

철근콘크리트 부재의 균열 후 강성 이론

Theoretical Stiffness of Cracked Reinforced Concrete Elements



김 장 훈*

Kim, Jang-Hoon

ABSTRACT

The purpose of this paper is to develop a mathematical expression for computing crack angles based on reinforcement volumes in the longitudinal and transverse directions, member end-fixity and length-to-width aspect ratio. For this a reinforced concrete beam-column element is assumed to possess a series of potential crack planes represented by a number of differential truss elements. Depending on the boundary condition, a constant angle truss or a variable angle truss is employed to model the cracked structural concrete member. The truss models are then analyzed using the virtual work method of analysis to relate forces and deformations. Rigorous and simplified solution schemes are presented. An equation to estimate the theoretical crack angle is derived by considering the energy minimization on the virtual work done over both the shear and flexural components of truss models. The crack angle in this study is defined as the steepest one among fan-shaped angles measured from the longitudinal axis of the member to the diagonal crack. The theoretical crack angle predictions are validated against experimentally observed crack angle reported by previous researchers in the literature. Good agreement between theory and experiment is obtained.

Keywords : cracked concrete, crack angle, truss model, constant angle truss, variable angle truss, and cracked elastic stiffness

* 정회원, 아주대학교 환경도시공학부 조교수

• 본 논문에 대한 토의를 2000년 2월 29일까지 학회로 보내주시면 2000년 4월호에 토의회답을 게재하겠습니다.

1. 서 론

철근콘크리트 구조물에 커다란 횡방향 반복변위를 유발하는 강한 지진하중이 작용하면, 구조물의 손상은 균열과 함께 시작된다. 이때 구조물의 극한강도는 전단이나 휨메카니즘의 보유능력(Capacity)에 따라 결정되며, 구체적으로는 철근 배근상세와 균열 특성, 즉 균열형상 및 균열각 등이 영향을 미친다. 철근콘크리트 부재에 있어서 균열각은 구조부재의 극한강도뿐만 아니라 균열후의 강성(Post-Cracking Stiffness)에도 지대한 영향을 주기 때문에 매우 중요하다. 이는 최근의 설계기준^(1,2,3,4)이나 연구결과^(5,6,7,8,9,10)에서 나타나듯이 철근콘크리트 구조부재의 전단강도를 위한 해석이나 설계를 위한 모델들에 직·간접적으로 균열각도가 사용되고 있는 것을 보아도 알 수 있다. 그러나 정작 균열각도의 예측을 위한 지침은 주어져 있지 않은 상태이며, 다만 배근상세나 구조부재의 형상비와는 무관하게 일정한 값(예를 들어 30°)^(7,8)을 사용하도록 권장하고 있을 뿐이다. 해석을 위하여 주어지는 이러한 일정한 값의 균열각은 주로 제한된 수의 공시체에 대한 실험적 관찰에 근거한 뿐이며, 이론적 근거는 취약한 상태이다. 그러므로 본 논문에서는 철근양과 부재단부 경계조건 및 구조부재의 형상비를 이용한 균열각 계산공식을 제안하고자 한다. 아울러 계산된 균열각에 근거한 전단변형과 휨변형을 함께 고려하여 철근콘크리트 구조부재의 균열 후 유효강성을 구하여 보고자 한다.

2. 균열 콘크리트의 트러스 모델기법

오래 전부터 트러스 모델기법은 철근콘크리트 부재의 균열 후 거동해석에 이용되어 왔다. 트러스 모델기법은 주로 트러스의 평행현재(Longitudinal Chords)에 의하여 대신되고, 전단철근(Transverse Hoop Steel)은 현재와 직교하는 수직 또는 수평 인장재(Transverse Tensile Ties)에 의하여 대신된다. 휨-압축 콘크리트 효과는 압축현재에 포함시켜 고려할 수 있으며, 때로는 무시될 수도 있다. 트러스 모델의 평행현재와 이에 직교하는 수직 또는 수평 인

장재는 콘크리트내의 경사방향 압축력을 대신하는 경사 스트럿(Struts)에 의하여 균형이 유지되는 것으로 가정할 수 있다. 이때 경사 스트럿의 방향은 사인장 균열의 경사방향과 일치하는 것으로 간주한다. 또한 계산의 편의를 위해서 현재나 수직 또는 수평 인장재 및 경사 스트럿은 강한 절점(Rigid Nodes)에서 편으로 접합된다고 가정하고, 콘크리트의 인장강도를 무시하였으며, 콘크리트와 철근의 부착을 완전하다고 가정하였다. 한편 Fixed Angle Approach⁽¹¹⁾를 사용하여 한번 결정된 균열각의 방향은 변화하지 않는다고 가정하였다.

2.1 고정각 트러스(Constant Angle Truss)

Fig. 1은 경사방향으로 균열된 기다란 보-기둥의 단순한 응력 부분(Undisturbed Regions)⁽¹²⁾에 의한 전단력 전달 메카니즘을 보여주고 있다. Fig. 1(a)의 전체 구조부재로부터 Fig. 1(b)와 같은 일정한 단면의(Prismatic) 미소 트러스(Differential Truss)를 떼어내어 생각해 보기로 한다. 여기서 전단철근은 부재의 전 길이에 걸쳐 균등하게 분포하여(Uniformly Distributed) 있다고 가정한다.

