

## 파력을 받는 해양케이블의 동적 비선형해석 Dynamic Nonlinear Analysis of Ocean Cables Subjected to Wave Forces

김문영\* · 김남일\* · 이정렬\*

Moon-Young Kim\*, Nam-Il Kim\*, and Jung-Lyul Lee\*

**要 旨** : 김 등(1999)은 등매개 케이블요소(isoparametric cable element)의 접선강성행렬과 질량행렬을 유도하고, 하중분법을 이용하여 지점 변위를 일으키고 자중, 부력 및 조류력을 받는 해양케이블의 초기평형 상태를 결정하였다. 또한 초기의 정적평형상태를 기준으로 자유진동해석법을 제시하였다. 본 연구에서는 이전의 연구를 확장시켜서 파랑하중을 받는 해양 케이블의 비선형 동적해석을 수행한다. 규칙파 및 불규칙파에 의한 파력을 받는 수중케이블에 대하여 비선형해석을 수행하고, 해석결과와 결과분석을 통하여 해양케이블의 동적특성을 파악한다.

**핵심용어** : 해양케이블, 등매개 케이블요소, 파력, 모리슨 방정식

**Abstract** □ Kim *et al.*(1999) presented a non-linear finite element formulation of spatial ocean cables using multiple noded cable elements. The initial equilibrium state of ocean cables subjected to self-weights, support motions, and current forces was determined using the load incremental method and free vibration analysis were performed considering added mass. In this paper, the methods to generate regular and irregular waves and calculate wave forces due to these waves are discussed and challenging example problems are presented in order to investigate dynamic non-linear behaviors of ocean cables subjected to wave loadings.

**Keywords** : ocean cables, isoparametric cable elements, wave forces, Morison equation

### 1. 서 론

해양은 인류의 마지막 남은 보고로서, 해양을 통하여 식량자원, 석유 및 천연가스 등의 지하자원을 공급받고 있으며, 날로 팽창하는 인구난, 택지난의 해결책으로 해양 공간의 이용도가 점차적으로 증가하고 있다. 이에 따라 해양 구조물의 목적에 따른 형태와 기능은 특수화, 고도화되고 있는 것이 현실이다.

깊은 수심의 해양 환경에 접해 있는 해양 구조물을 설계할 때, 케이블의 동적 거동 해석은 설계 과정에서 가장 중요한 요소중의 하나이다. 그리고 조류력, 파랑하중 및 지반운동 등이 작용하는 구조 시스템의 동적 응답을 실제적으로 구현하기 위해서는 광범위한 이론적 해석이 수행되어야 한다. Blied and Triantafyllou(1985)는 파랑하중으로 인하여 케이블의 동적 장력에 영향을

미치는 케이블의 비선형성의 효과 및 유체 항력 효과를 연구하였으며, Van den Boom(1985)은 케이블을 집중 질량을 이용하여 모델링하고 규칙파 및 불규칙파를 받는 경우에 대하여 케이블의 형상 변화와 수심 변화에 따른 케이블의 장력 변화 및 동적 거동을 연구하였다. 또한 김 등(1999)에서는 등매개 곡선 케이블요소에 대한 접선강성행렬 및 질량행렬을 유도하였고, 하중분법을 이용하여, 수중에서 케이블의 자중과 부력을 받고 지점변위를 일으키는 케이블의 초기평형상태를 결정하였다. 이 후 조류력을 받는 케이블의 평형상태를 결정하고 이 상태를 기준으로 자유진동해석을 수행하였다.

본 연구에서는 이러한 연구결과를 확장시켜서 파랑하중을 받는 해양케이블의 비선형 동적해석을 수행한다. 규칙파 및 불규칙파를 발생시키고, Morison식을 이용하여 파랑에 의해 변형된 곡선케이블에 작용하는 파력과 부

\*성균관대학교 토목공학과(Department of Civil Engineering, Sungkyunkwan University, Suwon Science Campus, Suwon 440-746, Korea)

가질량을 실제와 가깝게 산정하는 방법을 다룬다. 파랑 하중을 받는 해양케이블에 대하여 비선형 동적해석을 수행하고, 해석결과와 분석을 통하여 해양케이블의 동적특성을 파악한다.

## 2. 파랑하중을 받는 해양케이블

일반적으로 해양케이블에 작용하는 주요 설계 외력으로는 파력, 조류력, 그리고 지진력 등으로 열거할 수 있다. 본 장에서는 해양케이블에 작용하는 주요 동적하중인 파력을 모형화하기 위하여, 선형과 이론을 생각한다. 이를 이용하여 규칙파, 중첩파 및 JONSWAP 스펙트럼으로부터 불규칙파를 인공적으로 수식화하는 방법을 생각한다. 이렇게 생성된 파를 이용하여 파랑하중을 계산하는 Morison식, 임의의 변형된 곡선케이블에 작용하는 파력을 계산하는 방법, 그리고 비선형 동적해석법을 고찰한다.

### 2.1 규칙파 및 불규칙파의 생성

선형파이론을 이용하여 규칙파를 발생시킬 때, Fig. 1의 파고  $H$ 가 파장  $L$ 과 수심  $d$ 보다 매우 작다고 가정한다(즉,  $H \ll L, d$ ). 이러한 가정을 도입하면 자유수면 경계조건에서 파의 2차 이상의 고차항들의 영향을 무시할 수 있다. 이때 파의 수면 형상은 다음과 같이 얻는다.

$$\eta(x, t) = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) \quad (1)$$

수평, 수직방향으로의 물 입자의 속도는 식 (2)로 계산되며, 가속도는 속도를 시간으로 편미분하여 얻을 수 있다.

$$V_H(x, z, t) = \frac{H\omega \cosh(kz)}{2 \sinh(kd)} \cos(kx - \omega t) \quad (2a)$$

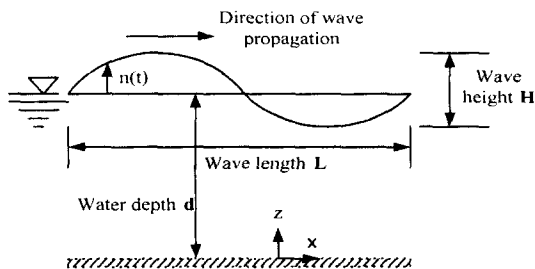


Fig. 1. Definition of wave parameters.

$$V_V(x, y, t) = \frac{H\omega \sinh(kz)}{2 \sinh(kd)} \sin(kx - \omega t) \quad (2b)$$

여기서, 파수  $k = 2\pi/L$ 과 파의 각주파수  $\omega = 2\pi/T$ 는 다음 분산 방정식을 만족해야 한다.

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \quad (3)$$

식 (1)-(3)을 사용하여 단일 규칙파를 발생시킬 수 있고, 분산 방정식을 만족시키면서 두 가지 이상의 파주기와 파고를 중첩하여 중첩파형을 생성시킬 수 있다.

한편, 불규칙파를 발생시키기 위해서는 설계파고 스펙트럼이 필요하다. JONSWAP 스펙트럼은 1973년 Hasselmann 등에 의해 Joint North Sea Wave Project로부터 개발되었다. 그것은 날카로운 첨두(peak)를 가지며 Pierson-Moskowitz 스펙트럼의 수정형태를 나타낸다. 유의파고  $H_s$ 와 스펙트럼의 첨두 주파수  $f_0$ 의 항들로 나타낸 JONSWAP 스펙트럼(Paik, 1994; Fig. 2 참조)의 기본식은 다음과 같다.

$$S_n(f) = \frac{5}{16} \frac{H_s^2 f_0^4}{f^5} \exp\left(-\frac{5}{4} \left(\frac{f}{f_0}\right)^4\right) \gamma^{\exp[-(f-f_0)^2/2\sigma^2 f_0^2]} \quad (4a)$$

여기서,  $\sigma = \sigma_a = 0.07$  for  $f \leq f_0$ ,

$$\sigma = \sigma_b = 0.09 \text{ for } f > f_0 \quad (4b)$$

식 (4)에서  $\gamma$ (peak enhancement factor)는 JONSWAP 스펙트럼의 최대 에너지밀도와 평균값으로  $\gamma = 3.3$ 을 가지는 Pierson-Moskowitz 스펙트럼의 최대 에너지밀도와 의 비( $\gamma = 1$  at Pierson-Moskowitz 스펙트럼)를 나타낸다.  $f_0$ 는  $3.5 H_s^{0.4}$  값을 가지는  $T_0$ (peak wave period)의 역수로 볼 수 있다.

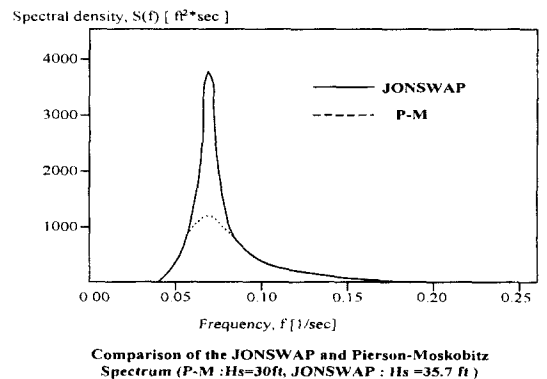


Fig. 2. JONSWAP spectrum.

