

Feature Extraction and Statistical Pattern Recognition for Image Data using Wavelet Decomposition¹⁾

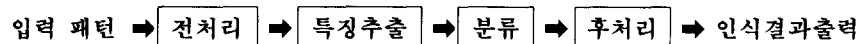
Minsoo Kim²⁾, Jangsun Baek³⁾

Abstract

We propose a wavelet decomposition feature extraction method for the hand-written character recognition. Comparing the recognition rates of which methods with original image features and with selected features by the wavelet decomposition, we study the characteristics of the proposed method. LDA(Linear Discriminant Analysis), QDA(Quadratic Discriminant Analysis), RDA(Regularized Discriminant Analysis), and NN(Neural Network) are used for the calculation of recognition rates. 6000 hand-written numerals from CENPARMI at Concordia University are used for the experiment. We found that the set of significantly selected wavelet decomposed features generates higher recognition rate than the original image features.

1. 서론

문자인식은 [그림1]과 같이 입력 자료로부터 특징들을 추출하고, 그 특징들의 정보를 이용하여 미리 정해진 집단 중의 한 집단으로 분류하는 과정으로 구성된다.



[그림1] 문자 인식 과정

오프라인 문자인식에 있어서 필기자가 자유롭게 쓴 필기체 문자를 인식하기는 쉽지 않다. 왜냐하면 필기자에 따라 필기 문자의 변형들이 상당히 크기 때문이다. 따라서 복잡한 변형에 영향을 받지 않는 안정된 특징추출방법이 연구되고 있다.

기존의 특징추출 또는 특징선택 방법들에는 엔트로피의 최소화를 통한 방법([Shannon, 1948], [이성환,1992]), 세션화를 통한 방법(Zhang and Wang, 1988), 영상 골격화를 통한 방법(Tsao and Fu, 1982)등이 있다. 본 논문에서 제안한 특징선택방법은 웨이블릿 분해를 이용한 것으로서 비선형 방향 기여도 방법(김수형,1994)의 특징추출기법에서 유사한 아이디어를 얻었기에 이 방법을 2

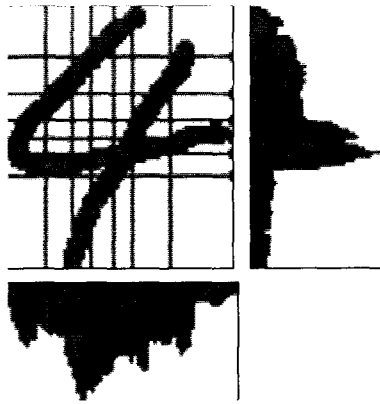
1) This research was partially supported by the '98 Ministry of Information and Communication Fund.
2) Part-time Lecturer, Department of Statistics ; Chonnam National University, Kwangju, 500-757, Korea.
3) Associate Professor, Department of Statistics ; Chonnam National University, Kwangju, 500-757, Korea.

장에서 간단히 살펴보겠다. 웨이블릿 분해는 자료압축, 신호처리등의 분야에서 주로 연구되어왔다. 또한 최근에는 특징추출분야에서도 웨이블릿을 응용한 연구들이 많이 되어있다([Chang and Jay Kuo, 1996], [Wunsch and Laine, 1995], [Tang, Li, Ma, Liu, Leung and Suen,1996], [Wang, Chen and Lin,1994]). 그런데, 특징추출에서 기존의 웨이블릿을 이용한 접근들은 주로 데이터베이스의 양을 줄이거나 전체 데이터베이스에서 자료의 조합시간을 줄여주는 목적으로 이용되었으나 본 연구에서는 인식률의 향상을 목적으로 한다. 물론, 물결형태(wave form)의 자료에서 웨이블릿을 이용한 잡음제거를 통하여 선형판별함수를 개선함으로써 인식률을 높인 연구도 있다(Buckheit and Donoho,1994)

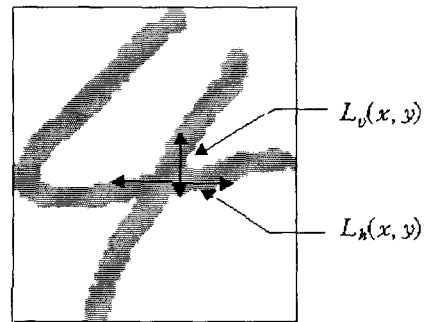
본 논문에서는 문숫자인식에서 중요한 특성인 가로, 세로, 대각선의 특징을 2차원 웨이블릿을 이용하여 추출하는 방법을 3장에서 제시한다. 4장에서는 여러가지 분류기법을 이용하여 제안된 방법인 웨이블릿 분해를 이용한 특징선택 방법의 인식률을 원 자료를 이용하는 방법과 비교했으며 결론을 5장에서 기술하였다.