이제 따로 떼어낸 미소 트러스에 미소 전단력(Differential Shear Force) dV_s 를 작용시키면, 각부에 작용하게 되는 힘은 평형조건(Static Equilibrium)으로부터 쉽게 구할 수 있다.

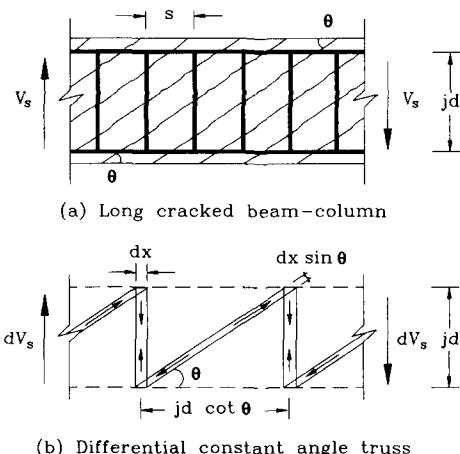


Fig. 1 Constant angle truss model

미소 전단력에 의한 미소 트러스의 변형은 가상일법(Virtual Work Method of Analysis)을 이용하여 계산할 수 있다. 이때 평행현재가 무한강성을 가졌다고 가정하면, 휨메카니즘에 의한 변형은 무시할 수 있게 되며, 미소 트러스의 변형량 자체가 구조부재의 전단변형을 나타내게 된다. Undisturbed Regions을 통하여 전달되는 전단력이 일정할 때에 각 미소 트러스의 변형은 고정각 트러스 전체를 통하여 동일하게 된다. 구조부재 단면내의 모멘트 팔(Internal Lever Arm)을 jd 라고 하고 균열각을 θ 라고 하면, 전체 철근콘크리트 부재의 균열 후 탄성전단강성(Elastic Shear Stiffness)은 미소 트러스 강성을 균열각에 의하여 구획되는 부재 축방향 거리, $jd \cot \theta$ 에 대하여 적분하면 구할 수 있다. 즉

$$\begin{aligned} K_s &= \int dK_s \\ &= \int \frac{dV_s}{\Theta_s} \\ &= \frac{\rho_v n \cot^2 \theta}{1 + \rho_v n \operatorname{cosec}^4 \theta} E_c A_v \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 Θ_s =전단메카니즘에 의한 변위각(Drift Angle), ρ_v =콘크리트에 대한 전단철근의 체적비, $n = E_s/E_c$ =탄성계수비, E_c, E_s =각각 콘크리트, 철근의 탄성계수, A_v =콘크리트 전단면적(Shear Area)이다. 식(1)의 전단강성은 Dilger⁽¹³⁾와 Park and Paulay⁽¹⁴⁾가 유도한 식 중 전단철근이 주근과 이루는 각도가 90° 일 때의 표현과 일치하고 있음을 보여준다.

2.2 가변각 트러스(Variable Angle Truss)

가변각 트러스는 Fig. 2(a)에 보여주듯이 복잡한 응력부분(Disturbed Regions)⁽¹²⁾이 대부분을 구성하고 있는 경사 균열된 짙은 부재를 의미한다. 이러한 부재로부터 미소 전단력 dV_s 가 작용하는 Fig. 2(b)의 미소 트러스를 떼어내어 생각하여 보기로 한다. 이때 dV_s 는 고정각 트러스의 경우와는 달리 부

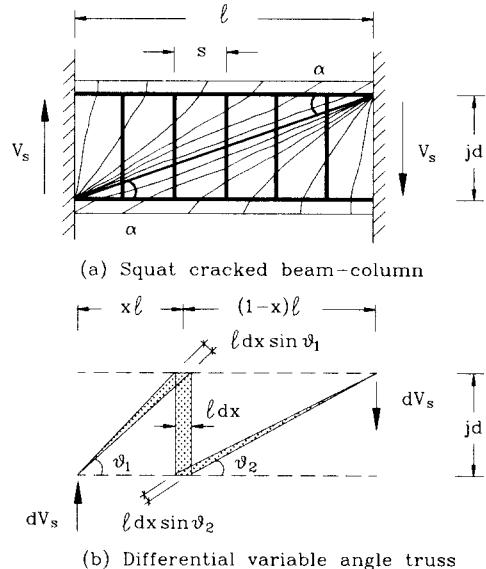


Fig. 2 Variable angle truss model

재길이에 걸쳐서 일정하지 않음에 주목한다. 무차원 변수 x 가 0~1의 값을 가질 때, 미소 트러스는 두께 ldx 인 한 개의 수직 인장재와 두 개의 기다란 삼각형의 경사 스트럿으로 구성된다. 기다란 삼각형의 경사 스트럿을 평균두께를 갖는 일정한 단면의 스트럿으로 간주하여 계산을 간략하게 한다. 고정각 트러스메카니즘과 마찬가지로 가상일법을 이용하면, 전체 철근콘크리트 부재의 균열 후 탄성전단강성은 미소 트러스 강성을 부재전체길이에 대하여 적분함으로 구할 수 있다. 즉

