

접수와 이수 문제에서 강체주위 유동해석

박일룡*, 전호환**

Analysis of Flow Around a Rigid Body on Water-Entry & Exit Problems

by

Il-Ryong Park* and Ho-Hwan Chun**

요 약

본 논문에서는 접수(water entry) 및 이수(water exit) 문제를 유동장의 지배방정식인 2차원 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 일반좌표계(generalized coordinate system)에서 유한체적법(Finite Volume Method)으로 이산화 하여 해석하였다. 강체의 접수 또는 이수 상황에서 발생하는 자유수면 변형에 대한 처리는 Level-Set[11] 기법을 사용하였다. 수치계산결과에서 접수에 대한 유체충격력에 대한 계산결과는 쐐기(wedge)형과 flared-ship 단면의 실험결과[5]와 비교하였으며, 원형실린더의 이수문제에서는 시간에 따른 자유수면의 변형 및 유동장의 특징을 살펴보았다.

Abstract

A Finite Volume Method for the discretization of the two-dimensional incompressible Navier-Stokes equation is used to analyse water entry & exit problems in a generalized coordinate system. The free-surface deformations generated by the water entry or exit of a rigid body are simulated by the Level-Set scheme[11]. In the water entry problems for a wedged section and a flared-ship section, the calculation results of water impact force are compared with the experimental results[5] and the time varying free-surface deformations and flow characteristics of the water exit of a cylinder are investigated.

발 표 : 1998년도 대한조선학회 추계연구발표회('98. 11. 14.)

접수일자 : 1999년 1월 22일, 재접수일자 : 1999년 6월 23일

*학생회원, 부산대학교 조선해양공학과 대학원

**정회원, 부산대학교 조선해양공학과 대학원(기계기술연구소)

1. 서론

선체나 해양구조물의 접수와 이수는 일반적으로 발생하는 현상이며, 충격력 또는 작용하는 힘과 구조물 표면에 작용하는 시간에 따른 압력변화, 구조물의 변형 등의 예측은 중요한 과제라 할 수 있다.

접수문제에 대해서는 von Karman[1], Wagner [2] 등의 운동량 이론(Momentum theory)을 사용하여 해석한 기본적인 물리적 이해가 있었다. Troesch & Kang[3], Yoon[4]은 각각 경계요소법과 FEM해석을 사용하여 해석한 바 있다.

자유수면의 스플래시(splash)현상 등 비선형성을 보다 엄밀히 고려한 연구들은, Zhao et al.[5]이 경계적분법으로 자신들의 실험결과와 일치하는 결과를 발표하였고, Arai et al.[6]은 유한차분법(Finite Difference Method)과 VOF (Volume of Fluid)법[7]을 사용하여 충격력을 감소시키는 구조물의 단면형상에 대해 연구하였다. Muzafferija et al.[8]은 유한체적법(Finite Volume Method)과 VOF법[7]을 사용하여 Zhao et al.[5]이 실험한 구조물의 단면에 대해 2차원과 3차원 문제를 해석하여 실험과 일치하는 결과를 보였다.

위에 언급한 연구들은 모두 구조물들을 강체로 가정하였으나, 이를 탄성체로 가정하고 구조물의 변형을 고려한 연구가 Arai and Miyauchi[9]에 의해서 발표되었다.

이수문제는 Telste[10]에 의해서 포텐셜 유동장에서 속도에 따른 자유수면의 변화와 원형실린더 표면의 압력변화에 대해 계산하였다.

본 논문은 2차원 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 일반좌표계(generalized coordinate system)에 대한 유한체적법(Finite Volume Method)으로 이산화하고, 쇠파현상 등 비선형성이 큰 문제를 해석할 수 있는 level-set[11]기법을 도입하여 자유수면을 처리하였다.

수치계산결과에서 접수문제의 경우는 Zhao et al.[5]의 실험결과와 비교하고, 강체주위(썰기, flared-ship 단면)의 유동장 변화를 살펴보았다.

이수문제에서는 강체와 자유수면사이의 상호작용에 의해 원형실린더에 작용하는 시간에 따른 힘과 유동장의 압력변화, 자유수면의 변화를 살펴보았다.

2. 문제의 정식화

2.1. 이류체 Navier-Stokes 방정식

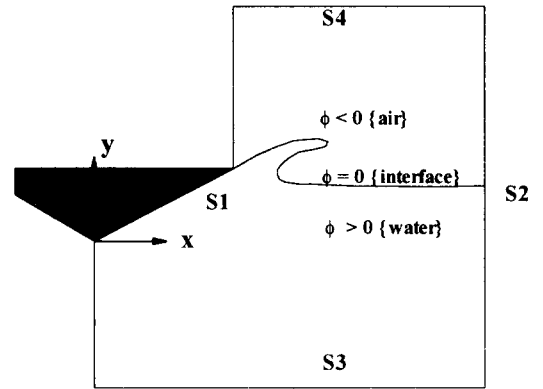


Fig.1 Definition sketch

Fig.1에서 묘사한 것과 같이 공기와 물의 영역으로 나누어진 유동장에 대한 지배방정식은 다음식과 같이 이류체에 대한 2차원 연속방정식과 표면장력을 무시한 비압축성 Navier-Stokes 방정식으로 가정한다.

