

쇄파구조를 고려한 확장형 Boussinesq 방정식의 수치 실험 Numerical Study on Extended Boussinesq Equations with Wave Breaking

윤종태* · 이창훈**

Jong Tae Yoon* and Chang Hoon Lee**

요 旨 : Nwogu의 확장형 Boussinesq 방정식에 쇄파모형을 추가하였다. 입사조건으로 내부조파기법을 사용하였고 경계에서는 스폰지층을 사용하였다. 수치적분은 시간에 대해 4차의 Adams 기법을 사용하였고 공간에 대한 1계 미분은 4차의 차분식을 사용하므로써 모든 차분 오차가 분산항보다 작아지도록 하였다. 면내부조파기법을 이용하여 목적파를 잘 재현할 수 있었고 스폰지층에서 파를 감쇄시키므로써 경계에서 연산영역 내부로의 제반사를 억제할 수 있었다. 천수실험을 통해 수심 변화에 따른 파고와 파장의 변화를 살펴보고 쇄파전후의 파고 변화는 실험치와 전반적으로 일치하였지만 쇄파후의 파고는 실험치보다 큰 값을 보여주었다.

핵심용어 : 확장형 Boussinesq 방정식, 면 내부조파기법, 스폰지층, 쇄파, 수치실험

Abstract □ A treatment of wave breaking is included in the extended Boussinesq equations of Nwogu. A spatially distributed source function and sponge layers are used to reduce the reflected waves in the computational domain. The model uses fourth-order Adams predictor-corrector method to advance in time, and discretizes first-order spatial derivatives to fourth-order accuracy, and thus reducing all truncation errors to a level smaller than the dispersive terms. The generated wave fields are found to be good and the corresponding wave heights are very close to their target values. For the tests of wave breaking, although agreement is considered to be reasonable, wave heights in the inner surf zone are over-predicted. This indicates the breaking parameters in the model should be adjusted.

Keywords : extended Boussinesq equation, spatially distributed source, sponge layer, wave breaking, numerical study

1. 서 론

비교적 평탄한 수면형상의 심해 파랑은 천해역으로 접어들어 해안선을 향해 오면서 지형 및 수심의 변화에 의하여 천수, 회절 및 굴절현상 등을 일으키면서 급격한 변형을 겪게된다. 파랑간의 비선형 효과는 주파수의 합 또는 차로 표현되는 또 다른 파랑을 발생시키기도 한다. 이러한 변화를 거치면서 수심이 아주 얇아져 그 에너지가 한계점에 이르면 파가 부서지면서 쇄파가 일어난다. 대부분의 해안구조물이 이런 복잡한 파랑변형이 수반되는 해안선 및 천해역에 축조되어 있음을 생각할

때 파랑변형에 대한 정확한 이해는 구조물의 설계파 산정 및 해안 시설물의 운용에 필수적인 전제가 될 것이다.

Boussinesq형 방정식들은 이러한 파랑변형을 나타내는 수학적 모형의 하나로서 파랑의 비선형성과 분산성이 고려되어, 내재된 가정에 따른 적용범위 내에서는 상당히 정확한 모형이다. Peregrine(1967)은 수면변위와 수심평균 유속을 사용하여 변수수에 대한 식을 발표하였고 Freilich and Guza(1984)와 Elgar and Guza(1985)는 Peregrine의 방정식을 각주파수에 대한 식으로 나타내어 파랑 스펙트럼의 발달을 연구하였다. Liu *et al.*(1985)과 Rygg(1988)는 수중 천퇴(shoal)에 의한 굴절 계산에

*경성대학교 건설·환경공학부 (Department of Civil and Environmental Engineering, Kyungsoo University, Pusan 608-736, Korea)

**한국해양연구소 연안·항만공학연구센터 (Coastal and Harbor Engineering Research Center, Korea Ocean Research & Development Institute, Ansan P.O. Box 29, Seoul 425-600, Korea)

Boussinesq 방정식을 사용하였다.

이러한 일반 Boussinesq 방정식들은 수심이 커지면 파의 선형 분산성을 제대로 재현할 수 없어 그 오차가 커지므로 제한된 천해역에만 적용되어 왔다. Madsen *et al.*(1991)과 Nwogu(1993)는 식의 적용영역을 확장하기 위해 새로운 형태의 확장형 Boussinesq 방정식을 발표하였다. 이 중 Nwogu의 식은 평균수심 대신 임의 수심에서의 유속을 사용하여 유도되고 해당 수심은 선형 분산관계식과 가장 부합되는 수심값을 사용하는데 연속 방정식과 Euler 방정식으로부터의 유도과정에 일관성이 유지되고 있다. Wei and Kirby(1995)는 Nwogu의 확장형 Boussinesq 식에 대한 고차의 해석수치기법을 발표하였다.

