

소규모 만에서 취송류의 신속예측을 위한 convolution 기법의 적용

최 석 원 · 조 규 대* · 윤 홍 주**

한국원자력안전기술원 환경방사능평가실 · 부경대학교 해양학과 · **기상연구소 원격탐사연구실
(1999년 3월 26일 접수)

Application of the Convolution Method on the Fast Prediction of the Wind-Driven Current in a Small Bay

Seog-Won Choi, Kyu-Dae Cho*, and Hong-Joo Yoon**

Environmental Radioactivity Assessment Department, Korea Institute of Nuclear Safety, Taejon 305-338, Korea

*Department of Oceanography, Pukyong National University, Pusan 608-737, Korea

**Remote Sensing Research Laboratory, Meteorological Research Institute, Seoul 460-180, Korea

(Manuscript received 26 March, 1999)

In order to fast predict the wind-driven current in a small bay, a convolution method in which the wind-driven current can be generated only with the local wind is developed and applied in the idealized bay and the idealized Sachon Bay.

The accuracy of the convolution method is assessed through a series of the numerical experiments carried out in the idealized bay and the idealized Sachon Bay. The optimum response function for the convolution method is obtained by minimizing the root mean square (rms) difference between the current given by the numerical model and the current given by the convolution method. The north-south component of the response function shows simultaneous fluctuations in the wind and wind-driven current at marginal region while it shows "sea-saw" fluctuations (in which the wind and wind-driven current have opposite direction) at the central region in the idealized Sachon Bay. The present wind is strong enough to influence on the wind-driven current especially in the idealized Sachon Bay.

The spatial average of the rms ratio defined as the ratio of the rms error to the rms speed is 0.05 in the idealized bay and 0.26 in the idealized Sachon Bay. The recover rate of kinetic energy(rrke) is 99% in the idealized bay and 94% in the idealized Sachon Bay. Thus, the predicted wind-driven current by the convolution model is in a good agreement with the computed one by the numerical model in the idealized bay and the idealized Sachon Bay.

Key word : convolution method, fast prediction, idealized bay, idealized Sachon Bay, rms ratio, wind-driven current.

1. 서 론

우리나라는 최근 연안역에서 크고 작은 해양오염사고 및 해난사고의 발생으로 막대한 재산 및 인명 피해를 입어 그 대책이 시급히 요구되고 있다. 1993년 광양만에서 발생한 제 5 급동호에 의한 유류 오염사고나 1995년 씨프린스호에 의한 연안해역에서의 오염사고는 한번의 사고로 넓은 지역을 오염시켜 이 지역에서 수산업을 영위하고 있는 주민의 생계에 큰 위협을 줄 뿐만 아니라 오염물질의 양과 질에 따라서는 생태계의 변화 등과 같은 이차적인 환경과피로 영향을 미치게 된다. 이러한 예상하지 않았던 산업시설의 사고, 유조선의 좌초·충돌 등에 의한 해상사고로 유류 유출과 같은 해양오염이 발생

하면, 그 피해 최소화하기 위한 신속한 지원 및 대처를 위해서는 사고시점부터의 정확한 유동장 예측이 필수적이다.

취송류는 일반적으로 바람의 불규칙성 때문에 조류와 같이 주기적인 변동상태로 취급하기 어렵다. 이러한 어려움 때문에 종래의 취송류 수치계산은 일정기간 동안 평균한 바람응력을 일정 방향으로 지속적으로 주어 수행하였다.^{1,2)} 이 경우 균일한 바람응력에 의해 발생한 취송류는 실제 자연현상을 재현하였다기 보다는 장기간 평균한 바람장에 의한 취송류장을 재현한 것에 불과하다. 장기적인 유동장이 필요할 경우에는 장기간 평균한 바람장이 문제가 되지 않으나, 사고로 인해 몇 시간 또는 며칠

동안이 해양오염을 결정하는 경우에는 순간적으로 변동하는 바람장의 결과를 바탕으로 한 취송류장이 필요하다. 따라서 실시간으로 바뀌는 바람을 입력으로 하여 취송류를 신속하게 예측하기 위해서는 어떤 임의의 입출력계의 시스템(system)이 요구된다. 이러한 방법은 사고시점 이전의 바람과 취송류를 입출력으로 하는 시스템에서의 반응함수(response function)에 의하여 미리 각 지점에서의 data base를 구축한 후, 각 지점에서의 반응함수와 사고시점 이전 며칠 동안의 바람과의 convolution을 도입하여 취송류를 예측할 수 있다. 강과 정³⁾은 convolution 모델의 적용 가능성을 확인하기 위하여 황해를 단순화한 해석과 동중국해에 이르는 실제 해석에서의 수치실험을 수행하였는데, 2일 동안 일정한 방향의 바람조건으로부터 계산한 수치모델의 결과는 반응함수를 이용하여 예측한 결과와 유사하였다. 그러나 해양에서의 바람 방향은 시간~일 규모에서 동일하지 않고 바람의 방향이 수시로 바뀌고 있으므로 보다 작은 시간규모에서의 예측 필요성이 요구된다.

본 연구는 우리나라 연안역의 국지해역에서 오염사고 및 해난사고가 발생했을 때의 신속한 지원 및 예보를 위해 취송류의 신속한 예측과 현장적용을 위한 연구로서, 임의의 만과 한반도 남단에 위치한 사천만을 단순화한 만을 대상으로 convolution 기법을 도입하여 전 정점에 대한 반응함수와 지연시간 만큼 기상관측소에서 관측한 적절한 바람자료를 이용하여 신속하게 취송류장을 예측하는 기법의 타당성을 검토하는 데 그 목적이 있다.

2. 수치실험

2.1. 기초방정식

취송류의 계산을 위한 수평 2차원 운동방정식과 연속방정식을 직교좌표계를 이용하여 표현하면, 그 식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - fv + \frac{ku\sqrt{u^2+v^2}}{H+\zeta} - \tau_x = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + fu + \frac{kv\sqrt{u^2+v^2}}{H+\zeta} - \tau_y = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial u(H+\zeta)}{\partial x} + \frac{\partial v(H+\zeta)}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

여기서 t 는 시간, x 와 y 는 직교좌표 상에서 동쪽과 북쪽으로의 거리, u 와 v 는 연속적으로 평균된 x 와 y 축 방향의 유속, g 는 중력가속도(980 cm/sec^2), f 는 Coriolis parameter ($f = 2\omega \cdot \sin\phi$; ω 는 지구자전 가속도, $\phi = 35^\circ N$), ζ 는 평균해면으로부터의 해면변위, H 는 평균해면으로부터의 수심, k 는 해저 마찰계수(0.003), 그리고 τ_x , τ_y 는 각각 x 와 y 축 방향의 바람응력이다.