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{u}_w &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{u}_w}{\partial t} + (\nabla \cdot \mathbf{u}_w) \mathbf{u}_w &= -\frac{\nabla p_w}{\rho_w} + \frac{\nabla \cdot \mu_w \nabla \mathbf{u}_w}{\rho_w} + \mathbf{g} \end{aligned} \right\} \mathbf{x} \in \text{the water} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{u}_a &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{u}_a}{\partial t} + (\nabla \cdot \mathbf{u}_a) \mathbf{u}_a &= -\frac{\nabla p_a}{\rho_a} + \frac{\nabla \cdot \mu_a \nabla \mathbf{u}_a}{\rho_a} + \mathbf{g} \end{aligned} \right\} \mathbf{x} \in \text{the air} \quad (2)$$

여기서, $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ 는 유속벡터이고, $p(\mathbf{x}, t)$ 는 압력,

ρ 는 밀도, μ 는 점성계수, g 는 중력가속도를 나타낸다. 아래첨자 w, a 각각 물과 공기영역을 나타내고, \mathbf{x} 는 직교좌표계성분 (x_1, x_2) 을 나타낸다.

2.2 Level-Set 기법

두 유체의 경계가 되는 자유수면의 처리는 Eulerian 기법에 바탕을 둔, 다음과 같은 level-set 함수 $\phi(\mathbf{x}, t)$ 개념을 도입할 수 있다[11].

$$\phi(\mathbf{x}, t) \begin{cases} < 0, & \mathbf{x} \in \text{the air} \\ = 0, & \mathbf{x} \in \text{free surface} \\ > 0, & \mathbf{x} \in \text{the water} \end{cases} \quad (3)$$

여기서, $\phi(\mathbf{x}, t) = 0$ 인 자유수면은 매시간 유체입자와 함께 이동하므로 다음의 방정식을 통해 새로운 위치를 계산한다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \phi = 0 \quad (4)$$

이러한 level-set 함수의 정의에 의해서 지배방정식 (1), (2)는 전 유체영역에서 한 개의 방정식으로 풀 수 있다. 그리고 밀도와 점성계수는 level-set 함수 값에 따라 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \rho(\phi) &= \rho_a + (\rho_w - \rho_a)H(\phi) \\ \mu(\phi) &= \mu_a + (\mu_w - \mu_a)H(\phi) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

여기서 $H(\phi)$ 는 Heaviside 함수로서 $H(\phi > 0) = 1, H(\phi < 0) = 0, H(\phi = 0) = 0.5$ 이다.

Level-set 함수 $\phi(\mathbf{x}, t)$ 를 도입하여 문제를 해석할 경우 다음의 2가지 어려움이 있다.

-임의 유동장에서 $\phi(\mathbf{x}, t)$ 함수의 형태를 정확히 알 수 없다는 것과

-밀도와 점성과 같은 물리량이 두 유체 경계면을 통해서 불연속적으로 변한다.

첫 번째 어려움은 Level-set 함수 $\phi(\mathbf{x}, t)$ 를 이류체 경계면에 대해서 거리-함수(distance function)로 가정하면 해결할 수 있다. 그러나 수치계산과정에서는 계산시간이 지나면서 level-set 함수가 거리-함수로 계속 유지하지 않기 때문에 다음의 방정식을 이용하여 level-set 함수를 경계면에 대한 부호(signed) 거리로 유지시킬 필요가 있다[12, 16].

$$\left. \begin{aligned} d(\mathbf{x}, 0) &= \phi(\mathbf{x}) \\ \frac{\partial d}{\partial t} + \text{sign}[\phi(\mathbf{x})] \frac{\nabla d}{|\nabla d|} \cdot \nabla d &= \text{sign}[\phi(\mathbf{x})] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

여기서 d 는 거리-함수이고, $\text{sign}[\phi < 0] = -1, \text{sign}[\phi > 0] = 1, \text{sign}[\phi = 0] = 0$ 이다.

전체 유동장에서 식(6)을 만족하는 완전히 수렴된 해를 구할 필요는 없으며 경계면 근방에서만 수렴해가 구해지면 다음 계산시간 단계로 넘어갈 수 있다. 계산결과와 함께 여기에 대한 설명은 계산결과 및 토론에서 간략히 언급할 것이다.

Level-set 함수를 도입하여 생기는 두 번째 어려움인 경계면을 통한 물리량의 불연속은 이류체 경계면이 물리량이 연속적으로 변하는 일정한 고정된 두께를 갖도록 하여 해결할 수 있다 [12,16].