Boussinesq 방정식을 수치해석하는 과정에서 많이 겪는 어려움 중의 하나는 입사경계의 정확한 처리이다. 계산 영역 내에서 발생하는 반사파가 입사경계로 진행해 올 경우 그 제원을 미리 알 수가 없으므로 일반적으로 반사파의 위상속도 및 파향을 가정하여 해석한다(Enquist and Majda, 1977). 하지만 이러한 근사적 처리는 연산 시간이 클 경우 과도한 오차의 누적을 가져와 연산 자체가 불가능해진다. Wei and Kirby(1995)는 조파경계에서 근사적 방사경계조건을 사용하여 타원형 천퇴에 대한 파랑변형을 계산하였는데 이 경우에도 반사파의 양이 많아지면 연산을 중단할 수 밖에 없다.

Israeli and Orszag(1981)가 제안한 스폰지 경계층은 진행해 오는 파를 강제 감쇄시킬 수가 있으므로 방사 조건 대신 스폰지 층을 사용하면 연산시간에 따른 안정성 문제를 피할 수 있다. 이 경우엔 파를 경계가 아닌 내부에서 조파해 주어야 하는데 Larsen and Dancy(1983)는 엇갈린 격자(staggered grid)에 대해 선(line source) 내부조파기법을 사용하여 Boussinesq 방정식을 해석하였다. 하지만 선 내부조파기법은 엇갈린 격자가 아닐 경우 적용이 안되는 경우가 많으므로 Wei *et al.*(1999)은 원천항(source terms)을 포함한 선형화된 방정식의 해를 구하여 원천항수가 공간적으로 분포되는, 면 내부조파기법을 발표하였다.

한편 Boussinesq 방정식에 쇄파구조를 도입하기 위한 시도가 계속되어 왔는데 Heitner and Housner(1970)는 운동량 보존식에 가상 점성항(artificial viscosity term)을 추가하여 쓰나미를 해석하였고, Zelt(1991)는 와점성으로 표현되는 쇄파구조를 사용하여 고립파의 쇄파를 모의하였으나 운동량이 보존되지 못하는 단점이 있었다. Schäffer *et*

al.(1993)과 Madsen *et al.*(1997)은 roller-based approximation을 사용한 쇄파 구조를 제안하였고 Kenne-dy *et al.*(1999)은 와점성 형태의 쇄파모형에, 쇄파의 시작 및 종료에 대한 기준을 자연현상에 보다 부합되도록 개선하였다.

본 연구에서는 Wei and Kirby(1995)가 제안한 수치기법을 사용하여 Nwogu의 확장형 Boussinesq 방정식을 차분화하였다. 스폰지 경계층을 사용하여 반사파로 인한 문제를 해소하고 이를 위해 면 내부조파기법을 사용하였다. 쇄파구조는 Kennedy *et al.*(1999)의 와점성 모형을 사용하였고 수치실험을 통해 선형파 및 비선형파의 조파구조를 확인한 후, 일정 경사를 가진 수심에 대한 쇄파를 계산하여 실험값과 비교하였다.

2. 모형의 구조

2.1 지배방정식

Nwogu(1993)의 확장형 Boussinesq 방정식은 다음과 같이 연속방정식과 운동량방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \eta_t + \nabla \cdot [(h + \eta)\vec{u}] \\ + \nabla \cdot \left\{ \left(\frac{z_\alpha}{2} - \frac{h^2}{6} \right) h \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) + \left(z_\alpha + \frac{h}{2} \right) h \nabla [\nabla \cdot (h\vec{u})] \right\} = 0 \\ \vec{u}_t + g \nabla \eta + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} + z_\alpha \left\{ \frac{z_\alpha}{2} \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) + \nabla [\nabla \cdot (h\vec{u})] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$(2)$$

여기서 η 는 수면변위, h 는 수심, $\vec{u}=(u, v)$ 는 수심 z_α 에서의 수평 유속, $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$, g 는 중력가속도이다. 일반 Boussinesq 방정식과 비교하여 유속이 평균유속 대신 임의 수심 z_α 에서의 유속으로 표현되어 있고, 연속 방정식에서는 분산항이 추가되고 운동량 방정식에서도 분산항의 계수가 다른데 이런 차이가 보다 깊은 수심에 적용할 수 있는 요인이 된다(Nwogu, 1993). 식 (1), (2)에 내부조파를 위한 원천항 $f(x, y, t)$ 와 와점성항 F_b , G_b 및 스폰지층에서의 감쇄항 F_s , G_s 를 추가한 후 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\eta = E(\eta, u, v) + f(x, y, t) \quad (3)$$