파고에 대한 스펙트럼이 주어지면, 불규칙 파형의 시간 이력이 스펙트럼으로부터 직접적으로 얻을 수 있다. 즉, 파고와 불규칙하게 취하는 위상각(random phase angle)들에 대응하는 주파수 성분들의 선형 중첩에 의해 식 (5)로부터 생성될 수 있다.

$$\eta(x, t) = \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} H_n \cos(k_n x - 2\pi f_n t + \phi_n) \quad (5)$$

여기서,  $k_n = 2\pi/L_n$ 은 분산관계식(3)에 의해 계산된 파수이다. 유사하게, 물 입자의 속도와 가속도들은 식 (2)와 시간에 대한 편미분값으로 주어진 주파수 요소들의 합으로 얻어질 수 있다.

### 2.2 Morison 방정식을 이용한 파랑하중의 산정

Morison 방정식은 일반적으로 파장에 비해서 구조물이 작을 때, 즉 유효 길이(significant length)  $D$ (실린더의 경우에는 지름)의 파장  $L$ 에 대한 비( $D/L$ )가 0.2 이하일 때, 그리고 점성항력이 관성력보다 크게 작용할 때 사용된다. 해양케이블은 이러한 조건을 충족시키므로 케이블에 작용하는 파력은 Morison 방정식을 사용하여 산정한다.

일반적으로 Morison 방정식을 사용하여 변형이 없는 단일 수직 실린더(Fig. 3)에 대하여 단위 길이당 작용하는 유체작용력은 다음과 같이 계산된다.

$$F = F_I + F_D = C_I A_I \dot{v} + C_D A_D |v|v \quad (6)$$

여기서  $C_I$ 과  $C_D$ 는 각각 관성계수, 경험적인 항력계수이

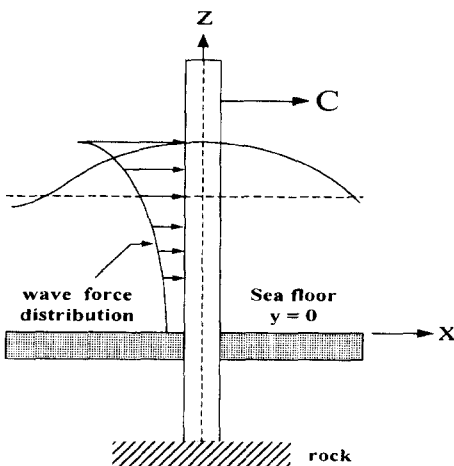


Fig. 3. Wave forces acting on a vertical cylinder.

고,  $\dot{v}$ 와  $v$ 는 각각 유체의 가속도 및 속도를 나타낸다. 또한  $A_I = 0.25 \pi \rho D^2$ ,  $A_D = 0.5 \rho D$ 이고  $\rho$ 와  $D$ 는 유체의 밀도, 실린더의 직경을 의미한다.

유체에 대한 구조물의 상대운동을 고려하면 식 (6)은 다음과 같이 수정할 수 있다.

$$F = C_I A_I \dot{v} - (C_I - 1) A_I \dot{u} + C_D A_D |V|V \quad (7)$$

여기서  $V = (v - u)$ 는 상대속도,  $u$ 는 케이블의 속도, 그리고  $C_I - 1$ 은 부가질량계수를 나타낸다. 여기서, 세 번째 항력항은 물입자와 실린더의 상대 속도에 의존한다. 관성력은 두개의 항으로 나누어지는데, 첫 번째 항은 단지 유체의 운동에 의해 발생하고 두 번째 항은 실린더의 운동이 주변의 물입자를 가속시키는 영향인 부가질량(added mass)항이 된다.

파력을 받는 경우에 경사진 케이블의 법선 및 접선방향의 항력성분을 고려하면 시간  $t$ 에서 Morison 방정식은 다음과 같이 벡터성분으로 나타낼 수 있다(Fig. 4참조).

$$F_i = C_I A_i' v_i^N - (C_I - 1) A_i' u_i^N + C_D^N A_D |V_i^N| V_i^N + C_D^T A_D |V_i^T| V_i^T, \quad i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

여기서  $C_D^N$ 과  $C_D^T$ 는 각각 법선 및 접선방향의 항력계수를 나타낸다. 식 (8)의 오른쪽 첫 번째 항은 관성력 항이고, 두 번째 항은 부가질량에 포함되고, 세 번째와 네 번째 항은 각각 점성항력의 법선 및 접선방향성분을 표시한다.

### 2.3 파랑하중을 받는 해양케이블의 증분 운동방정식

파력에 의한 해양케이블의 동적 비선형해석을 수행하기 위해서는, 먼저 자중, 부력 및 지점변위에 의한 정

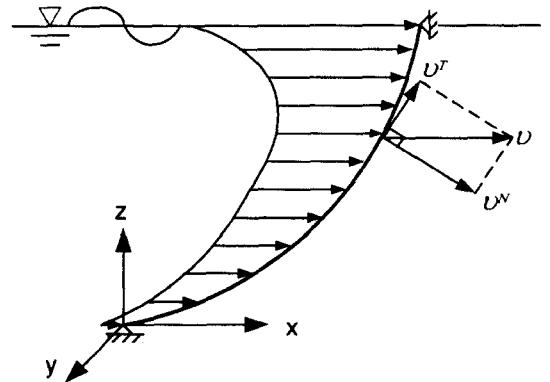


Fig. 4. Wave forces acting on the curved ocean cable.

적평형상태를 결정하여야 한다. 자중, 지점이동 등을 고려한 케이블의 기하학적 비선형 해석법은 이전의 연구(김 등, 1999)를 참조할 수 있다. 추가적으로 파력의 영향을 고려하는 경우에 직접강도법에 의하여 해양 케이블에 대한 증분 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$M^{'+\Delta t} \dot{U} + C^{'+\Delta t} \dot{U} + K_T \cdot \Delta U = {}^{'+\Delta t} F - {}^R R \quad (9)$$

여기서  $M$ 은 부가질량을 포함하는 케이블의 질량행렬이며 구체적인 계산방법은 문헌(Bathe et al., 1974)을 참조할 수 있다.  $C$ 은 감쇠행렬이고  $K_T$ 는 선형 및 비선형 강성행렬의 합으로 구성되는 접선강성행렬이다.  ${}^{'+\Delta t} F$ 은 파력을 포함하는 외력을 나타내며, 이를 정확히 산정하는 방법은 본 절의 이후의 내용에서 취급한다.  ${}^R R$ 는 구조물의 내력으로 인한 절점력벡터를 나타낸다.

파의 속도 및 가속도는 식 (2)에서와 같이 시간과 공간좌표의 함수이므로, 구조물의 변형 상태에 따라 파랑 하중의 크기는 달라진다. 또한 파력을 받는 해양케이블은 대변위를 일으킬 수 있으므로, 정밀한 해석을 위하여 작용되는 파력은 초기 좌표(original position) 대신에 변형된 좌표(deformed position)를 기준으로 계산되어야 할 것이다. 이러한 점을 고려하여 Morison 방정식을 이용한 단위길이 당 파랑하중의 계산 절차는 다음과 같이 요약할 수 있다.

- 1) 설계파를 산정하기 위하여 파랑조건에 가장 잘 부합되는 파이론을 선택한다.
- 2) 항력계수와 관성계수를 실험, 경험 또는 이론을 바탕으로 결정한다.
- 3) 총변위를 고려하여 각 절점의 현재좌표(current coordinate)를 산정하고, isoparametric interpolation을 이용하여 가우스 적분점에서 단위접선벡터 성분  $t_i$ 를 산정한다.
- 4) 각 절점에서 파랑 및 케이블의 속도, 가속도벡터를 결정하고, isoparametric interpolation을 이용하여 가우스 점에서 물의 가속도성분 ( $\dot{v}_i$ ), 상대속도성분 ( $\dot{V}_i$ ), 그리고 상대가속도성분 ( $\ddot{V}_i$ )를 구한다.
- 5) 3)과 4)의 결과를 이용하여 가우스 점에서 접선 및 법선방향의 벡터성분을 산정한다. 아래는 상대속도의 접선 및 법선성분을 계산하는 식을 나타낸 것이다.

$${}^i V_i^T = \sum_{k=1}^3 {}^i V_k^T t_k, \quad {}^i V_i^N = {}^i V_i - {}^i V_i^T, \quad i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

6) 가우스 수치적분법을 이용하여 식 (11)을 산정함으로써, 관성력과 점성항력에 대응하는 등가 절점외력을 구한다.

$$\delta W = \int_0^l [C_I A_I \dot{v}_i^N + C_D A_D |V_i^N| V_i^N + C_D A_D |V_i^T| V_i^T] \delta u_i^T ds = {}^i F \delta U \quad (11)$$

식 (11)에는 케이블의 속도 항이 포함되어 있으므로, 반복계산과정에서 불평형 하중을 산정할 때마다 외력을 새로이 계산하여야 한다.