2.1.1. 수치실험에서의 격자망

Fig. 1은 임의의 만(bay)과 단순화한 사천만에서의 수심과 취송류의 대표 관측점을 나타낸 것이다. 임의의 만과 단순화한 사천만의 규모는 사천만의 장방형 규모를

단순화한 21 km (가로) x 41 km (세로)로 하였다. 임의의 만은 장방형만으로서 총 격자 수는 861개이고 격자간의 간격은 1 km 이다. 그리고 임의의 만에서 지형 특성을 반영한 단순화한 사천만은 Fig. 1의 (b)와 같이 만의 중앙부에서 협수로로 되어 안쪽의 만과 바깥쪽의 만이 연결된 표주박 형태의 만으로 가정하였다. 수심은 사천만의 수심조건인 만의 가장자리는 얕고 만의 중앙부는 깊은 V 형태로 가정하였는데, 만 가장자리의 수심은 4 m로 얕고 만 중앙의 수심은 24 m로 깊게 하였다.

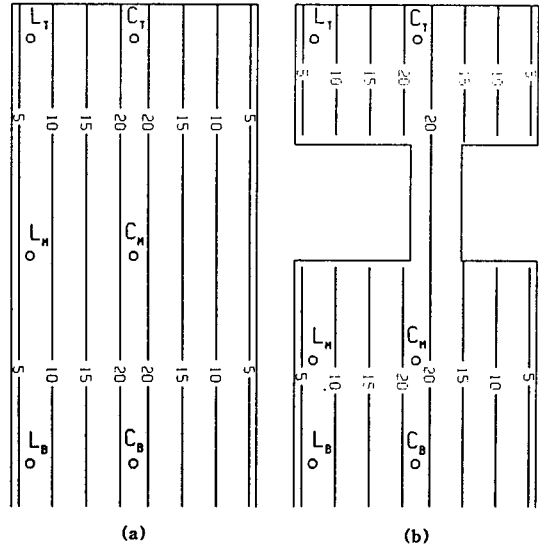


Fig. 1. Depth contours of model domain and map showing the observing points of the wind-driven current in the idealized bay (a) and the idealized Sachon Bay (b).

2.1.2. 입력자료

임의의 만에서 적용한 바람장은 전 계산 격자점에서 공간적으로 균일한 바람장을 가정하였으며, 시간적으로는 Hsueh *et al.*⁴⁾의 정현주기 바람장에서 반복주기를 변형한 바람장을 적용하였다(Fig. 2). 임의의 만에 이용한 바람모델은 식 (4)와 같다.

$$W(t) = \begin{cases} \pi \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{8T} \cdot t\right) & \text{if } n \leq t < n+4, \\ & (n=0, 8, 16) \\ -\pi \cdot \sin\left(-\frac{2\pi}{8T} \cdot t\right) & \text{if } n+4 \leq t < n+8 \end{cases} \quad (4)$$

여기서 $W(t)$ 는 시간별 바람이며, t 는 시간간격이다. T 는 주기로서 12시간이다.

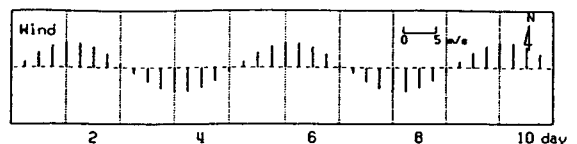


Fig. 2. Time variation of the wind used in the idealized bay.

단순화한 사천만에서 취송류의 계산 및 예측을 하는데 이용한 바람은 삼천포화력발전소 기상관측소에서 1994년 9월 8일부터 9월 18일까지 1시간 간격의 자료를 이용하였다. 또한 사천만 해역에서 바람에 대한 시간적인 균일성을 확보하기 위해서는 일정시간 이상동안 평균한 바람이 필요한데, 1시간 간격의 바람을 U성분과 V성분으로 분해한 후 U, V를 각각 6시간 간격으로 평균하였다(Fig. 3).

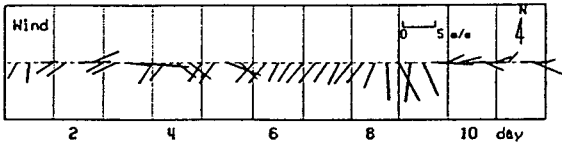
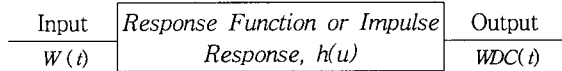


Fig. 3. Straw vector diagram of the wind at the weather station in the Samchonpo Plants.

2.2. 취송류 예측을 위한 convolution 기법의 적용

바람(wind: $W(t)$)과 취송류(wind-driven current: $WDC(t)$) 간의 convolution 관계에서는 다음과 같이 입력 값인 바람에 대한 반응으로 취송류를 유추할 수 있다.



따라서 취송류 $WDC(t)$ 는 식 (5)와 같이 과거에서 현재까지의 바람 $W(t)$ 에 가중치 $h(u)$ 를 곱한 값의 합으로 표현할 수 있다.

$$WDC(t) = \sum_{n=0}^m h(u) W(t-u) \tag{5}$$

여기서 u 는 시간지연(time lag)이고, 최적의 가중치 $h(u)$ 는 convolution관계의 취송류 WDC 와 현장에서 관측한 취송류 $OWDC$ (observed wind-driven current)를 비교하여 둘 간의 차가 최소화되도록 결정한다. 본 연구에서는 관측한 취송류 대신에 모델에서 계산한 취송류 $MWDC$ (model wind driven current)을 적용하였다. 즉, 가중치 $h(u)$ 는 식 (6)과 같이 오차제곱의 합 E 가 최소화되는 조건인 식 (6)이 식 (7)을 만족하도록 하여 결정하였다.

$$E = \sum_{i=1}^n [MWDC(t) - WDC(t)]^2 \tag{6}$$

$$\frac{\partial E}{\partial h(u)} = 0, \quad u=0,1,2,3,4, \dots, m \tag{7}$$

여기서 n 은 총 자료의 개수이고, m 은 시간지연 u 에 해당하는 자료의 개수이다.