$$U_t = F(\eta, u, v) + [F(v)]_t + F_b + F_s \quad (4)$$

$$V_t = G(\eta, u, v) + [G(u)]_t + G_b + G_s \quad (5)$$

여기서

$$U(u) = u + h[b_1 h u_{xx} + b_2 (hu)_{xx}] \quad (6)$$

$$V(v)=v+h[b_1hv_{,xy}+b_2(hv)_{,xy}] \quad (7)$$

$$E(\eta, u, v)=-[(h+\eta)u]_{,x}-[(h+\eta)v]_{,y} \\ -\{a_1h^3(u_{,xy}+v_{,xy})+a_2h^2[(hu)_{,xx}+(hv)_{,yy}]\}_{,x} \\ -\{a_1h^3(u_{,xy}+u_{,xy})+a_2h^2[(hv)_{,xy}+(hu)_{,xy}]\}_{,y} \quad (8)$$

$$F(\eta, u, v)=-g\eta_1(-uu_x-vv_x) \quad (9)$$

$$G(\eta, u, v)=-g\eta_1(-vv_x-uv_x) \quad (10)$$

$$F_1(v)=-h[b_1hv_{,xy}+b_2(hv)_{,xy}] \quad (11)$$

$$G_1(u)=-h[b_1hu_{,xy}+b_2(hu)_{,xy}] \quad (12)$$

상수 a_1, a_2, b_1, b_2 는 다음과 같다.

$$a_1 = \frac{1}{2}\beta^2 - \frac{1}{6}, \quad a_2 = \beta + \frac{1}{2}, \quad b_1 = \frac{1}{2}\beta^2, \quad b_2 = \beta - \frac{\tilde{\alpha}}{h} \quad (13)$$

Nwogu가 제안한 z_0/h 의 최적값은 0.531로서 본 논문에서도 이 값을 사용한다.

2.2 면 내부조파함수

Wei *et al.*(1999)은 연속방정식에 원천함수 $f(x, y, t)$ 를 추가한 후 선형화된 식에 대해 Green 함수를 사용한 해를 구하여 목적파랑의 특성과 원천함수와의 관계식을 유도하므로써, 원천함수가 공간적으로 분포된 면 내부조파기법을 제안하였다. 조파영역의 중심을 y 축에 평행하게 설정하고(Fig. 1) 원천함수는 다음과 같이 둔다.

$$f(x, y, t)=g(x)S(y, t) \quad (14)$$

$$g(x)=\exp[-\beta(x-x_c)^2] \quad (15)$$

$$S(y, t)=D \sin(\lambda y-\omega t) \quad (16)$$

여기서 β 는 형상계수, x_c 는 조파역 중심의 x 좌표, D 는 원천함수의 진폭, 그리고 $\lambda=k \sin \theta$ 에서 k 는 파수, λ 는 y 방향의 파수이다. D 는 다음과 같다.

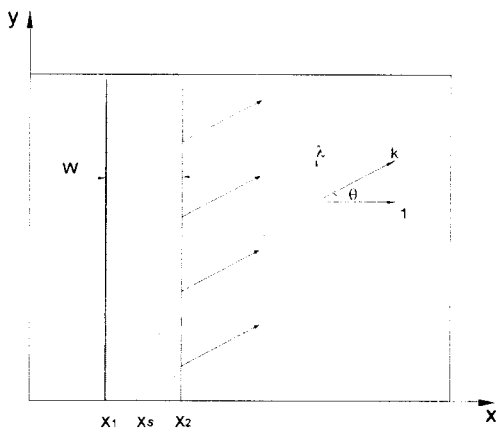


Fig. 1. Source function definition in computational domain.

$$D = \frac{2a_0 \cos \theta (\omega^2 - \alpha_1 g k^4 h^3)}{\omega k l [1 - \alpha(kh)^2]} \quad (17)$$

여기서 a_0 는 목적파랑의 진폭, ω 는 각주파수, $\alpha = -0.390$, $\alpha_1 = \alpha + 1/3$, 그리고 l 는 다음과 같다.

$$l = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\beta x^2) \exp(-ilx) dx = \sqrt{\frac{\pi}{\beta}} \exp(-l^2/4\beta) \quad (18)$$

여기서 l 은 x 방향의 파수이다. 조파대의 한계를 $\exp(-5) = 0.0067$ 인 곳으로 한정하면 조파대의 폭 W 는 다음과 같다.

$$W = |x_2 - x_1| = 2 \sqrt{\frac{5}{\beta}} \quad (19)$$

W 는 파장의 0.5배 정도를 사용한다.