2. 비선형 방향 기여도 특징추출 방법

비선형 방향 기여도 특징추출 방법이란 이미지를 수평과 수직방향으로 투영한 후 투영된 밀도에 따라 $N \times M$ 으로 비선형 분할([그림2]참조)하여 각 분할된 영역내 각 화소의 방향별 런(run)을 구하고 그 길이의 비율을 특징값으로 한다. 이 방법에서 화소는 검은 화소와 흰 화소의 두가지, 방향에는 수직, 수평, 사선, 역사선의 네 가지를 고려할 수 있다.



[그림2] 7×7로 비선형 분할한 예



[그림3] 수평방향과 수직방향의 런의길이를 구하는 예

이때 검은 화소에 대해 수평과 수직방향만을 살펴보자. 임의의 검은 화소 (x, y) 에 대해 칸(cell) 내에서의 수평방향의 런의 길이 $L_h(x, y)$ 와 수직방향의 런의 길이 $L_v(x, y)$ 를 구한다.

다음으로 수평방향 기여도 $R_h(x, y)$ 와 수직방향 기여도 $R_v(x, y)$ 를 다음과 같이 구한다.

$$R_h(x, y) = \frac{L_h(x, y)}{L_h(x, y) + L_v(x, y)}, \quad R_v(x, y) = \frac{L_v(x, y)}{L_h(x, y) + L_v(x, y)}$$

그래서 각각의 칸 내에 포함된 검은화소에 대하여 $R_h(x, y)$ 와 $R_v(x, y)$ 의 평균값을 특징값으로 정한다. 위와 같은 방법으로 사선방향 기여도 $R_l(x, y)$ 와 역사선방향 기여도 $R_r(x, y)$ 를 구하면 네 가지 기여도의 특징을 추출할 수 있다. 이와 같이 특징을 추출하는 방법을 비선형 방향 기여도 특징추출법이라고 한다. 이 방법은 이미지 자료의 각 분할된 영역의 수평, 수직, 대각선, 역대각선 방향에 대한 국소적 정보(local information)를 특징으로 한 것으로서 인식에 매우 효율적으로 활용되고 있으나 영역을 몇 개로 분할할 것인가 하는(N 과 M 의 결정) 근거는 아직 확립되지 않은 취약성을 갖고 있다.

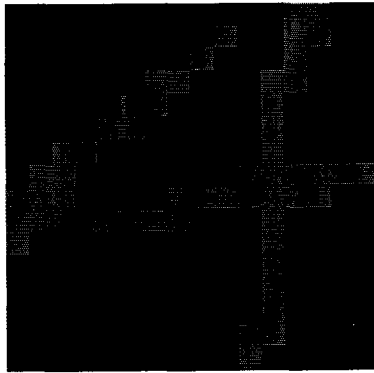
3. 웨이브렛 분해를 이용한 특징선택방법

비선형 방향 기여도 방법과 같이 이미지 자료의 분할된 영역으로부터 국소적 정보를 특징으로 추출하는 취지를 유지하면서 어떻게 분할 영역을 설정할 것인가 하는 고민으로부터 벗어날 수 있는 방법으로서 웨이브렛분해를 적용하고자 한다. 이미지 자료에 대하여 웨이브렛분해(본 논문에서는 하(Haar) 웨이브렛이 이용되었다.)를 실행하면 하위의 해상도에서는 네 가지 특성의 웨이브렛 요소들이 분해되어 계산되는데, [그림4]와 [그림5]에서 볼 수 있듯이 이 특성들은 각각 평균적인 특성, 수평적인 특성, 수직적인 특성, 대각선적인 특성을 나타냄을 알 수 있다. 여기서 하 웨이브렛은 다음과 같다.

