

## Modified Garabedian-McFadden 방법을 이용한 프로펠러 날개 단면의 역설계 기법

정철민\*\*, 조장근\*\*, 박원규\*

### The Inverse Design Technique of Propeller Blade Sections Using the Modified Garabedian-McFadden Method

by

C. M. Jung\*\*, J. K. Cho\*\* and W. G. Park\*\*

#### 요 약

본 연구에서는 MGM(Modified Garabedian-McFadden)방법에 기초한 효율적인 역설계 방법을 개발하였다. 표면압력 분포를 얻기 위해 2-D Navier-Stokes 방정식을 풀었고, 역설계를 수행하기 위해 MGM방법을 사용하였다. MGM 방법은 설계 목적 압력분포와 Navier-Stokes 방정식에서 계산된 압력분포의 차인 잔여량을 보정하는 잔여-보정 기법이다. 코드 개발을 위하여 몇몇 익형과 프로펠러 형상설계에 적용하였다. 이들 모두 목표하는 형상에 잘 수렴해 갔다.

#### Abstract

An efficient inverse design method based on the MGM (Modified Garabedian-McFadden) method has been developed. The 2-D Navier-Stokes equations are solved for obtaining the surface pressure distributions and coupled with the MGM method to perform the inverse design. The MGM method is a residual-correction technique, in which the residuals are the difference between the desired and the computed pressure distribution. The developed code was applied to several airfoil shapes and the propeller. It has been found that they are well converged to their targeting shapes.

---

접수일자 : 1999년 3월 30일, 재접수일자 : 1999년 6월 24일

\* 장회원, 부산대학교 기계기술연구소(기계공학부)

\*\* 학생회원, 부산대학교 기계공학과

## 1. 서론

선박 프로펠러의 설계 방법은 전통적으로 실험과 경험에 기초한 시행착오적 접근법을 사용하고 있는데 이러한 방법으로는 최적화된 형상을 얻기까지 많은 시간과 비용이 소비되었다. 그러나, 최근의 전산유체역학기법(Computational Fluid Dynamics, CFD)의 발달로 유동장에 대한 상세한 정보를 얻는 것이 가능해지면서, 성능향상을 위한 형상 설계에 대한 관심이 증대되고 있다. 형상설계법은 크게 수치최적설계 방법(Numerical Optimization Method)[1]과 역설계 방법(Inverse Design Method)[2]으로 나눌 수 있다.

Lighthill[3]에 의해 개척되어진 역설계 기법은 설계자가 설정한 이상적인 유동특성, 즉 벽면에서의 압력 또는 속도분포를 정해놓고 이를 만족하도록 물체의 형상을 설계하는 방법으로 항공기 익형 등의 설계에 널리 응용되고 있다. 임의로 주어진 압력분포나 속도분포가 닫힌 물체 형태(Closed body shape)를 가져오지 못하는 닫힌 문제(Closure problem)나 제약조건(Constraint)의 부과가 어려운 점등의 단점이 있으나, 주어진 설계점에서 설계형상에 대한 압력분포 등의 유동 정보가 바람직하게 설정된다면 최적설계법보다 훨씬 효율적인 방법이다.

Garabedian과 McFadden은 표면압력분포의 변화로 형상을 생성해 내는 잔여-보정 개념을 기초하여 Garabedian-McFadden(GM)방법[4]을 제시하였고, 3차원 압축성 유동과 완전포텐셜(Full potential) 유동에 적용하였다.

Malone[2]등은 GM방법의 몇몇 한계를 제거하여 Modified Garabedian-McFadden (MGM) 방법을 제시하였고, Santos[5]등은 이를 발전시켰다. MGM 방법은 대표적인 역설계 방법으로 유동의 지배방정식 외에 물체 표면의 공간좌표를 지배하는 편미분방정식을 실제 물리영역에서 계산하여 새로운 기하학적 형상을 찾아내는 방법으로, 국내에서는 김형진, 이재우 등[6,7]에 의해 익형에 대한 역설계 방법이 연구되었다.

본 연구에서는 선박용 프로펠러의 형상설계를 위하여 Navier-Stokes 방정식을 유동의 지배방정식으로 사용하였고, 계산된 압력분포와 목적 압력분포의 차이를 형상의 수정에 연결하기 위한 보조 방정식으로 Malone등이 제시한 MGM 방법을 사용하였다.

