

스트레스 한계가 있고 사용조건에서 스트레스를 가하는 정시 중단 램프시험에서 신뢰수명분포의 추정: 와이블분포의 경우

전영록¹⁾

요약

가속수명시험은 제품의 사용조건 보다 높은 스트레스 수준에서 시험하여 제품의 신뢰수명을 추정하는 것으로써 스트레스 수준을 일정하게 유지하는 일정형 시험이 일반적이다. 그러나 경우에 따라서는 시험절차의 편리와 시험시간의 단축을 위해서 스트레스를 시간에 따라 선형적으로 증가시키는 램프(ramp)형 시험을 사용하기도 한다. 이 논문에서는 일정 스트레스 s 에서 제품의 수명이 모수 $\theta(s)$, β 인 와이블분포를 따르고 수명과 스트레스의 관계가 역거듭제곱모형인 경우에 스트레스를 사용조건에서 가하고, 스트레스 수준의 최대 한계가 주어져 있는 램프시험 하에서 시험제품이 갖는 수명분포를 유도하고, 정시관측중단시험의 경우에 대해서 수명분포의 최우추정량과 추정량의 점근분포를 구하며, 최우추정치를 구하는 알고리즘을 제안한다.

1. 서론

제품의 신뢰성보증을 위해서는 제품의 수명에 대한 정보가 필요하며, 이를 위해서 수명시험(life test)을 수행한다. 그러나 제품의 신뢰성이 높아짐에 따라 수명시험에 소요되는 시간이 현실적으로 받아들일 수 없을 만큼 매우 길게 되었다. 이런 경우 원하는 시간 이내에 제품의 사용조건에서의 수명시험으로 수명에 대한 정보를 얻는 것은 불가능하거나 많은 시험비용이 소요된다. 이러한 현실적 어려움의 극복을 위해 사용조건보다 더 열악한 조건하에서 시험하는 가속수명시험(accelerated life tests)기술을 많이 이용한다.

가속수명시험은 제품의 사용조건에서의 스트레스 — 예를 들면, 온도, 전압, 압력 또는 이들의 조합 등 — 를 더 열악한 수준으로 변화시켜 수명에 대한 자료를 빨리 얻고, 여기서 관측되는 자료로부터 사용조건에서의 수명을 추론한다. 가속수명시험의 종류에는 시험제품에 스트레스를 가하는 방법에 따라 사용조건보다 높은 스트레스를 일정하게 가하는 일정형 시험(constant stress test), 시간에 따라 스트레스를 계단형으로 변화시키는 계단형 시험(step stress test), 그리고 시간에 따라 연속적으로 증가시키는 점진형 시험(progressive stress test)이 있다. 특히 점진형 스트레스 시험 중에서 스트레스를 시간에 따라 선형적으로 증가시키는 시험을 램프시험(ramp test)라 한다.

가속수명시험에 대한 지금까지의 연구는 주로 일정형 시험에 대한 것이었다. 일정형 시험은 스트레스 수준을 변화시키지 않고 일정하게 유지하므로 스트레스 수준변화에 대한 수명의 영향을 고려할 필요가 없다는 장점이 있다. 그리고 제품의 실제 사용조건도 스트레스 변화가 없다고 보는 것이 일반적이므로 제품의 실제 상황을 잘 나타낸다는 특성이 있다.

1) (631-701) 경남 마산시 합포구 월영동 449, 경남대학교 정보통신공학부, 조교수

Nelson(1990)은 가속수명시험 자료의 분석절차와 최적실험설계에 대한 지금까지의 연구들을 일정형 시험을 중심으로 쉽게 정리·설명하고 있다.

계단형 시험은 사용조건보다 높은 스트레스 수준에서 미리 정한 시점까지 시험하고 그때까지 고장나지 않은 제품에 대해서 더 높은 스트레스 수준에서 계속해서 시험하는 것으로서 시험도중에 스트레스 수준이 변하므로 스트레스 수준변화가 제품수명에 미치는 영향에 대한 가정이 필요하다. Nelson(1980)은 스트레스 수준변화에 대한 가정으로서 누적노출 모형(cumulative exposure model)을 제안하고, 제품수명이 와이블분포를 따르는 경우 계단형 시험에 대한 통계적 추론 문제를 다루었다. Shaked 와 Singpurwalla(1983)는 충격과 마모과정에 근거하여 스트레스 수준변화가 수명에 미치는 모형을 제안하고, Nelson(1980)의 누적노출모형이 그들이 제안한 모형의 특수한 경우임을 보였으며 제안된 모형에 근거하여 계단형 시험 대한 비모수적 추론방법을 제안하였다.

점진형 시험은 일정형 시험에 비해서 스트레스 수준을 결정할 필요가 없고, 스트레스를 계속해서 증가시키게 되므로 고장자료를 짧은 시간에 얻을 수 있다는 장점이 있다. Yin과 Sheng(1987)은 누적노출모형에 근거하여 제품수명이 와이블분포 혹은 지수분포를 따를 때, 점진적으로 증가시키는 스트레스 시험에서의 제품의 수명분포를 유도하고, 최우추정량을 구하였다. Lin과 Fei(1991)는 비모수적방법으로 사용조건에서의 수명분포를 추론하는 문제를 다루었으며, Bai와 Chun(1993)은 Lin과 Fei(1991)의 결과를 랜덤관측중단(random censoring)된 경우와 다수고장원인이 있는 경우로 확장하였다. 그리고 Bai 외(1996,1997)은 램프형 시험에서 스트레스 수준을 무한히 올리는 경우에 고장과정(failure mechanism)의 변화가 있을 수 있음을 고려하여 스트레스 수준의 상한이 있고 제품수명이 지수분포를 따르는 경우와 와이블분포를 따르는 각 경우에 대해서 수명분포의 최우추정과 최적시험설계 문제를 다루었다.

램프형 시험에 대한 지금까지의 연구는 전부 스트레스를 0에서 선형적으로 증가시키는 것이었다. 그러나 스트레스를 0에서 증가시키는 램프형 시험은 스트레스가 0이 되는 수준이 어느 정도인지를 파악하는 것이 어려울 뿐만 아니라 기술적으로 스트레스 수준을 0으로 만드는데 많은 비용이 수반될 수 있으며, 시험의 결과를 분석하는데 있어서 시험제품이 받은 스트레스의 양을 잘못 계산하여 결과적으로 틀린 해석을 할 소지가 있다. 이러한 램프형 시험의 한계를 극복하는 간단한 방법중의 하나는 스트레스를 제품의 사용조건에서부터 증가시키는 것이다. 전영록(1997)은 일정스트레스에서 제품의 수명이 지수분포를 따르는 경우에 대해서 기존의 램프시험의 이러한 한계를 극복할 수 있도록 스트레스를 제품의 사용조건에서부터 시간에 따라 선형적으로 스트레스 상한까지 증가시켜 이 스트레스 상한에서 시험을 계속하는 램프형 가속수명시험을 제안하고, 이러한 시험 하에서 얻은 수명자료를 통계적으로 분석하는 방법을 제시하였다.