$$\begin{aligned} K_s &= \int dK_s \\ &= \int_0^1 \frac{\rho_v n E_c A_v \cot^2 \alpha}{1 + 2\rho_v n [A_x^2 + B_x^2]} dx \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $A_x = \{1 + x^2 \cot^2 \alpha\}$,

$$B_x = \{1 + (1-x)^2 \cot^2 \alpha\},$$

α =부재의 대각선 경사각(Diagonal Angle)이다. 식(2)에 대한 일반적인 수학적 형태의 해를 구할 수 없으므로 수치해석 적분을 이용하여 해를 구하면 식(2)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K_s = \sum_{i=1}^N \frac{\omega_i \rho_v n \cot^2 \alpha}{1 + 2\rho_v n [A_{xi}^2 + B_{xi}^2]} E_c A_v \quad (3)$$

여기서 N =수치해석적분에 고려된 절점 수, $\omega_i = i$ 째 수치해석 절점의 중량계수(Weight Factor), $x_i = i$ 째 절점의 무차원 위치(Normalized Coordinate), $A_{xi} = \{1 + x_i^2 \cot^2 \alpha\}$, $B_{xi} = \{1 + (1 - x_i)^2 \cot^2 \alpha\}$ 이다.

식(3)을 위하여는 어떠한 수치해석적분기법도 사용될 수 있는데, 이에는 Gauss quadrature, 사다리꼴 적분법, Simpson's 1/3 rule 및 Boole's rule 등이 있다. Fig. 3에서 보여주듯이 전단이 주요 하중전달 메카니즘인 짧은 부재(즉 작은 l/jd)에 대하여는 앞에 언급된 적분기법간에 거의 차이가 없음을 알 수 있다. 그러나 식(3)에 수치해석적분기법을 적용할 때에 식의 형태가 너무 길어지기 때문에 식(3)을 다음과 같이 근사화 시킬 수 있다.

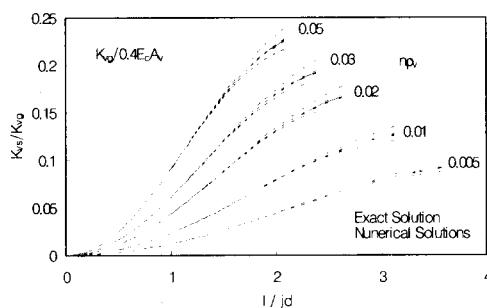


Fig. 3 Comparison between numerical schemes

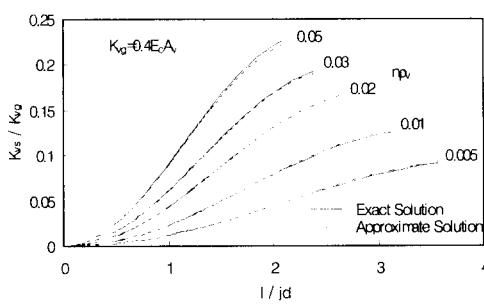


Fig. 4 Approximation of shear stiffness

$$K_s = \frac{\rho_v n \cot^2 \alpha}{1 + 4\rho_v n (1 + 0.39 \cot^2 \alpha)^2} E_c A_v \quad (4)$$

Fig. 4에는 식(4)에 의한 균열 후 탄성전단강성이 정확한 값과 비교되어 있는데 서로 매우 가까움을 알 수 있다. 여기서 $N=20$ 일 때의 Simpson's 1/3 rule을 정확한 값으로 간주하였다.

2.3 트러스 모델간 전단강성 비교

식(1)의 고정각 트러스에 의한 탄성전단강성이 식(3)의 가변각 트러스에 의한 정확한 값과 Fig. 5에 비교되어 있다. 이를 위하여 $\alpha = \theta$ 로 놓았는데, 이는 구조부재의 Disturbed Region의 부채꼴 균열(Fan-Shaped Cracks) 중 가장 예리한 각을 이루는 균열각(Steepest Crack Angle)이 Undisturbed Region의 고정 균열각(Constant Crack Angle)과 같아야 함을 의미한다. 고정각 트러스와 가변각 트러스간에 큰 차이가 없으므로 부재의 균열 후 탄성전단강성을 결정하는데 있어서 구조부재 전구간에 걸쳐 어느 트러스 모델을 사용하여도 무리가 없음을 알 수 있다.