### 2.4 단일 규칙파를 받는 수직 케이블의 운동방정식

본장에서는 단일 규칙파를 받는 수직 케이블에 대하여 시간에 따른 임의의 점의 변위에 대한 엄밀해를 유도한다. 케이블의 형상은 Fig. 5와 같으며, 유체에 대한 케이블의 상대운동을 고려한 유체작용력의 식 (8)을 사용하여 수직 케이블의 운동방정식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$m\ddot{u} - T u'' = F(z, t) = C_I A_I \dot{v} + C_D A_D |v| v \quad (12)$$

여기서  $m$ 은 부가질량을 고려한 케이블의 단위 길이당 질량이며,  $T$ 는 케이블의 장력을 나타낸다. 또한 비선형 항력항에서 케이블 속도의 영향은 무시하였다. 케이블의 임의의 점의 변위는 다음과 같이 Fourier 급수로 가정할 수 있다.

$$u(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(t) \sin \frac{n\pi z}{l} \quad (13)$$

여기서  $l$ 은 케이블 길이이며 수심  $d$ 와 일치한다. 변위식 (13)과 물의 수평방향 속도를 나타내는 식 (2a)을 각각 운동방정식 (12)에 대입하고, 우변의 하중 항을 Fourier 급수로 전개하여 계수를 비교하면 다음과 같이 미지수  $a_n(t)$ 에 대한 일반식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{a}_n + b_n^2 a_n = c_n \sin(\omega t) + d_n \cos(\omega t) \cos(\omega t) \quad (14a)$$

$$\text{여기서, } b_n = \frac{T(n\pi/l)^2}{m} \quad (14b)$$

$$c_n = -\frac{H\omega^2}{ml} \frac{C_I A_I}{\sinh kd} \int_0^l \cosh kz \cdot \sin(n\pi z/l) dz \quad (14c)$$

$$d_n = -\frac{H^2\omega^2}{2ml} \frac{C_D A_D}{\sinh^2 kd} \int_0^l \cosh^2 kz \cdot \sin(n\pi z/l) dz \quad (14d)$$

이제 정지상태의 초기조건을 적용하면 식 (14a)의 해

를 얻을 수 있고, 그 결과를 식 (13)에 대입하면 임의의 점의 변위를 산정할 수 있다.

### 3. 수치해석 예

케이블을 등매개 케이블요소로 모델링하고 하중중분법을 적용하여, 케이블의 자중과 부력 및 지점변위를 받는 해양케이블의 정적 평형상태를 찾는 해석(김과 김, 1998)과 초기평형상태를 기준으로 파력에 의한 동적 비선형해석을 수행할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 동적해석시 시간영역해석법인 Newmark 방법(Bathe et al., 1974)을 적용하여 비선형응답을 얻었다. 하중중분법을 적용할 때 자중과 지점변위를 20 단계로 분할하여 재하시켰으며, 케이블 해석을 위한 초기 형상은 각 부재를 무응력상태로 펼쳐서 직선으로 해저 바닥면상에서 연결하는 구조로 생각한다. 본 장에서는 규칙파 및 불규칙파를 받는 케이블의 비선형 동적 응답을 얻고, 결과들의 특성을 고찰한다.

#### 3.1 단일 규칙파를 받는 수직 케이블의 동적 해석

앞의 2.4절에서는 장력이 작용하는 수중의 수직 케이블에 대하여 단일 규칙파를 받을 경우 케이블의 임의의 점의 시간에 따른 변위에 대한 엄밀해를 유도하였다. 본 예제에서는 프로그램의 타당성을 검증하기 위하여 단일 규칙파를 받는 수직 케이블의 중앙점의 시간

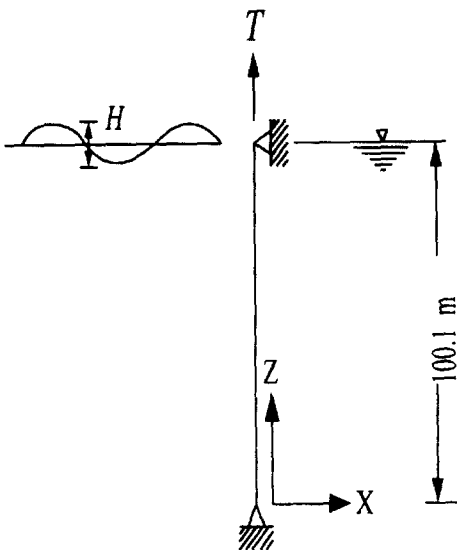


Fig. 5. Vertical ocean cable under a regular wave.

Table 1. Material property of ocean cable under a regular wave.

cable length	$l = 100.1$ m
cable mass	$m = 1$ kg/m
diameter	$D = 0.03$ m
cable tension	$T = 10000$ N
wave height	$H = 5$ m
wave number	$k = 0.0402545$ m <sup>-1</sup>
circular frequency	$\omega = 1$ rad/s
drag coefficient	$C_D^N = 1.0$
inertia coefficient	$C_I = 2.0$
water density	$\rho = 1,020$ kg/m <sup>3</sup>

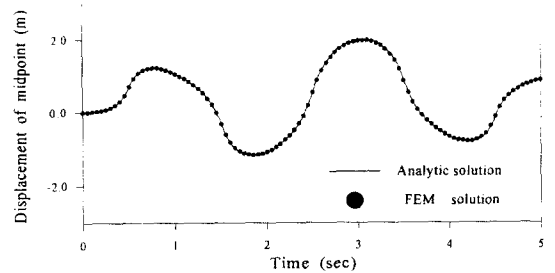


Fig. 6. x direction displacement at center of cable.

에 따른 동적 변위를 엄밀해와 10개의 4절점 등매개 요소를 사용한 유한요소해와 비교한다. Fig. 5는 수직 케이블의 형상을 보여주고 있으며 사용된 제원은 Table 1에 표기하였다. Fig. 6은 5초 동안 케이블 중앙점의 x 방향 변위에 대하여 엄밀해 및 유한요소해의 결과를 도시한 것이다. 그림에서도 볼 수 있듯이 엄밀해와 유한요소해가 정확히 일치하는 것을 볼 수 있다.

#### 3.2 단일 규칙파를 받는 경사진 케이블의 동적 해석

본 예제에서는 단일 규칙파가 작용할 경우 경사진 케이블에 대하여 Morison 방정식의 비선형 항력의 효과가 케이블의 동적 거동에 어떠한 영향을 미치는가를 파악하고자 한다. Fig. 7은 단일 규칙파를 받는 경사진 케이블의 형상을 보여주고 있다. 단일 규칙파는 파고  $H = 10$  m이며, 파의 진동수  $f_1 = 0.1$  Hz이고 사용된 제원은 Blik and Triantafyllou(1985)가 사용한 것으로 Table 2에 표시하였다.

Table 3은 케이블의 경사각이 65°이고 자중과 부력만을 받을 경우에 대하여 자유진동해석을 수행한 결과와 초기 5개의 고유진동수를 구한 Blik and Triantafyllou (1985)의 결과를 비교한 것이다.

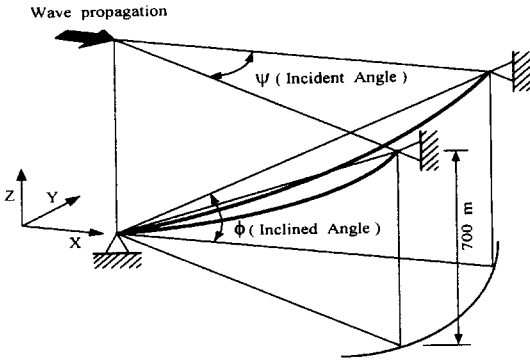


Fig. 7. Inclined ocean cable under a regular wave.

Table 2. Material property of ocean cable under a regular wave.

initial length of the cable $l = 1,700$ m
$A = 6.176 \times 10^{-3}$ m <sup>2</sup>
$E = 6.875 \times 10^{10}$ N/m <sup>2</sup>
$m = 33.51$ kg/m
cable weight per unit length in water $W = 290$ N/m
water depth = 700 m
water density = 1,020 kg/m <sup>3</sup>
$C_b^N = 1.2$
$C_b^T = 0.05$
$C_t = 2.0$

Table 3. Natural frequency of inclined cable.

comparison	frequency(rad/s)					Mode
	1	2	3	4	5	
present study	0.420	0.620	0.870	1.067	1.314	
Bliek and Triantafyllou(1985)	0.422	0.621	0.872	1.067	1.315	

이후 케이블의 경사각의 변화(30°, 45°, 60°)와 경사각 30°의 경우에 대한 입사각의 변화(45°)에 대하여 케이블의 중앙점의 X 방향 변위 및 Z 방향 변위 그리고 수면부근의 케이블 단부에서의 장력변화를 계산한다. 또한 각 경우에 대한 응답 성분을 파악하기 위하여 FFT의 결과를 도시하였다. 사용한 경사 케이블은 10개의 4절점 등매개 요소로 모델링 하였다.

Fig. 8은 단일 규칙파의 형상(a)과 300초 동안 바닥면과의 경사각 30°(b), 경사각 30°에 대하여 입사각 45°(c), 그리고 경사각 45°(d), 60°(e)에 대하여 케이블의 중앙점의 X 방향의 동적 변위 및 응답변위에 대한 FFT 결과를 보여주고 있다.