이류체 경계면의 동역학적 경계조건(dynamic boundary condition)은 level-set 함수를 도입하여 이류체 경계면을 포함하는 유동장을 해석하는 것으로 간접적으로 만족하고, 운동학적 경계조건(kinematic boundary condition)은 식(4)를 통해서 직접적으로 만족시킨다.

3. 수치계산

지배방정식 이산화

문제해석을 위해 유동장의 지배방정식을 일반좌표계 (ξ_1, ξ_2) 로 변환하고, Fig.2와 같이 비교차격자(non-staggered grid)를 바탕으로한 유한체

적법을 사용하여 이산화하였다. 대류항의 계산은 hybrid기법을 사용하였으며, 시간적분에 대한 이산화는 Crank-Nicolson법을 도입하였다. 속도-압력 연성을 위해서 SIMPLE 알고리즘[14]을 사용하였으며, 이산화된 연립방정식은 SIP[15]법을 이용하여 계산하였다.

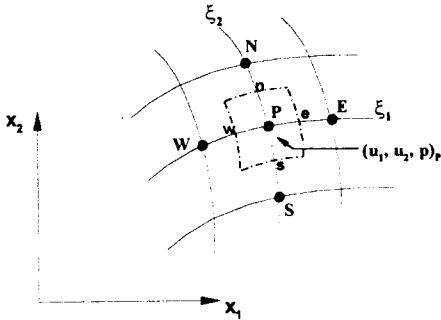


Fig.2 Control volume in a non-staggered grid

Level-Set기법 이산화

식(6)에서 시간항에 대해서는 2차정도의 Runge-Kutta법을 사용하였고, 대류항에 대해서는 2차정도의 ENO(Essentially Non-oscillatory)법[13]을 사용하여 이산화 한 후 유한차분법으로 계산하였다. 식(6)의 이산화에 대한 자세한 내용과 level-set함수에 대한 계산 알고리즘은 참고문헌 [12,16]에 있다.

경계조건

문제를 단순화시키기 위해 본 방법에서는 강체는 격자상에서 고정시키고 유체가 이동하도록 하였다. Fig.1에 정의한 경계면에 있어서, S1경계면의 경우 강체의 경계면 되는 영역에서는 no-slip조건을 부과하고 대칭면에 해당하는 영역에서는 대칭조건을 주었다. S2경계면에서는 경계면을 통한 속도성분들의 법선방향의 구배가 영이 되도록 하였다. 유입경계가 되는 S3에서는 일정한 유입속도를 부과하였다. S4경계면에서는 속도성분들의 시간변화율이 S4경계면을 통한 법선

방향의 구배성분과 이 경계면을 통한 유출유량과 유입유량과 같도록 계산된 위상속도(phase velocity)와 곱한 값이 같다는 조건을 부과하였다.

4. 계산결과 및 토론

접수문제에서 사용된 단면은 Zhao et al.[5]이 실험한 Fig.3에 보인 췌기형 단면과 flared-ship 단면이며, 낙하속도는 Fig.4와 같다.

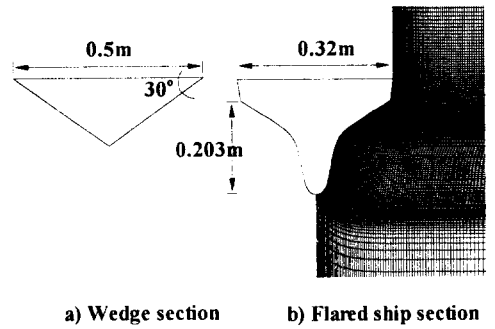


Fig.3 The configuration of the sections & partial view of a computational grid

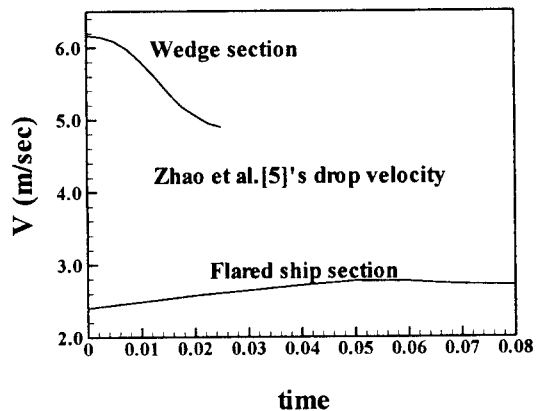


Fig.4 Vertical drop velocities of the wedge and flared ship sections

접수문제 계산결과

Fig.5는 썰기형 단면의 시간에 따른 수직충격력에 대해 격자수와 계산시간 간격의 영향을 실험결과와 비교한 그림이다. 70×90 제어체적(control volume : CV)수에 대해서 시간간격 $\Delta t = 5.0E-5s, 2.5E-5s$ 로 하고, 100×140 제어체적수에서는 $\Delta t = 5.0E-5s$ 로 계산한 결과 들은 거의 비슷함을 보이고 있다. $t = 0.01s$ 이후 실험과의 차이는 Zhao et al.[5]과 Muzaferija et al.[8]의 계산결과에서도 나타났으며, Zhao et al.은 이러한 양상을 단면의 폭(B)과 구조물의 길이(L)비 B/L 에 대한 3차원효과 때문인 것으로 해석하였다.