2.3. Root mean square(rms) ratio와 recover rate of kinetic energy(rrke)

취송류의 예측결과가 수치모델로부터 계산한 취송류에 대해 어느 정도 부합하는가를 판단하기 위하여 rms (root mean square) ratio와 rrke(recover rate of kinetic energy; 운동에너지 회수율)개념을 도입하였다. rms ratio는 식 (8)과 같이 계산하였다.

$$\text{ratio} = \frac{\text{rms speed}_{\text{rms}}}{\text{rms error}} \tag{8}$$

$$\text{rms error} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \{(U_N^i - U_C^i)^2 + (V_N^i - V_C^i)^2\}}$$

$$\text{rms speed} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \{(U_N^i)^2 + (V_N^i)^2\}}$$

그리고 운동에너지 회수율은 식 (9)와 같다.

$$\text{rrke} = 1 - (\text{rms ratio})^2 \tag{9}$$

여기서 U_N^i, U_C^i 와 V_N^i, V_C^i 는 각각 수치유동모델과 convolution 모델로부터 계산한 취송류의 U, V성분이다. i 는 지연(lag)의 개수이고 M 은 13이다.

rms ratio는 수치유동모델에서 유속의 크기(rms speed)에 대한 수치모델로부터 계산한 취송류와 convolution 기법을 이용하여 예측한 취송류 차인 변동폭(rms error)의 비를 나타낸 것이다. 운동에너지 회수율은 수치모델을 이용하여 예측한 취송류의 운동에너지에 대하여 convolution 기법을 이용하여 예측한 취송류의 운동에너지가 일치하는 정도를 나타낸다.

3. 결과 및 고찰

3.1. 임의의 만에서 취송류의 계산 및 예측

계산 시작후 4일째부터 10일째까지 매 12:00 시의 공간 유속장은 Fig. 4(a)와 같다. 바람이 강해진 4일째부터는 수심이 얇은 만의 양측 연안을 따라 강한 취송류가 생성되고, 수심이 깊은 중앙을 따라서는 양측 연안에 비해 유속의 크기가 작게 나타났다. 이와 같은 현상은 Csanady⁵⁾가 수심이 깊은 곳에서 수심이 얇은 곳보다 취송류가 빠른 것은 해저 수심의 영향이라는 결과와 잘 일치하고 있다. 4일 째의 취송류는 연안 양측에서는 남쪽으로 강하게 흐르고 중앙에서는 북쪽으로의 역류하는 현상을 보이고 있다. 또한 북풍에서 남풍으로 풍향이 바뀐 6일 째의 취송류를 보면 연안에서는 북향류, 만의 중앙에서는 남향류가 나타났다. 이는 호수의 너비가 길이에 비해 좁고, 가장자리의 수심은 얇고 중앙부에서는 깊은 지형을 가지고 있는 미국의 온타리오 호에서 바람에 대한 취송류의 흐름방향이 서로 반대인 2개의 와동(gyre)이 형성됨을 제시한 결과와도 일치하고 있다.^{6,7)} 그리고 6일 째 이후부터는 바람의 주기와 같이 4일 주기로 반복적인 흐름을 보이고 있다.

6시간 동안 평균한 일정한 크기의 바람속력과 반응함수로부터 재 산정한 4일 째부터 10일 째까지의 취송류 분포도는 Fig. 4(b)와 같다. Fig. 4(a)와 Fig. 4(b)에서 취송류장을 비교해 보면 거의 유사하게 재현됨을 알 수 있다.

임의의 만에서 수치모델로 계산한 취송류와 convolution 기법을 이용하여 예측한 취송류 간의 차가 반응함수의 기간에 따라 달라진다. 계산치와 예측치간의 차의 감소가 둔화되는 시점을 택하기 위해 이들의 변동폭을 lag (지연)별로 나타내었다(Fig. 5). 또한 6개의 대표지점에서 계산치와 예측치간의 감소가 작아지는 시점인 3일 째를 최적의 지연기간으로 선정하였다.

Fig. 6은 취송류에 대한 계산치와 예측치간의 차의 크기에 대한 감소가 둔화되는 지연 3일 째에 해당하는 반

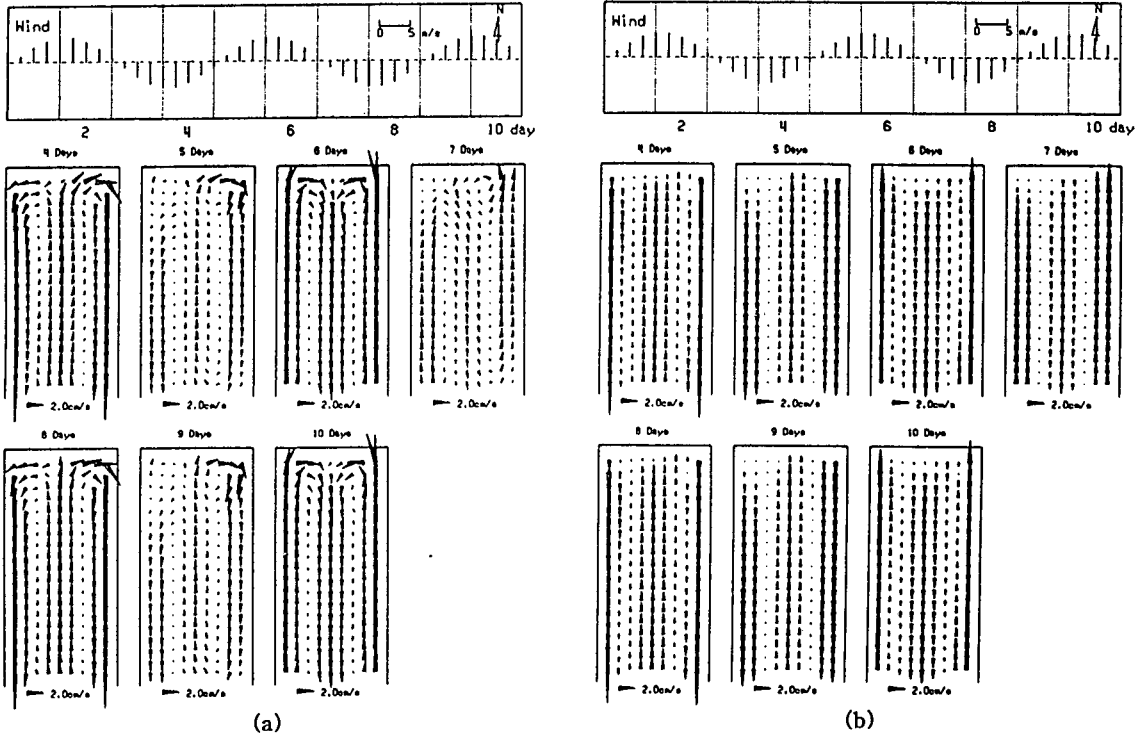


Fig. 4. Computed (a) and predicted (b) wind-driven current for 7 days in the idealized bay.