Fig. 8에서 볼 수 있듯이 파의 진동수  $f_1 = 0.1$  Hz인 단일 규칙파를 받는 경우 케이블 중앙점의 수평성분은

작용한 파의 진동수  $f_1$ 과  $3f_1$ 크기의 진동수를 가지며 진동하는 것을 볼 수 있다. 이러한 미소의  $3f_1$ 의 진동수는 Morison 방정식의 비선형 항력의 효과에 의하여 발생한 것으로 케이블 경사각의 변화에도  $3f_1$ 의 진동수를 갖는 케이블의 진폭은 일정하다. 또한 케이블의 경사각이 60°인 경우의 응답 진동수에서 파의 진동수  $f_1$ 의 진동수를 갖는 케이블의 수평방향 진폭이 팽팽한 케이블에서의  $f_1$ 진동수의 케이블의 진폭보다 지배적인 것을 알 수 있다. Fig. 9에서는 케이블의 중앙점의 Z 방향의 동적 변위 및 응답변위에 대한 FFT 결과를 보여주고 있다.

단일 규칙파를 받는 케이블의 Z 방향의 응답변위 역시 X 방향의 응답과 마찬가지로 파의 진동수  $f_1$ 과 미소의  $3f_1$  크기의 진동수를 갖고 진동하는 것을 알 수 있다. 그러나 경사각이 60°인 경우의 응답 진동수에서 파의 진동수  $f_1$  및  $3f_1$ 의 진동수를 갖는 케이블의 수직방향 진폭이 팽팽한 케이블에서의 진폭보다 작아지게 된다. 이러한 이유는 케이블의 경사각이 작을 경우보다 클 경우 케이블에 작용하는 수직항력의 -Z 방향의 성분이 상대적으로 작아지고 또한 접선항력의 +Z 방향의 성분이 상대적으로 커지기 때문에 나타나는 현상으로 판단되어 진다. Fig. 10은 케이블의 경사 변화에 따른 수면부근 케이블 단부의 장력변화를 보여주고 있다. 그림에서도 볼 수 있듯이 케이블의 경사가 작을수록 장력 값이 보다 커짐을 알 수 있다.

### 3.3 두개의 규칙파를 받는 경사진 케이블의 동적 해석

앞의 예제에서는 단일 규칙파가 작용할 경우에 경사진 케이블에 대한 동적 거동을 파악하였다. 본 예제에서는 서로 다른 진동수를 가지는 두개의 규칙파가 경사진 케이블에 작용할 경우 케이블의 동적 거동이 어떻게 달라지는지를 알아보기로 한다. 규칙파는 파고  $H_1 = 10$  m,  $H_2 = 5$  m이며, 파의 진동수  $f_1 = 0.1$  Hz,  $f_2 = 0.13$  Hz로 제원은 앞의 예제와 동일하다.

Fig. 11은 두개의 규칙파의 형상(a)과 시간에 따른 경사진 케이블의 중앙점의 X 방향의 동적 변위 및 응답변위에 대한 FFT 결과 (b)-(e)를 보여주고 있다. 단일 규칙파를 받는 케이블의 중앙점의 수평성분은 작용한 파의 진동수인  $f_1$ 과  $3f_1$ 의 진동수를 갖으며 진동하는 데 비하여 두개의 규칙파를 받는 케이블의 경우는 보다 복잡해지게 된다. 경사각 30°(b)의 경우 중앙점의 수평변위는 두개의 입사파의 진동수  $f_1$  및  $f_2$ 와 입사파의 진동수보다 작은 크기인  $3f_1$ 인 0.3 Hz와  $2f_1 + f_2$ 인 0.33 Hz의

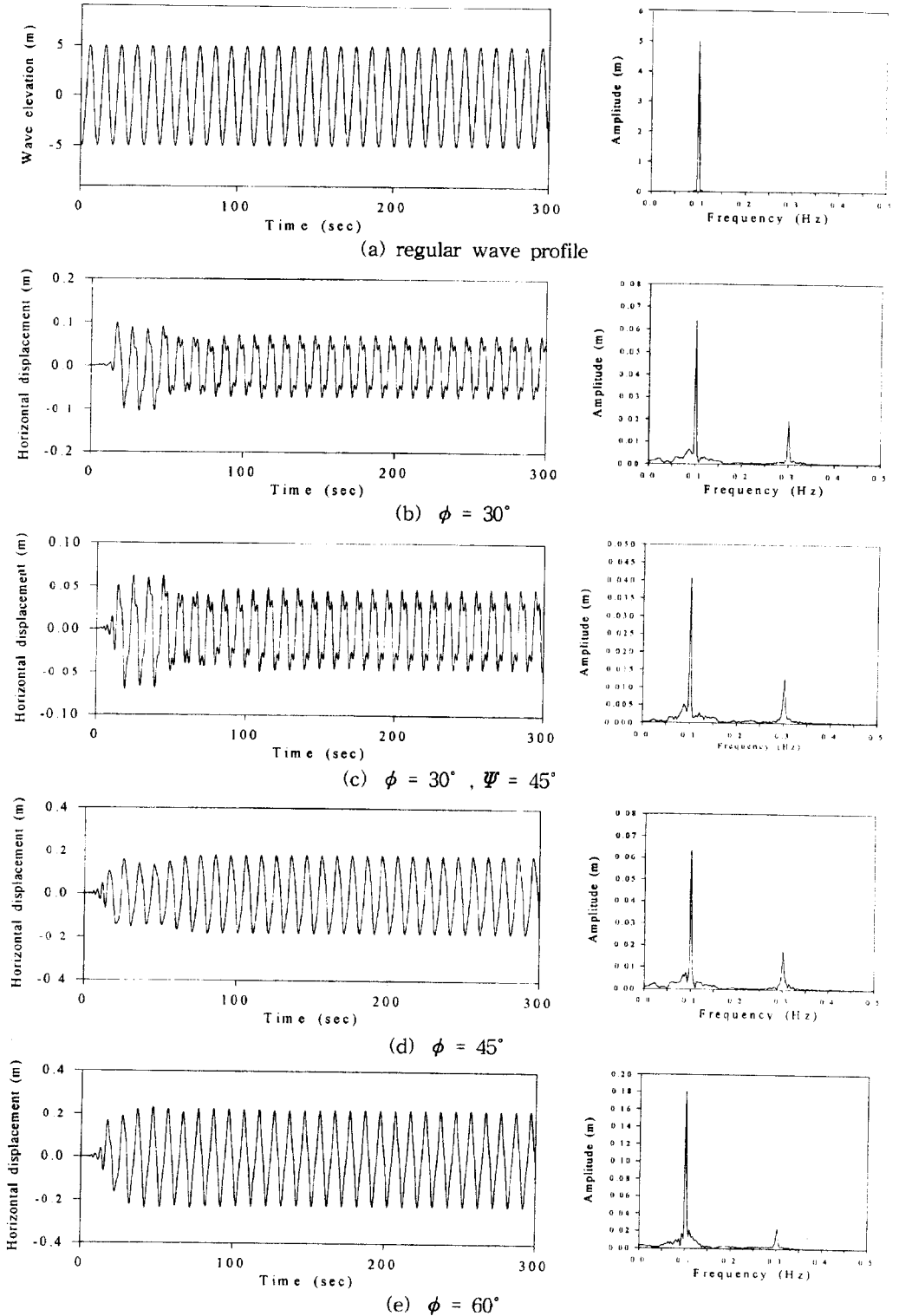


Fig. 8. Dynamic displacement and spectrum of the  $x$  direction of the inclined cable under a regular wave.