Fig.6은 시간 $t = 0.00435s, 0.0158s, 0.0202s$ 일 때 압력계수 C_p 값을 실험과 비교한 결과이다. Muzaferija et al.[8]의 결과와 마찬가지로 실험값과 정량적인 차이가 있는 것을 보여준다.

특히 Fig.7-b는 수직충격력이 최대일 때 압력 분포와 자유수면의 변형을 보여주고 있으며, 이때 물이 단면의 너클(knuckle)을 벗어나 스프레쉬가 발생하는 것을 알 수 있다. Fig.7-d는 시간에 따른 자유수면의 변형의 모습을 보여주고 있으며, $t = 0$ 에서 시작하고 시간간격 $\Delta t = 2.45E-3s$ 이다

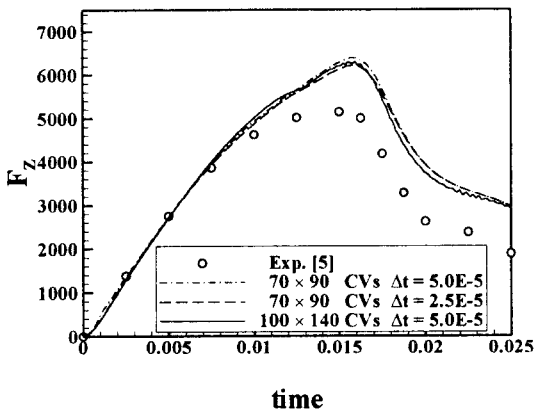


Fig.5 Vertical impact force on the wedge section

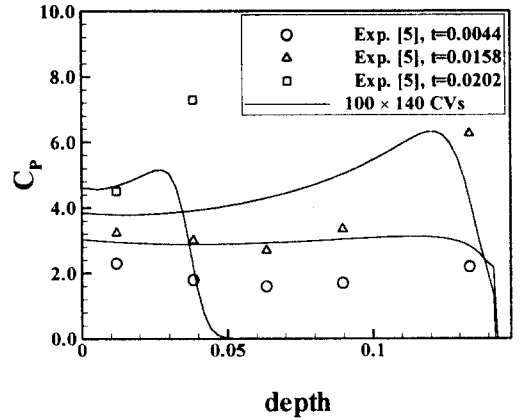
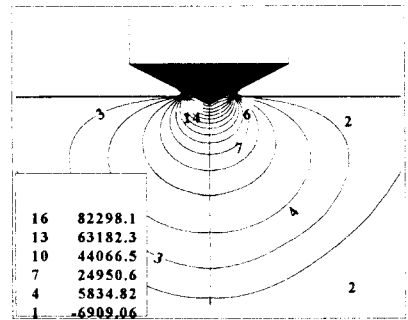
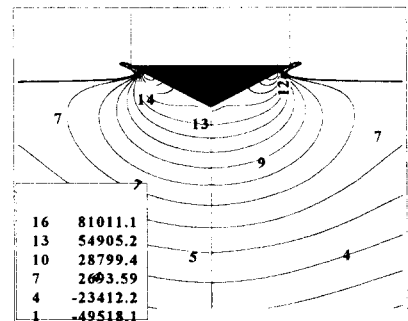


Fig.6 Pressure coefficients on the wedge at three time instants

Fig.7은 $t = 4.5E-3s, 0.0145s, 0.022s$ 에서 유동장의 압력분포를 보여준다. 그림에서 높은 압력이 작용하는 영역은 스프레이(spray)의 이동과 함께 일어나는 것을 관찰할 수 있다.



7-(a) $t = 4.5E-3s$



7-(b) $t = 0.01595s$

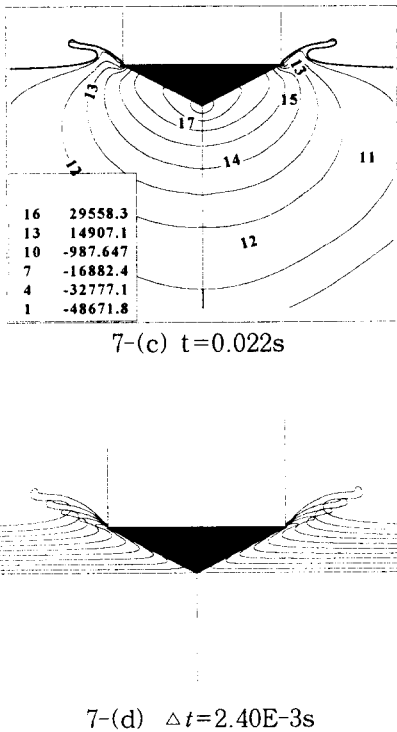


Fig.7 Calculated pressure distributions in the fluid domain and the time history of free surface deformations