2.3 쇄파구조

쇄파로 인한 파고의 감소 뿐만 아니라 부서지는 파의 파형을 제대로 나타내기 위해서는 감쇄구조가 시·공간적으로 제한되게 작용해야 하고 특히 파의 전면에 작용해야 한다. 본 연구에서는 Zelt(1991)의 와점성 모형과 유사하면서 쇄파의 시작 및 종료를 실제 현상에 보다 부합하도록 확장한 Kennedy *et al.*(1999)의 방법을 사용한다. 운동량의 혼합 개념을 적용한 쇄파식은 다음과 같다.

$$F_h = \frac{1}{h+\eta}$$

$$\left([v((h+\eta)u_{,x})]_{,x} + \frac{1}{2} [v((h+\eta)u_{,y} + v((h+\eta)v_{,x})]_{,y} \right)$$

$$G_h = \frac{1}{h+\eta}$$

$$\left([v((h+\eta)v_{,y})]_{,y} + \frac{1}{2} [v((h+\eta)u_{,y} + v((h+\eta)v_{,x})]_{,x} \right) \quad (20)$$

와점성계수 ν 는 다음과 같다.

$$\nu = B \delta^2 (h+\eta) \eta_l \quad (22)$$

여기서 $\delta = 1.2$ 는 혼합거리 계수이고 에너지 감쇄를 제어하는 계수 B 는 갑작스런 쇄파로 인한 불안정을 피하기 위해 다음과 같이 0에서 1까지 점진적으로 변화한다.

$$B = \begin{cases} 1, & \eta_l \geq 2\eta_l^* \\ \frac{\eta_l}{\eta_l^*} - 1, & \eta_l^* < \eta_l \leq 2\eta_l^* \\ 0, & \eta_l \leq \eta_l^* \end{cases} \quad (23)$$

η_t^* 는 쇄파의 시작 및 종료를 결정하는 매개변수로서 다음과 같이 정의된다.

$$\eta_t^* = \begin{cases} \eta_t^{(F)}, & t \geq T^* \\ \eta_t^{(I)} + \frac{t-t_0}{T^*}(\eta_t^{(F)} - \eta_t^{(I)}), & 0 \leq t-t_0 < T^* \end{cases} \quad (24)$$

여기서 T^* 는 천이시간, t_0 는 쇄파의 시작시간을 나타낸다. η_t^* 의 초기값과 최종값 $\eta_t^{(I)}$ 와 $\eta_t^{(F)}$ 그리고 T^* 에 대해 Kennedy *et al.*(1999)은 $\eta_t^{(I)} = 0.65\sqrt{gh}$, $\eta_t^{(F)} = 0.15\sqrt{gh}$, $T^* = 5\sqrt{h/g}$ 를 기본값으로 제안하였다.

2.4 스폰지층의 감쇄함수

계산영역 내부로 파가 재반사되는 것을 막기 위하여 계산영역 경계에 스폰지층을 두어 파의 에너지를 강제 감쇄시킨다. 감쇄함수는 다음과 같다(Wei and Kirby, 1995).

$$F_s = -w_1(x)u + w_2(x)(u_x + u_{xx}) \quad (25)$$

$$G_s = -w_1(x)v + w_2(x)(v_x + v_{xx}) \quad (26)$$

그리고 감쇄계수 w_1, w_2 는 다음과 같다.

$$w_1(x) = \begin{cases} 0, & x < x_s \\ a_1 \omega f(x), & x > x_s \end{cases} \quad (27)$$

$$w_2(x) = \begin{cases} 0, & x < x_s \\ a_1 \omega f(x), & x > x_s \end{cases} \quad (28)$$

여기서 α_1, α_2 는 상수, x_s 는 스폰지층의 시작점, 그리고 $f(x)$ 는 다음과 같다.

$$f(x) = \frac{\exp\left(\frac{x-x_s}{x_f-x_s}\right) - 1}{\exp(1) - 1} \quad (29)$$

x_f 은 스폰지층의 끝을 나타내고 스폰지층의 두께 $x_f - x_s$ 는 파장의 2~3배를 사용한다.

3. 수치기법

Boussinesq 방정식에서 1계 공간미분항을 2차의 정확도(second order accuracy)로 차분화하면 방정식의 분산항과 수학적으로 동일한 형태의 차분오차가 발생한다. 대부분의 수치기법들은(Abott *et al.*, 1984; Nwogu, 1993) 이런 오차항을 2차 차분식에 역대입하여 해석해 왔다. Wei and Kirby(1995)는 모든 차분오차가 방정식의 분산항들 보다는 작아지도록 차분화하여 이런 문제를 극

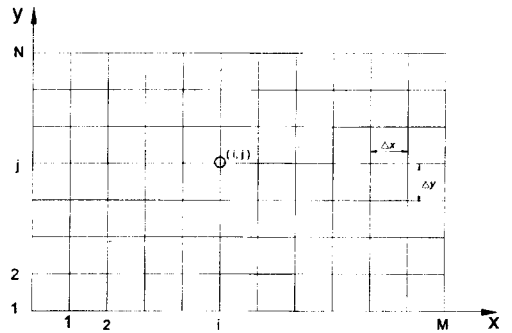


Fig. 2. Definition for computational domain.