## 2. 본론

### 2.1 유동해석

유동해석을 위한 지배방정식으로 2차원 비정상 상태의 비압축성 점성 유동의 Navier-Stokes 방정식으로써, 이를 무차원화한 후 일반화된 곡선좌표계로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \hat{q}}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\hat{E} - \hat{E}_v) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\hat{F} - \hat{F}_v) = 0 \quad (1)$$

여기서,

$$\hat{q} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} 0 \\ u \\ v \end{pmatrix} \quad (2)$$

를 의미하고, 유동벡터  $\hat{E}$ ,  $\hat{F}$ 는 곡선좌표계의 대류항을, 그리고  $\hat{E}_v$ ,  $\hat{F}_v$ 는 점성항을 의미한다. 우선 운동량 방정식에 대해 Iterative time marching방법[8,9]과 뉴턴의 반복법을 사용하여 'n+1'번째의 시간과 'k'번째의 반복횟수에 대해 부분적으로 선형화 시키면 다음과 같다.

$$\left( \frac{1}{\Delta \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} \bar{A} + \frac{\partial}{\partial \eta} \bar{B} \right) \Delta \bar{q} = \omega \bar{R}^{n+1,k} \quad (3)$$

여기서,  $\omega$ 는 완화계수이며  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ 는 flux항의 Jacobian matrices로서 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \frac{\partial}{\partial q} (\bar{E} - \bar{E}_v) \\ \bar{B} &= \frac{\partial}{\partial q} (\bar{F} - \bar{F}_v) \end{aligned} \quad (4)$$

그리고  $\bar{R}^{n+1,k}$  은 잔류벡터로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{R}^{n+1,k} = & -\frac{1}{\Delta \tau} (\bar{q}^{n+1,k} - \bar{q}^n) - (\delta_\xi \bar{E}^{n+1,k} \\ & + \delta_y \bar{F}^{n+1,k}) + (\delta_\xi \bar{E}_v^{n+1,k} + \delta_y \bar{F}_v^{n+1,k}) \end{aligned} \quad (5)$$

다음으로 연속방정식은 매 시간 변화하는 속도장과 이에 대한 압력 변화에 대한 연결이 필요한데, 본 연구에서는 Marker-and-Cell(MAC) 개념[10]을 이용하였다.

$$p^{n+1,k+1} - p^{n+1,k} = \nabla p = -\beta(\nabla \cdot \vec{V}) \quad (6)$$

여기서,  $\beta$ 는 완화계수를 나타낸다.

본 연구에서의 유한차분화는 대류항에 대해서는 QUICK (Quadratic Upstream Interpolation For Convection Kinematics) 방법[11]을 이용하였으며, 점성항 및 연속방정식은 중앙차분을 이용하였다. 그리고 알고리즘의 안정화를 위해 4차의 인공감쇠항(Artificial damping term)을 연속방정식에 첨가하였다.

### 2.2 MGM Design Method

계산된 압력분포와 실험 등에 의해 주어진 목적 압력 분포의 차이를 물체 형상의 변화량과 연결해주는 보조방정식으로 MGM법을 이용하였다.

MGM Design Method는 고전적인 파형벽 문제(wavy wall problem)[12]에서 유도된 보조편미분 방정식을 이용하는데 선형화된 포텐셜 유동에서 물체표면의 압력계수는 다음과 같이 주어진다.

$$\text{초음속유동} : C_p = \frac{2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \frac{dy}{dx} \quad (7)$$

$$\text{아음속유동} : C_p = \frac{2}{\pi \sqrt{1 - M_\infty^2}} \frac{d^2y}{dx^2} \quad (8)$$

여기서 우리는 국부 압력계수는 국부 기울기  $dy/dx$ 와 국부 곡률  $d^2y/dx^2$ 와 관련이 있음을 알 수 있다.

이 관계는 다음과 같은 미분 방정식 형태로 주어질 수 있다.

$$F_0 \Delta y + F_1 \Delta y_x + F_2 \Delta y_{xx} = R \quad (9)$$

$R$ 은 잔여값으로 잔여값  $R$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$R = C_{pc} - C_{pt} \quad (10)$$

여기서  $F_0, F_1, F_2$ 는 잔여값  $R$ 의 크기에 좌우되는 수렴 안정성을 돕기 위하여 양의 정수 값을 취하며, 본 연구에서는 order 1의 값을 취하였으며,  $C_{pc}$ 는 유동해석에 의해 계산된 압력계수이고,  $C_{pt}$ 는 목적인 압력계수이다.  $\Delta y$ 는 잔여값을 최소화하기 위해 필요한 익형 표면점의 수직방향 변위이다.