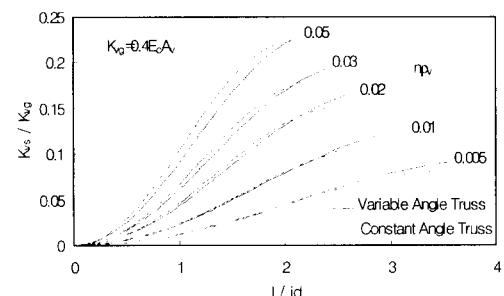


Fig. 5 Comparison of shear stiffness between models

2.4 2점 Gauss 트러스 모델

식(3)과 적절한 수치해석적분 중량계수를 사용하여 Fig. 2의 가변각 트러스 모델을 대신하는 간략한 실제적인 해석모델을 구성할 수 있다. 2점 Gauss quadrature를 사용하면 Fig. 6과 같은 2점 Gauss 트러스 모델을 얻게 된다. 이때 트러스 구성

요소의 축방향 강성(Axial Rigidity)은 다음과 같이 주어진다.⁽⁹⁾

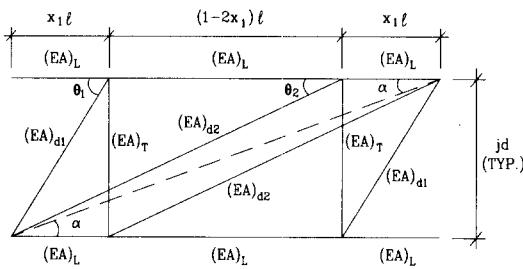


Fig. 6 Two-point Gauss truss model

$$(EA)_{Ti} = \omega_i E_s A_{sh} \frac{l}{s} \quad (5)$$

$$(EA)_{di} = \frac{0.5 \omega_i}{\sqrt{x_i^2 + \tan^2 \alpha}} E_c A_v \quad (6)$$

$$(EA)_L = 0.5 E_s A_{st} = 0.5 E_c A_g \rho_t n \quad (7)$$

여기서 $\omega_1 = 0.5$, $\omega_2 = 0.5$, $x_1 = 0.2113249$, $x_2 = 0.7886751$. A_{sh} =전단철근 단면적, s =전단 철근 배근간격, A_{st} =주근 단면적, A_g =콘크리트 전 단면적, $\rho_t = A_{st}/A_g$ 이다. 식(6)의 스트럿 단면적은 스케일에 맞는 스케치를 이용하여 트러스 중앙에서 스트럿 두께를 측정하여 얻은 것과 동일하다.

전단력 V_s 가 작용할 때에 2점 Gauss 트러스 모델의 전단변형은 수직 인장재와 경사 스트럿에 대한 가상일법에 의하여 결정된다. 따라서 트러스 모델의 전단강성은 단부 경계조건이 양단고정이거나 일단고정 일단핀일 때에 상관없이 일정하게 된다. 트러스 모델의 휨변형은 평행현재에 대한 가상일법에 의하여 계산된다. 이렇게 계산된 가변각 트러스 모델에 의한 콘크리트 부재의 균열 후 탄성휨강성(Elastic Flexural Stiffness)은 다음과 같이 구하여진다.

$$K_f = \frac{E_s A_{st}}{\zeta \cot^2 \alpha} \quad (8)$$

여기서 ζ 는 단부 경계조건을 나타내는 계수로서 양단고정일 때에는 0.5704, 일단고정 일단핀일 때에는 1.5704이다.

3. 균열각의 계산

철근콘크리트 부재의 균열각은 전단변형과 휨변형 메카니즘의 상호작용에 의하여 결정되며, 최소량의 에너지 소모가 요구되는 방향으로 발생된다는 전제 하에 다음의 절에서 균열각 계산공식을 유도하여 보기로 한다.

3.1 에너지에 대한 고려

단위 전단력($V_s = 1$)에 의하여 구조부재에 되어진 외부일은 전체 변위각의 크기와 같다. 식(1)과 (8)을 이용하면

$$EWD = \Theta_1 = \Theta_{s,1} + \Theta_{f,1} \quad (9)$$

여기서 Θ_1 은 단위전단력에 의한 전체 변위각이고, $\Theta_{s,1}$ 은 단위전단력이 작용할 때 전단메카니즘에 의한 변위각으로서 다음과 같다.

$$\Theta_{s,1} = \frac{1 + \rho_v n \operatorname{cosec}^4 \theta}{E_c A_v \rho_v n \cot^2 \theta} \quad (10)$$

또한 $\Theta_{f,1}$ 은 단위전단력이 작용할 때 휨메카니즘에 의한 변위각으로서 다음과 같이 주어진다.

$$\Theta_{f,1} = \frac{\zeta \cot^2 \theta}{E_c A_g \rho_t n} \quad (11)$$

식(9)를 θ 에 대하여 미분함으로써 외부일을 최소화하면, 최소에너지를 유발하는 균열각 θ 가 구하여 진다. 즉

$$\frac{d(EWD)}{d\theta} = 0 \quad (12)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\rho_v n + \zeta \frac{\rho_v}{\rho_t} \frac{A_v}{A_g}}{1 + \rho_v n} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (13)$$

여기서 EWD 는 단위 전단력이 전단메카니즘과 휨메카니즘에 대하여 행한 외부일을 의미한다.