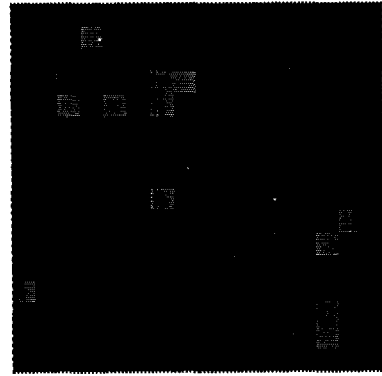
$$\psi(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ -1, & \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

여기서 다른 웨이브렛이 이용될 수도 있지만 특별히 하 웨이브렛이 사용된 이유는 첫째, 개념의 편리성이며, 둘째, 대칭이면서 컴팩트 서포트(compact support)를 가진 유일한 직교기저이기 때문이다.

결국, 위에서 살펴본 비선형 방향 기여도 특징추출방법과 같이 밀도에 따라 영역을 분할하고 분할된 각 영역에 대하여 수평, 수직, 대각선, 역대각선의 특징을 추출하지 않더라도 2차원 웨이브렛 분해를 통하여 유사한 특징을 얻을 수 있음을 알 수 있다. 그래서 본 논문에서는 필기체 문자인식의 특징추출의 방법으로 2차원 웨이브렛 분해를 통한 방법을 제시한다.



[그림4] 원래의 이미지



[그림5] 1단계까지 웨이브렛 분해된 이미지
(좌하, 좌상, 우상, 우하 그림은 각각 평균, 수평, 대각선, 수직특성이미지)

3.1 2차원 웨이브렛(Two-Dimensional Wavelets)

함수공간 V_j 를 $V_j = \{ f \in L^2(\mathbf{R}) : f \text{는 } [k2^{-j}, (k+1)2^{-j}] \text{에서 piecewise constant, } k \in \mathbf{Z} \}$ 로 정의할 때, 두 개의 1차원 공간 V_0 들의 텐서 곱(tensor product)으로 2차원 공간 V_0 를 정의함으로써 2차원 MRA(Multiresolution Analysis)를 다음과 같이 규정할 수 있다.

$$V_0 = V_0 \otimes V_0 = \overline{\text{span} \{ g_1(x)g_2(y), g_1, g_2 \in V_0 \}}$$

임의의 j 에 대하여, $V_j = V_j \otimes V_j$ 로 정의하면, 부분공간(subspace)들의 집합은 다음과 같은 특성을 갖는다.

- [1] $\dots \subset V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \dots$
- [2] $\bigcap_{j \in \mathbf{Z}} V_j = \{ (0,0) \}, \overline{\bigcap_{j \in \mathbf{Z}} V_j} = L^2(\mathbf{R}^2)$
- [3] $f \in V_j \Leftrightarrow f(2 \cdot, 2 \cdot) \in V_{j+1}$
- [4] $f \in V_0 \Rightarrow f(\cdot - k_1, \cdot - k_2) \in V_0$ for all $k_1, k_2 \in \mathbf{Z}$

또한 ϕ 를 스케일링 함수(scaling function)이라고 할 때, $\Phi(x, y) = \phi(x)\phi(y)$ 와 $\Phi_{j, k_1, k_2}(x, y) = 2^j \Phi(2^j x - k_1, 2^j y - k_2)$ 을 정의하면,

- [5] 집합 $\{ \Phi_{j, k_1, k_2}, j, k_1, k_2 \in \mathbf{Z} \}$ 은 정규직교기저(orthonormal basis)를 구성한다. W_j 를 V_{j+1} 에서 V_j 의 직교보공간이라 하면 V_{j+1} 은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 V_{j+1} &= V_{j+1} \otimes V_{j+1} \\
 &= (V_j \oplus W_j) \otimes (V_j \oplus W_j) \\
 &= V_j \otimes V_j \oplus ((V_j \otimes W_j) \oplus (W_j \otimes V_j) \oplus (W_j \otimes W_j)) \\
 &= V_j \oplus W_j
 \end{aligned}$$