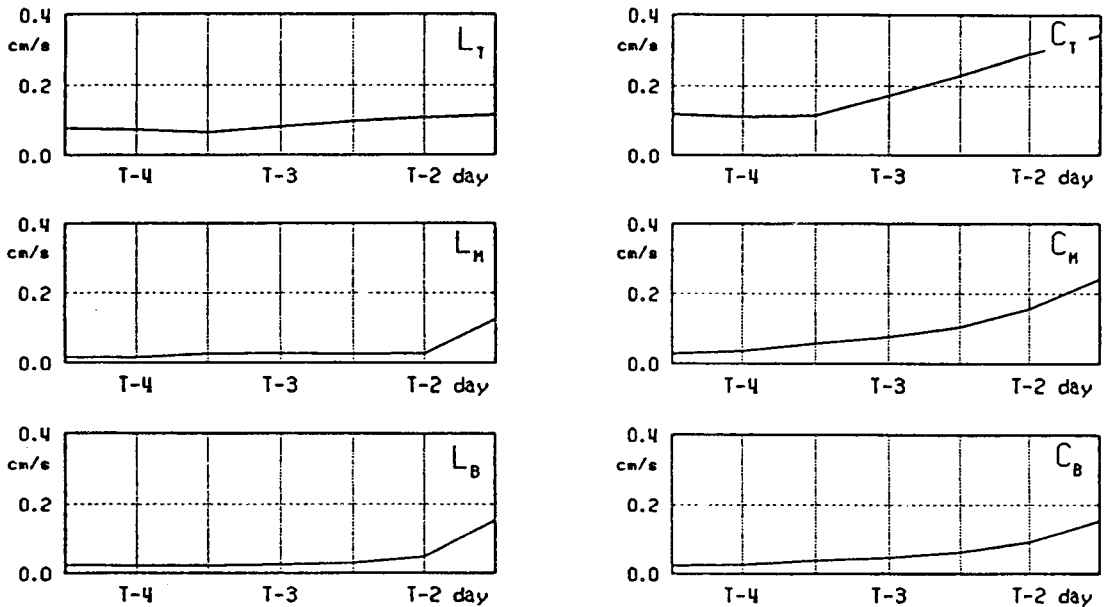


Fig. 5. Rms amplitude for the difference between computed and predicted wind-driven currents for the time lags at 6 stations in the idealized bay.

응함수이다. 임의의 만의 대표지점에서 반응함수의 특징을 보면, 만의 중간(L_M , C_M) 및 입구(L_B , C_B)에서의 반응함수는 지연이 없는 시점에서 바람과 취송류간에 동일상관을 나타냈으나 안쪽(L_T , C_T)에서의 반응함수는 역상관

을 나타냈다. 동일상관은 바람의 방향과 취송류의 방향이 동일하다는 것이며, 역상관은 바람의 방향과 취송류의 방향이 다르다는 것을 의미한다.

지속시간별 가중치와 바람응력을 convolution하여 4일

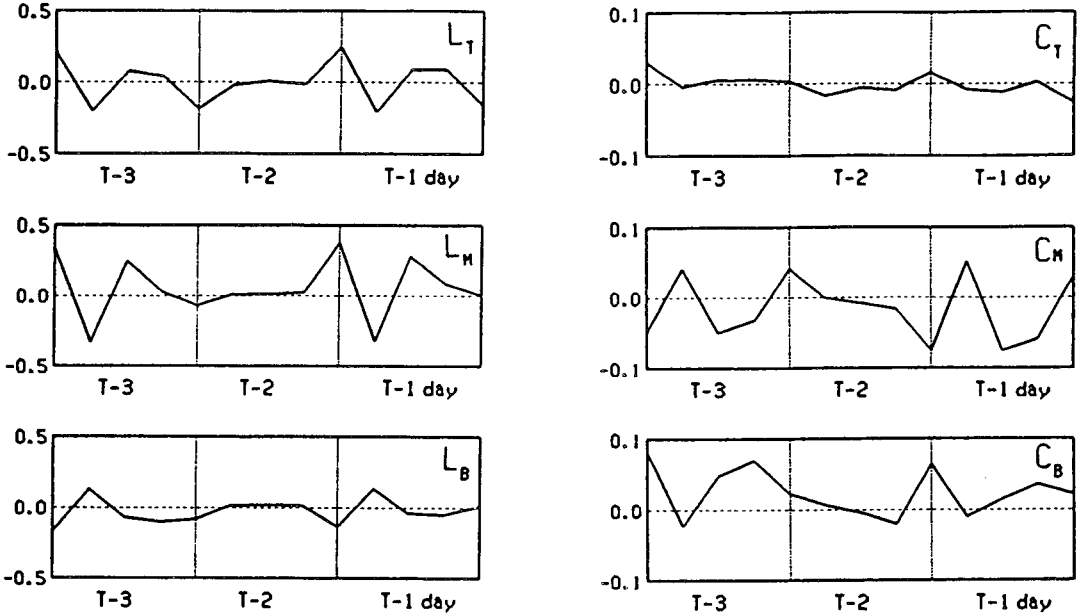


Fig. 6. Variation of the response function for three days at 6 stations in the idealized bay.