제품의 수명은 와이블분포를 따르는 경우가 많고, 와이블분포는 지수분포의 일반화된 형태의 하나이다. 이 논문에서는 전영록(1997)이 고려한 상황을 제품수명이 와이블분포를 따르는 경우로 해서 다룬다. 일정스트레스 수준에서 제품의 수명이 와이블분포를 따르고, 스트레스와 수명이 역거듭제곱(inverse power law)의 관계에 있으며, 누적노출모형이 만족된다고 가정한다. 제2절에서는 이 논문에서 제안하는 램프시험절차를 설명하고, 이 시험 하

에서의 수명분포 모형을 유도한다. 제3절에서는 수명분포의 최우추정량을 구하고, 최우추정량의 점근분포를 구한다. 그리고 제4절에서는 최우추정치를 구하는 알고리즘을 제안하고 예제를 통해서 이를 구현·설명한다.

2. 모형

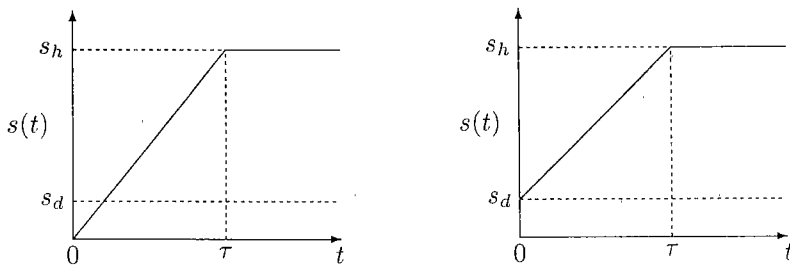
가속수명시험 자료의 통계적 분석을 위해서는 스트레스 수준과 수명과의 관계를 나타내는 모형과 스트레스 수준의 변화가 제품수명에 미치는 효과를 설명하는 모형이 필요하다. 이 절에서는 이 논문에서 고려하는 램프시험의 형태와 사용되는 기본적인 가정들을 정리하고, 램프시험 하에서 제품의 수명분포를 유도한다.

2.1. 시험 절차

이 논문에서 고려하는 램프시험의 절차는 다음과 같다.

- i) n 개의 시험제품을 사용조건 s_d 에서 기울기를 k 로 하여 선형적으로 증가시키는 램프형 스트레스 하에서 시험한다.
- ii) 스트레스 수준이 상한 s_h 에 이르면, 스트레스를 이 수준으로 고정하여 미리 정해진 관측중단시점 η 에서 시험을 종결한다.

그림 2.1은 이 시험의 스트레스 수준의 시간에 따른 변화를 그래프로 나타낸 것이다. 그림 2.1(a)는 기존의 램프시험을 나타낸 것이고, 그림 2.1(b)는 이 논문에서 고려하는 램프시험을 나타낸 것이다.



(a) 기존의 램프시험

(b) s_d 에서 증가시키는 램프시험

그림 2.1: 램프시험의 스트레스 수준변화

2.2. 기본 가정

이 연구에서는 다음 사항을 가정한다.

- i) 일정 스트레스 수준 s 에서 제품의 수명은 척도모수 $\theta(s)$, 형상모수 β 인 와이블분포를 따른다. 즉, 스트레스 수준 s 에서의 제품수명의 분포함수 $F^*(t; s)$ 는

$$F^*(t; s) = 1 - \exp \left\{ - \left[\frac{t}{\theta(s)} \right]^\beta \right\}, \quad t \geq 0 \quad (2.1)$$

이다.

- ii) 스트레스 수준과 수명은 역거듭제곱의 관계가 있다. 여기서는 역거듭제곱모형으로 스트레스 수준 s 와 모수 $\theta(s)$ 가

$$\theta(s) = e^{\alpha_0} (s_h/s)^{\alpha_1} \quad (2.2)$$

임을 가정한다. 즉, $\ln \theta(s) = \alpha_0 + \alpha_1 \ln(s_h/s)$ 이다. 그리고 β 는 스트레스 수준과 관계 없이 일정하다.

- iii) 제품의 고장과정은 스트레스 수준의 상한 s_h 보다 낮은 경우에는 변화하지 않는다.
 iv) 누적노출모형이 성립한다.
 v) 시험제품의 수명은 모두 통계적으로 독립이다.

2.3. 누적노출모형

누적노출모형에서는 제품의 잔여수명은 시험이 수행 중인 현재의 스트레스 수준과 현재까지 누적된 제품의 고장비율에만 영향을 받고 누적된 고장비율의 경로와는 무관하다고 가정한다. 또한 현재 작동 중인 제품의 수명은 이전까지 누적된 고장비율에 대응하는 현재의 스트레스 수준에서의 수명분포함수의 시점에서부터 시작하여 이 수명분포를 따르고, 스트레스 수준 변화는 제품 수명에 영향을 주지 않는다고 가정한다.

누적노출모형을 그림으로 설명하면 다음과 같다. 그림 2.2는 누적노출모형의 가정을 계단형 스트레스 시험인 경우를 고려하여 그림으로 나타낸 것으로 이를 일반화하면 연속형 스트레스 시험의 경우로 설명할 수 있다. 그림 2.2의 (a)는 2개의 스트레스 수준 s_1 과 s_2 에서의 계단형 스트레스 시험의 수행과정을 나타낸 것이다. 먼저 스트레스 수준 s_1 에서 τ 시점까지 시험하고, 고장나지 않은 제품에 대해서는 s_2 로 스트레스를 변화시켜 시험한다. (b)는 2개의 일정스트레스 s_1 과 s_2 에서의 누적분포함수 $F_i(t)$, $i = 1, 2$ 를 나타낸 것이다. (b)에서 시험 제품은 기간 τ 까지는 스트레스 수준 s_1 에서의 수명분포를 따른다. 스트레스 수준이 s_1 에서 s_2 로 변하는 시점 τ 에서 작동하는 제품은 s_1 에서 τ 까지의 누적고장비율과 동일한 s_2 에서의 누적고장비율에 대응하는 시점 τ' 에서 시작하여 s_2 에서의 수명분포를 따르게 된다. (c)는 (a)의 계단형 스트레스하에서의 제품의 누적분포함수를 나타낸 것으로 (b)의 각 스트레스 수준에서의 누적분포함수의 부분들로 구성되어 있다.