복하였다. 즉 1계 공간미분항은 4차의 정확도로 차분화하고 분산항은 2차의 정확도로 차분화한다. 그리고 시간 적분에는 4차의 Adams predictor-corrector 기법을 사용한다. Fig. 2의 격자에 대해 $x=i\Delta x$, $y=j\Delta y$, $t=n\Delta t$ 로 차분화하고 n 이 현재의 기지 시간준위일 때 3차의 Adams-Bashforth 기법은 다음과 같다.

Predictor step:

$$\eta_{i,j}^{n+1} = \eta_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{12} [23(E')_{i,j}^n - 16(E')_{i,j}^{n-1} + 5(E')_{i,j}^{n-2}] \quad (30)$$

$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{12} [23(F')_{i,j}^n - 16(F')_{i,j}^{n-1} + 5(F')_{i,j}^{n-2} + 2(F_1)_{i,j}^n - 3(F_1)_{i,j}^{n-1} + (F_1)_{i,j}^{n-2}] \quad (31)$$

$$V_{i,j}^{n+1} = V_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{12} [23(G')_{i,j}^n - 16(G')_{i,j}^{n-1} + 5(G')_{i,j}^{n-2} + 2(G_1)_{i,j}^n - 3(G_1)_{i,j}^{n-1} + (G_1)_{i,j}^{n-2}] \quad (32)$$

여기서,

$$E = E + f(x, y, t) \quad (33)$$

$$F = F + F_b + F_s \quad (34)$$

$$G = G + G_b + G_b \quad (35)$$

식 (29), (30), (31)의 우변은 모두 기지값이므로 $\eta_{i,j}^{n+1}$ 은 바로 계산되어지고 수평속도 $u_{i,j}^{n+1}$, $v_{i,j}^{n+1}$ 는 3중대각행렬(tridiagonal matrix)로 표현되는 연립방정식을 풀어 결정한다. 이렇게 계산된(n+1)준위에서의 값을 사용하면 공간미분으로 구성된 $(E')_{i,j}^{n+1}$, $(F')_{i,j}^{n+1}$, $(G')_{i,j}^{n+1}$, $(F_1)_{i,j}^{n+1}$, $(G_1)_{i,j}^{n+1}$ 을 계산할 수 있다.

다음 단계에서 4차의 Adams-Moulton 기법을 적용하면 다음과 같다.

Corrector step:

$$\eta_{i,j}^{n+1} = \eta_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{24} [9(E')_{i,j}^{n+1} + 19(E')_{i,j}^n - 5(E')_{i,j}^{n-1} + (E')_{i,j}^{n-2}] \quad (36)$$

$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{24} [9(F')_{i,j}^{n+1} + 19(F')_{i,j}^n - 5(F')_{i,j}^{n-1} + (F')_{i,j}^{n-2}] + (F_1)_{i,j}^{n+1} - (F_1)_{i,j}^n \quad (37)$$

$$V_{i,j}^{n+1} = V_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{24} [9(G')_{i,j}^{n+1} + 19(G')_{i,j}^n - 5(G')_{i,j}^{n-1} + (G')_{i,j}^{n-2}] + (F_1)_{i,j}^{n+1} - (F_1)_{i,j}^n \quad (38)$$

이 단계는 η , u , v 모든 변수에 대해 연속되는 값의 차가 허용치 안에 들 때까지 반복 연산된다.

4. 수치실험 및 결과

4.1 선형파 조파 실험

Fig. 3과 같은 영역에 대해 파를 내부조파하여 전파시키므로써 먼 내부조파기법 및 스폰지 경계층의 거동을 확인해 보았다. 연산영역은 $L_x=50$ m, 수심은 $h=0.5$ m 이고 원천함수의 중심은 $x_s=25$ m에 위치해 있다. 파의 감쇄를 위한 5 m폭의 스폰지층을 양 경계에 설정하였다. 주기는 $T=0.5$ s, 1.0 s, 2.0 s를 사용하였고 파고는

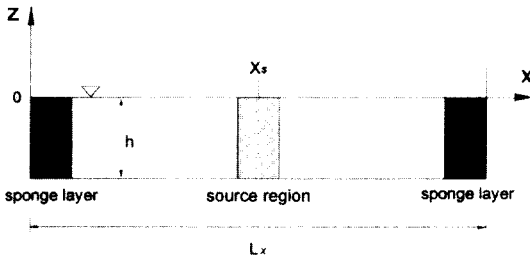


Fig. 3. The computational domain used to illustrate the source function method for generating monochromatic wave.