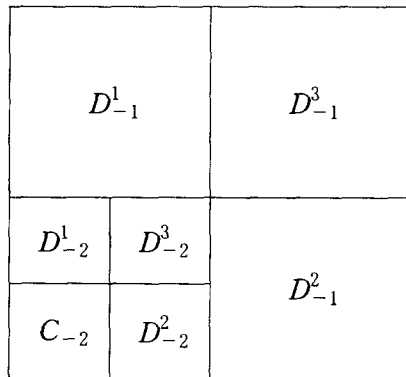
여기서 세부공간(detail space) W_j 는 세 개의 직교부분공간으로 이루어져 있고 이 세 개의 부분 세부공간들은 각각이 그들의 요소들의 텐서 곱(tensor product)들이므로 2차원 웨이브렛을 다음과 같이 정의할 수 있다. 이 때, ϕ 를 웨이브렛 함수(wavelet function)이라고 한다.

$$\begin{aligned}
 \Psi^1(x, y) &= \phi(x)\phi(y) \\
 \Psi^2(x, y) &= \phi(x)\phi(y) \\
 \Psi^3(x, y) &= \phi(x)\phi(y)
 \end{aligned}$$

세부공간(W_j)의 정규직교기저는 $\{ \Psi_{j, k_1, k_2}^m(x, y), m=1, 2, 3, k_1, k_2 \in \mathbf{Z} \}$ 이다. 이때, $\Psi_{j, k_1, k_2}^m(x, y) = 2^j \Psi^m(2^j x - k_1, 2^j y - k_2)$ 이다.

3.2 웨이브렛 분해를 이용한 특징선택 알고리즘

- [1] 이미지자료를 16×16 픽셀(pixel)로 정규화한다.
- [2] 정규화된 이미지에 대해 아래와 같이 2차원 웨이브렛 분해를 2단계 실시한다.
 이때 $D_{-j}^1, D_{-j}^2, D_{-j}^3, C_{-j}$ 각각은 제 j 단계 웨이브렛 분해의 수평, 수직, 대각선, 평균특성 이미지이다. ($j = 1, 2$)



- [3] 변수선택법에 의해 요소들로부터 변수를 선정한다.

4. 필기체 숫자 인식 실험

4.1 실험자료 및 분류방법

인식을 위한 자료는 CENPARMI에서 수집한 0부터 9까지의 필기체 숫자자료로서 각 숫자 당 600개씩의 자료로 구성되어 있다. 이 중에서 4000개는 훈련표본(training sample)으로 이용되었고 2000개는 시험표본(test sample)으로 이용되었다.

먼저 위의 이미지 자료를 정규화(본 논문에서는 정규화방법으로 Yamada 등(Yamada [1990])의 내접원에 바탕을 둔 획 밀도를 이용한 비선형 형태 정규화(Nonlinear Shape Normalization; NSN)를 이용하였다.)한 다음 16×16 이미지 자료로 변환하였다.

이렇게 변환된 자료를 네가지 형태의 자료로 만들어 실험을 하였다. 첫 번째 자료는 위의 정규화된 전체 256개 변수자료, 두 번째 자료는 정규화된 자료로부터 부분-F검정(partial F-test)을 실시하여 가장 영향력이 있는 변수를 선정한 64개 변수 자료, 세 번째 자료는 정규화된 자료를 하웨이브렛 분해(Haar wavelet decomposition)를 제 1수준까지 시행한 다음, 부분-F검정을 실시하여 가장 영향력이 있는 64개를 변수로 선정한 자료, 마지막으로 네 번째 자료는 정규화된 자료를 하웨이브렛 분해를 제 2수준까지 시행한 다음, 부분-F검정을 실시하여 가장 영향력이 있는 64개를 변수로 선정한 자료가 이용되었다. 여기서 변수의 수를 64개로 한정된 것은 전체변수의 차원 256을 1/4로 축소하여 인식결과를 보기 위한 자의적인 결정결과이다.

위의 설명된 네 가지의 종류의 자료를 다음과 같이 [표1]로 정리하였다.

자료의 이름	자료의 내용
or256	정규화된 자료(256변수)
or64	정규화된 자료로부터 부분-F검정(partial F-test)을 이용하여 변수선택한 자료(64변수)
w1-64	정규화된 자료를 2차원 웨이브렛분해(1수준)후 부분 F-검정을 이용하여 변수선택한 자료(64변수)
w2-64	정규화된 자료를 2차원 웨이브렛분해(2수준)후 부분 F-검정을 이용하여 변수선택한 자료(64변수)

[표1] 실험 자료

그리고 이실험의 분류방법은 선형판별분석(LDA), 이차형판별분석(QDA), 정규화판별분석(RDA)와 역전파(back-propagation)학습이론을 이용한 신경망모형(NN)등 4가지 방법이 이용되었다.