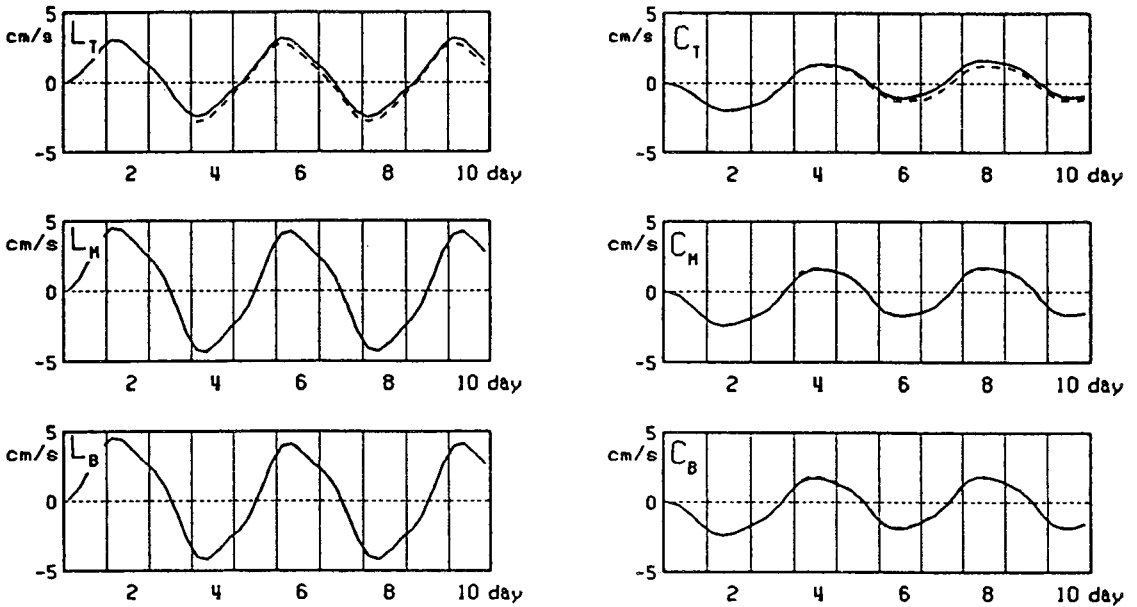


Fig. 7. Comparison of computed (solid line) and predicted (dashed line) wind-driven currents at 6 stations on the idealized bay (Two lines are nearly same at L_M , C_M , L_B and C_B).

제부터 10일까지 예측한 취송류와 수치모델로부터 계산한 취송류는 Fig. 7과 같다. 6개 대표지점에 대해서 예측한 유속과 계산한 유속의 변동은 거의 일치하였다. 이는 반응함수를 이용하여 예측한 취송류가 수치모델로 계산한 유속의 변동을 잘 재현하고 있음을 나타낸다.

rms ratio와 운동에너지 회수율의 공간적인 분포는 Fig 8(a), Fig 8(b)와 같다. rms ratio (rms error / rms

speed)의 공간적인 평균은 0.05로 반응함수를 이용한 모델의 취송류가 수치모델로 계산한 취송류를 잘 재현하고 있다. 임의의 만을 공간적으로 평균한 운동에너지의 회수 정도가 0.99로서 convolution 모델을 이용한 취송류의 운동에너지가 수치모델을 이용한 취송류의 운동에너지를 99 % 회수하였다.

3.2. 단순화한 사천만에 취송류의 계산 및 예측

삼천포화력발전소 기상관측소에서 관측한 11일 동안의 시간별 풍속을 6시간 평균하여 단순화한 사천만에 적용하였을 때 일별(12:00시 정각)로 취송류의 공간분포는 Fig. 9(a)와 같다. 풍속 4~5 m/sec 북동풍이 분 6일째부터 연안 양측에서 4 cm/sec 정도의 강한 남향류가 9일째까지 지속되었다. 만의 중앙부에서 취송류의 방향은 바람방향과 반대이고, 그 크기는 가장자리에서 취송류 크기의 1/2배 정도이다.

Fig. 10에서는 대표지점에서 수치유동모델과 convolution 모델을 이용한 취송류간의 값 차이에 대한 변동폭을 지연(lag)별로 나타내었다. 지연 24시간부터 지연 96시간까지의 지연에 대한 rms 변동폭은 0.2~0.5 cm/sec 이고 시간지연이 길수록 변동폭은 작아진다. 단순화한 사천만에서 취송류가 지연되는 기간은 rms 변동폭의 차가 작아지는 3일 제로 선정하였고, 3일간의 바람과 수치유동 모델로부터 계산한 취송류의 convolution으로부터 취송류를 재현하였다.

바람응력이 취송류에 영향을 미치는 기간을 3일로 하여 산정한 대표지점에서 성분(U, V)별의 반응함수는 Fig. 11, Fig. 12와 같다. U 성분의 반응함수는 부호가 음(-)로서 현재시점에서 바람과 취송류와는 역상관이다. V성분의 반응함수를 보면, 만의 좌측 가장자리에 있는 지점(L_T, L_M, L_B) 에서는 반응함수의 부호가 양(+)로서 바람과 취송류간에 정상관계이며, 만의 중앙에 있는 지점(C_T, C_M,

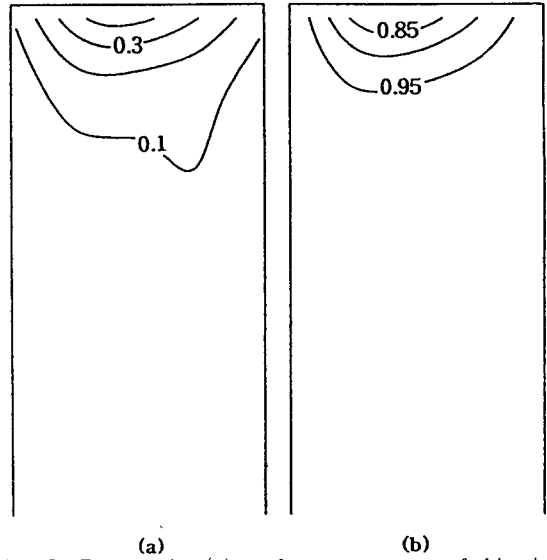


Fig. 8. Rms ratio (a) and recover rate of kinetic energy (b) for the difference between computed and predicted wind-driven currents in the idealized bay.