누적노출모형을 수학적으로 표현하면 다음과 같다. [계단1]에서 고장난 제품이 갖는 누적분포함수는

$$F_0(t) = F_1(t), \quad 0 \leq t \leq \tau$$

이다. 시점 τ 까지 고장나지 않고 계단2에서 계속 시험되는 제품이 갖는 누적분포함수는 누적고장확률 $F_1(\tau)$ 에 대응하는 시점 τ' 에서 시작하는 분포함수 $F_2(t)$ 이다. 즉,

$$F_2(\tau') = F_1(\tau)$$

인 τ' 에서 시작하는 누적분포함수 $F_2(t)$ 를 갖는다. 따라서 [계단2]에서 고장난 제품이 갖는 누적분포함수는

$$F_0(t) = F_2[(t - \tau_1) + \tau'], t > \tau$$

이다.

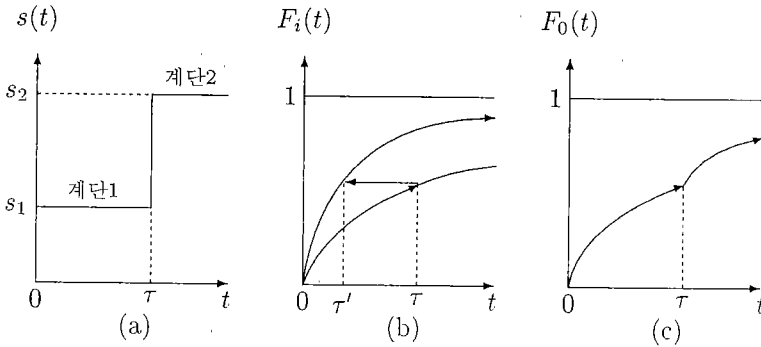


그림 2.2: 누적노출모형

2.4. 램프 시험하에서의 수명분포

제품에 스트레스를 시간 t 에 대한 함수 $s(t)$ 로 변화시킬 때 누적노출모형의 가정이 만족 되면 제품의 수명분포는 다음과 같다(Yin과 Sheng(1987)).

정리 2.1 일정 스트레스 s 에서 수명이 식(2.1)의 분포를 따르고 스트레스를 시간 t 의 함수 $s(t)$ 로 증가시키는 경우의 수명분포 $F^{**}(t)$ 는

$$F^{**}(t) = 1 - \exp \left\{ - \left[\int_0^t \left(\frac{1}{\theta(s(u))} \right) du \right]^\beta \right\}, t \geq 0 \quad (2.3)$$

이다.

스트레스를 그림 2.1(b)와 같이 변화시킬 때 시점 t 에서의 스트레스 수준 $s(t)$ 는

$$s(t) = \begin{cases} s_d + kt, & 0 \leq t < \tau \\ s_h, & t \geq \tau \end{cases} \quad (2.4)$$

로 나타낼 수 있다. 스트레스 $s(t)$ 하에서의 수명분포는 일정 스트레스 하에서의 수명이 와이 불분포를 따르고, 스트레스와 수명의 관계가 식(2.2)의 역거듭제곱모형일 때, 누적노출모형을 고려하면

$$F(t) = 1 - \exp \left\{ - \left[e^{-\alpha_0} \int_0^t \left(\frac{s(u)}{s_h} \right)^{\alpha_1} du \right]^\beta \right\}, t \geq 0 \quad (2.5)$$

임을 보일 수 있다. 식(2.5)의 적분 $\int_0^t [s(u)/s_h]^{\alpha_1} du$ 는 $s(t)$ 가 식(2.4)와 같을 때

$$\int_0^t \left(\frac{s(u)}{s_h} \right)^{\alpha_1} du = \begin{cases} \frac{\varphi_1(t)}{(\alpha_1+1)\Delta_2}, & 0 < t \leq \tau \\ \frac{\varphi_2(t)}{(\alpha_1+1)\Delta_2}, & \tau < t < \infty \end{cases}$$

이다. 단, 여기서 $\Delta_1 = s_d/s_h$, $\Delta_2 = (1 - \Delta_1)/\tau$ 그리고 $\varphi_1(t) = [\psi(t)]^{\alpha_1+1} - \Delta_1^{\alpha_1+1}$, $\varphi_2(t) = 1 - \Delta_1^{\alpha_1+1} + (\alpha_1+1)\Delta_2(t - \tau)$ 그리고 $\psi(t) = \Delta_1 + \Delta_2 t$ 이다.

$z_i(t) = \beta[\ln \varphi_i(t) - (\alpha_0 + \ln(\alpha_1+1) + \ln \Delta_2)]$, $i = 1, 2$ 라 할 때, 식(2.4)의 램프시험하에서의 제품수명 T 의 누적분포함수는

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - \exp \{-\exp[z_1(t)]\}, & 0 \leq t < \tau \\ 1 - \exp \{-\exp[z_2(t)]\}, & t \geq \tau \end{cases} \quad (2.6)$$

임을 알 수 있다. 또한 T 의 확률밀도함수는 식(2.6)을 미분하여

$$f(t) = \begin{cases} \frac{(\alpha_1+1)\beta\Delta_2[\psi(t)]^{\alpha_1}}{\varphi_1(t)} \exp \{z_1(t) - \exp[z_1(t)]\}, & 0 < t \leq \tau \\ \frac{(\alpha_1+1)\beta\Delta_2}{\varphi_2(t)} \exp \{z_2(t) - \exp[z_2(t)]\}, & \tau < t < \infty \end{cases} \quad (2.7)$$

로 구할 수 있다. Bai 외(1997)가 고려한 모형은 스트레스를 0에서 증가시키는 경우로서 식(2.7)에서 $s_d = 0$, 즉 $\Delta_1 = 0$ 인 경우와 같다. s_d 가 s_h 에 비해서 충분히 작은 경우에는 $\Delta_1 \simeq 0$ 으로 하여 Bai 외(1997)의 결과를 이용할 수 있다.

3. 최우추정과 추정량의 점근분포

모수 $\alpha_0, \alpha_1, \beta$ 의 추정을 위해서 최우추정법을 고려한다. 최우추정법은 추정량을 구하기가 쉬울 뿐만 아니라 잘 알려진 추정량의 점근분포를 이용하여 모수들의 구간추정과 가설검정을 수행할 수 있다는 장점이 있다.

3.1. 최우추정량

D_1 과 D_2 를 각각 $D_1 = \{t | 0 \leq t < \tau\}$, $D_2 = \{t | \tau \leq t < \eta\}$ 라 하고, $u_i \equiv u_i(t) = I_{D_i}(t)$, $i = 1, 2$, $u_3 \equiv u_3(t) = 1 - u_1(t) - u_2(t)$ 라 하자. 여기서 $I_X(x)$ 는 다음의 지시함수다.

$$I_X(x) = \begin{cases} 1, & x \in X \\ 0, & \text{기타의 경우} \end{cases}$$

램프형 스트레스 $s(t)$ 하에서 관측한 하나의 관측치 t 에 대한 대수우도함수는

$$L(\alpha_0, \alpha_1, \beta; t) = u_1 \alpha_1 \ln \psi(t) + (u_1 + u_2) \ln \{\beta(\alpha_1 + 1)\Delta_2\} - \sum_{i=1}^2 u_i [\ln \varphi_i(t) - z_i(t)] - \sum_{i=1}^2 u_i \exp(z_i(t)) \quad (3.1)$$

이다. 단, 여기서 \sum^* 는

$$\sum_{i=1}^2 u_i v_i(t) = \sum_{i=1}^2 u_i v_i(t) + u_3 v_2(\eta)$$

를 나타낸다. 식(3.1)로부터 모수 $(\alpha_0, \alpha_1, \beta)$ 에 대한 우도방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.