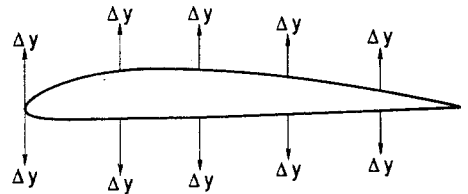


Fig.1 Schematic of geometry perturbation for MGM method

이러한 형상의 변화방향을 Fig. 1에 나타내었다. MGM 방법은 수직방향 변위만 가지기 때문에 코드길이의 증가를 배제할 수 있고, 익형 선단부를 매끄럽게 만든다.

식(9)를 국부 기울기  $\Delta y_x$ 에 대하여 풍상차분법을 적용하고, 국부 곡률  $\Delta y_{xx}$ 에 대하여 중앙차분법을 적용하면 다음과 같이 정리된다.

$$A_i \Delta y_{i+1} + B_i \Delta y_i + C_i \Delta y_{i-1} = R_i \quad (11)$$

익형의 윗면에서는

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{2F_2}{(x_{i+1} - x_i)(x_{i+1} - x_{i-1})} \\ B_i &= F_0 + \frac{F_1}{(x_i - x_{i-1})} - \frac{2F_2}{(x_{i+1} - x_i)(x_i - x_{i-1})} \\ C_i &= -\frac{F_1}{(x_i - x_{i-1})} + \frac{2F_2}{(x_i - x_{i-1})(x_{i+1} - x_{i-1})} \end{aligned} \quad (12)$$

익형의 아랫면에서

$$\begin{aligned}
 A_i &= -\frac{F_1}{(x_i - x_{i+1})} + \frac{2F_2}{(x_{i+1} - x_i)(x_{i+1} - x_{i-1})} \\
 B_i &= F_0 + \frac{F_1}{(x_i - x_{i+1})} - \frac{2F_2}{(x_{i+1} - x_i)(x_i - x_{i-1})} \\
 C_i &= \frac{2F_2}{(x_i - x_{i-1})(x_{i+1} - x_{i-1})} \quad (13)
 \end{aligned}$$

익형위에 N개의 설계점이 있다면 N개의 차분식이 나오게 되며 이는 삼각 대각형의 행렬을 이루므로 Thomas 알고리즘에 의해  $\Delta y$  를 구할 수 있다. 그러나 Thomas 알고리즘의 특성상 선단 모서리(Leading Edge)와 후연 모서리(Trailing Edge)에서 특별한 처리가 요구된다. 선단 모서리와 후연 모서리는 변화량이 없을 것이므로  $\Delta y_{leading} = 0$ ,  $\Delta y_{trailing} = 0$ 으로 고정하였다. 이렇게 구해진  $\Delta y_i$ 를 이용하여 새로운 좌표를 얻을 수 있는데, 이는 다음과 같다.

$$y_i^{new} = y_i^{old} + \Delta y_i \quad (14)$$

이 새로운 좌표치를 이용하여 새로운 격자를 생성하고 다시 Navier-Stokes 방정식을 풀어 식 (9)의 오른쪽 값을 구하고, 위의 MGM 방법을 이용하는 과정을 계속 반복하여 목표로 하는 형상으로 수렴해 나간다.

MGM 방법의 알고리즘은 Fig. 2 에 간단하게 표현하였다.

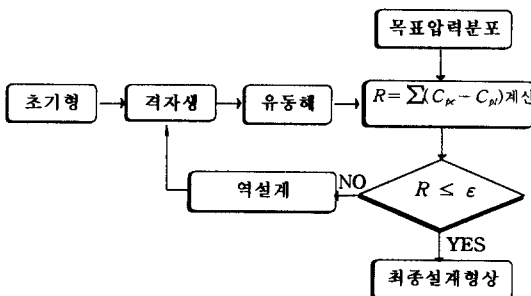


Fig.2 The inverse design algorithm

### 3. 결과 및 고찰

#### 3.1 유동계산 코드 검증

MGM방법에 의한 익형의 역설계에 앞서 정확한 유동계산이 이루어지고 있는지를 보기 위해 대상익형을 NACA4412로 정하여 유동해석을 하였다. 익형의 격자는 Fig. 3에 나타난 바와 같이 151×45격자를 C-type으로 구성하였으며, 표면에는 81개의 격자점을 두었다.