C_B)에서는 반응함수의 부호가 음(-)로서 둘간에 역상관이다. Fig 12에서 현재시점의 반응함수 크기가 지연별 반응함수의 크기보다 크다. 즉, 현재시점의 바람이 현재

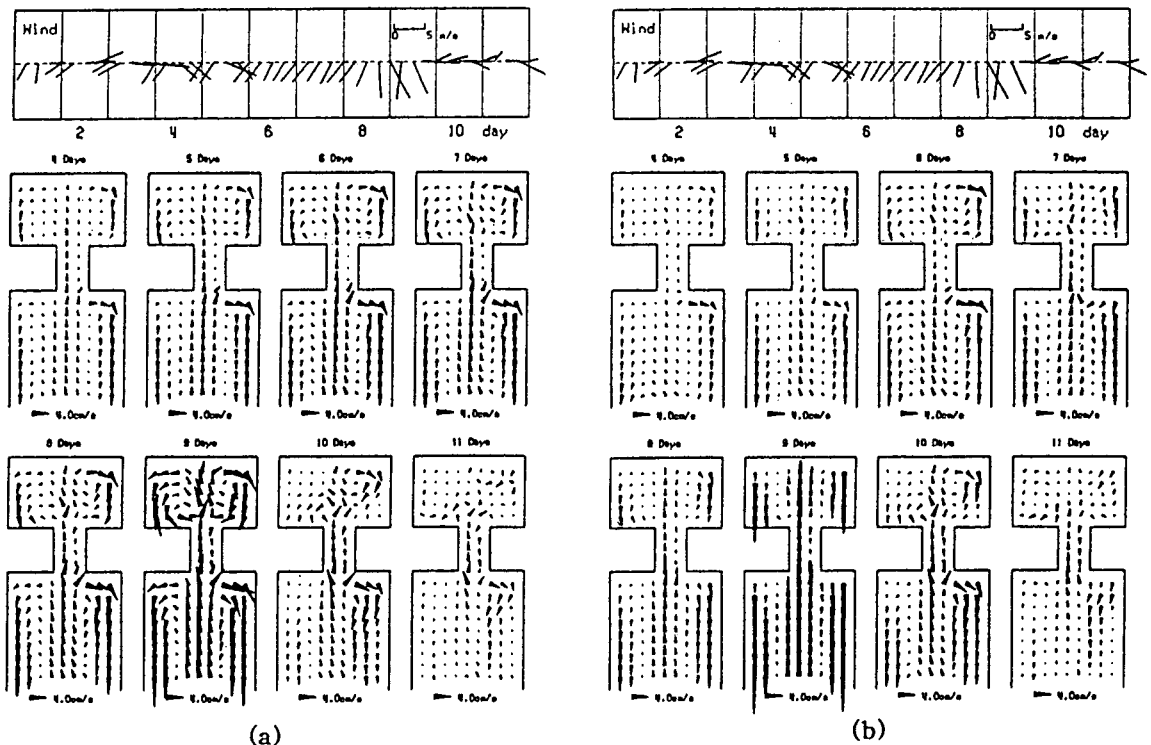


Fig. 9. Computed (a) and predicted (b) wind-driven currents for 8 days in the idealized Sachon Bay.

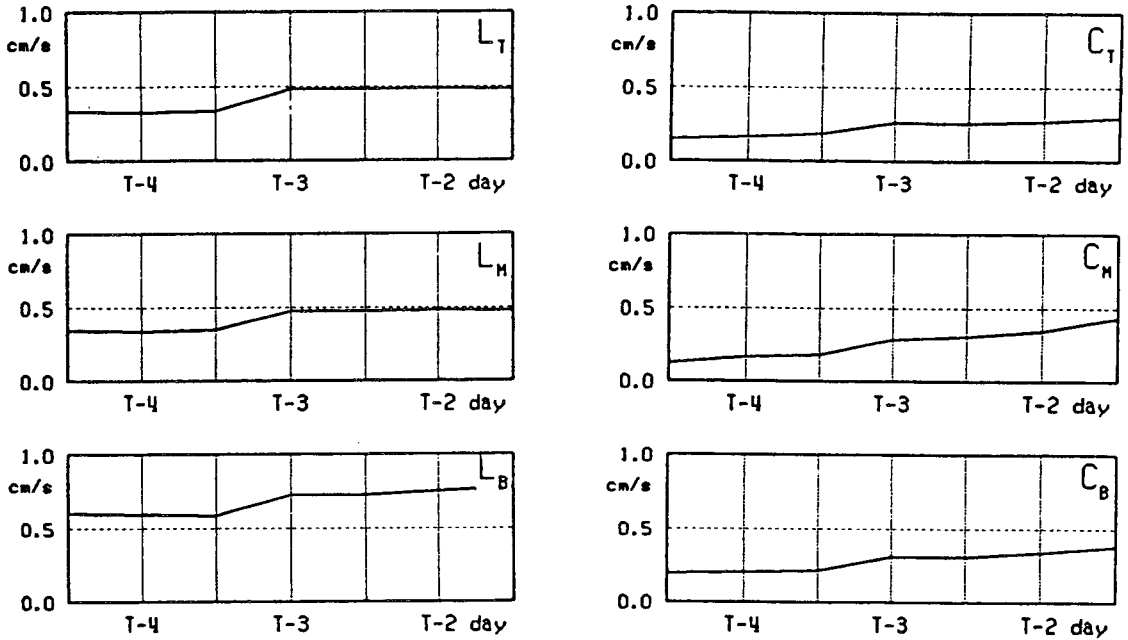


Fig. 10. Rms amplitude for the difference between computed and predicted wind-driven currents for the time lags at 6 stations in the idealized Sachon Bay.

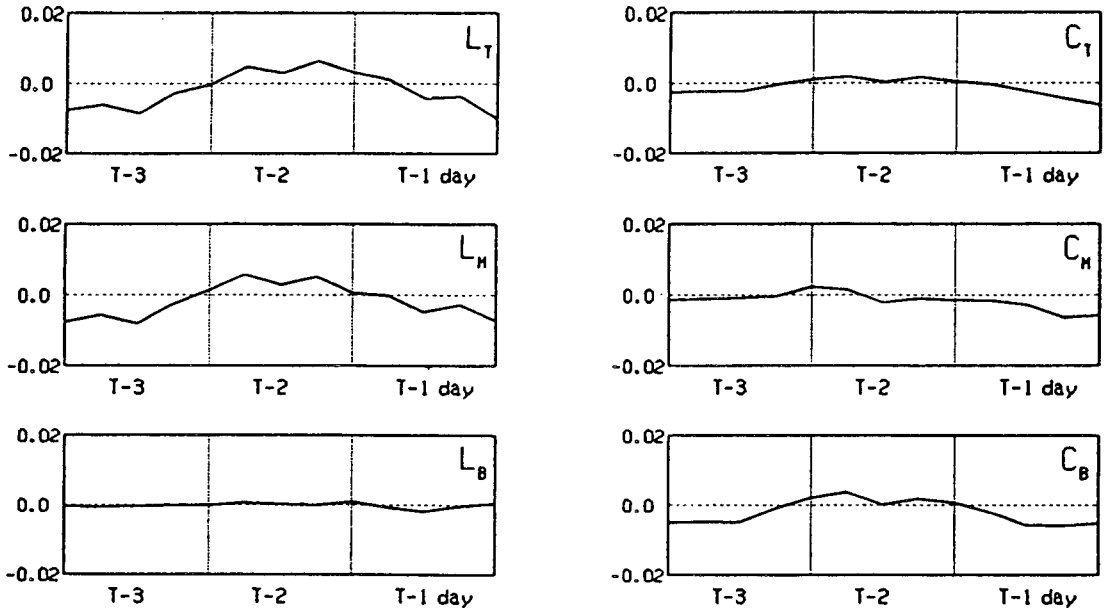


Fig. 11. Variation for the response function(U-component) for three days at 6 stations in the idealized Sachon Bay.