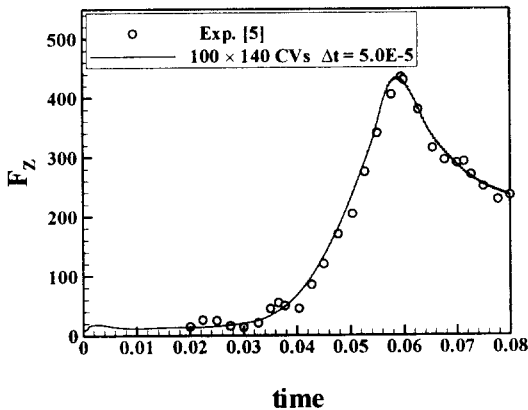


Fig.8 Vertical impact force on the flared ship section

Fig.8은 100×140 체어체적수와 $\Delta t = 5.0E-5s$ 의 조건에서 flared-ship단면에 작용하는 시간에

따른 충격력의 변화를 실험과 비교한 것이다. 뺨기형의 계산에서와는 달리 실험과 매우 잘 일치하는 것을 볼 수 있는데, 이는 flared-ship단면의 폭(B)이 뺨기형보다 상대적으로 작아서 3차원 효과가 적은 것으로 보여진다. Fig.9에서 C_p 곡선 또한 실험결과와 잘 일치하는 것은 Fig.8에 대한 설명으로 이해될 수 있다.

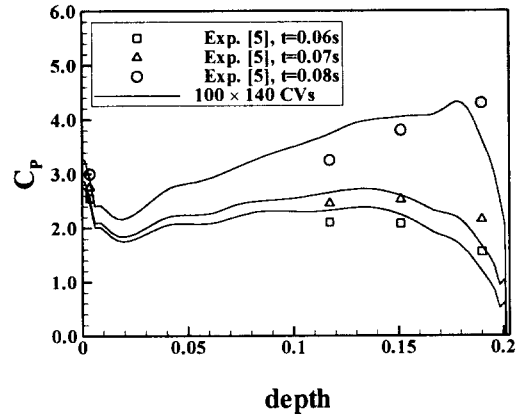
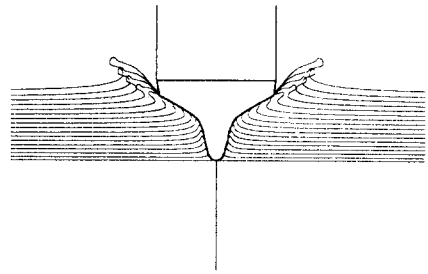


Fig.9 Pressure coefficients on the flared ship section at three time instants

Fig.10은 $t = 0.024s, 0.059s, 0.074s$ 에서 유동장의 압력변화와 $t = 0$ 에서 시작하여, 시간간격 $\Delta t = 4E-3s$ 에 따른 자유수면의 변형을 보여준다. 특히 Fig.10-b를 살펴보면, 물이 단면의 너클을 벗어나는 시간에 단면의 flare에서 유체의 충격(flare slamming)이 일어나는 것을 볼 수 있으며, 이때 최대 수직충격력이 작용하는 것을 알 수 있다.

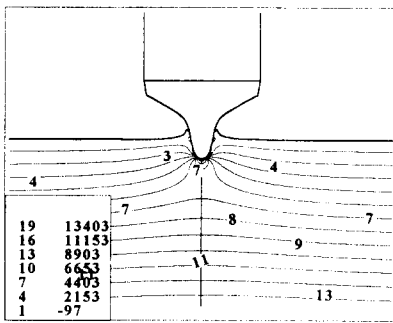
Fig.11은 유동장내에서 level-set 함수 $\phi(x, t)$ 의 값의 분포를 보여주고 있다. 앞서 문제의 정식화에서 매시간 level-set함수가 거리함수로 유지시키기 위해 도입된 식(6)에 대해 간단히 설명하였듯이, 식(6)의 의해서 이류체 경계면 근방 $|\phi| \leq \epsilon$ (=경계면 두께)에서만 경계면의 두께가 일정하게 유지되고 level-set함수가 거의의 함수로 매끄럽게 수렴되면 다음 계산시간 단계로 넘어

갈 수 있다. Fig.11은 이류체 경계면 근방에서 수렴된 결과를 보여준다. 이때 이류체 경계면 근방을 제외한 전체 유동장에서 식(6)에 대한 해가 완전히 수렴되지 않아 부적절한 등고선 형태를 보인다 하여도 다음 계산시간 단계에서 해의 수렴에는 영향을 미치지 않는다. 본 계산에서는 계산시간 간격 $\Delta t = \Delta h (= \text{격자간격})/10$ 을 사용하여 5~6번 정도 반복하였다.