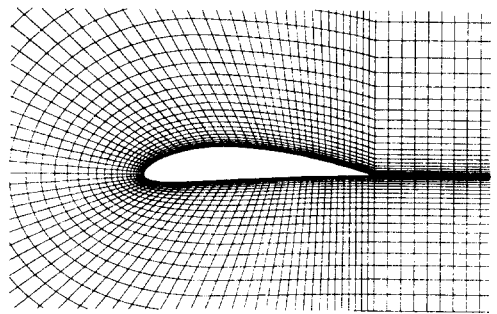
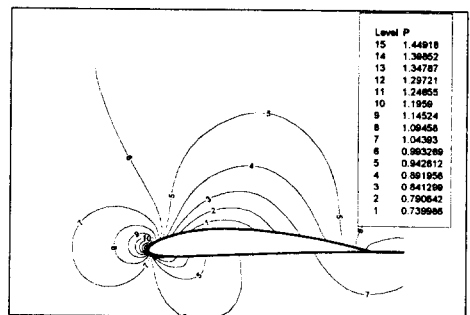
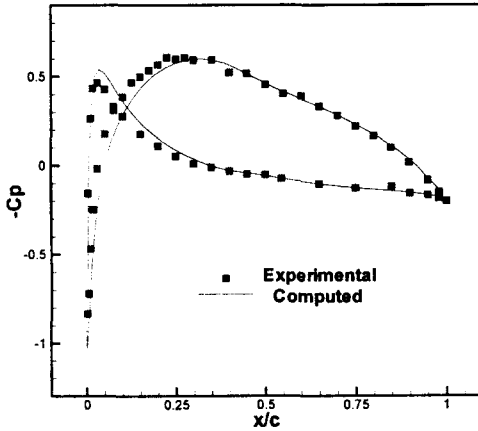


Fig.3 Airfoil grid system (151×45)

Fig. 4-(a)는 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 구한 NACA4412 익형의 등압력분포 및 표면 압력을 보여 주고 있으며, Fig. 4-(b)에서는 수치 계산결과와 실험에서 구한 압력계수값을 비교하였다. 계산 결과와 실험값은 비교적 잘 일치함을 알 수 있으므로 본 연구에 사용되고 있는 Navier-Stokes 방정식 코드가 역설계에 사용되는 압력계수 값을 정확하게 구하고 있음을 알 수 있다.



(a) Pressure contour

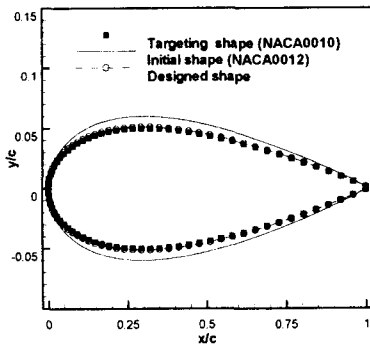


(b) Surface pressure distribution

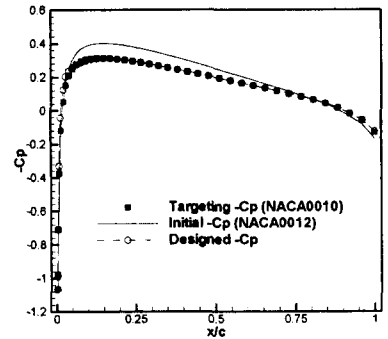
Fig.4 Simulated pressure contour and pressure distribution of the airfoil (NACA 4412)

3.2 익형의 역설계

목적압력 분포를 NACA0010으로 두고 NACA0012에서 출발하여 위에서 설명한 MGM 역설계 방법으로 설계한 압력분포가 실제 NACA0010의 압력분포로 근접해 가고, 최종 익형이 NACA0010와 일치하는지를 조사해 보았다 (Case No. 1). MGM 방법에 의해 설계된 익형의 형상은 Fig. 5-(a)로 나타났고, 표면 압력분포는 Fig. 5-(b)와 같이 나타났다. MGM 방법에 의해 설계된 익형은 목적 형상인 NACA0010에 잘 근접하였음을 알 수 있다.