구간 $(0, \tau]$ 를 구간1, $(\tau, \eta]$ 를 구간2라 하고, t_{ij} 를 구간 i 에서 관측한 j 번째 고장시간, n_i 를 구간 i 에서 고장난 제품수, n_3 를 η 에서 관측중단된 제품수라 하고, 식(3.1)의 대수우도함수에 대한 일차편미분식[부록참조]을 모든 관측치에 대해서 합하고 0으로 둔 식을 정리하여 다음의 우도방정식을 얻는다.

$$(n_1 + n_2) \{e^{\alpha_0}(\alpha_1 + 1)\Delta_2\}^\beta = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \{\varphi_{ij}\}^\beta \quad (3.2)$$

$$\{e^{\alpha_0}(\alpha_1 + 1)\Delta_2\}^\beta \left\{ \sum_{j=1}^{n_1} \ln \psi(t_{1j}) + (\beta - 1) \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} q_{ij} \right\} = \beta \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} q_{ij} \{\varphi_{ij}\}^\beta \quad (3.3)$$

$$(n_1 + n_2)(1/\beta - \ln [e^{\alpha_0}(\alpha_1 + 1)\Delta_2]) + \sum_{i=1}^2 \ln \varphi_{ij} = \quad (3.4)$$

$$[e^{\alpha_0}(\alpha_1 + 1)\Delta_2]^{-\beta} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \ln \left[\frac{\varphi_{ij}}{e^{\alpha_0}(\alpha_1 + 1)\Delta_2} \right] [\varphi_{ij}]^\beta$$

단, 여기서 $z_{ij} = z_i(t_{ij})$, $\varphi_{ij} = \varphi_i(t_{ij})$, $q_{ij} = q_i(t_{ij})$, $i = 1, 2; j = 1, \dots, n_i$ 이며, $q_i(t) = g_i(t)/\varphi_i(t) - (\alpha_1 + 1)^{-1}$, $i = 1, 2$ 그리고 $g_1(t) = [\psi(t)]^{\alpha_1+1} \ln \psi(t) - \Delta_1^{\alpha_1+1} \ln \Delta_1$, $g_2(t) = -\Delta_1^{\alpha_1+1} \ln \Delta_1 + \Delta_2(t - \tau)$ 이다.

세 개의 연립방정식 (3.2)-(3.4)를 모수 $(\alpha_0, \alpha_1, \beta)$ 에 대해서 풀면 $(\alpha_0, \alpha_1, \beta)$ 의 최우추정량을 구할 수 있다. 이 경우 연립방정식 (3.2)-(3.4)의 해는 Newton-Raphson방법과 같은 수치적방법을 사용하여 원칙적으로 구할 수 있다.

3.2. 최우추정량의 점근분포

확률분포 (2.7)는 Cramér(1946)의 정칙조건(mild regularity condition)을 만족하며, 다음의 정리가 성립한다.

정리 3.1 i) $\hat{\Theta} = (\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, \hat{\beta})'$ 는 점근적으로(asymptotically) $\Theta = (\alpha_0, \alpha_1, \beta)'$ 의 일치추정량이다. ii) F 를 확률분포 (2.7)의 피셔정보행렬(Fisher information matrix)이라 할 때, $n \rightarrow \infty$ 이면, $\sqrt{n}(\hat{\Theta} - \Theta)$ 는 점근적으로 평균벡터 $\mathbf{0}$, 공분산행렬 F^{-1} 인 다변량 정규분포를 따른다.

피셔정보행렬은 대수우도함수 (3.1)을 $(\alpha_0, \alpha_1, \beta)$ 에 대해서 이차편미분한 식[부록참조]에 (-1)을 곱하고, t 를 식(2.7)의 확률분포를 따르는 확률변수로 하여 구한 기대값이 하나의 관측치에 대한 피셔정보행렬 $F \equiv F(\alpha_0, \alpha_1, \beta)$ 의 원소가 되고, F 에 $\alpha_0, \alpha_1, \beta$ 의 최우추정치를 대입하여 F 의 추정치 $\hat{F} \equiv F(\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, \hat{\beta})$ 로 한다. 그러나 많은 경우에 정칙조건(mild regularity condition)하에서 F 의 일치추정량으로 알려져 있으며, 쉽게 값을 구할 수 있는 관측된 정보행렬(observed information matrix) F_0 를 사용한다.

F_0 는 (-1)을 곱한 이차편미분식에 최우추정값을 대입하고, 모든 관측치에 대해서 합한 것을 원소로 하는 행렬이다. 식(3.1)로부터 구한 $F_0 = (f_{ij})_{3 \times 3}$ 의 원소는 $p_i(t) = \{h_i(t)\varphi_i(t) - [g_i(t)]^2\}/[\varphi_i(t)]^2 + (\alpha_1 + 1)^{-2}$, $i = 1, 2$, $h_1(t) = [\psi(t)]^{\alpha_1+1}[\ln \psi(t)]^2 - \Delta_1^{\alpha_1+1}[\ln \Delta_1]^2$, $h_2(t) = -\Delta_1^{\alpha_1+1}[\ln \Delta_1]^2$, $p_{ij} = p_i(t_{ij})$ 라 하고, $\hat{z}_{ij}, \hat{h}_{ij}, \hat{q}_{ij}, \hat{p}_{ij}$, $i = 1, 2; j = 1, \dots, n_i$ 를 $z_{ij}, h_{ij}, q_{ij}, p_{ij}$ 에서 $\alpha_0, \alpha_1, \beta$ 대신 최우추정량 $\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, \hat{\beta}$ 를 대입한 식이라 할 때 다음의 식으로 구할 수 있다.

$$f_{11} = \hat{\beta}^2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} e^{\hat{z}_{ij}}, \quad f_{12} = f_{21} = -\hat{\beta}^2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \hat{q}_{ij} e^{\hat{z}_{ij}}, \quad f_{13} = f_{31} = -\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \hat{z}_{ij} e^{\hat{z}_{ij}},$$

$$f_{22} = (1 - \hat{\beta}) \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \hat{p}_{ij} + \hat{\beta} \left\{ \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \hat{p}_{ij} e^{\hat{z}_{ij}} + \hat{\beta} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} [\hat{q}_{ij}]^2 e^{\hat{z}_{ij}} \right\},$$

$$f_{23} = f_{32} = -\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \hat{q}_{ij} + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \hat{q}_{ij} (1 + \hat{z}_{ij}) e^{\hat{z}_{ij}},$$

$$f_{33} = \frac{1}{\hat{\beta}^2} \left\{ -\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \hat{z}_{ij} + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \hat{z}_{ij} (1 + \hat{z}_{ij}) e^{\hat{z}_{ij}} \right\}.$$

단, 여기서 $\sum^* \sum$ 은 다음의 계산식을 나타낸다.