의 취송류 생성에 가장 크게 영향을 미치고 있음을 알 수 있다.

단순화한 사천만의 6지점에서 수치유동모델로부터 계산한 취송류(실선)와 convolution으로부터 예측한 취송류(점선)의 시간적인 변동은 Fig. 13, Fig. 14와 같다. U성분의 경우 계산과 예측한 취송류는 ± 1 cm/sec 이며, 남향류가 강하게 부는 6일 째부터 9일 째까지는 계산치와

예측치간의 일치도가 낮다. 그러나 V성분은 계산과 예측한 취송류는 오차가 0.5 cm/sec 이내로 둘간에 일치하는 정도가 높다. 또한 만의 가장자리에 위치한 지점에서 최대유속은 남향류가 5~8 cm/sec 이고, 만의 중앙에 위치한 지점에서 최대유속은 북향류가 5 cm/sec를 나타내고 있다. U방향으로는 수심변화가 없고 V방향으로는 수심변화가 있는 지형 특성상 U성분보다 V성분의 취송류가

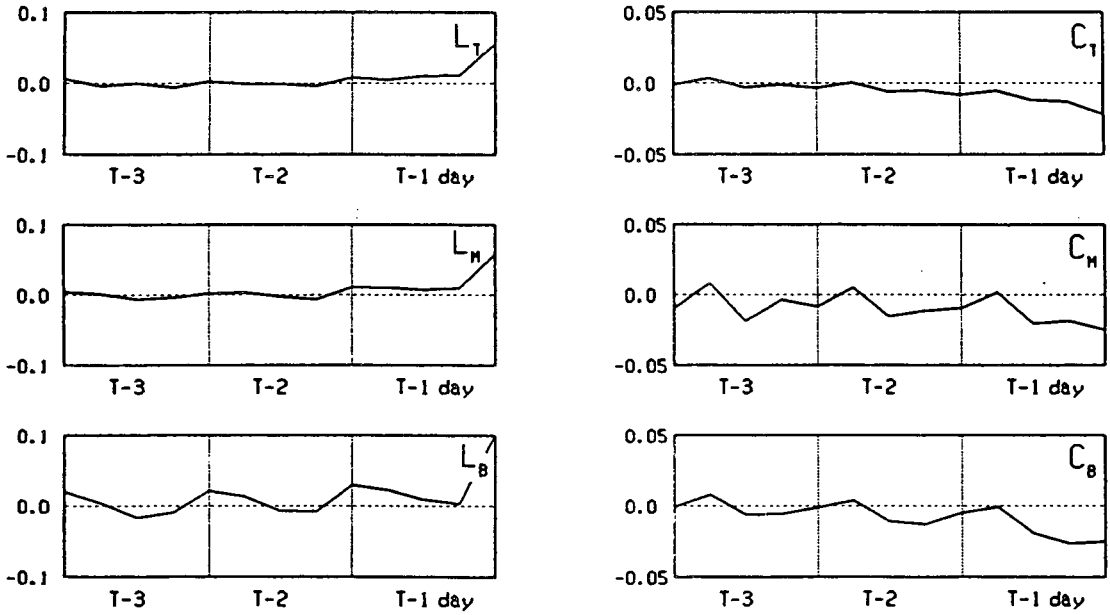


Fig. 12. Variation for the response function(V-component) for three days at 6 stations in the idealized Sachon Bay.

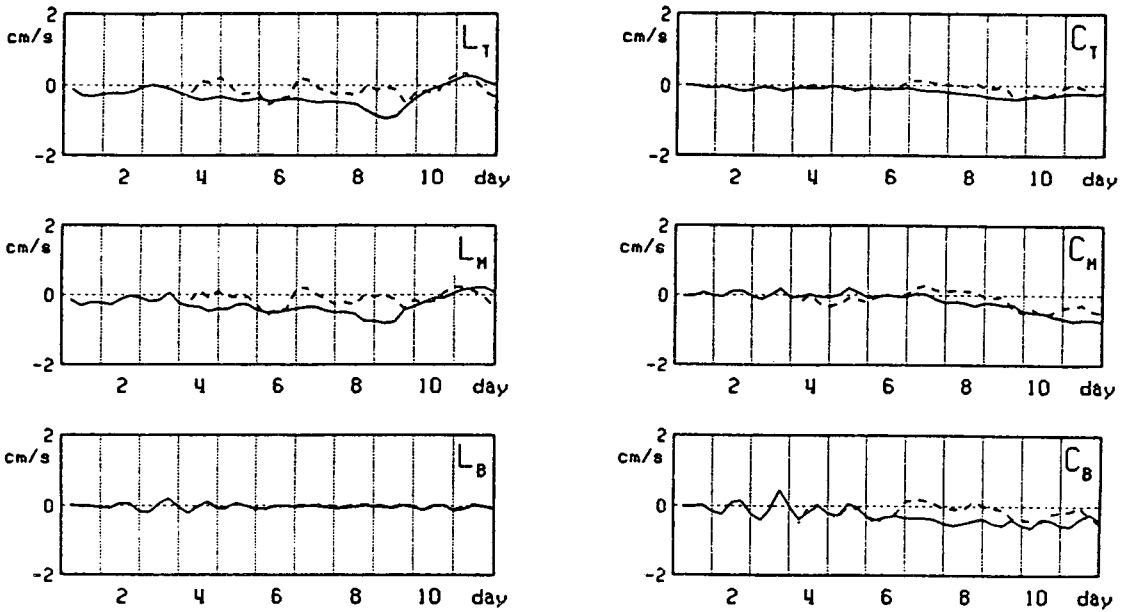


Fig. 13. Comparison of computed (solid line) and predicted (dashed line) wind-driven currents (U-component) at 6 stations in the idealized Sachon Bay.