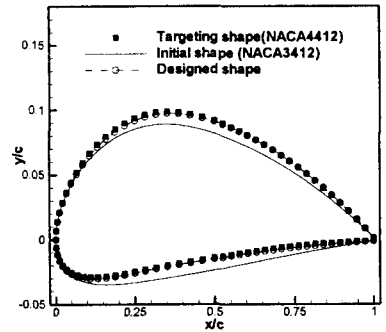


(a) Comparison of section geometry

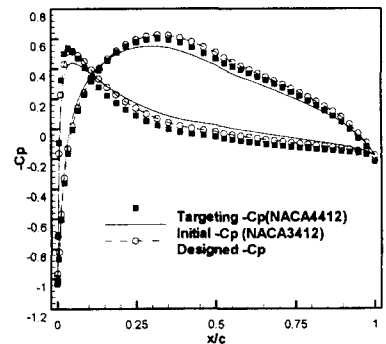


(b) Comparison of pressure distribution

Fig.5 The designed configuration and pressure distribution for case No.1

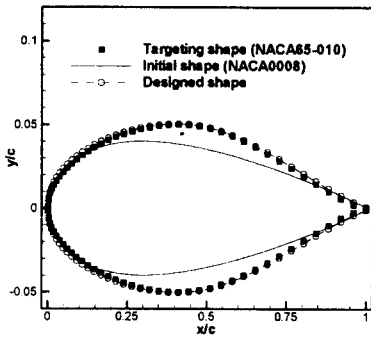


(a) Comparison of section geometry

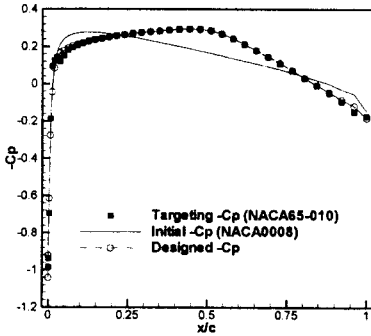


(b) Comparison of pressure distribution

Fig.6 The designed configuration and pressure distribution for case No.2



(a) Comparison of section geometry



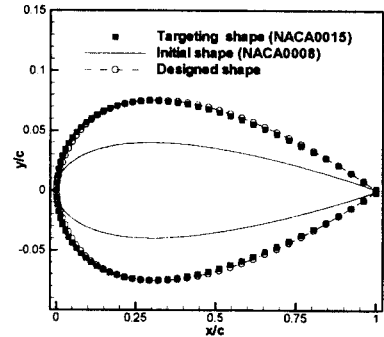
(b) Comparison of pressure distribution

Fig.7 The designed configuration and pressure distribution for case No.3

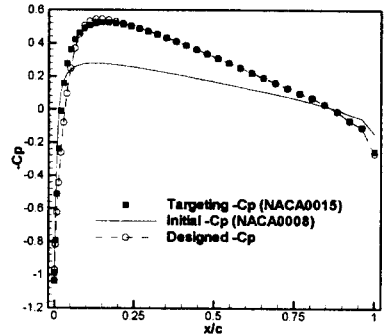
다음으로 비대칭 익형인 NACA 3412의 압력 분포를 초기 압력분포로 설정하고, 유동해석 검증에 사용된 NACA 4412의 압력분포를 목적하는 압력분포로 하여 익형의 역설계를 수행하였다 (Case No. 2). 표면 압력분포의 MGM 방법에 의한 반복계산 결과는 Fig. 6-(a)로 나타났고, 설계된 익형의 형상은 Fig. 6-(b)와 같이 나타내었는데, 역시 목적하는 압력분포와 익형에 잘 근접하였음을 알 수 있다.

같은 방법으로 초기 압력분포를 NACA0008로 하고 목적하는 압력분포를 NACA65-010 (Case No.3)과 NACA0015(Case No.4)로 하여 역설계를 수행한 결과 No. 3의 경우 익형의 형상과 목적 압력분포는 Fig. 7-(a),(b)로 나타났고,

No.4의 경우는 각각 Fig. 8-(a),(b)로 나타났다. Fig. 8-(a),(b)를 보면 앞전 부근에서는 오차가 다른 곳에 비해 큰 것을 볼 수 있는데, 이러한 현상은 설계시에 앞전이 고정되어서 급격한 압력 변화를 형상 수정이 제대로 적용하지 못하였기 때문이다.