선형판별분석은 자료의 정규성과 등분산성의 가정하에서 실시되는 분석인데 (4.1)과 같은 판별함수를 사용한다.

$$d_i(\mathbf{x}) = -2\hat{\mu}_i' \hat{\Sigma}^{-1} \mathbf{x} + \hat{\mu}_i' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\mu}_i - 2 \ln p(\pi_i) \quad (4.1)$$

이때 $\hat{\mu}_i = \bar{\mathbf{x}}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \mathbf{x}_{ij}$, $\hat{\Sigma} = \sum_{i=1}^g \frac{n_i}{n} \hat{\Sigma}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} (\mathbf{x}_{ij} - \hat{\mu}_i)(\mathbf{x}_{ij} - \hat{\mu}_i)'$ 이다.

이차형 판별분석은 자료의 정규성을 가정하지만 등분산의 가정이 없으므로 공동 분산공분산 행렬을 사용하지 않고 각 집단에서 평균과 공분산 행렬의 추정량을 사용한다. 판별함수는 (4.2)와 같다.

$$d_i(\mathbf{x}) = \ln|\Sigma_i| + (\mathbf{x} - \mu_i)' \Sigma_i^{-1} (\mathbf{x} - \mu_i) - 2 \ln p(\pi_i) \quad (4.2)$$

이때, $\hat{\mu}_i = \bar{\mathbf{x}}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \mathbf{x}_{ij}$ $\hat{\Sigma}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} (\mathbf{x}_{ij} - \hat{\mu}_i)(\mathbf{x}_{ij} - \hat{\mu}_i)'$ 이다.

그런데, 분류집단의 수가 g , 특징변수의 수가 p 일때, 선형 판별분석과 이차형 판별분석에서 추정해야 할 모수의 수가 각각 $gp+p(p+1)/2$, $gp+gp(p+1)/2$ 이므로 이 실험과 같이 분류집단의 수와 변수의 수가 엄청나게 많은 경우에는 정확한 공분산 행렬의 추정을 기대할 수 없다. 그래서 이런 경우 표본에 근거를 둔 불편추정량의 사용하는 대신 불편추정량은 아니지만 보다 작은 분산을 갖는 편의 추정량을 사용하는 정칙화 판별분석이 위의 분석들보다는 타당하다고 여겨진다. 본 논문에서는 Friedman(1989)의 정칙화 방법을 사용하였는데, 이 방법은 (4.3)과 같이 표본 공분산행렬 $\hat{\Sigma}_i(\lambda)$ 을 합동공분산행렬과 각 집단의 표본공분산행렬의 선형결합으로 계산된 식에 (4.4)식과 같이 적절한 가법 정칙화 모수 γ ($0 \leq \gamma \leq 1$)를 이용하면 편의를 줄일 수 있다.

$$\hat{\Sigma}_i(\lambda) = \frac{(1-\lambda)n_i\hat{\Sigma}_i + \lambda n\hat{\Sigma}}{(1-\lambda)n_i + \lambda n} \quad (4.3)$$

$$\hat{\Sigma}_i(\lambda, \gamma) = (1-\gamma)\hat{\Sigma}_i(\lambda) + \frac{\gamma}{p} \text{tr}\{\hat{\Sigma}_i(\lambda)\}I \quad (4.4)$$

다시말하면, 모수 λ ($0 \leq \lambda \leq 1$)는 합동 공분산행렬에 대한 각 집단의 공분산 행렬의 기여도를 나타내고, 여기에 모수 γ 를 적당히 조절하므로써 분산공분산행렬의 고유값 중 큰 값을 갖는 고유값은 줄이고 작은 값을 갖는 고유값은 증가시키는 효과를 얻는다. 이 두 개의 모수를 갖는 공분산행렬을 이용하는 정칙화 판별함수는 (4.5)와 같다.

$$d_i(\mathbf{x}) = \ln|\hat{\Sigma}_i(\lambda, \gamma)| + (\mathbf{x} - \mu_i)' \hat{\Sigma}_i(\lambda, \gamma)^{-1} (\mathbf{x} - \mu_i) - 2 \ln p(\pi_i) \quad (4.5)$$

그리고 본 논문에서는 역전파(back propagation)학습이론을 이용하는 신경망모형도 분류방법으로 이용하였는데 역전파학습이론이란 출력값과 기대값의 차이를 줄여나가는 방향으로 가중치(weight)를 조절하는 학습이론 즉, 상위층에서 역전파하여 하위층에서 이를 근거로 자신의 가중치를 조절하는 학습이론이다.

