB 프로그램 적용 예제

Hicks(1982) 에 의해 소개된 분할법(split plot design) 예제에 대해 표본 크기를 결정해 보자.

**예제** 3.1: 전기 부품의 수명이 오븐 온도($T_j$)와 굽는 시간($B_k$)에 영향을 받는지 알고 싶다. 온도는 580°$F$, 600°$F$, 620°$F$, 640°$F$ 의 네 수준으로 선택되어졌고 시간은 5분, 10분, 15분의 세 수준이 선택되어졌다. 오븐온도의 변경에 비용이 많이 들기에, 먼저 오븐 온도를 랜덤하게 결정한 후 세 개의 전기부품을 이 온도에서 랜덤하게 선택된 시간의 순서로 차례차례 굽는다. 그리고 나서 오븐 온도의 수준을 바꾸어 준 후, 랜덤하게 세 수준의 시간에 대해 굽는다. 이와 같은 절차로 4수준의 랜덤하게 선택된 온도에 대해 실험을 모두 실시하고, 이 전체의 절차를 반복($R_i$)하는 분할법을 실시한다. $\alpha = 0.01$, $\Delta^* = 1.5$에서 온도효과와 시간효과, 온도와 시간의 교호작용효과에 대한 검정력이 모두 최소한 $1-\beta = 0.9$가 되도록 표본의 크기를 결정하라.

이 실험에 대한 모형은

$$Y_{ijk} = \mu + R_i + T_j + RT_{ij} + B_k + RB_{ik} + TB_{jk} + RBT_{ijk}$$

이다. 관심이 있는 효과가 모두 고정요인효과이므로 MATLAB 프로그램 $start.m$ $file$에서 $fsize$ subroutine를 선택하고, $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.1$, $\Delta^* = 1.5$, 그리고 평균 제곱 기대값($EMS$)에 근거하여 $F$-검정의 분자, 분모의 자유도와 $c$를 입력한다. $n$을 점차적으로 증가시키며 각각의 효과에 대한 $\Delta$를 계산하여 $\Delta$가 목표치인 $\Delta^* = 1.5$보다 동시에 작게되는 $n$을 구한 결과 $n = 4$로 결정되었고, 이때의 주효과 $T$, $B$와 교호작용효과 $T$x$B$에 대한 검출 가능 표준화된 효과의 크기 $\Delta$는 1.028, 1.159, 1.237이다.

Hicks(1982)에 의해 소개된 지분요인배치법(nested factorial design) 예제에 대해 표본 크기를 결정해보자.

**예제** 3.2: 해군에서는 분당 발사되는 대포알의 수를 증가시키고자 한다. 새로운 대포알 장전의 방법이 고안되었고, 기존의 장전 방법에 비해 분당 발사되는 수가 증가했는지를 검정하고 싶다. 우선 신체적 조건이 대포알을 다루는 속도에 영향을 미치리라 생각되어 체중에 따라 경량, 표준, 중량의 세 그룹으로 나누었고, 각각의 체격 그룹 내에서 랜덤하게 2개의 팀을 선택하였다. $\alpha = 0.05$, $\Delta^* = 1.5$에서 각각의 효과의 검정력이 적어도 0.9가 되도록 표본 크기를 결정하라.

이 실험은 세 개의 신체 그룹에 각각의 팀들이 속해 있는 지분요인배치법으로 장전 방법을 $M_i$, 신체조건을 $G_j$, 팀을 $T_{k(j)}$라 할 때, 모형은 다음과 같다.

$$Y_{ijkm} = \mu + M_i + G_j + MG_{ij} + T_{k(j)} + MT_{ik(j)} + \epsilon_{m(ijk)}$$

이 모형에 대한 표본의 크기를 결정하기 위한 MATLAB 프로그램이 부록에 첨가되어 있다.

MATLAB 프로그램 *start.m*에서 제1종오류의 확률 alpha=0.05, 제2종오류의 확률 beta=0.1, 요인효과 $M$, $G$, $T$의 수준수인 $I = 2$, $J = 3$, $K = 2$, 표준화된 최소 검출효과의 크기 Deltao=1.5를 입력하고. $F$-검정 시 분자, 분모의 자유도, 그리고 계수 $c$를 계산한다. 고정요인과 랜덤요인이 혼합되어 있는 모형이므로 각 요인효과가 고정 또는 랜덤인가에 따라 subroutine *fsize* 또는 *rsize*를 선택한다. MATLAB 프로그램을 실행시킨 결과 각 효과의 $\Delta$가 목표치인 $\Delta^* = 1.5$보다 작게 되는 최초의 표본의 크기 $n = 6$와 $M$, $G$, $M$x$G$, $T$, $M$x$T$ 효과에 대한 $\Delta$값인 0.8356, 0.9451, 1.3366, 1.0491, 1.4837가 출력된다.