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \nu_{ij} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \nu_{ij} + n_3 \nu_2(\eta)$$

F_0 의 역행렬은 $\hat{\Theta}$ 의 점근공분산행렬(asymptotic covariance matrix)의 추정치로서

$$F_0^{-1} = \begin{bmatrix} \widehat{\text{Asvar}}(\hat{\alpha}_0) & \widehat{\text{Ascov}}(\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1) & \widehat{\text{Ascov}}(\hat{\alpha}_0, \hat{\beta}) \\ & \widehat{\text{Asvar}}(\hat{\alpha}_1) & \widehat{\text{Ascov}}(\hat{\alpha}_1, \hat{\beta}) \\ (\text{대칭}) & & \widehat{\text{Asvar}}(\hat{\beta}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ & \sigma_2^2 & \sigma_{23} \\ (\text{대칭}) & & \sigma_3^2 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

이다. 여기서 Asvar와 Ascov는 각각 점근분산(asymptotic variance)과 점근공분산(asymptotic covariance)을 나타낸다.

3.3. 사용조건에서 수명분포의 추론

사용조건에서의 스트레스 수준 s_d 에서 제품의 대수수명을 Y 라 하면 Y 는 위치모수 $\mu_d \equiv \mu(s_d) = \ln \theta(s_d)$, 척도모수 $\sigma = 1/\beta$ 인 최소극치분포(smallest extreme value distribution)를 따른다. 최우추정량의 불변성(invariance principle)과 점근성질로부터 사용조건에서 모수의 추정량과 추정량의 점근분포는 다음과 같다.

- 모수 μ_d, σ, Y 의 제100 p 백분위수 y_p , 시점 y_0 에서의 신뢰도 $R^*(y_0)$ 의 최우추정량은 각각 $\hat{\mu}_d = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \ln(s_h/s_d)$, $\hat{\sigma} = 1/\hat{\beta}$, $\hat{y}_p = \hat{\mu}_d + \hat{\sigma}u_p$, $\hat{R}^*(y_0) = \exp\{-\exp[(y_0 - \hat{\mu}_d)\hat{\beta}]\}$ 이다. 여기서 u_p 는 표준최소극치분포의 제100 p 백분위수로서 $u_p = \ln[-\ln(1-p)]$ 이다.
- $(\hat{\mu}_d - \mu_d)/\sigma_{\mu_d} \sim N(0, 1)$ 이고, $\sigma_{\mu_d}^2 = (1, \ln(s_h/s_d), 0)F_0^{-1}(1, \ln(s_h/s_d), 0)'$ 이다.
- $(\ln(\hat{\sigma}) - \ln(\sigma))/\sigma_{\ln(\sigma)} \sim N(0, 1)$ 이고, $\sigma_{\ln(\sigma)}^2 = \sigma_{\hat{\beta}}^2/\hat{\beta}^2$ 이다.
- $(\hat{y}_p - y_p)/\sigma_{y_p} \sim N(0, 1)$ 이고, $\sigma_{y_p}^2 = (1, \ln(s_h/s_d), -u_p\hat{\sigma}^2)F_0^{-1}(1, \ln(s_h/s_d), -u_p\hat{\sigma}^2)'$ 이다.
- $w_0 = (y_0 - \mu_d)\beta$ 라 하고, $\hat{w}_0 = (y_0 - \hat{\mu}_d)\hat{\beta}$ 라 할 때, $(\hat{w}_0 - w_0)/\sigma_{w_0} \sim N(0, 1)$ 이고, $\sigma_{w_0}^2 = \beta^2(\sigma_1^2 + [\ln(s_h/s_0)]^2\sigma_2^2) + (y_0 - \mu_d)^2\sigma_3^2 - 2\beta(y_0 - \mu_d)\sigma_{13} - 2\beta \ln(s_h/s_0)(y_0 - \mu_d)\sigma_{23} + 2\beta^2 \ln(s_h/s_0)\sigma_{12}$ 이다.

위의 결과를 이용하면 분포의 모수 $\mu_d, \sigma, y_p, R(y_0)$ 에 대한 추론을 간단히 할 수 있다. σ 에 대한 추론의 경우에 $\hat{\sigma}$ 보다 $\ln(\hat{\sigma})$ 의 정규근사가 더 좋은 것으로 알려져 있으므로 $\ln(\hat{\sigma})$ 의 분포를 이용하는 것이 보통이며, σ 의 100(1- α)% 신뢰구간은 $\ln \sigma$ 의 100(1- α)% 신뢰구간 $\ln \hat{\sigma} \pm z_{\alpha/2}\sigma_{\ln(\sigma)}$ 으로부터 $(\hat{\sigma}e^{-z_{\alpha/2}\sigma_{\ln(\sigma)}}, \hat{\sigma}e^{z_{\alpha/2}\sigma_{\ln(\sigma)}})$ 로 구한다. 제품수명 T 의 제100 p 백분위수 t_p 의 최우추정량은 $\hat{t}_p = e^{\hat{y}_p}$ 로 구하고, t_p 의 신뢰구간은 y_p 의 신뢰구간의 역대수(anti-log)를 계산하여 구한다. 그리고 $R^*(y_0)$ 는 $t_0 = e^{y_0}$ 에서의 신뢰도 $R(t_0) = \exp\{-[t_0/\theta(s_d)]^\beta\}$ 와 동일하므로 $\hat{R}(t_0) = \hat{R}^*(y_0)$ 이다. $\hat{R}(t_0)$ 의 100(1- α)% 신뢰구간은 w_0 의 100(1- α)% 신뢰구간 $(w_\ell, w_u) = \hat{w}_0 \pm z_{\alpha/2}\sigma_{w_0}$ 로부터 $(\exp\{-e^{w_\ell}\}, \exp\{-e^{w_u}\})$ 로 구할 수 있다.

4. 최우추정 알고리즘과 예제

식(3.1)을 최대화하는 $(\alpha_0, \alpha_1, \beta)$ 의 값은 식(3.2)-(3.4)의 해를 Newton-Raphson방법으로 원칙적으로 구할 수 있다. 그러나 해의 수렴성에 문제가 있으므로 이 경우에는 식(3.1)을 직접찾기방법(direct searching method)으로 찾거나 고정된 하나의 모수값에 대해서 대수우도함수를 최대화하는 나머지 모수의 값을 구하는 과정을 여러 개의 모수값에 대해서 반복하여 대수우도함수가 최대가 되는 모수 $(\alpha_0, \alpha_1, \beta)$ 의 값을 구하며 여기서는 이 방법을 사용한다.