4.2 실험결과

실험은 앞에서 설명한 네가지 자료들에 대해 위의 네가지 분류방법으로 실시되었는데 계산된 인식률이 [표2]에 정리되어 있다.

첫 번째, 자료의 정규성과 등분산성의 가정하에서 실시되는 선형판별분석의 결과에서는 or256, w1-64, 그리고 w2-64의 결과가 or64보다 더 좋은 결과를 보이고 있다. 두 번째, 자료의 정규성을 가정하지만 등분산의 가정이 없으므로 공동 분산공분산 행렬을 사용하지 않고 각 집단에서 평균과 공분산 행렬의 추정량을 사용하는 이차형 판별분석의 결과에서는 w1-64와 w2-64가 or64이나 or256보다 훨씬 더 좋은 결과를 보이고 있다. 여기서 흥미로운 점은

분류방법	자료종류	정분류율(단위 : %)										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	total
LDA	or256	97.5	91.5	77.0	78.0	90.0	90.0	92.0	93.5	87.0	87.0	88.35
	or64	94.0	91.5	73.0	77.5	87.0	86.0	90.5	93.0	84.0	81.5	83.80
	w1-64	96.5	92.0	79.5	78.0	92.0	87.5	91.0	94.5	88.0	88.5	88.75
	w2-64	97.5	92.0	77.0	78.5	91.5	90.5	91.0	94.5	86.5	88.0	88.70
QDA	or256	87.0	80.0	90.5	75.5	80.5	75.0	97.0	74.5	86.5	87.5	82.40
	or64	93.5	90.0	89.0	83.5	82.5	88.5	96.0	84.5	92.0	89.5	88.90
	w1-64	97.5	87.0	97.5	91.0	93.5	91.5	95.5	89.5	96.0	95.0	93.40
	w2-64	96.5	89.0	97.5	94.0	91.5	91.0	94.5	83.5	96.0	92.5	93.80
RDA	or256	100.0	100.0	90.0	90.0	92.0	95.5	96.5	95.5	92.0	94.0	94.55
	or64	97.5	96.5	87.0	87.0	90.5	93.0	95.5	93.0	92.0	92.5	92.45
	w1-64	99.0	98.0	91.0	92.0	94.5	94.5	97.5	95.0	95.0	94.0	95.05
	w2-64	99.5	99.0	93.5	93.0	94.0	93.5	96.5	95.0	94.0	93.5	95.15
NN	or256	96.5	98.0	86.0	86.5	93.0	93.0	96.0	94.5	94.0	94.5	93.20
	or64	95.5	97.0	84.0	83.5	89.0	91.5	93.0	91.5	87.5	91.5	90.40
	w1-64	96.0	96.0	90.0	87.0	96.0	92.5	95.5	93.5	93.5	98.5	93.85
	w2-64	97.5	98.5	89.0	92.0	96.0	90.5	97.5	94.5	95.5	95.5	94.65

[표2] 판별방법과 자료의 종류에 따른 인식률의 비교

선형판별분석에서는 or256이 or64보다 더 좋은 결과를 보였지만 이차형판별분석에서는 or64가 or256보다 더 좋은 결과를 보이고 있다는 점이다. 그 이유는 많은 변수를 사용하면 그 만큼 정보량은 증가하지만 그 만큼 분산공분산 행렬을 잘 추정할 수 없기 때문이다. 즉, 이차형판별분석은 선형판별분석에 비해 추정해야 할 모수가 더 많다. 그래서 이처럼 관측값의 수에 비해 변수의 수가 대단히 많은 경우에는 이차형판별분석을 이용할 때 가능하면 정보의 손실을 보더라도 변수를 줄이는 것이 유리하다는 것을 알 수 있다.