요인효과의 검정력은 각 요인에 대한 수준수와 각각의 처리에서의 표본의 크기에 따라서 변한다. 따라서 실험자는 자료를 수집하기 이전에 각 요인에 대한 수준 수와 반복의 크기를 달리한 여러 개의 실험설계를 세우고, 각각의 설계에서 관심이 있는 요인효과들에 대한 최소 검출효과의 크기와 총실험의 크기를 동시에 비교함으로써, 각 요인들의 수준 수를 최적으로 하는 실험설계를 결정할 수 있다. Lorenzen 등 (1993) 은 여러 개의 실험설계들을 쉽고 효과적으로 비교하기 위해 표준화된 최소 검출효과의 크기에 따라 실험설계를 5개의 범주로 분류하였다. $\Delta < 0.5$이면 이 실험을 통해 요인 수준들 사이에 존재하는 아주 작은 효과 차이까지 검출할 수 있고, $0.5 \leq \Delta \leq 1.5$이면 요인 수준들 사이의 작은 효과 차이를, $1.5 < \Delta \leq 3.0$이면 중간 크기의 효과 차이를, $3.0 < \Delta \leq 5.0$이면 큰 효과 차이를, 그리고 $\Delta > 5.0$이면 매우 큰 효과 차이만을 검출 할 수 있게 된다.

**예제** 3.3: 예 3.2의 지분법 모형 예제에서 각 체격 그룹 내의 팀의 수를 증가시킴으로 예 3.2에서 얻어진 실험설계과 유사한 크기의 검정력을 가지면서, 표본의 크기를 작게하여 총 실험의 크기를 줄일 수 있는 지를 조사하고 싶다. 각 체격 그룹 내 팀의 수가 $K = 3$, $K = 4$인 경우에 각각의 효과에 대해 표준화 검출효과의 크기 $\Delta$가 $\Delta^* = 1.5$보다 작게 되는 반복의 크기를 구하고, 팀의 수가 2, 3, 4 인 실험설계들 중에서 가장 경제적인 실험설계를 결정하라.

MATLAB 프로그램을 실행시킨 결과 $K = 3$인 실험설계에 대해 반복의 크기 $n = 3$을 얻어 총 실험의 크기 $N = 54$이고, 이때의 $M$, $G$, $M$x$G$, $T$, $M$x$T$ 효과에 대한 $\Delta$값은 0.7830, 0.7835, 1.1080, 0.9651, 1.3649이다. $K = 4$인 실험설계에 대해 반복의 크기 $n = 2$를 얻어 총 실험의 크기는 $N = 48$이고, 이때의 $M$, $G$, $M$x$G$, $T$, $M$x$T$ 효과에 대한 $\Delta$값은 0.7453, 0.7525, 1.0641, 1.0292, 1.4556이다.

$K = 2$와 $K = 3$인 실험설계를 비교하면, 팀의 수는 한 팀이 증가했으나 총 실험 크기는 72회에서 54회로 크게 감소하였고, 모든 효과에 대하여 $\Delta$의 크기가 약간씩 작아 졌다. 또한 평균 제곱의 기대값($EMS$)을 살펴보면 각 효과의 $F$-검정의 분모의 $EMS$의 크기가 모두 작으므로 검출효과의 크기인 $\Delta \cdot \sigma_X$ 역시 더 작음을 알 수 있다. 따라서 $K = 3$인 설계

가 더 바람직하다. $K=3$인 실험설계와 $K=4$인 실험설계는 총실험의 크기와 표준화된 검출효과의 크기인 $\Delta$에 있어서 큰 차이는 없다. 그런데, 이 실험의 주된 관심사인 대포알 장전 방법의 효과만을 고려해 보면 $\Delta$의 크기는 각각 0.7830, 0.7453이고, 검출효과의 크기는 $\Phi_3(M) = 0.7830 * \sqrt{(\sigma^2 + 3\sigma^2_{MT})}$, $\Phi_4(M) = 0.7453 * \sqrt{(\sigma^2 + 2\sigma^2_{MT})}$로 $\Phi_4(M)$이 더 작으므로 $K=4$인 실험설계가 더 바람직한 실험설계라 하겠다.