4.1. 최우추정 알고리즘

주어진 β^* 에 대한 대수우도함수 $L(\alpha_0, \alpha_1, \beta^*)$ 를 최대화하는 α_0 와 α_1 의 값을 $\tilde{\alpha}_0(\beta^*)$, $\tilde{\alpha}_1(\beta^*)$ 라 하면 $L(\tilde{\alpha}_0(\beta^*), \tilde{\alpha}_1(\beta^*), \beta^*)$ 는 β^* 만의 함수이다. 따라서 $L(\tilde{\alpha}_0(\beta^*), \tilde{\alpha}_1(\beta^*), \beta^*)$ 를 최

대화하는 $\hat{\beta}^*$ 가 β 의 최우추정치가 된다. 즉, $\hat{\beta} = \hat{\beta}^*$ 이다. 그리고 α_0 와 α_1 의 최우추정치는 각각 $\hat{\alpha}_0 = \hat{\alpha}_0(\hat{\beta})$, $\hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_1(\hat{\beta})$ 로 구한다.

주어진 β^* 에 대해서 식(3.3)와 (3.4)을 만족하는 α_0 와 α_1 은 다음과 같이 구할 수 있다. 식(3.3)와 (3.4)에서 α_0 를 소거하면 α_1 만의 식

$$\beta(n_1 + n_2) \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \hat{q}_{ij} [\varphi_{ij}]^\beta = \left\{ \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} [\varphi_{ij}]^\beta \right\} \cdot \left\{ \sum_{j=1}^{n_1} \ln \psi(t_{1j}) + (\beta - 1) \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} q_{ij} \right\} \quad (4.1)$$

을 구할 수 있으며, 주어진 β^* 에 대해서 식(4.1)을 만족하는 값이 $\hat{\alpha}_1(\beta^*)$ 이다.

정리 4.1 식(4.1)을 만족하는 α_1 의 값은 척도불변성(scale invariance)을 갖는다. 즉, 척도인자(scale factor)를 ξ 라 할 때, t_{ij} , τ , η 를 $w_{ij} = t_{ij}/\xi$, $\zeta = \tau/\xi$, $\rho = \eta/\xi$ 로 변환하여도 식(4.1)의 형태는 동일하다.

$\hat{\alpha}_1 \equiv \hat{\alpha}_1(\beta^*)$ 로부터 $\hat{\alpha}_0 \equiv \hat{\alpha}_0(\beta^*)$ 는

$$\hat{\alpha}_0 = -\ln \Delta_2 - \ln(\hat{\alpha}_1 + 1) + \frac{1}{\beta^*} \left\{ \ln \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \tilde{\varphi}_{ij}^{\beta^*} \right) - \ln(n_1 + n_2) \right\} \quad (4.2)$$

으로 구한다. 여기서 $\tilde{\varphi}_{ij}$ 는 φ_{ij} 의 식에서 α_1 대신 $\hat{\alpha}_1$ 을 대입한 것이다. 이때 최대우도함수식의 값은

$$L_0(\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, \beta^*) = \hat{\alpha}_1 \sum_{j=1}^{n_1} \ln \psi(t_{1j}) + (n_1 + n_2) \ln[\beta^*(\hat{\alpha}_1 + 1)\Delta_2] - \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \ln \tilde{\varphi}_{ij} + \beta^* \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \ln \left(\frac{\tilde{\varphi}_{ij}}{e^{\hat{\alpha}_0}(\hat{\alpha}_1 + 1)\Delta_2} \right) - [e^{\hat{\alpha}_0}(\hat{\alpha}_1 + 1)\Delta_2]^{-\beta^*} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \tilde{\varphi}_{ij}^{\beta^*} \quad (4.3)$$

이다.

최우추정치를 구하는 절차를 정리하면 다음과 같다.

단계 1: $\beta_0 = 0$ 으로 하고, 증분 $\Delta\beta$ 을 정한다.

단계 2: $\beta_i = \beta_{i-1} + \Delta\beta$, $i = 1, 2, \dots$ 에 대한 최대우도 (4.3)의 값을 구하여 최대우도의 값이 위로 볼록해지는 β 의 구간 (β_ℓ, β_u) 을 찾는다. 이때 (4.3)의 값은 다음의 순서로 구한다. (i) 주어진 β 에 대해서 식(4.1)을 만족하는 α_1 의 값 $\alpha_1^*(\beta_i)$ 를 수치적방법으로 구하고; (ii) 식(4.2)를 이용하여 $\alpha_0^*(\beta_i)$ 의 값을 구한 후; (iii) 식(4.3)에 $\alpha_0^*(\beta_i)$, $\alpha_1^*(\beta_i)$ 를 대입하여 식(4.3)의 값을 구한다.

단계 3: $\Delta\beta$ 를 추정치에 대한 원하는 정밀도의 최소단위로 하고, $\beta_\ell(\Delta\beta)\beta_u$ 에 대한 식(4.3)의 값을 단계2의 절차(i)(ii)(iii)으로 구하여, 식(4.3)의 값이 최대가 되는 β 를 최우추정치 $\hat{\beta}$ 로 하고, 이 값에서 구한 α_0, α_1 의 추정값을 최우추정치 $\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1$ 로 한다.

표 4.1: 가상적인 램프시험자료

고장시간(seconds)							
1336.74	473.36	141.25	747.82	1194.26	904.37	1121.70	1159.39
931.91	1143.72	1079.89	537.89	868.41	400.54	749.89	1280.28
327.76	794.33	868.53	1330.42	1017.08	1054.27	1236.67	454.30
1329.63	1052.38	670.71	1004.34	141.73	1123.37	725.22	427.46
669.75	1103.69	260.74	695.97	666.37	1206.25	707.67	607.78
1027.39	758.52	608.61	1296.94	740.43	1330.00	1073.15	924.47
985.66	1063.38	486.44	1094.63	663.56	903.29	221.70	695.07
1149.11	915.14						