세 번째, 정칙화 판별분석결과에서도 역시 w1-64나 w2-64를 이용한 인식률이 or256이나 or64에 비해 더 좋음을 알 수 있다. 그런데 앞에서 설명한 것과 같이 정칙화 판별분석은 λ 와 γ 를 추정해서 이용해야 한다. 최적의 λ 와 γ 는 교차타당성검정(cross-validation test)이나 격자탐색(grid search)같은 기법 등을 이용하여 추정된다. 그런데, 본 연구에서는 격자탐색을 실시하여 그 중에서 가장 좋은 결과를 제시하였다. 격자탐색의 결과는 [표3]에 정리되어 있다.

마지막으로 신경망모형을 이용한 인식률의 결과에서도 w1-64나 w2-64를 이용한 인식률이 or256이나 or64에 비해 더 좋음을 알 수 있다.

실험결과, 모든 분류방법에서 전반적으로 웨이블릿분해 후 F-검정으로 변수선택한 차원축소 방

법들의 결과가 더 좋음을 알 수 있으며, 모든 자료에 대하여 RDA와 NN분류방법의 인식률이 가장 높음을 알 수 있다.

		γ			
		0.1	0.4	0.6	0.9
λ	0.1	93.05	94.55	94.55	91.85
	0.4	92.30	92.80	91.85	89.10
	0.6	91.50	91.30	90.80	87.95
	0.9	89.55	89.80	89.50	86.75

< or256자료의 인식률 >

		γ			
		0.1	0.4	0.6	0.9
λ	0.1	92.45	92.15	90.75	86.65
	0.4	89.55	88.40	87.55	84.40
	0.6	88.30	87.15	86.35	83.90
	0.9	86.55	85.75	85.40	83.45

< or64자료의인식률 >

		γ			
		0.1	0.4	0.6	0.9
λ	0.1	95.05	93.60	93.00	89.15
	0.4	92.45	91.55	90.40	87.25
	0.6	91.45	90.40	89.30	87.00
	0.9	89.30	89.15	88.50	86.45

< w1-64자료의 인식률 >

		γ			
		0.1	0.4	0.6	0.9
λ	0.1	95.15	94.25	92.90	88.80
	0.4	92.25	91.10	89.90	86.90
	0.6	90.85	89.70	89.25	86.35
	0.9	89.45	88.80	88.25	85.85

< w2-64자료의 인식률 >

[표3] 각 자료의 λ 와 γ 에 따른 RDA인식률 결과비교

5. 결론

패턴인식의 연구에 있어서 특징추출 혹은 특징선택분야는 판별함수를 선택하는 분야와 더불어 중요한 부문이었다. 본 연구에서는 기존의 특징추출의 방법의 기본 메카니즘(mechanism)을 이용하여 특별한 추출방법을 쓰지않고 원래의 이미지 자료에 대해 웨이브렛 분해와 약간의 통계적인 기법을 이용하여 특징을 선택하는 방법을 고려해 보고자 했다.

즉, 숫자인식의 특징추출에 2차원 웨이브렛 분해를 고려하게 된 가장 큰 이유는 위에서도 언급했듯이 평균적인 특성, 수평적인 특성, 수직적인 특성, 대각선적인 특성을 쉽게 뽑을 수 있다는 것이었다. 웨이브렛 분해를 실시하여 얻은 각 웨이브렛 요소들은 크게 평균적 특성과 수평, 수직, 대각선적인 섬세한 특성(detail)의 두 가지로 구분된다. 그런데 숫자인식에 있어서는 인물사진과 같은 섬세한 특성(눈썹, 미소, 입모양 등)이 특징으로서 큰 의미가 없다고 여겨진다. 즉, 아주 작은 변화를 갖는 섬세한 특성들은 미세잡음으로 처리할 수 있다고 여겨지므로 변수선택(본 논문에서는 부분F-검정)을 통해 제거된다. 결국, 본 논문에서는 웨이브렛 분해를 이용해 정보량들을 하위 해상도로 분해한 다음 간단한 통계적인 변수선택법들을 통해서 차원을 축소할 수 있었다. 실제로도 가장 많은 변수가 선택된 곳을 조사한 결과 하위 수준의 평균적 특성이었다.

또한 본 논문에서는 오프라인 문숫자인식을 위해 연구자의 경험에 의해 하(Haar) 웨이브렛을 선정하고 수준도 1수준과 2수준으로 결정하였지만 자료압축(Data Compression)을 위해서 개발된 최적기저선택법(Coifman and Wickerhauser, 1992)와 이를 1차원 신호(signal)의 판별에 응용한 국

소관별기저선택법(Saito and Coifman,1994)를 본 연구에 이용한다면 2차원 웨이블렛의 종류와 수준을 엔트로피 개념을 이용하여 결정할 수 있을 것이다.