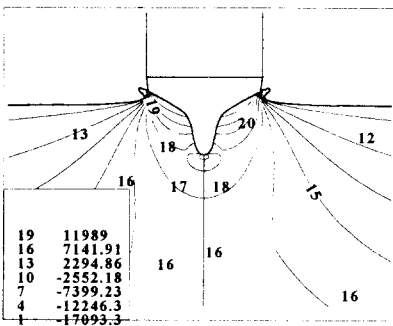


10-(d) $\Delta t=4.0E-3s$

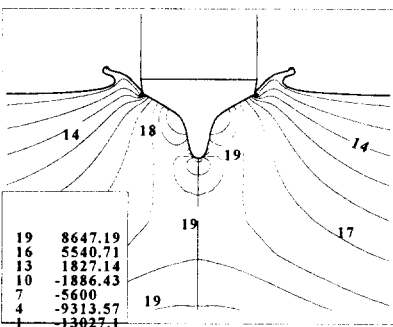
Fig.10 Calculated pressure distributions in the fluid domain and the time history of free surface deformations



10-(a) $t=0.024s$



10-(b) $t=0.059s$



10-(c) $t=0.074s$

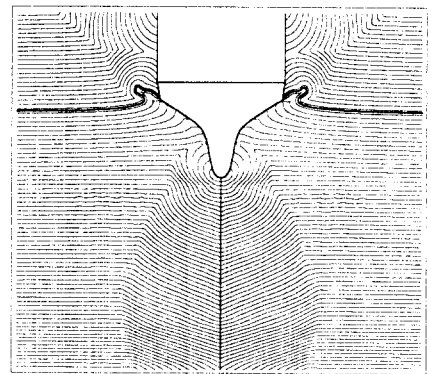


Fig.11 Contours of level-set function ($t=0.064s$)

이수문제 계산결과

Fig.12는 1983년 Greenhow & Lin의 원형 실린더의 이수 실험결과를 보여주고 있다. 그림의 결과에서 원형실린더의 관성이 지배적인 것을 알 수 있으며, 자유수면의 변형형태도 이러한 사실을 말해주고 있다. 본 연구를 수행할 당시 이 실험에 대한 자세한 자료를 얻지 못하여, 이수문제에서는 다음과 같은 조건하에서 수치계산을 수행하여 Faltinsen[17]의 저서에서 있는 Fig.12의 Greenhow & Lin의 실험사진결과와 간접비교를 하였다.

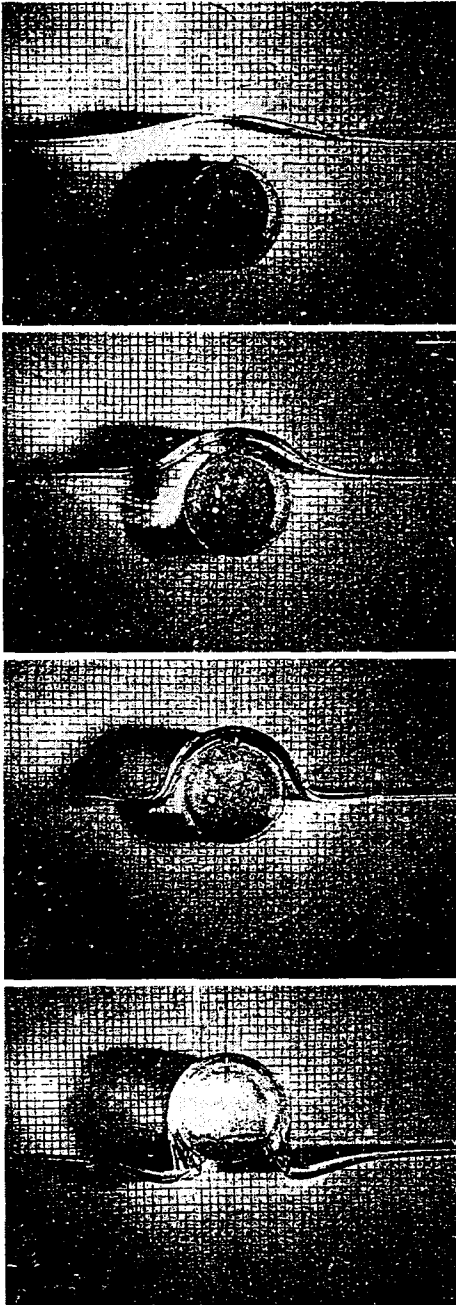
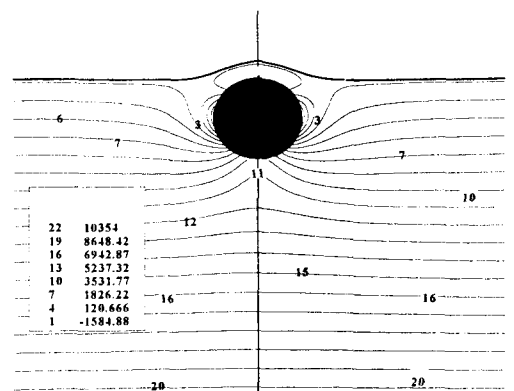