(a) Comparison of section geometry

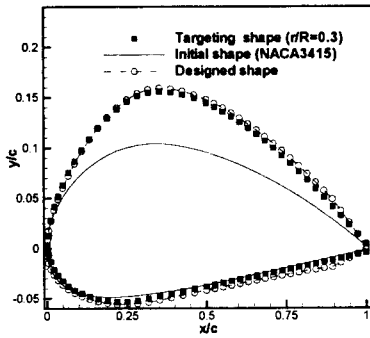


(b) Comparison of pressure distribution

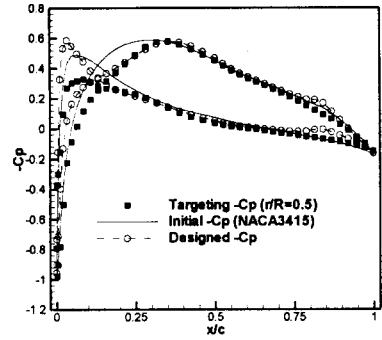
Fig.8 The designed configuration and pressure distribution for case No.4

### 3.3 선박 프로펠러 형상의 역설계

위에서 개발된 역설계 코드를 기본으로 하여 선박 프로펠러 형상의 역설계를 수행하였다. AU형 프로펠러를 목적 형상으로 하여 프로펠러 반경에 대한 단면까지 거리의 비( $r/R$ )로 각 단면을 나타내어 각 단면에서 표면압력 분포를 따라 가도록 역설계를 수행하였다.

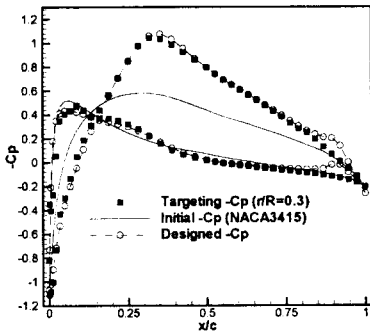


(a) Comparison of section geometry



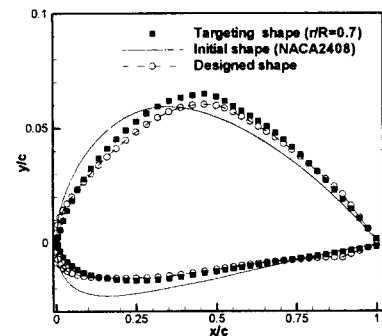
(b) Comparison of pressure distribution

Fig.10 The designed configuration and pressure distribution for propeller ( $r/R=0.5$ )

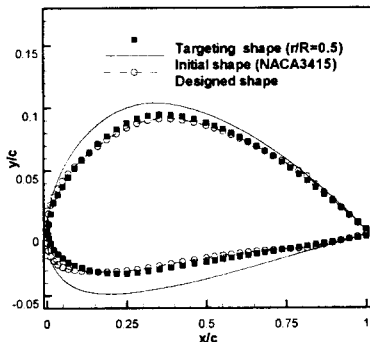


(b) Comparison of pressure distribution

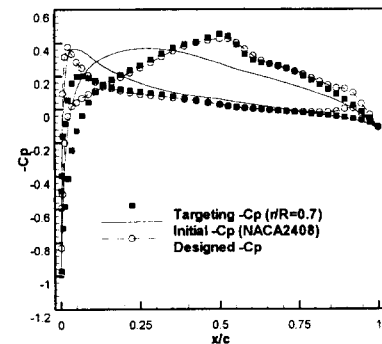
Fig.9 The designed configuration and pressure distribution for propeller ( $r/R=0.3$ )



(a) Comparison of section geometry

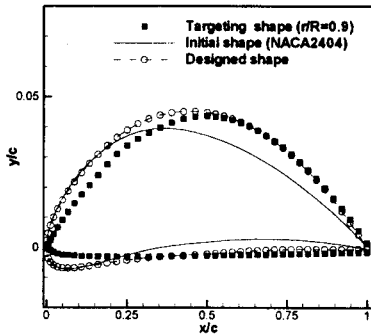


(a) Comparison of section geometry

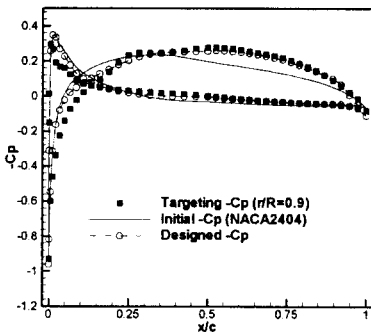


(b) Comparison of pressure distribution

Fig.11 The designed configuration and pressure distribution for propeller ( $r/R=0.7$ )