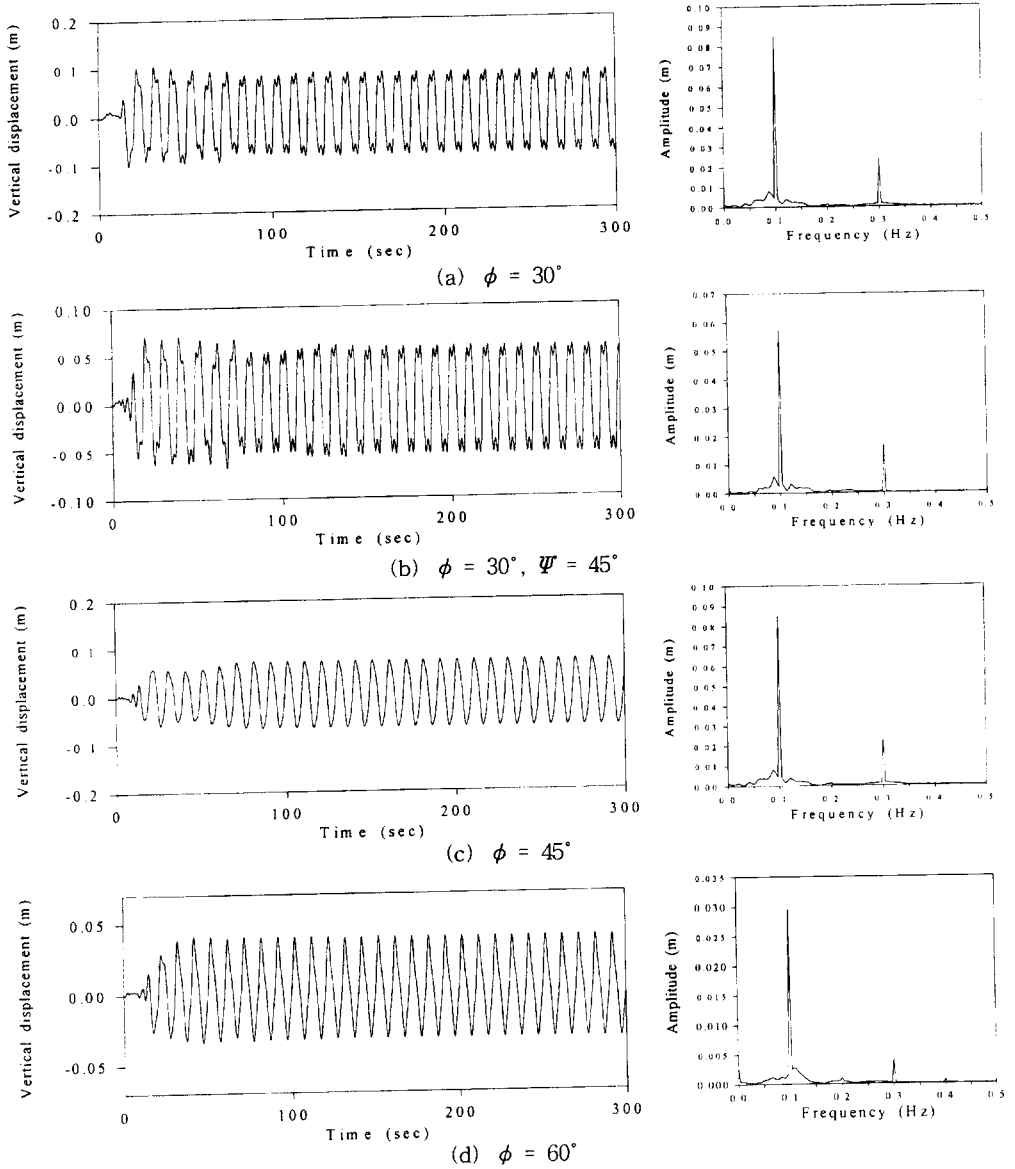


Fig. 9. Dynamic displacement and spectrum of the z direction of the inclined cable under a regular wave.

진동수를 갖으며 진동한다. 또한 경사각 30°에 대하여 입사각 45°(c)의 경우  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $3f_1$ ,  $2f_1+f_2$  및  $2f_1-f_2$ 인 0.07 Hz의 미소한 응답성분을 갖는다. 그리고 경사각 45°(d)의 경우의 응답성분은 위의 경우에 추가적으로 미소한  $4f_1-f_2$ 인 0.27 Hz의 성분을 포함하는 것을 알 수 있다. 경사각 60°(e)의 경우는 30°의 경우와 유사하나 입사파의 진동수를 갖는 변위의 크기가 상당히 커지는 것을 볼 수 있다. 결과적으로 단일 규칙파에서 보다는 두

개의 규칙파가 케이블에 작용할 때 Morison 방정식의 비선형 항력의 효과가 크게 나타나는 것을 알 수 있다. Fig. 12에는 경사각의 변화에 따른 케이블 중앙점의 Z 방향의 변위 및 FFT의 결과 (a)-(d)를 나타내었다. 경사각 30°(a)의 경우 입사파의 진동수  $f_1$  및  $f_2$ 와  $3f_1$ 인 0.3 Hz와  $2f_1+f_2$ 인 0.33 Hz 및 극히 미소한 크기의 0.27 Hz, 0.36 Hz, 0.43 Hz, 0.46 Hz의 진동수를 가지며 진동하는데 각각은  $4f_1-f_2$ ,  $f_1+2f_2$ ,  $3f_1+f_2$ ,  $2f_1+2f_2$ 의 관계가 성



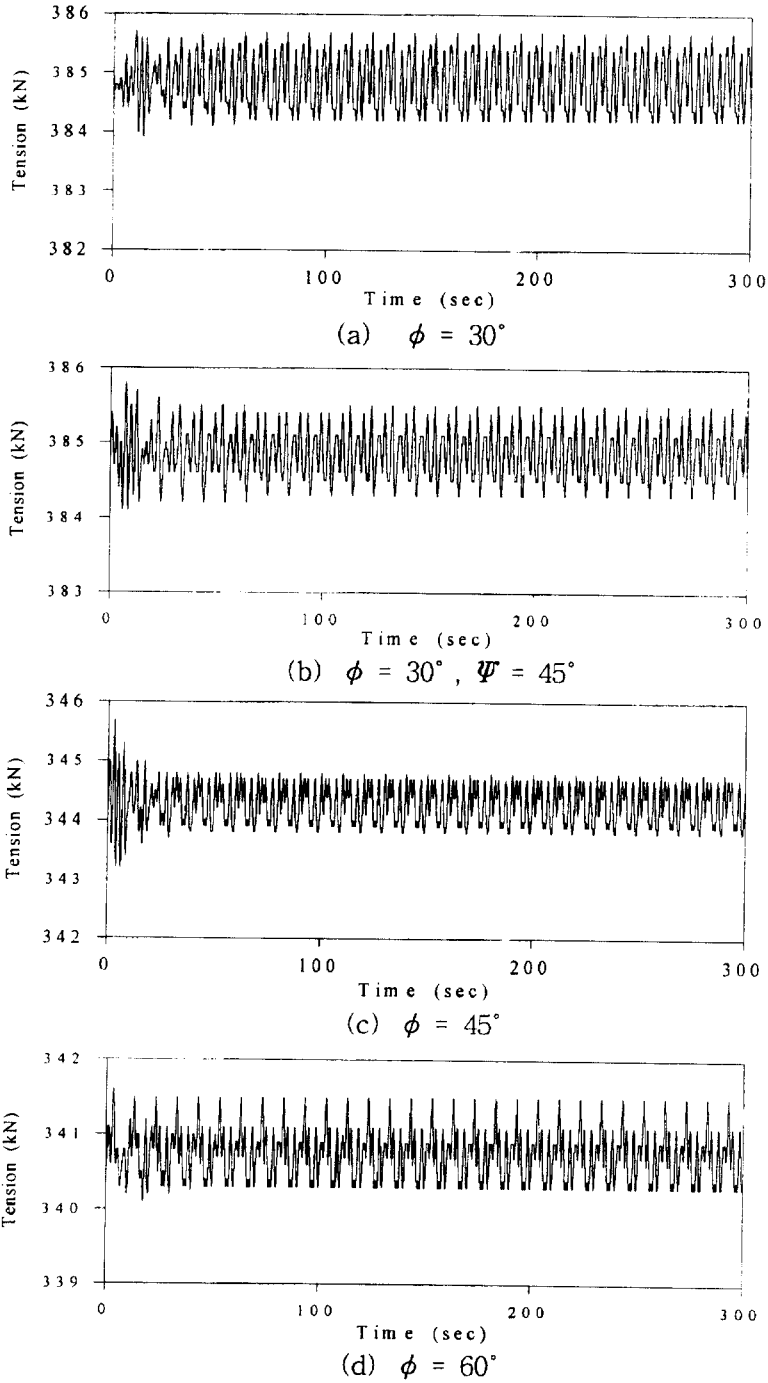
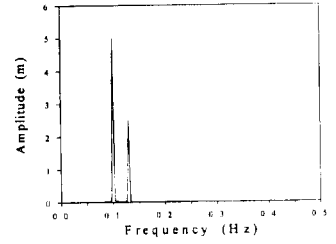
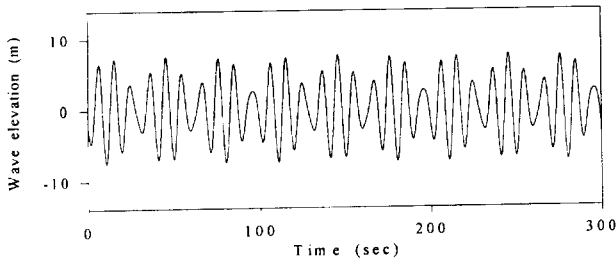


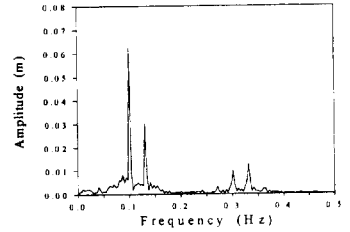
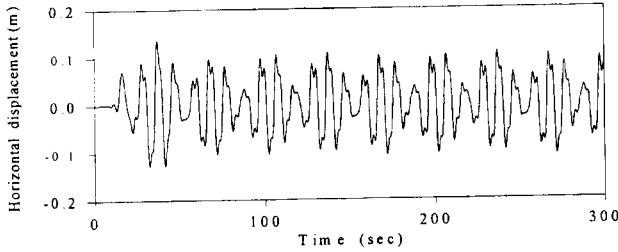
Fig. 10. Tension variation of the inclined cable under a regular wave.

립한다. 또한 Fig. 12(c), (d)와 같이 케이블의 경사각이 클 경우 역시 30°의 경사각과 유사한 모습을 보이거나 진폭은 현저히 줄어드는 것을 볼 수 있다.