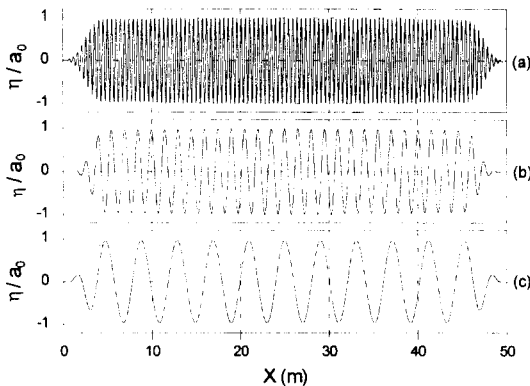


Fig. 4. Snapshots of surface elevation at $t=100$ s: (a) $T=0.5$ s; (b) $T=1.0$ s; (c) $T=2.0$ s.

0.05 m, $\Delta x=0.02$ m, $\Delta t=0.02$ s이다. Fig. 4는 100 s 후의 수면 형상이다. 세 경우 모두 원하는 파(target wave)를 잘 조파한 것을 확인할 수 있다. 스폰지층에서의 파고 감쇄 또한 잘 기능하여 각각 200T, 100T, 67T 시간의 연산을 수행하면서 안정성과 관련된 문제는 발생하지 않았고, 조파된 내부파 또한 특별한 교란이 없이 안정적인 것을 결과에서 확인할 수 있었다.

4.2 비선형파 조파실험

Boussinesq 방정식이 가지는 장점은 천해의 파랑변형에서 나타나는 비선형성을 고려할 수 있다는 점이다. 본 실험에서는 conoid 파를 조파하여 비선형파의 조파기능을 확인하였다. Fig. 3에서 $L_x=3200$ m, $h=10$ m, $x_s=1600$ m, 그리고 스폰지층의 두께는 600 m를 사용하였다. 목적파는 주기 $T=20$ s, 파고 $H=0.1$ m, 0.5 m, 1 m의 세 경우를 사용하였고 $\Delta x=2$ m, $\Delta t=0.1$ s이다. 결과는 20T(4000)의 시간이 경과했을때의 수면 변위를 Fig. 5에 나타내었다. $H=0.1$ m인 경우에 재현된 파는 정현파에 가까웠다. 그리고 파고가 커짐에 따라 파봉은 보다 예리해지고 파곡은 더욱 평평해지는 천해에서의 비선형파의 특징을 잘 보여주고 있다.

4.3 천수실험

천수현상을 제대로 재현할 수 있는지 확인하기 위해 1/40의 경사를 가진 Fig. 6의 지형에 대해 파를 전파시켰다. 파의 주기는 $T=10$ s, 파고는 0.4 m를 사용하였고 $\Delta x=2$ m, $\Delta t=0.1$ s에 대해 20주기 동안 계산하였다. 결과 파는 $t=(19+1/4)T$, $(19+1/2)T$, $(19+3/4)T$, $20T$ 에서의 수

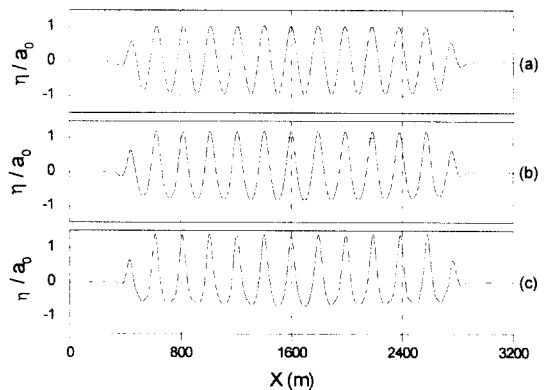


Fig. 5. Snapshots of surface elevation at $t=20T$: (a) $H=0.1$ m; (b) $H=0.5$ m; (c) $H=1.0$ m.

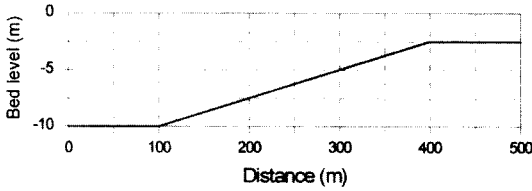


Fig. 6. The computational domain for shoaling computation.

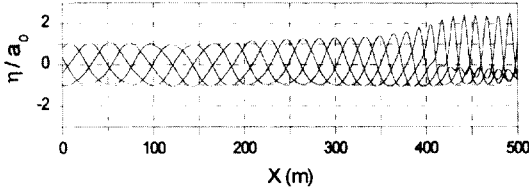


Fig. 7. Snapshots of surface elevation.

Table 1. Conditions of wave flume experiments of Sato *et al.* (1989).