4.2. 예제

표 4.1의 자료는 어떤 전기부품의 수명이 식(2.1)를 따르고($\beta = 1.5$), 수명과 스트레스 수준의 관계가 식(2.2)의 역거듭제곱모형($\alpha_0 = 6.0$, $\alpha_1 = 2.0$)일 때, $s_d = 20(\text{kV})$, $s_h = 40(\text{kV})$, 램프율 $k = 16(\text{V}/\text{sec})$ 로 시점 $\eta = 1,400(\text{sec})$ 까지 시험하는 경우에 얻어질 것으로 추측되는 데이터를 식(2.7)의 분포를 이용하여 가상적으로 발생시킨 70개의 데이터에 약간의 수정을 가한 58개의 고장시간이다. 이 자료로 $(\alpha_0, \alpha_1, \beta)$ 의 최우추정치들을 구한다. 그림 4.1은 $\beta^* = 1.0(0.001)2.0$ 에 대해서 $\hat{\alpha}_0$ 와 $\hat{\alpha}_1$ 의 값을 식(4.1)-(4.2)로부터 구하고, 이로부터 식(4.3)의 $L_0 \equiv L_0((\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, \beta^*))$ 의 값을 구하여 그래프로 나타낸 것이다. 식(4.1)을 이용하여 $\hat{\alpha}_1$ 을 구하는 과정에서 정리 4.1의 척도불변성을 이용하여 자료의 척도를 조정하면 수치초과(overflow)오류를 없앨 수 있다. 그림 4.1에서 L_0 를 가장 크게 하는 β 의 값을 β 의 최우추정치로 하면, $\hat{\beta} = 1.6200$ 이고, 이 값에서 $\hat{\alpha}_0$ 와 $\hat{\alpha}_1$ 의 값으로부터 $\hat{\alpha}_0 = 6.4286$, $\hat{\alpha}_1 = 1.9574$ 로 구할 수 있다. 그리고 이 때의 대수우도함수의 값은 -444.1449 이다.

사용조건 $s_d = 20(\text{kV})$ 에서 대수수명의 위치모수 μ_d 의 추정치는 $\hat{\mu}_d = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \ln(s_h/s_d) = 6.4286 + 1.9574 \cdot \ln(40,000/20,000) = 7.7854$ 이고, 척도모수 σ 의 추정치는 $\hat{\sigma} = 0.6173$ 이다. 사용조건에서 대수수명의 제10백분위수의 추정치는 $\hat{y}_{0.1} = \hat{\mu}_d + \hat{\sigma}u_{0.1} = 7.7854 + \ln(-\ln(1 - 0.1))/1.6200 = 6.3963$ 이고, 제품수명의 제10백분위수의 추정치는 $\hat{t}_{0.1} = e^{\hat{y}_{0.1}} = e^{6.3963} = 599.5927$ 이다. 그리고 시점 1,000에서의 신뢰도의 추정치는 $\hat{R}(1,000) = 0.7856$ 으로 구할 수 있다.

관측된정보행렬 F_0 와 식(3.5)의 점근공분산행렬을 구하면

$$F_0 = \begin{bmatrix} 187.6749 & 49.7320 & -29.2380 \\ & 18.0420 & -1.8226 \\ (\text{대칭}) & & 48.7278 \end{bmatrix}, F_0^{-1} = \begin{bmatrix} 0.02597 & -0.07026 & 0.01295 \\ & 0.24578 & -0.03297 \\ (\text{대칭}) & & 0.02706 \end{bmatrix}$$

이다. 그리고 모수들의 95% 신뢰구간을 구하면 다음과 같다. μ_d 의 신뢰구간은 (7.36, 8.21)로 구할 수 있으며, σ 의 신뢰구간은 $\ln(\sigma)$ 의 신뢰구간으로부터 (0.506, 0.753)이다. 표 4.2는 대수수명 Y 의 제100 p 백분위수 y_p 의 95%신뢰구간을 나타낸 것이며, 수명 T 의 신뢰구간은 역

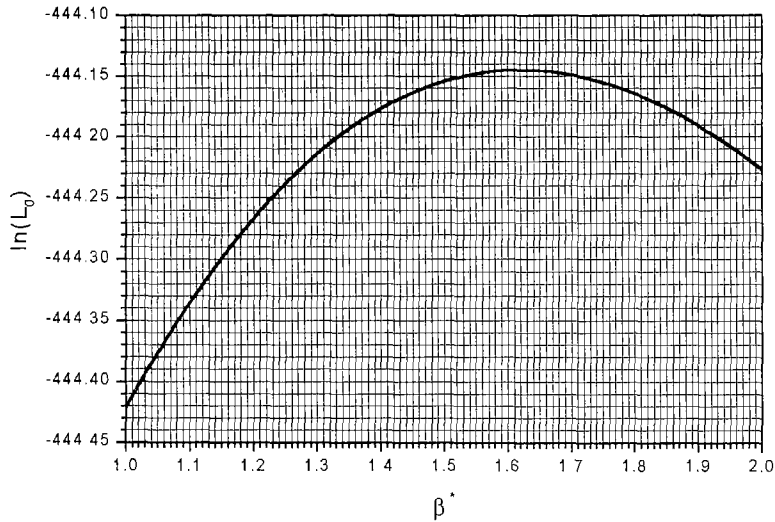


그림 4.1: β^* 의 값에 따른 최대우도의 변화

대수값으로 간단히 구할 수 있다. 그리고 그림 4.2는 사용조건에서 신뢰도함수의 추정치와 95% 신뢰구간을 그림으로 나타낸 것이다.

지수분포를 가정하는 경우의 α_0, α_1 의 최우추정치는 각각 $\hat{\alpha}_0 = 5.7524, \hat{\alpha}_1 = 4.8410$ 으로 구할 수 있고, 최우추정량의 점근분산의 추정치는 $\widehat{Asvar}(\hat{\alpha}_0) = 0.4319, \widehat{Asvar}(\hat{\alpha}_1) = 9.8713, \widehat{Ascov}(\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1) = -2.0233$ 이다. 이 경우 α_1 의 표준오차는 3.1419가 되어 가설 $H_0 : \alpha_1 = 0$ 에 대한 검정통계량의 값이 1.5408로서 H_0 를 기각할 수 없게 된다.

표 4.2: 제100p백분위수 t_p 의 95%신뢰구간

p	\hat{y}_p	$\widehat{Asvar}(\hat{y}_p)$	\hat{t}_p	95%신뢰구간	
				하한	상한
0.1	6.396	0.06394	599.593	365.274	984.223
0.2	6.859	0.06428	952.869	579.729	1566.178
0.3	7.149	0.06872	1272.819	761.435	2127.652
0.4	7.371	0.07431	1588.777	931.149	2710.858
0.5	7.559	0.08057	1918.164	1099.701	3345.776
0.6	7.731	0.08749	2278.796	1276.222	4068.972
0.7	7.900	0.09538	2697.149	1472.383	4940.710
0.8	8.079	0.10498	3226.401	1709.740	6088.447
0.9	8.300	0.11853	4024.682	2049.652	7902.836