Table 1 Comparison of crack angles between theory and experiment

Specimen	Boundary	n	ρ_t	ρ_v	A_v/A_g	θ_{theory}	θ_{exp}
1/3Pier Model ^a	F-F	5.7	0.0186	0.00147	0.756	24.3°	26°
Prototype ^b	F-P	6.3	0.0186	0.00115	0.746	27.9°	26°
1/3 Model ^b	F-P	6.0	0.0102	0.00492	0.701	40.7°	39°
Column A ^c	F-P	7.8	0.0156	0.00785	0.405	37.8°	36°
Column C ^c	F-P	7.9	0.0156	0.01178	0.405	40.4°	39°
Column D ^c	F-P	7.9	0.0156	0.00785	0.405	37.8°	33°
Circular C1 ^d	F-F	7.2	0.0254	0.00089	0.852	21.3°	22°
Rectangular R2 ^d	F-F	7.2	0.255	0.00102	0.901	22.2°	23°
Unit 9 ^e	F-P	7.8	0.032	0.00518	0.828	35.0°	35°
Unit 13 ^e	F-P	7.1	0.032	0.00518	0.828	34.9°	35°
Unit 14 ^e	F-P	7.3	0.0324	0.00259	0.828	30.5°	31°
Unit 16 ^e	F-P	7.4	0.032	0.00259	0.828	30.6°	32°
2R10-60u ^f	F-P	7.8	0.032	0.00727	0.81	37.1°	38°
4R6-65u ^f	F-P	7.8	0.032	0.00239	0.828	30.1°	26°
4R10-60u ^f	F-P	7.8	0.032	0.00727	0.81	37.1°	36°
0R6-80b ^f	F-P	7.8	0.032	0.00194	0.828	28.9°	29°
2R6-60b ^f	F-P	7.8	0.032	0.00259	0.828	30.6°	30°
R1A ^g	F-F	6.9	0.025	0.00123	0.881	23.0°	24°
R3A ^g	F-F	7.2	0.025	0.00123	0.881	23.1°	24°
R5A ^g	F-F	7.5	0.025	0.00123	0.881	23.1°	22°

^aPier circular column with retrofitted beam-column joints^(15,16)^bSeismically designed circular column⁽¹⁷⁾^cSquare hollow-core columns⁽¹⁸⁾^dColumns⁽¹⁹⁾^eCircular columns⁽²⁰⁾^fCircular columns⁽²¹⁾^gRectangular columns^(7,8)

3.2 실험에 의한 공식의 검증

타 연구자에 의한 20개의 실험·관측된 균열각과 식(13)에 의하여 계산된 균열각이 Table 1에 비교되어 있으며, 동일한 비교가 Fig. 7에 보여지고 있다. 사용된 공시체들은 단부 경계조건(ζ), 탄성계수비(n), 주철근비(ρ_t), 전단철근비(ρ_v) 및 콘크리트 전단면적비(A_v/A_g)에 의하여 구분되어진다. Table 1의 균열각을 계산하기 위한 파라미터들은 Table 2에 정리되어 있다. 여기서 경계조건이 F-F는 양단고정을 의미하며, F-P는 일단고정 일단편을 의미한다. 다양한 주철근비(0.01~0.032)와 전단철근비(0.001~0.012)의 공시체에 대하여 실험·관측된 균열각과 계산된 균열각이 서로 매우 가까우며

대체로 20° ~40° 사이에 분포됨을 알 수 있다. 실험치와 계산치의 비교로부터 균열각은 전단철근양뿐만 아니라 주철근양에 의하여 결정됨을 알 수 있다.