Case	Uniform slope	Wave period (s)	Deep water wave height (cm)
I	1/40	0.985	5.42
II	1/40	0.985	2.86

면변위를 Fig. 7에 나타내었다. 수심 변화에 따른 파고의 증가 및 파장의 감소가 잘 재현되고 있다. 최종 수심에서의 천수계수는 약 1.7로서 Abott *et al.*(1984)이 제시한 계산결과와 잘 부합하고 있다.

4.4 쇄파 실험

Sato *et al.*(1989)은 일정경사를 가진 해저지형에서의 단일 진행파에 대한 쇄파실험을 행하였다. 쇄파대에서의 본 모형의 거동을 확인하기 위해 다음과 같은 조건으로 실험을 행한 후 관측치와 비교하였다.

수심변화에 따른 파고의 변화를 실험치와 비교하여 Figs. 8, 9에 나타내었다. 쇄파를 전후한 파고 변화의 전반적인 거동은 실험치와 대체적으로 일치하고 있다. 하지만 두 가지 양태의 오차가 나타나고 있는데 쇄파전의 파고는 실험치와 비교하여 약간 과소 산정된 반면 쇄파후의 파고는 실험치보다 큰 값을 보여주고 있다. 쇄파계수(δ)의 값을 조정하여 보았지만 이러한 경향은 일관되게 유지되었다. 그 요인은 쇄파모형의 결함일 수도 있고 수치기법에서 기인할 수도 있지만 현재로는 판단이 어려웠다. Fig. 10은 40주기 계산후의 수면변위를 나타낸 것이다. 파의 전면부에 쇄파작용이 집중되는 쇄파

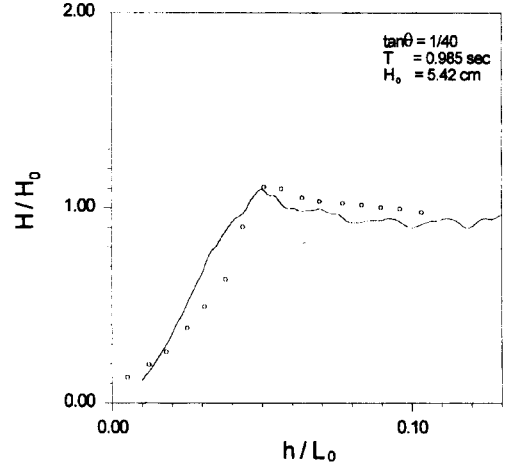


Fig. 8. Computed and measured wave heights for case I: measured (o); computed (-).

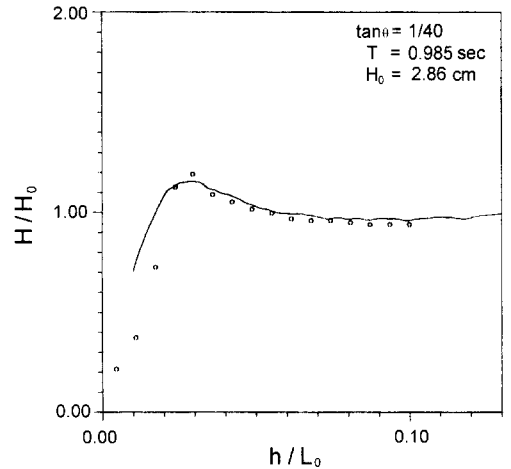


Fig. 9. Computed and measured wave heights for case II: measured (o); computed (-).

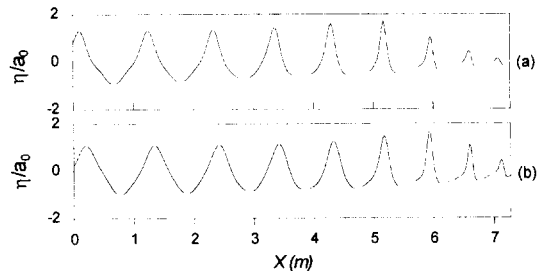


Fig. 10. Snapshots of surface elevation at $t=20T$: (a) case I; (b) case II.

구조의 특성으로 인하여 쇄파후의 파형이 비대칭 형상을 보여주고 있음을 확인할 수 있다.