Fig.12 Water exit visualizations of a circular cylinder taken from Ref.[17] (Exp. done by Greenhow & Lin, 1983)

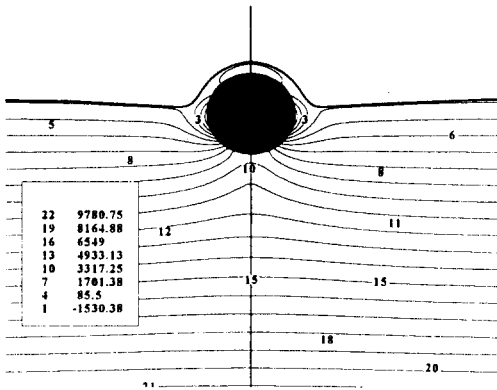
Fig.13~Fig.14는 2차원 원형실린더가 자유수면 아래 $D=2.5a$ (D : 정수면에서 실린더 중심까지 거리, a : 원형실린더 반경)의 정지상태에서 순간적으로 자유수면 밖으로 1.56m/s의 속도로 나올 때 계산된 결과를 보여준다. 사용된 계산격자는 96×174 제어체적수이고, $\Delta t = 5.0E-4s$ 이다.

Fig.13은 $t = 0.045s, 0.095s, 0.195s, 0.27s$ 에서 유동장의 압력의 변화와, $t = 0.02s$ 에서 시작하여 시간간격 $\Delta t = 0.02s$ 에 따른 자유수면의 변형을 함께 보여주고 있다. 원형실린더의 상승속도가 비교적 빠르기 때문에 자유수면의 변형이 강체의 관성에 지배적으로 영향을 받고, 중력에 의해서 자유수면의 횡방향으로 퍼져나가는 파는 거의 없는 것을 볼 수 있다. 원형실린더가 자유수면 밖으로 거의 나왔을 때는 유체가 실린더 주위를 거의 일정한 두께로 감싸면서 흘러내리는 현상을 볼 수 있다. 이러한 현상들은 Fig.12의 Greenhow & Lin의 실험의 결과와 비슷한 특성을 보여 주고 있음을 알 수 있다.

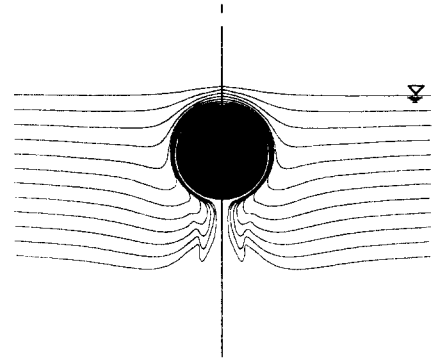
Fig.14는 시간에 따라 작용하는 수직힘의 변화를 보여준다. 여기서 초기 얼마동안 나타나는 힘이 진동하는 과도기 상태를 볼 수 있으며, 이 때 실린더에 작용하는 유체의 부력영향은 제외시켰다. 실린더가 자유수면으로 상승하면서 작용하는 수직힘은 감소하며, $t = 0.2$ 이후 힘의 작용방향이 잠시 바뀌는 영역을 볼 수 있다.



13-(a) $t=0.045s$

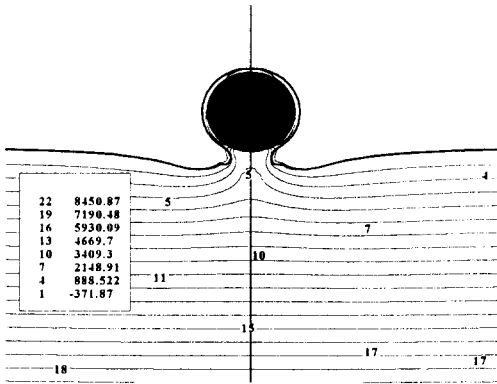


13-(b) $t=0.095s$



13-(e) $\Delta t=0.02s$

Fig.13 Calculated pressure distributions in the fluid domain and the time history of free surface deformations for the water exit of circular cylinder



13-(c) $t=0.195s$

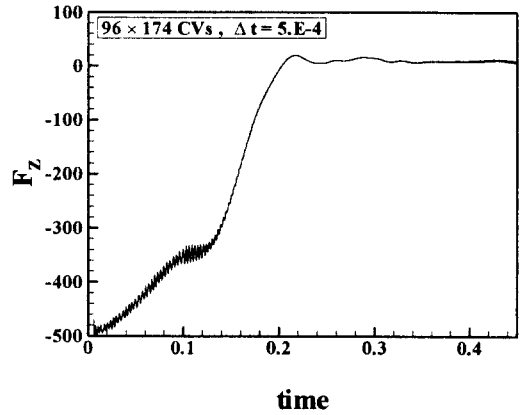
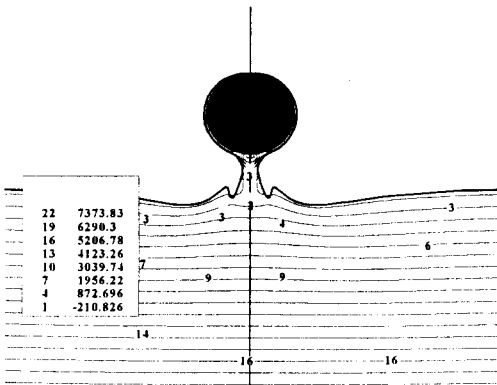