잘 재현이 되고 있다.

단순화한 사천만에서 rms ratio와 운동에너지의 회수율(rrke)의 공간적인 분포는 각각 Fig. 15(a), Fig. 15(b)와 같다. rms ratio는 유속의 변동폭이 큰 지역인 만 안쪽의 북쪽과 남쪽경계, 만 입구의 안쪽 경계에서 0.3이상이며, 만 내부에서는 0.3이하로 높게 나타났다. rms ratio의 공간적인 평균은 0.26이다. 단순화한 사천만에서 만

안쪽과 입구쪽의 남쪽과 북쪽 경계이외에 해당 영역에서는 운동에너지의 회수율(rrke)이 90 % 이상으로서 convolution 모델을 이용한 취송류의 운동에너지는 수치 모델을 이용한 취송류의 운동에너지를 잘 재현하고 있다. 모델화한 사천만의 공간적인 평균 운동에너지 회수 정도는 약 0.94로서 convolution 모델을 이용한 취송류의 운동에너지가 수치모델을 이용한 취송류의 운동에너지의

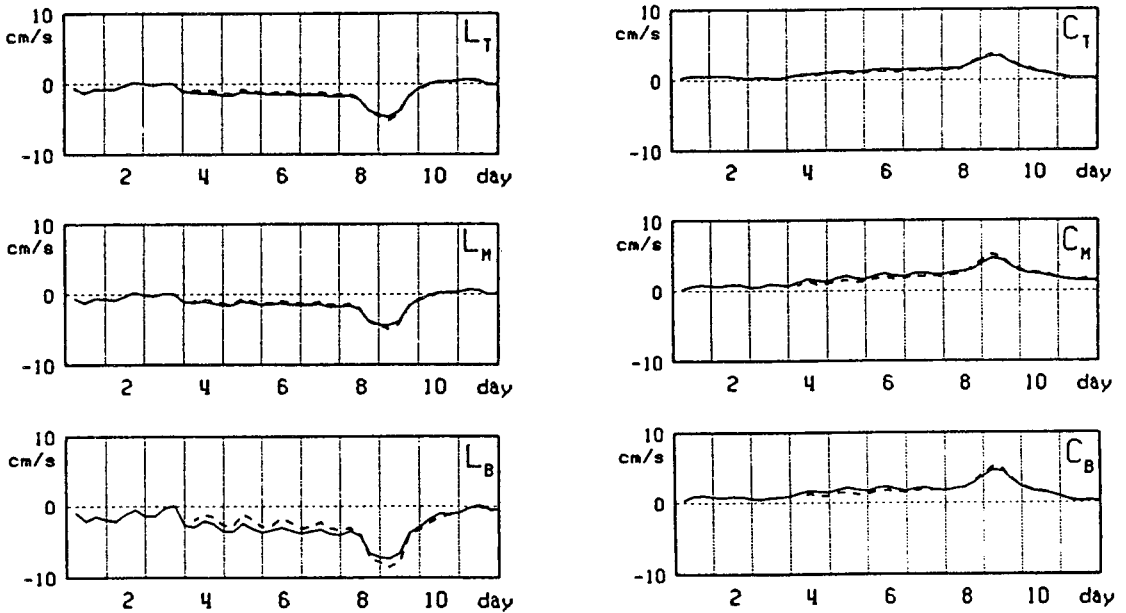


Fig. 14. Comparison of computed (solid line) and predicted (dashed line) wind-driven currents (V-component) at 6 stations in the idealized Sachon Bay.

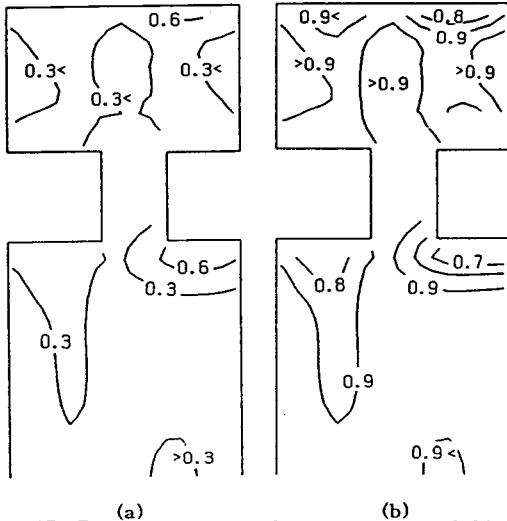


Fig. 15. Rms ratio (a) and recover rate of kinetic energy (b) for the difference between computed and predicted wind-driven currents in the idealized Sachon Bay.

약 94 %를 회수하였다. 따라서, 본 연구에서 convolution 기법을 이용한 취송류의 예측기법은 연안역의 물질이동과 확산의 예측에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글

본 논문을 자세히 검토해 주시고 좋은 논문이 될 수 있도록 의견을 주신 노재식 박사님, 해양연구소 박광순 박사님, 여수대학교 추효상 교수님, 부경대학교 김현태

교수님, 해양산업개발연구소 조광우 박사님, 김동선 박사님께 감사 드립니다. 또한, 논문의 원고를 세밀하게 심사하여 주시고 날카로운 지적과 많은 조언을 해주신 심사위원분께 감사드립니다.

참고 문헌

- 1) Chao, S. Y., 1991, Circulation of the East China Sea: A numerical study, J. Oceanogr. Soc. Japan, 46, 273-295.
- 2) Yanagi, T. and S. Takahashi, 1993, Seasonal variation of circulations in the East China and the Yellow Sea, J. Oceanogr. Soc. Japan, 49, 491-501.
- 3) 강관수, 정경태, 1995, 표층해류 신속예측을 위한 회선적분법의 적용. 한국해양·해양공학회지, 7, 265-276.
- 4) Hsueh, Y., D. R. Richard, and P. W. DeWitt, 1986, Winter-time winds and coastal sea-level fluctuations in the Northeast China Sea, Part II: Numerical model. J. Phys. Oceanogr, 16, 241-261.
- 5) Csanady, G. T., 1982, Circulation in the coastal ocean. D. Reidel Publ. 279pp.
- 6) Rao, D. B. and T. S. Murthy, 1970, Calculation of the steady-state wind-driven circulation in Lake Ontario. Arch. Meteor. Geophys. Biokolim. A19, 195-210.
- 7) Csanady, G. T., 1973, Wind-induced barotropic motions in long lakes, J. Phys. Oceanogr., 2, 429-438.