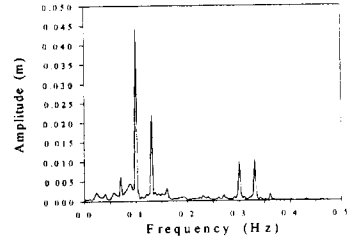
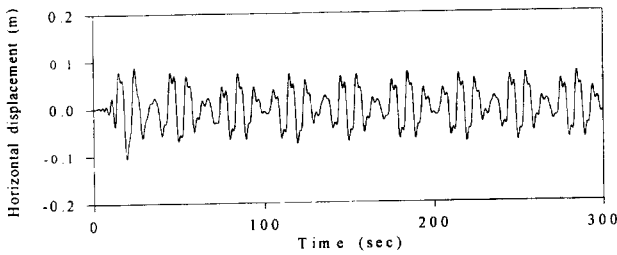
Fig. 13은 두개의 규칙파를 받는 케이블에 대하여 경사 변화에 따른 수면 부근 케이블 단부의 장력변화를 보여주고 있다.



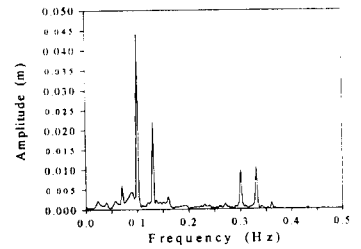
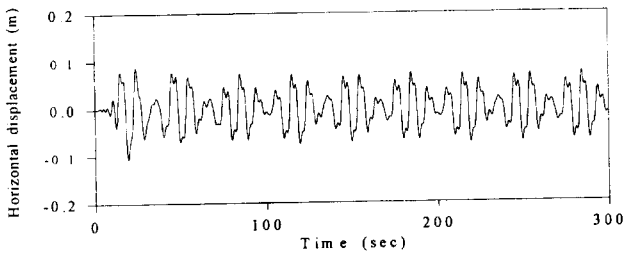
(a) regular wave profile



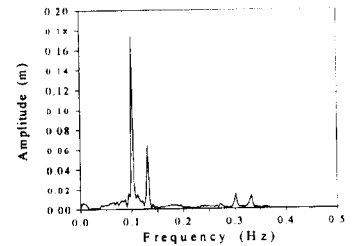
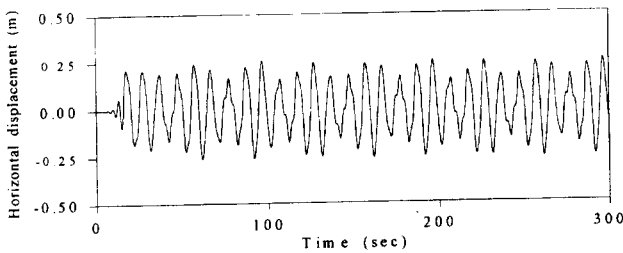
(b)  $\phi = 30^\circ$



(c)  $\phi = 30^\circ, \Psi = 45^\circ$



(d)  $\phi = 45^\circ$



(e)  $\phi = 60^\circ$

Fig. 11. Dynamic displacement of  $x$  direction of the inclined cable under two regular waves.

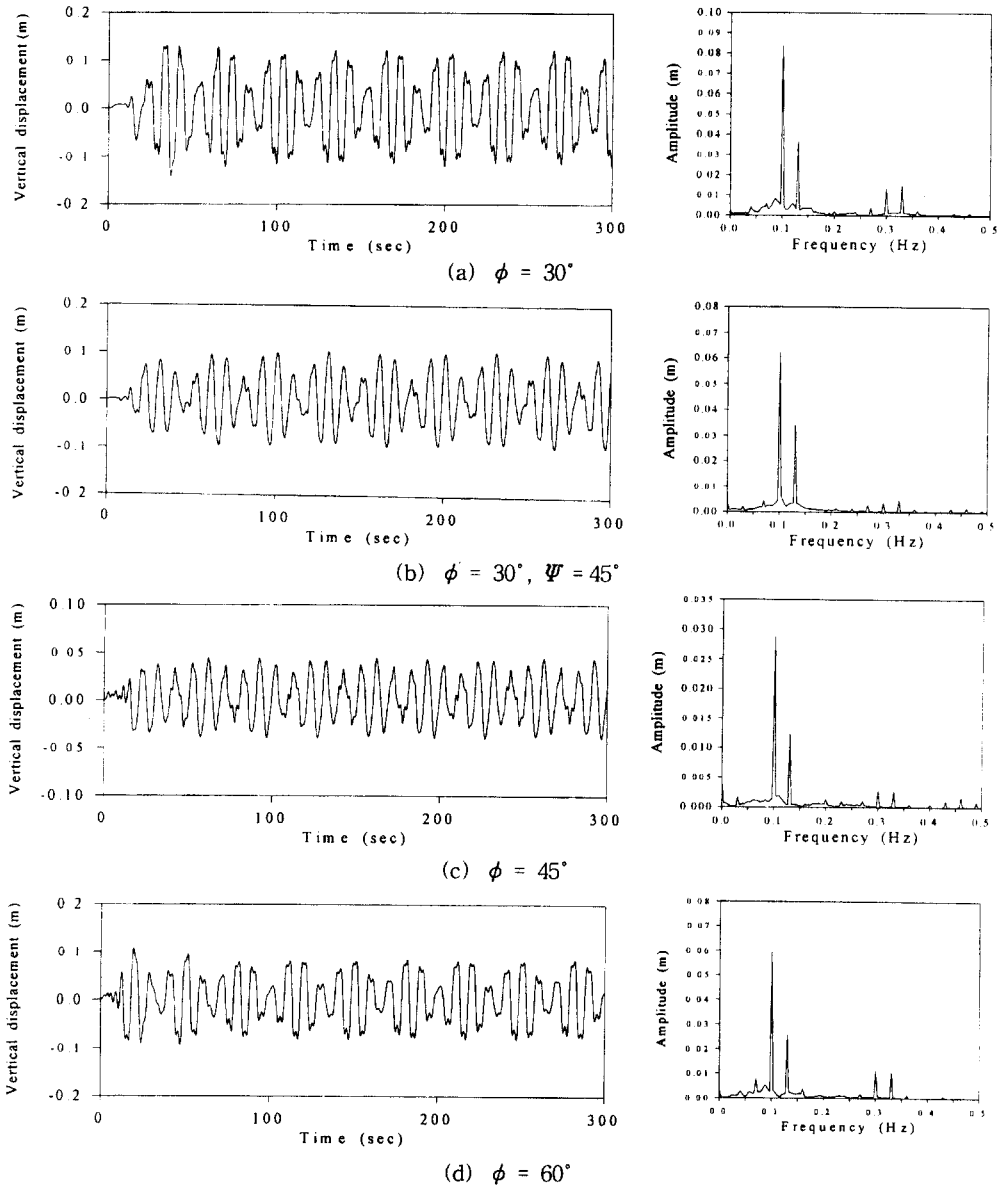


Fig. 12. Dynamic displacement of  $z$  direction of the inclined cable under a regular wave.

### 3.4 불규칙파를 받는 경사진 케이블의 동적 해석

앞의 두 예제에서는 단일 규칙파와 두개의 규칙파가 경사진 케이블에 작용할 경우 Morison 방정식의 비선형 항력의 효과가 케이블의 동적 거동에 미치는 영향을 조사하였다. 단일 규칙파에 대하여 비선형 항력은  $3f_1$  진동수의 응답성분을 그리고 두개의 규칙파에 대해서는  $3f_1$  및  $2f_1+f_2$ 와 미소 크기의  $2f_1-f_2$ ,  $4f_1-f_2$ ,  $f_1-2f_2$ ,  $3f_1-f_2$ ,  $2f_1-2f_2$ 의 진동수의 응답성분을 발생시켰다.

본 예제에서는 2장에서 전개한 불규칙파를 받는 경사진 케이블에 대하여 경사각의 변화에 따라 케이블의 거동이 어떻게 변화하는지를 파악하고 불규칙파에 의한 비선형 항력의 효과를 조사한다. 사용한 불규칙파는 수심이 700m이고 심각한 폭풍발생시 나타나는 것으로 유의파고  $H_s=30$  m을 적용한다. Fig. 14는 불규칙파의 형상(a)과 경사각 30°(b), 경사각 30°에 대한 입사각 45°(c), 경사각 45°(d) 그리고 경사각 60°(e) 일 때 시간에 따