Fig.14 Vertical force on the circular cylinder during water exit



13-(d) $t=0.27s$

5. 결론

비선형성이 강한 자유수면 변형을 포함하는 접수와 이수문제에서 자유수면 처리와 유체 충격력 추정을 위해서 유한체적법과 level-set기법을 비교적 효과적으로 적용할 수 있었다.

강체에 작용하는 유체충격력 계산결과는 실험과

비교적 일치하였으며, 이수문제에 대한 계산결과는 물리적 타당성을 보여주었다.

앞으로 본 방법을 3차원으로 확장하고 구조물의 탄성변형이나, 진동을 함께 고려한다면 해양구조물이나 선박의 설계에 유용한 데이터를 줄 것으로 본다.

참 고 문 헌

- [1] von Karman, T., "The Impact of Seaplane Floats during Landing," N.A.C.A. TN321, Washington, 1929
- [2] Wagner, H., "Über stoss- und Gleitvergaenge an der Oberflache von Flussigkeiten," Zeitschr. f. Angew. Math. und Mech., Vol.12, No.4, pp.193-235, 1932
- [3] Troesch, A.W., and Kang, C.-G., "Evaluation of Impact Loads Associated with Flare Slamming," Journal of Society of Naval Architects of Korea, Vol.27, No.3, pp.56, 1990 (in Korean)
- [4] Yoon, B.-S., "Lagrangian Finite Element Analysis of Water Impact Problem," Journal of Society of Naval Architects of Korea, Vol.28, No.1, pp.60-68, 1991 (in Korean)
- [5] Zhao, R., Faltinsen, O.M., and Aarsens, J., "Water Entry of Arbitrary Two-dimensional Sections with and without Flow Separation," Proceedings of the Twenty-First Symposium on Naval Hydrodynamics, Trondheim, pp.408-423, June 24-28, 1996
- [6] Arai, M., Cheng, L.Y., and Inoue, Y., "A Computing Method for the Analysis of Water Impact of Arbitrary Shaped Bodies (2nd Report)," Journal of Society of Naval Architecture of Japan, Vol.177, pp.91-99, 1995 (in Japanese)
- [7] Hirt, C., and Nichols, B., "Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries," Journal of Computational Physics, Vol.39, pp.201-225, 1981.
- [8] Muzaferija, S., Peric, M., Sames, T., and Schellin T., "A Two-Fluid Navier-Stokes Solver to Simulate Water Entry," Proceedings of the Twenty-Second Symposium on Naval Hydrodynamics, Washington, pp.277-289, August 9-14, 1998
- [9] Arai, M., and Miyauchi, T., "Numerical Study of the Impact of Water on Cylindrical Shells, Considering Fluid-Structure Interactions", Proc. of Int. Conf. on PRADS, Developments in Marine Tech. 11, Elsevier Ltd, 1998, pp.59-68
- [10] Telste, J.G., "Inviscid Flow about a Cylinder Rising to a Free Surface," Journal of Fluid Mechanics, Vol.182, pp.149-168, 1987
- [11] Osher, S., and Sethian, J.A., "Fronts Propagating with Curvature-Dependent Speed : Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulations," Journal of Computational Physics, Vol.79, pp.12-49, 1988
- [12] Sussman, M., Fatemi, E., Smereka, P., and Osher, S., "An Improved Level Set Method for Incompressible Two-Phase Flows," Computers and Fluids, Vol.27, No.5-6, pp.663-680, 1997
- [13] Harten, A., and Engquist, B., Osher, S., and Chakravarthy, S., "Uniformly High-Order Accurate Essentially Nonoscillatory Schemes, III," Journal of Computational Physics, Vol.71, pp.231-303, 1987
- [14] Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Mcgraw-Hill, 1980
- [15] Stone, H.L., "Iterative Solution of Implicit Approximations of Multidimensional Partial Differential Equations," SIAM J. Numer. Anal., Vol.5, pp.530-558, 1968
- [16] Sussman, M., and Fatemi, E., "An Efficient, Interface Preserving Level Set

Redistancing Algorithm and its Application to Interfacial Incompressible Fluid Flow," SIAM J. Sci. Stat. Computation to appear web site "www.math.ucdavis.edu/~sussman/ "

- [17] Faltinsen, O.M., Sea Loads on Ships and Offshore Structures, Cambridge University Press, 1990