(a) Comparison of section geometry



(b) Comparison of pressure distribution

Fig.12 The designed configuration and pressure distribution for propeller ( $r/R=0.9$ )

Fig. 9, 10, 11, 12는 프로펠러 반경에 대한 단면까지 거리의 비( $r/R$ )가 0.3, 0.5, 0.7, 0.9 인 각 단면에 대해 표면 압력 분포에 따른 역설계 수행 결과와 형상 변화결과이다. 익형의 역설계에서와 같이 프로펠러 선단부와 후연 모서리 부분에서 목적압력 분포와 설계된 압력분포의 차이가 일부 있었으나, 대체적으로 목적하는 형상에 잘 근접해 갔다. 일부 발생한 오차는  $r/R$ 이 증가할수록 선단부에서 날카로운 모서리를 가져 양질의 격자 생성이 어려워 오차가 발생한 것으로 보인다.

Fig. 13은 2차원 역설계에 의해 얻어진 각 단면을 적층하여 3차원 형상으로 구현한 것이다.

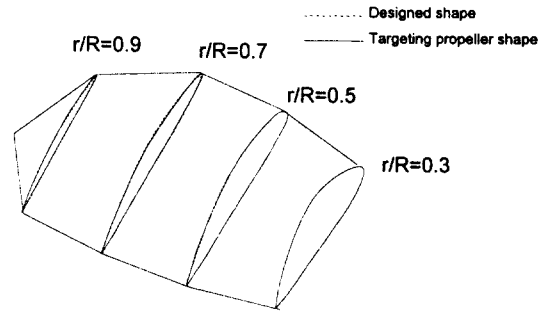


Fig.13 Three-dimensional shape of the propeller

#### 4. 결론

본 연구에서는 Navier-Stokes 코드를 이용한 유동해석과 역설계 알고리즘인 MGM방법을 결합하여 역설계 코드를 개발하였다. 먼저 다양한 익형에 대해 역설계를 수행해 보았으며, 이를 바탕으로 선박프로펠러 형상의 각 단면에 대하여 역설계를 수행하였다. 각각의 경우에 대해 설정한 목적압력 분포에 근접해 가며 원하는 형상설계를 할 수 있었다.

#### 참고 문헌

- [1] Savu, G. and Trifu, O., "On A Global Aerodynamic Optimization of A Civil Transport Aircraft," Proceeding of 3rd Inverse Design Concepts and Optimization in Engineering Sciences, Washington, D. C., pp. 45-54, 1991.
- [2] Malone, J. B., Vadyak, J., and Sankar, L. N., "Inverse Aerodynamic Design Method for Aircraft Component," J. of Aircraft, Vol. 24, No. 1, pp. 8-9, 1987.
- [3] Lighthill, M. J., "A New Method of Two Dimensional Aerodynamic Design", ARC Rand M2112, 1945.



- [4] Garabedian, P. and McFadden, G., "Design of Supercritical Swept Wings," AIAA Journal, Vol. 20, No. 3, pp. 289-291, 1982.
- [5] Santos, L. C., and Sankar, L. N., "A Hybrid Inverse Optimization Method for the Aerodynamic Design of Lifting Surfaces", AIAA Paper 94-1895-CP, 1994.
- [6] 김형진, 노오현, "역설계법을 이용한 천음속 익형설계", 한국항공우주학회 춘계학술발표회 논문집, pp.343-347, 1995.
- [7] 이재우, 이기영, 변영환, "Inverse 기법을 이용한 아음속/천음속 익형 설계", 한국전산유체공학회 춘계학술대회 논문집, pp.61-66, 1998.
- [8] Park, W. G. and Sankar, L. N., "A Technique for the Prediction of Unsteady Incompressible Viscous Flows," AIAA Paper 93-3006, 1993.
- [9] 박원규, "멀티그리드 방법을 이용한 프로펠러 주위의 비압축성 층류유동 계산", 대한조선학회논문집, Vol. 32, No. 4, pp.41-50, 1994.
- [10] Viacelli, J. A., "A Method for Including Arbitrary External Boundaries in the MAC Incompressible Fluid Computing Technique," Journal of Computational Physics, Vol. 86, pp.147-167, 1990.
- [11] Leonard, B. P., "A Stable and Accurate Convective Modeling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 19, pp.59-98, 1979.
- [12] Liepmann, H. W. and Roshko, A. Element of Gas Dynamics, John Wiley and Sons, NY. 1957.