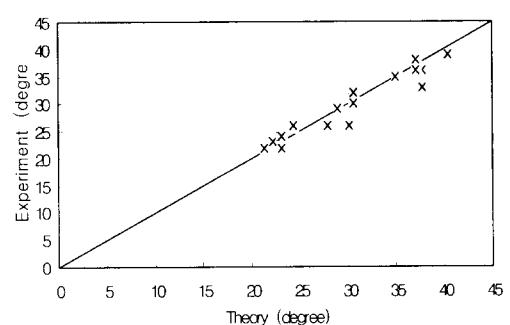


Fig. 7 Crack angle comparison between theory and test

Table 2 Experimental parameters for specimens in Table 1

Specimen	<i>l</i> (mm)	<i>M/V</i> (mm)	Section (mm)	Cover (mm)	<i>f_{c'}</i> (MPa)	Longitudinal Bar	Transverse Hoop Steel
1/3Pier Model ^a	1844	922	Φ279.4	15.9	56.7	16-D10	Φ4.8@101.6
Prototype ^a	2012	2012	Φ838.2	50.8	45	16-D29	D13@304.8
1/3 Model ^b	641	641	Φ279.4	20.3	50.7	12-Φ8 ^h	Φ4.8@31.4
Column A ^c	3225	3225	750×750 (510×510) ⁱ	20	30	60-D10	D6@120 (@60) ^j
Column C ^c	3225	3225	750×750 (510×510) ⁱ	20	29	60-D10	D6@120 (@60) ^j
Column D ^c	3225	3225	750×750 (510×510) ⁱ	20	29	60-D10	D6@120 (@60) ^j
Circular C1 ^d	2438	1219	Φ609.6	20.3	34.5	26-D19	Φ6.35@127
Rectangular R2 ^e	2920	1460	489×730	20.3	34.5	32-D19	Φ6.35@127
Unit 9 ^e	1000	1000	Φ400	15	29.9	20-D16	D6@30
Unit 13 ^e	800	800	Φ400	15	36.2	20-D16	D6@30
Unit 14 ^e	800	800	Φ400	15	33.7	9-D24	D6@60
Unit 16 ^e	800	800	Φ400	15	33.4	20-D16	D6@60
2R10-60u ^f	800	800	Φ400	15	30	20-D16	D10@60
4R6-65u ^f	800	800	Φ400	15	30	20-D16	D6@65
4R10-60u ^f	800	800	Φ400	15	30	20-D16	D10@60
0R6-80b ^g	800	800	Φ400	15	30	20-D16	D6@80
2R6-60b ^g	800	800	Φ400	15	30	20-D16	D6@60
R1A ^h	2438	1219	406×610	20.3	37.9	22-D19	Φ6.35@127
R3A ^h	2438	1219	406×610	20.3	34.5	22-D19	Φ6.35@127
R5A ^h	1828	914	406×610	20.3	32.4	22-D19	Φ6.35@127

^aPier circular column with retrofitted beam-column joints^(15,16)^bSeismically designed circular column⁽¹⁷⁾^cSquare hollow-core columns⁽¹⁸⁾^dColumns⁽¹⁹⁾^eCircular columns⁽²⁰⁾^fCircular columns⁽²¹⁾^gRectangular columns^(7,8)^hFuse bar with reduced section at plastic hinge zoneⁱHollow-core size^jSpacing at plastic hinge region

4. 유효강성비

주어지고, 변위각에 대한 유효유연성은 다음과 같다.

콘크리트 부재의 유효강성(Effective Stiffness)은 휨메카니즘과 전단메카니즘에 의한 연합강성(Combined Stiffness)을 휨강성의 형태로 치환한 것이다. 유효강성비는 유효강성을 균열 전 휨강성으로 나누어 무차원화한 것으로서 부재 내 휨메카니즘과 전단메카니즘을 직렬 연결된 스프링(Serial Springs)으로 간주하여 각 메카니즘의 연합유연성(Combined Flexibility)으로부터 구할 수 있다.

이때 각 메카니즘의 연합유연성은 식(9)와 같이

여기서 ζ_{eff} 는 단부 경계조건으로 양단고정일 때 1/12, 일단고정 일단 편일 때 1/3이다. 식(9)와 (14)를 같게 놓고 유효강성비를 구하면

$$\frac{EI_{eff}}{EI_g} = \frac{\zeta_{eff} l^2}{(\Theta_{s,1} + \Theta_{f,1}) EI_g} \quad (15)$$

4.1 균열 전 유효강성비

균열 전 전단유연성은 포아송비를 0.25로 가정할 때 다음과 같이 주어진다.

$$\Theta_{s,1} = \frac{2.5 f_f}{E_c A_v} \quad (16)$$

여기서 f_f 는 단면형상계수로서 장방형일 때 1.2, 원형일 때 1.1, 중공형이나 I형일 때는 A_g/A_{web} 이다. 균열 전 변위각에 대한 휨유연성은

$$\Theta_{f,1} = \frac{\zeta_{eff} l^2}{EI_g} \quad (17)$$

식(16)과 (17)을 식(15)에 대입하면 다음과 같은 콘크리트 부재의 균열 전 유효강성비가 구하여진다.

$$\frac{EI_{eff}}{EI_g} = \frac{1}{1 + \lambda_{un}} \quad (18)$$

여기서 λ_{un} 은 단면형상과 단부 경계조건으로부터 결정되며 다음과 같다.

양단고정 장방형단면은

$$\lambda_{un} = 3 \left(\frac{h}{l} \right)^2$$

양단고정 원형단면은

$$\lambda_{un} = \frac{33}{16} \left(\frac{h}{l} \right)^2$$

양단고정 중공 정방형단면은

$$\lambda_{un} = 5 \left[\left(\frac{h}{l} \right)^2 + \left(\frac{h-2t}{l} \right)^2 \right]$$

일단고정 일단핀인 경우의 λ_{un} 은 양단고정인 경우의 1/4배이다. 여기서 h =단면의 깊이, l =부재 길이, t =중공단면의 벽 두께이다.

4.2 균열 후 유효강성비

균열 후 전단유연성은 식(1)로부터, 휨유연성은 식(8)로부터 취하여 식(15)에 대입하면 콘크리트 부재의 균열 후 유효강성비가 다음과 같이 구하여진다.

$$\frac{EI_{eff}}{EI_g} = \frac{\lambda_{cr} \rho_t n \left(\frac{id}{l} \right)^2}{\xi + \left(\frac{\rho_t}{\rho_v} \right) \left(\frac{A_g}{A_v} \right) \tan^4 \theta + \rho_t n \left(\frac{A_g}{A_v} \right) \sec^4 \theta} \quad (19)$$

균열 후 Parameter λ_{cr} 은 다음과 같다.