그런데 일반적으로 처리 수준의 수를 증가시킴에 따라 또는 반복의 수가 증가함에 따라 실험에 드는 비용은 증가하므로 실험자는 경제적 여건 등 여러 제반 조건들도 고려하여 처리 수준의 수와 반복의 수, 그리고 최소 검출효과의 크기와의 타협점을 모색해 나가야 한다. 특히 관심이 있는 효과와 관심이 없는 효과에 대해 타당하다고 여기는 최소 표준화 검출효과의 크기 $\Delta^*$를 달리함으로써 더욱 효율적인 실험계획을 세울 수 있을 것이다.

## 4. 요약 및 결론

균형된 실험계획에서 표본의 크기는 유의수준 $\alpha$와 실험자가 실용적으로 차이가 있다고 판단하여 검출하고자 하는 효과의 크기에서 검정력 $1-\beta$를 만족하도록 결정된다. 본 논문에서는 고정요인과 랜덤요인이 혼합된 실험설계에서 표본의 크기를 구하는 문제를 고려하였고, Hicks(1982)에 소개된 분할법, 지분요인배치법의 예를 들어서 표본의 크기를 MATLAB 프로그램을 이용하여 결정하는 방법이 설명되었다. 또한 이 프로그램을 이용하여 일반적인 혼합실험계획모형에서도 검출하고자하는 최소 표준화 검출효과를 동시에 만족하는 표본의 크기를 결정할 수 있다.

## 부록: MATLAB 프로그램

**start.m. file**

```
% MATLAB main program for the sample size in nested factorial design model,
% example of chapter 3.3
% I : levels of fixed factor M
% J : levels of fixed factor G
% K : levels of random factor T
% n : replication of experiment

% v1 : df for effect M
% v2 : df for effect G
% v3 : df for interaction effect of M & G
% v4 : df for effect T
% v5 : df for interaction effect of T & M
```

```
% v6 : df for error

% Mc : coef. of preceding the Phi(M) term in the EMS
% Gc : coef. of preceding the Phi(G) term in the EMS
% MGc : coef. of preceding the Phi(MG) term in the EMS
% Tc : coef. of preceding the Variance(T) term in the EMS
% MTc : coef. of preceding the Variance(MT) term in the EMS

% alpha : probability of type I error
% Deltao : target minimal detectable difference or deviation
% beta : probability of type II error at Deltao

% Function fsize : Find minimal detectable difference of fixed effect
% fsize(alpha, beta, df for effect , df for denominator corresponding effect, c)

% Function rsize : Find minimal detectable deviation of random effect
% rize(alpha, beta, df for effect , df for denominator corresponding effect, c)
alpha=0.05;
beta=0.1;
Deltao=1.5 ;
I = 2 ; J = 3 ; K = 2 ;

for n = 2:100

    v1 = I-1 ;
    v2 = J-1 ;
    v3 = (I-1)*(J-1) ;
    v4 = J*(K-1) ;
    v5 = J*(K-1)*(I-1) ;
    v6 = I*J*K*(n-1) ;

    Mc = J*K*n ;
    Gc = I*K*n ;
    MGc = K*n ;
    Tc = I*n ;
    MTc = n ;

    MDelta=fsize(alpha, beta, v1, v5, Mc) ;
```

```
    GDelta=fsize(alpha, beta, v2, v4, Gc) ;
    MGDelta=fsize(alpha, beta, v3, v5, MGc) ;
    TDelta=rsize(alpha, beta, v4, v6, Tc) ;
    MTDelta=rsize(alpha, beta, v5, v6, MTc) ;

if ( MDelta<=Deltao & GDelta<=Deltao & MGDelta<=Deltao & TDelta<=Deltao &
MTDelta<=Deltao ), break, end
end

n
MDelta
GDelta
MGDelta
TDelta
MTDelta
```

**fsize.m file**

```
function out=fsize(alpha,beta,nu1,nu2,c)
% nu1 : df for numerator, effect
% nu2 : df for denominator corresponding to effect term
% c : coef. of preceding the Phi(effect) term

% fc : (1-alpha) percentile of F(nu1,nu2) distribution
fc=finv(1-alpha,nu1,nu2) ;

% Find the exact value of noncentrality parameter fl
% where the probability type II error is beta
fl=flambda(fc,nu1,nu2,beta) ;

Delta=sqrt(2*fl/(c*nu1)) ;
out=Delta ;
```