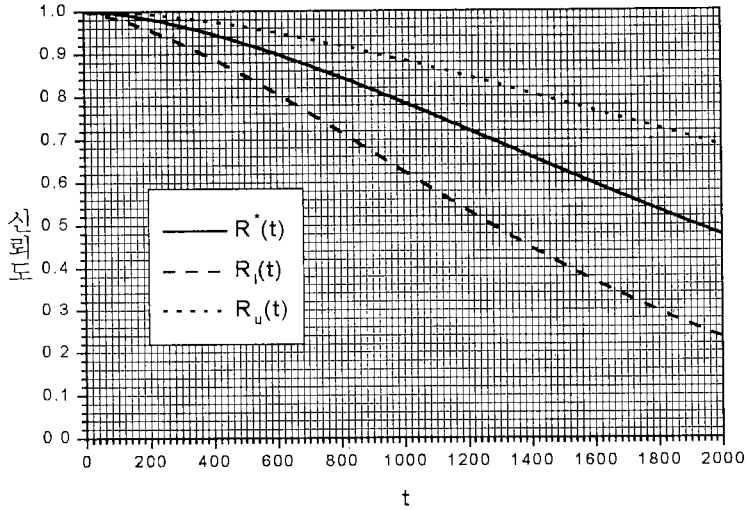


그림 4.2: 신뢰도함수의 점추정치와 95%신뢰구간

5. 결론

램프형 시험은 고장자료를 짧은 시간 내에 얻을 수 있다는 장점이 있으므로 제품 개발 단계에서의 부품의 신뢰성 검증에 폭넓게 사용될 수 있다. 이 연구에서는 스트레스를 0에서 시간에 따라 선형적으로 증가시키는 기존의 연구를 확장하여, 스트레스를 제품의 사용 조건에서 증가시키고, 스트레스 수준의 한계가 있는 램프시험을 제안하였다. 제품의 수명이 와이불분포를 따르고, 수명과 스트레스와의 관계가 역거듭제곱 모형일 때, 이 논문에서 제안한 램프시험하에서의 수명분포를 유도하고, 미리 정해진 관측중단 시점에서 시험을 종결하는 제I종 관측중단시험에 대해서 모수들의 최우추정량을 구하기 위한 우도방정식과 최우추정량의 점근분포를 구하였으며, 최우추정치를 구하는 간단한 알고리즘을 제시하였다.

부록: 일·이차 편미분식

식(3.1)의 대수우도함수를 $(\alpha_0, \alpha_1, \sigma)$ 에 대해서 일차편미분하면

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_0} = -\beta \left\{ \sum_{i=1}^2 u_i - \sum_{i=1}^2 u_i \exp(z_i(t)) \right\}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_1} = u_1 \ln \psi(t) - (1 - \beta) \sum_{i=1}^2 u_i q_i(t) - \beta \sum_{i=1}^2 u_i q_i(t) \exp(z_i(t))$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = \frac{1}{\beta} \left\{ \sum_{i=1}^2 u_i(1 + z_i(t)) - \sum_{i=1}^2 u_i z_i(t) \exp(z_i(t)) \right\}$$

로 구할 수 있다. 그리고 이차편미분식은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \alpha_0^2} = -\beta \sum_{i=1}^2 u_i \exp(z_i(t)), \quad \frac{\partial^2 L}{\partial \alpha_0 \partial \alpha_1} = \beta^2 \sum_{i=1}^2 u_i q_i(t) \exp(z_i(t))$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \alpha_0 \partial \beta} = -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{\partial L}{\partial \alpha_0} + \sum_{i=1}^2 u_i z_i(t) \exp(z_i(t))$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \alpha_1^2} = -(1 - \beta) \sum_{i=1}^2 u_i p_i(t) - \beta \sum_{i=1}^2 u_i \{p_i(t) + \beta[q_i(t)]^2\} \exp(z_i(t))$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \alpha_1 \partial \beta} = \sum_{i=1}^2 u_i q_i(t) - \sum_{i=1}^2 u_i q_i(t)(1 + z_i(t)) \exp(z_i(t))$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \beta^2} = -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{\partial L}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2} \left\{ \sum_{i=1}^2 u_i z_i(t) - \sum_{i=1}^2 u_i z_i(t)(1 + z_i(t)) \exp(z_i(t)) \right\}$$

참고문헌

- [1] Nelson, W. (1990). *Accelerated Testing — Statistical Models, Test Plans, and Data Analyses*. John Wiley & Sons.
- [2] Nelson, W. (1980). Accelerated Life Testing — Step Stress Models and Data Analysis. *IEEE Trans. on Reliability*. Vol. R-29. 103-108.
- [3] Shaked, M. and Singpurwalla, N.D. (1983). Inference for Step-Stress Accelerated Life Tests. *J. of Statistical Planning and Inference*. Vol. 7. 295-306.
- [4] Yin, X.K. and Sheng, B.Z. (1987). Some Aspects of Accelerated Life Testing by Progressive Stress. *IEEE Trans. on Reliability*. Vol. R-39. 150-155.
- [5] Lin, Z. and Fei, H. (1991). A Nonparametric Approach to Progressive Stress Accelerated Life Testing. *IEEE Trans. on Reliability*. Vol. 40. 173-176.
- [6] Bai, D.S. and Chun, Y.R. (1993). A Nonparametric Inferences for Ramp Stress Tests under Random Censoring. *Reliability Engineering & System Safety*. Vol. 41. 217-223.
- [7] Bai, D.S., Chun, Y.R. and Cha, M.S. (1996). Time-Censored Ramp Tests with Stress Bound for Exponential Lifetime Distribution. *J. of the Korean Institute of Industrial Engineers*. Vol. 22. 459-471.

스트레스 한계가 있고 사용조건에서 스트레스를 가하는 정시중단 램프시험에서 ...477

- [8] Bai, D.S., Chun, Y.R. and Cha, M.S. (1997). Time-Censored Ramp Tests with Stress Bound for Weibull Lifetime Distribution. *IEEE Trans. on Reliability*. Vol. 46. 99-107.
- [9] Lawless, J.F. (1982). *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*. John Wiley & Sons.
- [10] Nelson, W. (1982). *Applied Life Data Analysis*. John Wiley & Sons.
- [11] Cramér, H. (1946). *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton University Press.
- [12] 전영록 (1997). 스트레스 한계가 있는 램프시험하에서 신뢰수명분포의 최우추정: 사용 조건에서부터 스트레스를 가하는 경우. <품질경영학회지>. 제25권 2호. 1-14.

[1998년 8월 접수, 1998년 12월 최종수정]

Estimation of Lifetime Distribution under Time-Censored Ramp Test for Weibull Lifetime Distribution: The Case Where Stress is Bounded and Loaded from Use Condition

Young Rok Chun¹⁾

ABSTRACT

The common accelerated life test (ALT) consists of test methods applying a constant stress, higher than the use condition stress, to items. There are, however, situations for which a progressive stress ALT, in which the stress on a test item is continuously increased with time, is more convenient to perform testing and simpler in analyzing data than a constant stress ALT. When a product under constant stress s follows a Weibull distribution with parameters $\theta(s)$ and β , maximum likelihood estimators of parameters involved in the model are obtained and their asymptotic distributions are derived under stress bounded ramp tests in which the stress is increased linearly from use condition stress to the stress upper bound. A simple algorithm for finding maximum likelihood estimates of model parameters is given.

1) Assist. Prof., Div. of Information & Communication Eng., Kyungnam Uni., Kyungnam Masan 631-701, Korea