결론적으로 본 논문은 차원의 축소(변수의 선택)에 있어서 발생하는 정보의 손실을 가능하면 줄여 보고자 하는 연구였고, 그 방법으로 제안된 방법이 웨이블렛 분해 후 부분 F-검정을 이용하는 방법이었다. 이 연구는 이제 시작하는 단계이므로 웨이블렛 분해 후 변수의 수를 결정하는 문제 등 연구해야 할 부분이 많을 뿐 아니라 모형을 여러 가지로 수정하거나 새로운 아이디어를 추가함으로써 앞으로 더 좋은 결과가 있기를 기대한다.

참고문헌

- [1] 김수형외 3인 (1994). 통계적 군집화 및 신경망기법을 이용한 필기체 문자의 오프라인 인식, 제2회 문자인식워크샵 발표논문집, 정보과학회, pp133-142.
- [2] 이성환 (1992). 다양한 활자체 및 크기의 한글 문자 영상에서의 정보량 및 엔트로피의 분포, 한국 정보과학회 논문지, 제 19권 제 2호, 133-139.
- [3] 이성환 (1993). 문자인식 - 이론과 실제, 홍릉과학출판사.
- [4] 이성환 (1994). 패턴인식의 원리, 홍릉과학출판사.
- [5] Bruce, A. and Gao, H. (1994). *S+Wavelets - User's Manual*, MathSoft.
- [6] Buckheit, J. and Donoho, D. (1994). Improved Linear Discriminant Using Time-Frequency Dictionaries. *Technical Report 305, Dept. Statistics, Stanford University, Stanford, CA.*
- [7] Chang, G. C. -H. and Jay Kuo,C.-C. (1996). Wavelet descriptor of planar curves: theory and applications, *IEEE Trans. Image Process.* 5, 56-70.
- [8] Coifman, R. R. and Saito, N. (1994). Constructions of local orthonormal bases for classification and regression, *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, Serie I* 319, no.2, 191-196.
- [9] Coifman, R. R. and Wickerhauser, M. V. (1992), Entropy-based algorithms best basis selection, *IEEE Trans. Inform. Theory* 38, no.2, 713-719.
- [10] Friedman, J. H. (1989). Regularized discriminant analysis, *Journal of the American Statistical Association*, 84, 165-175.
- [11] Jeong, S. W., Kim, S. H. and Cho, W. H. (1998). Performance comparison of statistical and neural network classifiers in hand-written digits recognition, *Proc. 6th IWFHR*, Taejon, pp.419-428.
- [12] Ogden, R. T. (1997). *Essential Wavelets for Statistical Applications and Data Analysis*. Birkhäuser.
- [13] Shannon, C. E. (1948). A Mathematical Theory of Communications, *Bell System Technical Journal*, Vol. 27, 379-423.
- [14] Tang, Y. Y., Li, B.F., Ma, H., Liu, J., Leung, C. H. and Suen, C. Y., (1996). A novel approach to optical character recognition based on ring-projection-wavelet-fractal signatures, *ICPR'96*, vol II, 325-329.
- [15] Tsao, Y. F. and Fu, K. S. (1982). A general scheme for constructing skeleton models,

Information Science, Vol. 27, No. 1, 53-87.

- [16] Wang, S. -S., Chen, P. -C. and Lin, W.-G. (1994). Invariant pattern recognition by moment Fourier descriptor, *Pattern Recognition* 27, 1735-1742.
- [17] Wunsch, P. and Laine, A. F. (1995). Wavelet descriptors for multiresolution recognition of handprinted characters, *Pattern Recognition* 28, 1237-1249
- [18] Yamada, H., Yamamoto, K. and Saito, T. (1990). A Linear Normalization for Hand-printed Kanji Character Recognition - Line Density Equalization, *Pattern Recognition*, Vol. 23, No. 9, pp1023-1029.
- [19] Zhang, T. Y. and Wang, P. S. P. (1988). A maximum algorithm for thinning digital pattern, Proc. 9th Int. *Conf. on Pattern Recognition*, Rome, Italy, 942-944.