5. 결 론

Nwogu 의 확장형 Bussinesq 방정식에 먼 내부조파 기법과 스폰지 경계층을 도입하고 쇄파구조를 재현할 수 있는 기법을 추가하였다. 선형파와 비선형파의 내부조파 실험을 통해 목적파를 잘 재현할 수 있었다. 스폰지 경계층에서의 파 감쇄 또한 효율적으로 가능하며 연산영역 내부로의 재반사를 억제하므로써 충분한 연산시간에도 별다른 안정성 문제는 발생하지 않았다. 비록 스폰지 경계층으로 인하여 약 5과장 정도의 연산영역이 늘어나기는 하지만 연산시간의 제약울 받지 않고 정확한 파를 산정할 수 있다는 장점은 매우 큰 것이다. 또한 천수실험을 통하여 수심변화 효과를 살펴보았다. 수심감소에 따른 파고의 증가 및 파장의 감소가 잘 재현되었고 최종 수심에서의 천수계수 또한 일반 Boussinesq 모형의 계산결과와 잘 일치하였다. 쇄파수치실험을 통하여 계산된 쇄파 전후의 파고변화는 실험치와 전반적으로 일치하였다. 쇄파전의 파고는 계산치가 실험치보다 약간 작은 값을 보여주었고 쇄파후의 파고는 실험치보다 큰 값을 나타내었다. 이러한 경향은 쇄파계수들의 조정에 상관없이 일관되게 나타났는데 그 요인은 쇄파모형의 결함일 수도 있고 수치기법에서 기인할 수도 있을 것이다. 이는 추후 연구를 통하여 규명되어야 할 것이다. 쇄파작용이 파의 전면부에 집중되는 쇄파구조의 특성으로 인하여 쇄파 후의 파형은 보다 실제 현상에 가까운 비대칭 형상을 보여주었다.

사 사

본연구는 한국과학재단 핵심전문 연구비(951-0100-001-2) 지원으로 수행되었습니다. 재단의 지원에 감사드립니다.

참고문헌

Abott, M.B., McCowan, A.D. and Warren, I.R., 1984. Accuracy of short-wave numerical model, *J. Hydr. Engrg.*, **110**(10), pp. 1287-1301.

Elgar, S. and Guza, R.T., 1985. Shoaling gravity waves: comparisons between field observations, linear theory and a nonlinear model, *J. Fluid Mech.*, **158**, pp. 47-70.

Enquist, B. and Majda, A., 1977. Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves, *Math. Comp.*, **31**(139), pp. 629-651.

Freilich, M.H. and Guza, R.T., 1984. Nonlinear effects on

shoaling surface gravity waves, *Proc. Roy. Soc. London*, **A311**, pp. 1-41.

Heitner, K.L. and Housner, G.W., 1970. Numerical model for tsunami; runup, *J. Waterways, Ports, Coastal and Ocean Engrg.*, **96**, pp. 701-719.

Israeli, M. and Orszag, S.A., 1981. Approximation of radiation boundary conditions, *J. Comp. Phys.*, **41**(1), pp. 115-135.

Kennedy, A.B., Chen, Q., Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A., 1999. Boussinesq modelling of wave transformation, breaking, and runup. I: One dimension, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg.* (in press).

Larsen, J. and Dancy, H., 1983. Open boundaries in short-wave simulations - A new approach, *Coast. Engrg.*, **7**(3), pp. 285-297.

Liu, P.L.-F., Yoon, S.B. and Kirby, J.T., 1985. Nonlinear reflection-diffraction of waves in shallow water, *J. Fluid Mech.*, **153**, pp. 185-201.

Madsen, P.A., Murray, R. and Sørensen, O.R., 1991. A new form of Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, *Coast. Engrg.*, **15**(4), pp. 371-388.

Madsen, P.A., Sørensen, O.R. and Schäffer, H.A., 1997. Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq-type model. Part I. Model description and cross-shore motion of regular waves, *Coast. Engrg.*, **32**, pp. 255-287.

Nwogu, O., 1993. An alternative form of the Boussinesq equations for nearshore wave propagation, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg.*, **119**(6), pp. 618-638.

Peregrine, D.H., 1967. Long waves on a beach, *J. Fluid Mech.*, **27**, pp. 815-827.

Rygg, O.B., 1988. Nonlinear refraction-diffraction of waves in intermediate and shallow water, *Coast. Engrg.*, **12**(3), pp. 191-211.

Sato, S., Isayama, T. and Shibayama, T., 1989. Long wave component in near-bottom velocities under random waves on a gentle slope, *Coastal Engrg. in Japan*, **32**(2), pp. 149-159.

Schäffer, H.A., Madsen, P.A. and Deigaard, R.A., 1993. A Boussinesq breaking wave model with vorticity, *Proc. 25th Int. Conf. Coast. Engrg.*, ASCE, Orlando, pp. 1192-1204.

Wei, G. and Kirby, J.T., 1995. Time-dependent numerical code for extended Boussinesq equations, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg.*, **121**(5), pp. 251-261.

Wei, G., Kirby, J.T. and Sinha, A., 1999. Generation of waves in Boussinesq models using a source function method, *Coast. Engrg.*, **36**, pp. 271-299.

Zelt, J.A., 1991. The run-up of nonbreaking and breaking solitary waves, *Coast. Engrg.*, **15**, pp. 205-246.