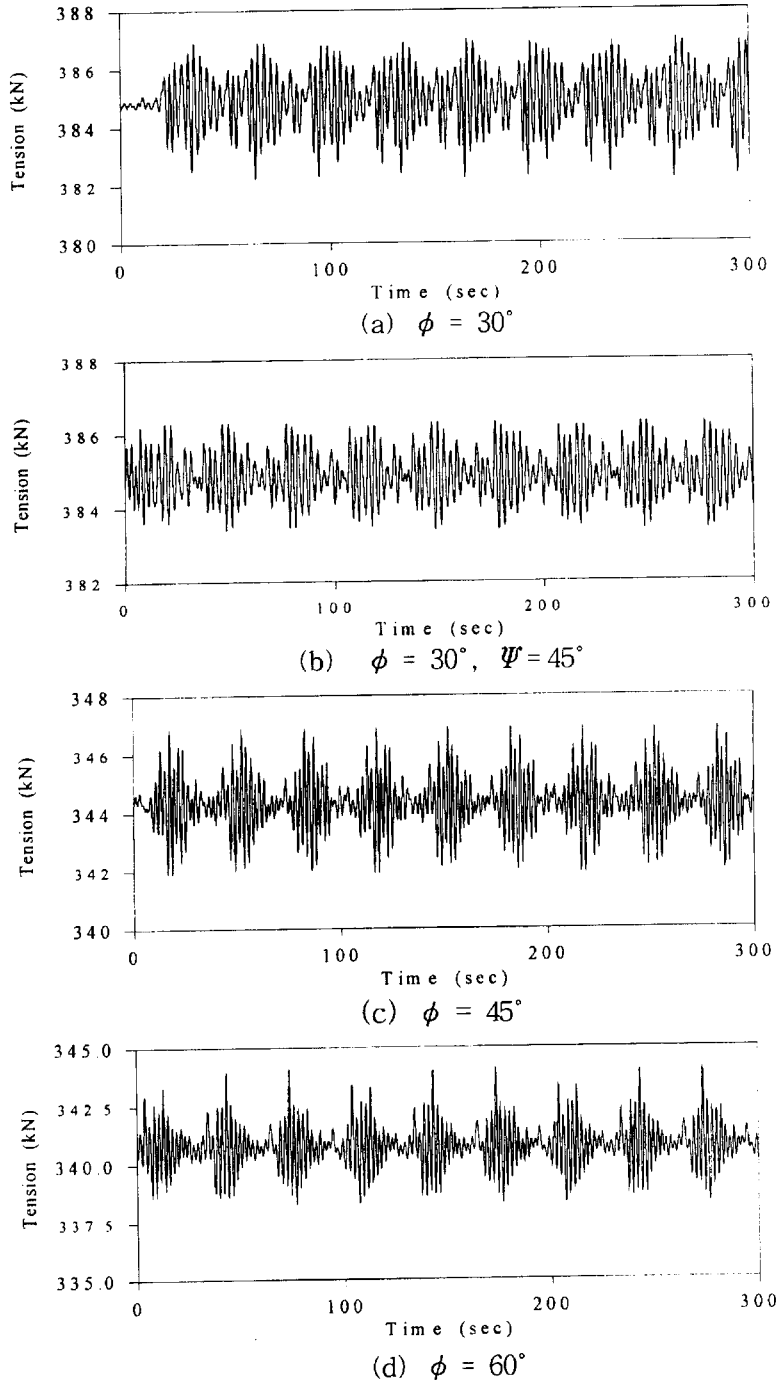


Fig. 13. Tension variation of the inclined cable under two regular waves.

른 케이블 중앙점의 X 방향 변위 및 응답변위에 대한 FFT의 결과를 보여주고 있다. Fig. 14(a)에서 볼 수 있듯이 불규칙파의 대부분의 에너지는 0.04~0.17 Hz 사이

에 분포한다. 반면 케이블의 불규칙파에 대한 수평 응답 변위에 대한 결과를 표시한 Fig. 14(b)~(e)에서는 응답성분이 0.04~0.17 Hz 및 0.04 Hz 이하의 저차의 진동수와

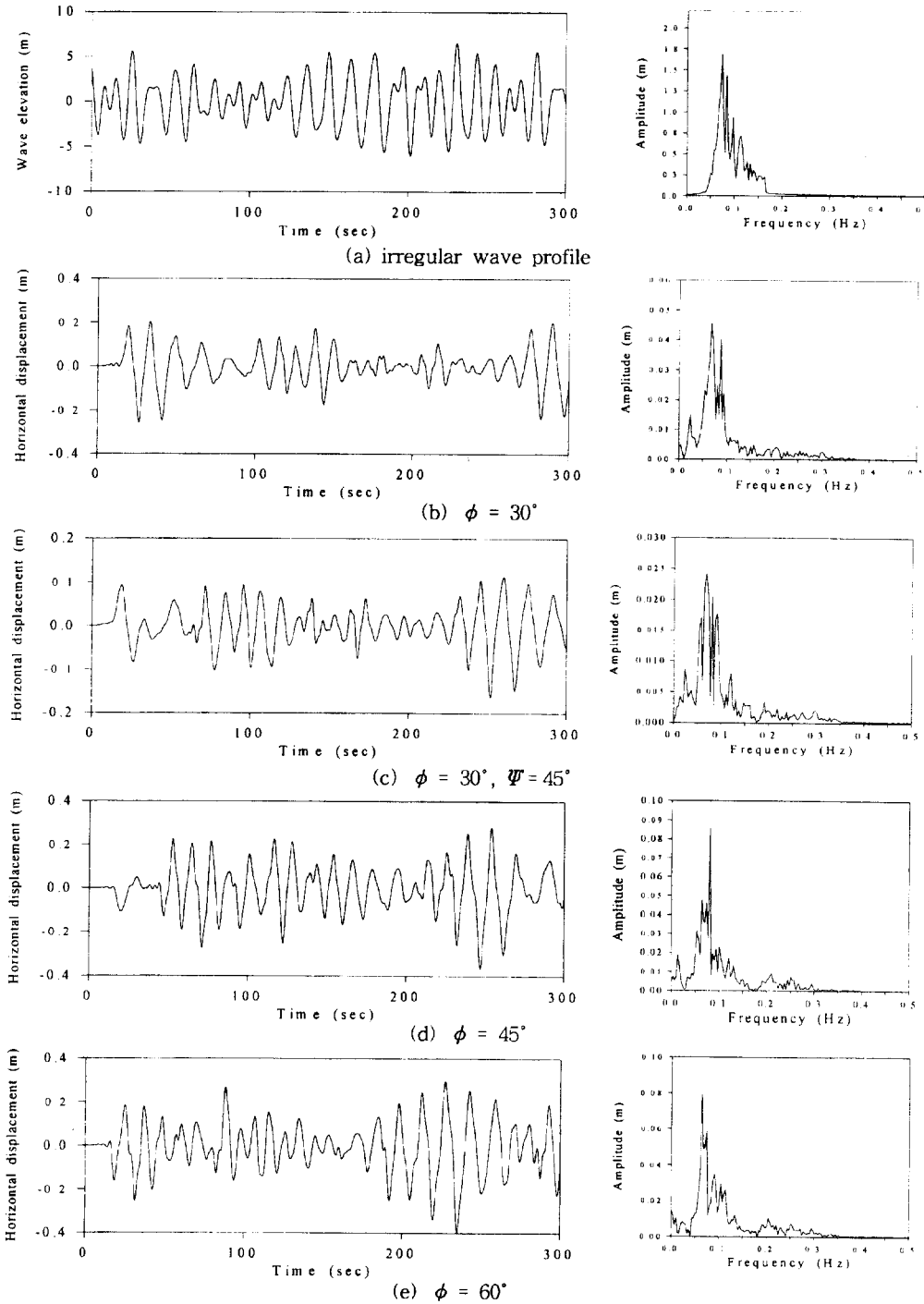


Fig. 14. Dynamic displacement of x direction of the inclined cable under irregular waves.