양단고정 장방형단면은

$$\lambda_{cr} = 1$$

양단고정 원형단면은

$$\lambda_{cr} = \frac{4}{3}$$

양단고정 중공 정방형단면은

$$\lambda_{cr} = \left[1 + \left(1 - 2 \frac{t}{h} \right)^2 \right]^{-1}$$

일단고정 일단핀의 경우 λ_{cr} 은 양단고정인 경우의 4배이다.

4.3 ACI 유효강성비와 비교

본 논문에서 유도된 유효강성비를 ACI 규준⁽³⁾의 유효강성비와 비교함에 있어서 주의를 요한다. 이는 ACI 규준의 유효강성비는 부재의 휨에 의한 곡률의 분포를 이용하여 계산된 데 비하여 본 논문의 것은 균열이 발생한 부재의 전단과 휨에 의한 변형을 함께 고려한 것이기 때문이다. 따라서 본 논문의 유효강성비는 ACI의 것보다 작을 수밖에 없다. Priestley, et al.^(7,8)의 공시체 R5A를 예로 들면, 본 논문에서 제안한 식에 따른 균열전의 유효강성에 대한 균열후의 유효강성비는 0.122인데 비하여, ACI에 의하면 0.463으로 계산된다. 여기서 ACI에 의한 계산 시 M_d 의 값으로는 첫 번째 인장철근이

항복할 때의 모멘트 (First Yield Moment)를 취하였다. ACI 식은 전 단면이 항복상태에 도달할 때 까지는 M_y 가 계속 증가하게 되고, 이에 따라 유효 강성비는 계속 감소하게 될 것이므로, 단면이 소성 상태로 가까워질수록 위에 계산된 값보다는 작은 값이 될 것이다. 한편 Mander, et al.⁽¹⁶⁾의 보고에 의하면, Bilinear Model을 이용한 Pushover 해석 시, 탄성역에서의 강성은 일반적으로 상당히 작은 값을 사용하여야 전체응답이 실험치와 근접하게 됨을 보여주고 있다. 본 논문의 유효강성비는 실험에 의한 최초의 강성보다 작지만 전체적인 응답에 근접하는 반면, ACI의 유효강성비는 실험의 초기치와 근접하지만 소성역으로 들어서는 항복점 부근에서는 상당히 멀어지는 경향이 있다.

4.4 적용

유도된 유효강성비 공식을 Table 1 및 2에 예시된 20개의 공시체에 적용하였을 때 균열 전과 후의 유효강성비는 각각 0.75~0.9 및 0.06~0.25의 분포를 보였으며, 균열 전의 유효강성에 대한 균열 후의 유효강성의 비는 0.07~0.28 정도였다. 계산된 유효강성비는 Pushover 해석을 위한 탄성강성의 계산이나 동역학 해석시 구조물의 균열 전·후에 대한 고유주기의 계산에 이용할 수 있다.

5. 결 론

균열 후 콘크리트 부재는 가정된 균열면 (Postulated Crack Plane)의 특성에 따라 고정각 트러스 또는 가변각 트러스로 해석할 수 있다. 보기등 부재 전 길이에 대한 균열 후 전단탄성강성을 구하기 위하여 어느 트러스 모델을 사용하던지 서로 비슷한 결과가 나옴을 보여 주었다. 또한 수치해석 적분법을 이용하여 가변각 트러스 모델을 실제적인 간략한 트러스 모델로 구성하여 보았다. 전단메카니즘과 휨메카니즘에 대한 최소 에너지를 고려하여 균열각을 예측하는 공식을 유도하였으며, 실험에서 관찰된 균열각과 대체로 잘 일치되었다. 철근콘크리트 부재의 균열각은 대개 20° ~40° 사이에 분포되는

것으로 나타났다. 그러므로 오랫동안 사용되어 온 ACI 318 규준의 45° 균열각이나 Priestley, et al.^(7,8)이 제안한 30° 균열각은 전단강도의 예측에 있어서 적절치 않음을 알 수 있다. 트러스 모델을 이용하여 조사한 결과, 균열 전 유효강성에 대한 균열 후 유효강성의 비는 대체로 0.07~0.28 정도이며, 주근양이 전단철근양에 비하여 유효강성비에 미치는 영향이 더 큰 것으로 나타났다.

감사의 글

본 연구를 수행하는데 있어서 뉴욕주립대학교 Buffalo대학 (SUNY at Buffalo) 토목공학과의 Dr. John B. Mander의 조언에 감사드린다.