**flambda.m file**

```
function out=flambda(fc,nu1,nu2,beta)
% Find noncentrality parameter fl
```

```
% Find an upper bound of noncentrality parameter
ul=1 ;
while noncentf(ul,fc,nu1,nu2,beta) > 0, ul=ul+1 ;
end
% x(1) : lower bound of noncentrality parameter, fl
% x(2) : upper bound of noncentrality parameter, fl
x(1)=0 ;
x(2)=ul ;

% Find the exact value of noncentrality parameter fl
% where the probability of type II error is beta
% fzero : MATLAB root finding subroutine
fl=fzero('noncentf',x,[],[],fc,nu1,nu2,beta) ;
out=fl ;
```

**noncentf.m file**

```
function out=noncentf(fl,fc,nu1,nu2,beta)
% Find cdf of non-central F distributuon - beta
% as a function of non-central parameter fl

% cdf of non-central F distributuon with df nu1, df nu2 &
% non-central parameter fl
a=.5*nu1 ;
b=.5*nu2 ;
x=a*fc/(a*fc+b) ;

temp=betacdf(x,a,b) ;
r=fl ;
k=1 ;
p=betacdf(x,a+k,b) ;
while r*p*min(1,exp(-fl)+fl/(k+1)) > 1.e-8
    p=betacdf(x,a+k,b) ;
    temp=temp+r*p ;
    k=k+1 ;
    r=r*fl/k ;
end
cdf=exp(-fl)*temp ;
```

```
out=cdf - beta ;
```

**rsize.m file**

```
function out=rsize(alpha,beta,nu1,nu2,c)

% fc1 : (1-alpha) percentile of F(nu1,nu2) distribution
% fc2 : beta percentile of F(nu1,nu2) distribution
fc1 = finv(1-alpha,nu1,nu2) ;
fc2 = finv(beta,nu1,nu2) ;

Delta=sqrt((fc1-fc2)/c/fc2) ;
out=Delta ;
```

## 참고문헌

[1] 임용빈 (1998), 실험계획법에서 최소 표준화 검출효과의 크기에 관한 연구, 〈품질경영학회지〉, 제22권 4호, 239-249.

[2] Hicks, C. R. (1982). *Fundamental Concepts in the Design of Experiments, Third Edition*

[3] Lorenzen, T.J. and Anderson, V.L. (1993). *Design of Experiments : A No-Name Approach*, Marcel Dekker Inc, New York.

[4] Marvin, A., Kastenbaum, A. and Hoel, D.G. (1970). Sample size requirements : one-way analysis of variance, *Biometrika*, vol.57, No. 2, pp. 421-430.

[5] Narula, S.C. and Weistroffer, H.R. (1986). Computation of probability and non-centrality parameter of a non-centeral F-distribution, Commun. *Statist.-Simula.*, vol. 15, No. 3, pp.871-878.

[6] Norton, V. (1983). A simple algorithm for computing the non-central F-distribution, *Appl. statist.*, vol. 32, No. 1, pp.84-85.

[7] Odeh, R.E. and Fox, M. (1991). *Sample Size Choice: Charts for Experiments with Linear Models, second edition*, Marcel Dekker Inc, New York.

[ 1999년 3월 접수, 1999년 6월 최종수정 ]

# Study on the size of experiments in mixed models*

Yeon Su Lee[1) ] Yong Bin Lim[2)] Jae Joo Kim[3)]

ABSTRACT

The sample size is determined to detect a certain size of effect with power $1-\beta$ at the level of significance $\alpha$. In this paper, we consider how to determine the sample size in balanced design of experiments with fixed and random factors using simple MATLAB programs. Examples of split plot designs and nested factorial designs are illustrated to determine the sample size with the power least $1-\beta$ at the minimal standardized detectable difference $\Delta^*$ and significance level $\alpha$.

* This paper was supported by the Basic Science Research Institute Program, Ministry of Education, 1998, Project No. 1998-015-D00046.

1) Graduate Student, Department of statistics, Ewha Womans University, Seoul, Korea
2) Professor, Department of statistics, Ewha Womans University, Seoul, Korea
3) Professor, Department of statistics, Seoul National University, Seoul, Korea