0.17-Hz 이상의 고차의 진동수 범위에 분포하는 것을 볼 수 있는데 이러한 저차의 진동수와 고차의 진동수에서의

응답성분 발생은 Morison 방정식의 비선형 항력의 효과에 기인하는 것으로 판단할 수 있다. 또한 단일 규칙파가 작

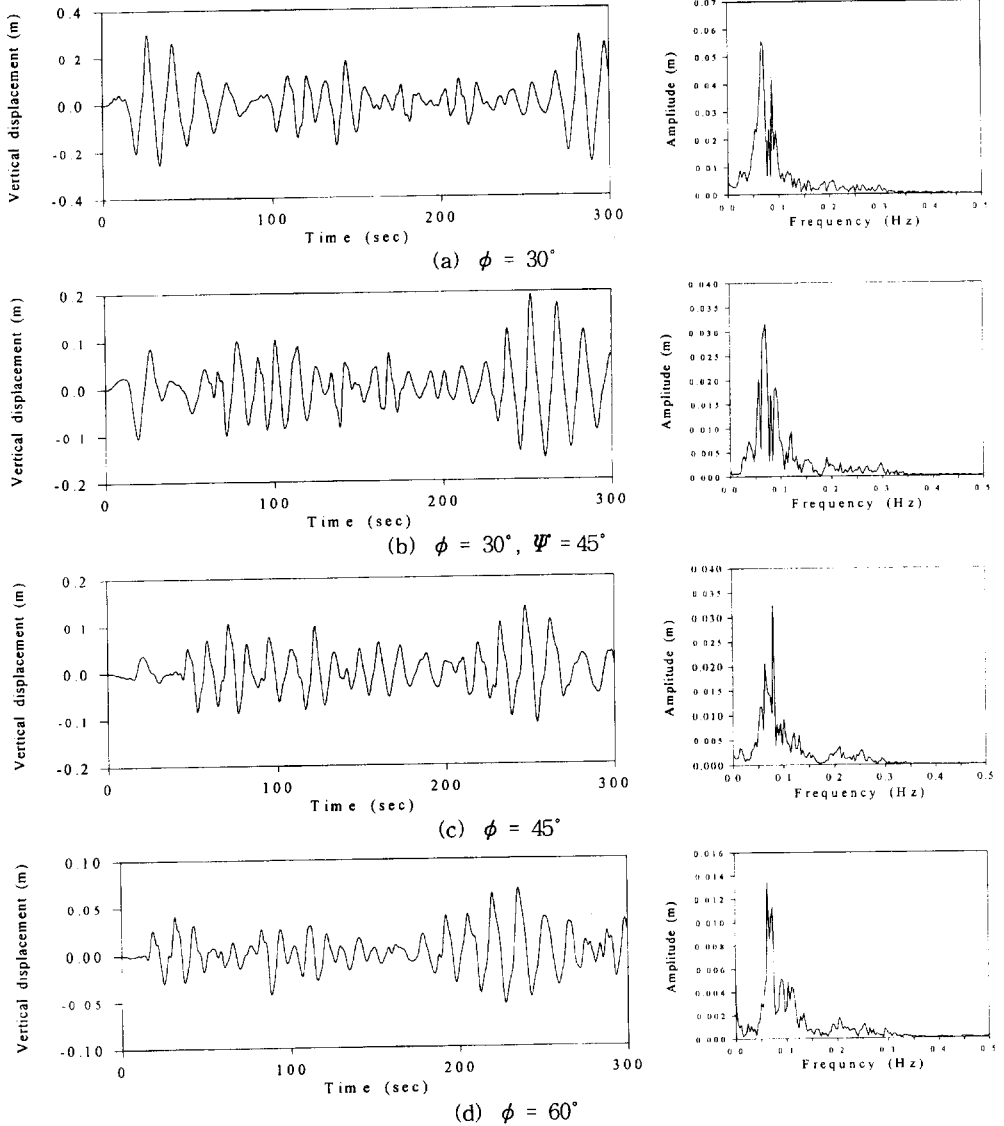


Fig. 15. Dynamic displacement of z direction of the inclined cable under irregular waves.

용하는 경우 케이블 중앙점의 X 방향 응답성분을 표시한 Fig. 8에서는 케이블의 경사각에 따라 비선형 항력의 효과 정도가 차이를 나타내지 않은 반면 불규칙파를 받는 케이블의 응답의 경우 경사각 30°의 Fig. 8(b)와 60°의 Fig. 8(e)에서는 케이블의 경사각이 클수록 고차의 진동수 범위에서 비선형 항력의 효과가 크게 나타난다.

Fig. 15에서는 경사각의 변화에 따른 케이블 중앙점의 Z 방향 변위 및 응답변위에 대한 FFT의 결과를 보여주고 있다. X 방향의 변위 및 FFT의 결과와 유사하

게 비선형 항력의 효과로 인하여 0.04 Hz 이하의 진동수와 0.17 Hz 이상의 진동수 범위의 응답성분(Fig. 15(a)~(d))을 볼 수 있다. 그러나 X 방향의 변위 및 FFT의 결과에서는 경사각의 증가에 따라 변위의 크기 및 비선형 항력의 효과가 증가하지만 Z 방향 변위에서는 경사각의 증가에 따라 케이블의 변위와 비선형 항력의 효과가 현저하게 줄어든다.

Fig. 16은 경사각의 변화에 따라 수면 부근 케이블 단부의 장력변화를 보여주고 있다. 단일 규칙파 및 두개

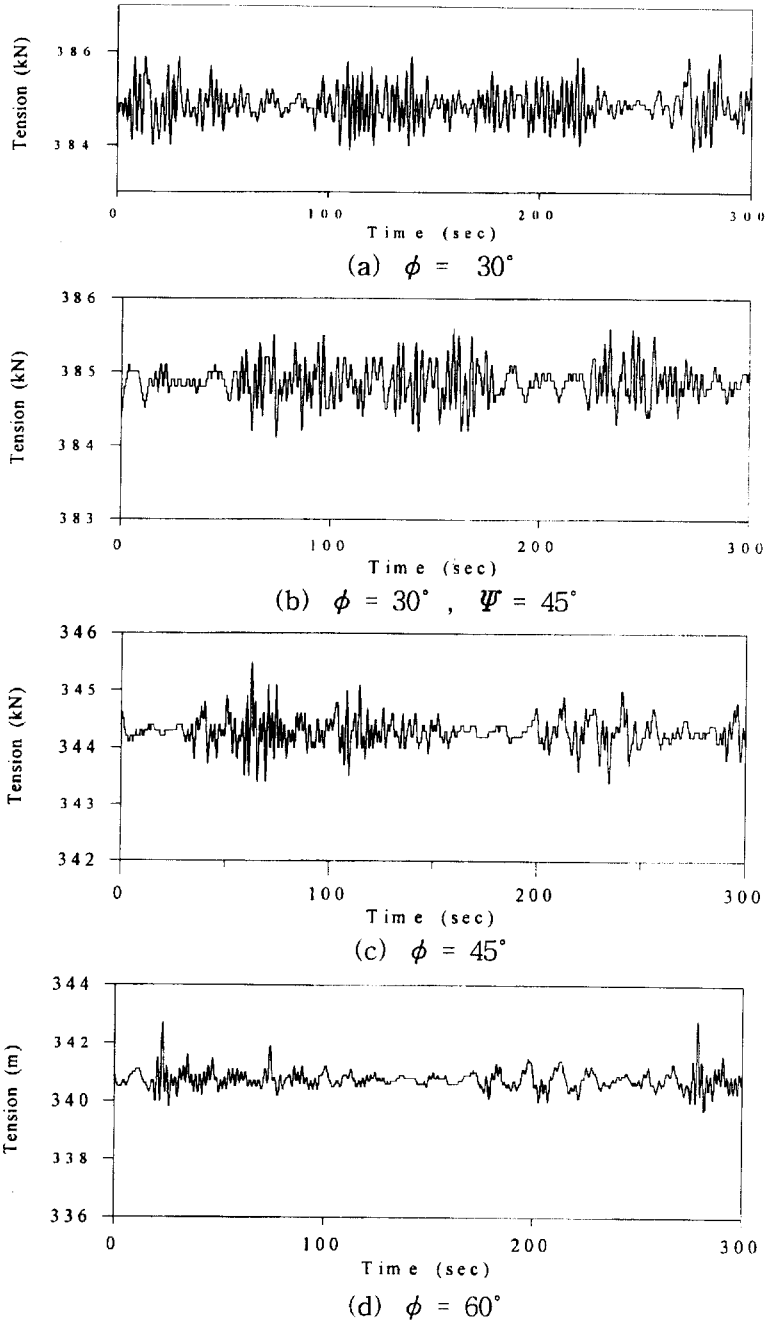


Fig. 16. Tension variation of the inclined cable under irregular waves.

의 규칙파를 받는 케이블의 경우와 마찬가지로 불규칙 파를 받는 경사진 케이블에서도 경사각이 작을수록 즉 보다 케이블의 현과 길이의 비가 클수록 장력값이 증가함을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

등매개 케이블요소(isoparametric cable elements)를 이용하여 지점 변위를 일으키고 자중, 부력 등을 받는 해

양케이블의 초기평형 상태를 결정하였다. 초기의 정적평형상태를 기준으로 규칙파 및 불규칙파에 의한 파랑하중을 받는 해양 케이블의 비선형 동적해석을 수행하였다. 해석결과와 분석을 통하여 다음의 결론을 얻었다.

1. 가우스 수치적분법을 적용할 때 곡선 케이블의 변형형상을 고려한 접선 및 법선방향의 유체력을 산정하므로써 실제와 근접한 파랑하중을 결정할 수 있었다.
2. 진동수  $f_1$ 인 단일 규칙파를 받는 경우에 케이블 중앙점의 수평성분은 입력파 진동수  $f_1$ 과  $3f_1$  크기의 진동수를 가지며 진동하는 것을 관찰할 수 있다. 이러한  $3f_1$ 의 진동수를 갖는 응답성분은 Morison 방정식의 비선형 점성항력의 효과에 의하여 발생한 것으로 판단된다.
3. 중첩파와 불규칙파가 작용하는 경우에도 위와 유사한 비선형 점성항력의 영향을 관찰할 수 있었다.

### 감사의 글

이 연구는 과학기술부에서 시행하는 중점국가 연구개발사업의 하나인 자연재해방제기술개발 사업으로 수행된 것이다.

### 참고문헌

- 김문영, 김남일, 1998. 등매개 케이블요소를 이용한 케이블망의 정적 및 동적 비선형해석, 한국전산구조공학회논문집, **11**(2): 305-316.
- 김문영, 김남일, 윤종윤, 1999. 조류력을 받는 해양케이블의 자유진동해석, 한국해양·해양공학회지, **11**(4): 231-237.
- Bliek, A. and Triantafyllou, M.S., 1985. Nonlinear cable dynamics, *Proc. 4th Int. Conf. on Behaviour of Offshore Structure (BOSS '85)*, pp. 963-972.
- Van den Boom, H.J.J., 1985. Dynamic behaviour of mooring lines, *Proc. 4th Int. Conf. on Behaviour of Offshore Structure (BOSS '85)*, pp. 359-368.
- Paik, I., 1994. Nonlinear dynamic behavior of offshore structures, *National Science Foundation Engineering Research Center*.
- Bathe, K.J., Ozdemir, H. and Wilson, E.L., 1974. *Static and Dynamic Geometric and Material Non-Linear Analysis*, Univ. of California, Berkeley.

---

Received May 26, 1999

Accepted October 20, 1999