참고문헌

1. 대한건축학회, “국한강도 설계법에 의한 철근콘크리트 구조재산규준 및 해설”, 1994.
2. AASHTO, “LRFD Bridge Design Specifications” 1st ed., American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C., 1994.
3. ACI Committee 318, “Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary”, ACI 318-95, American Concrete Institute, 1995.
4. Eurocode No.2, “Design of Concrete Structures, Part 1: General Rules and Rules for Buildings”, Thomas Telford, London, 1991.
5. Collins, M.P. and Mitchell, D., “Prestressed Concrete Structures”, Prentice-Hall, Inc., 1991.
6. Hsu, T.T.C., “Unified Theory of Reinforced Concrete”, CRC Press, Inc., 1993.
7. Priestley, M.J.N., Seible, F., Xiao, Y. and Verma, R., “Steel Jacket Retrofitting of Reinforced Concrete Bridge Columns for Enhanced Shear Strength - Part 1: Theoretical Considerations and Test Design”, ACI Structural Journal, Vol. 91, No. 4, pp. 394-405, July-August, 1994.
8. Priestley, M.J.N., Seible, F., Xiao, Y. and Verma, R., “Steel Jacket Retrofitting of Reinforced Concrete Bridge Columns for Enhanced Shear Strength - Part 2: Test Results and Comparison with Theory”, ACI

- Structural Journal, Vol. 91, No. 5, pp. 537-551, September-October, 1994.
9. Kim, J.H. and Mander, J.B., "Truss Modeling of Reinforced Concrete Shear-Flexure Behavior", MCEER-99-0005, Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research", State University of New York at Buffalo, 1999.
 10. 김장훈, "철근콘크리트 원형기둥의 전단철근 유효단 면적 평가", 한국콘크리트학회 논문집 제11권 3호, 1999.
 11. Pang, X.B.D. and Hsu, T.T.C., "Fixed Angle Softened Truss Model for Reinforced Concrete", ACI Structural Journal, V. 93, No. 2, Mar.-Apr., pp. 197-207, 1996.
 12. Schlaich, J., Schäfer, K. and Jenewein, M., "Toward a Consistent Design of Structural Concrete", PCI Journal, Vol. 32, No. 3, May-June, pp. 74-150, 1987.
 13. Dilger, W., "Veränderlichkeit der Beige- und Schubsteifigkeit bei Stahlbetontragwerken und ihr Einfluß auf Schnittkraftverteilung und Traglast bei statisch unbestimmter Lagerung", Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 179, Berlin, Germany, 1966.
 14. Park, R. and Paulay, T., "Reinforced Concrete Structures", John Wiley and Sons, Inc., New York, 1975.
 15. Mander, J.B., Mahmoodzadegan, B., Bhadra, S. and Chen, S.S., "Seismic Evaluation of A 30-Year Old Non-Ductile Highway Bridge Pier and Its Retrofit", NCEER-96-0008, National Center for Earthquake Engineering Research", State University of New York at Buffalo, 1996.
 16. Mander, J.B., Kim, J.H. and Ligozio, C.A., "Seismic Performance of A Model Reinforced Concrete Bridge Pier Before and After Retrofit", NCEER-96-0009, National Center for Earthquake Engineering Research", State University of New York at Buffalo, 1996.
 17. Mander, J.B. and Cheng, C.-T., "Renewable Hinge Detailing for Bridge Columns", Proc. of Pacific Conference on Earthquake Engineering, Australia, pp. 197-206, 1995.
 18. Mander, J.B., Priestley, M.J.N. and Park, R., "Seismic Design of Bridge Piers", Report No. 84-2, University of Canterbury, New Zealand, 1984.
 19. Chai, Y.H., Priestley, M.J.N and Seible, F., "Retrofit of Bridge Columns for Enhanced Seismic Performance", Proc. of First U.S.-Japan Workshop on Seismic Retrofit of Bridges, Public Works Research Institute, Japan, pp. 321-340, 1990.
 20. Ang, B.G., Priestley, M.J.N. and Paulay, T., "Seismic Shear Strength of Circular Reinforced Concrete Columns", ACI Structural Journal, Title No. 86-S6, Jan.-Feb., pp. 45-59, 1989.
 21. Wong, Y.L., "Squat Circular Bridge Piers under Multi-Directional Seismic Attack", Ph.D. Dissertation, Dept. of Civil Eng., University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 1990.

요 약

철근콘크리트 보-기둥 부재는 잠재적인 균열면을 포함하고 있다는 가정 하에 무수한 미소 트러스의 조합으로 간주할 수 있다. 이로부터 단부 경계조건에 따라서 균열된 콘크리트 부재를 고정각 트러스나 가변각 트러스로 구성할 수 있으며, 가상일법을 사용하여 균열 부재의 힘-변위 관계를 구하였다. 트러스 모델의 전단 및 휨메카니즘에 대한 가상일에 대하여 최소에너지를 고려함으로써 이론적 균열각을 위한 공식이 유도되었다. 이 때 균열각은 부재 축과 부재 끝 모양의 사인장 균열이 이루는 각도 중 가장 작은 예각을 의미한다. 실험·관측된 균열각과 이론적으로 계산된 균열각이 작은 오차의 범위내에서 대체로 일치하였다. 수치해석적분법에 의한 트러스 모델이 제안되었으며, 이를 이용하여 균열 전·후의 휨과 전단메카니즘의 영향을 함께 고려할 수 있는 유효강성 계산공식이 제안되었다.

(접수일자 : 1999. 7. 27)