

# 프리스트레스트 프리캐스트 더블 티형보의 최적설계

Design and Optimization of Prestressed Precast  
Double-tee Beams



유승룡\*

Yu, Sung-Yong

민창식\*\*

Min, Chang-Shik

## ABSTRACT

Optimization scheme is presented for the design of precast prestressed double-tee beams used as slabs in the parking or market structures. The objective considered is defined by a function that minimizes the height of the double-tee beam, including the prefabricated element and the concrete topping poured in a second phase. The Sequential Quadratic Programming method is adopted to solve the problem. As an example 12 double-tee beams are designed with the design loads of the current design code of our country. The results from optimization process show that at least 29 cm less in overall height than that designed by PCI design handbook.

The section determined from the optimization process was refined for practical considerations. A MathCad 7.0 Pro Spreadsheet was prepared to verify all ACI requirements for flexure, shear and deflections.

Flexural tests are performed on four full-scale 12.5 m prototype models and show that all the specimens are fully comply the flexural strength requirements as specified by ACI 318-95. The present optimization scheme can be used for wider application of the design of precast prestressed double-tee beams with different materials and configurations particularly for in a large scale or for important designs.

**Keywords** : optimization, pretensioned, concrete, prestressed, section, depth

\* 정회원, 동국대학교 건축공학과 교수

• 본 논문에 대한 토의를 2000년 4월 30일까지 학회로 보

\*\* 정회원, 동국대학교 토목공학과 교수

내 주시면 2000년 6월호에 토의회답을 게재하겠습니다.

## 1. 서 론

구조공학자가 구조물을 설계할 때, 최적설계를 하려는 생각은 항상 근본적인 의도로 잠재되어 있다. 처음에 임의로 선택한 단면 크기나 제 값들이 기본설계 과정에서 큰 조정을 하지 않고도 과도 설계를 피할 수 있음을 종종 경험할 수가 있다. 구조물의 최적이론(Optimization Theory)은 이러한 방법론을 경험에 의존하지 않고 합리적으로 접근하고자 하는 시도이다.

최적이론을 실행하는 주된 이유는 반복적인 프로젝트에서 설계시간을 줄이는 데 있다. 이 이론은 개선된 설계를 할 수 있도록 하며, 체계적이면서 논리적으로 설계를 할 수 있도록 한다.

또한, 이 설계방법을 시도함으로써 종종 설계자가 직관과 경험 때문에 가질 수 있는 편견을 피할 수 있도록 도와준다. 최적이론은 개선된 설계를 할 수 있는 가능성을 증가시키고 인간과 기계의 상호작용을 최소화시킨다. 그러나 이 이론도 제약이 있으며, 설계변수가 늘어날 경우 계산시간이 증가하는 단점을 갖고 있다. 또한, 개발된 해석프로그램은 개발된 특수목적에만 사용할 수 있는 제약을 갖고 있다.

개념적인 실수나 불완전하게 공식을 유도할 가능성성이 내재해 있으므로 최적화한 결과는 언제나 요구하는 결과인지 잘 검토하여야 할 것이다. 대부분의 최적화 알고리즘은 다루기 어려운 비선형 또는 불연속함수를 사용하므로 설계문제를 수식화하는데 있어서 주의를 필요로 한다.

끝으로 고려해야 할 사항은 최적 알고리즘이 부분적인 최적화는 얻도록 하지만, 이 부분적인 최적 값이 전체적인 최적 값과 일치하는지를 검토하여야 한다.

상기 이유로 '구조물의 최적화설계'라는 용어보다는 '구조물의 설계개선'이라는 용어가 구조공학 영역에서 더 적당한 용어라고 생각된다<sup>6)</sup>. 최적이론에 의한 구조설계는 간편할 뿐만 아니라, 앞으로는 합리적인 성능개선도 도모할 수 있을 것이라고 구조물설계자들 사이에서 인정되고 있다. 본 연구에서는 최적이론에 의하여 주어진 목적에 부응하면서 동시에 사용성과 경제성을 만족시킬 수 있는 구조물의 설계를 시도하려한다.

## 2. 최적이론 개론

지난 25년간 여러 연구자들에 의해서 최적설계에 대한 기법이 개발되었다. 반복적인 설계에서 좀더 경제적이고 효율적인 제품을 생산하려는 필요성으로 인하여, 이 기법은 주로 항공분야와 기계분야에 적용되어왔다. 최근에 컴퓨터의 성능이 급격히 향상됨에 따라 건축/토목분야의 연구자나 설계자도 최적설계를 구조설계에 적용하는 것을 고려하기 시작했다.<sup>2,4,10,11)</sup>

최적화방법은 여러 분야로 나눌 수 있지만 크게 두 분야로 구분할 수 있다. 이는 최적기준(Optimality Criteria)과 수학적 프로그래밍(Mathematical Programming) 방법이다<sup>8)</sup>. 또 다른 구조설계 최적화 연구분야는 duality theory(상호이론) 개념으로 다른 2가지 방법에 대한 통합을 시도하는 방법이다<sup>4)</sup>.

최적기준 이론은 반복계산에 의하여 기존에 정해진 최적해의 조건을 찾아가는 방법이다. 이러한 개념은 구조물의 최소체적을 선택하는 기본개념으로 사용되고 있다. 이 방법은 구조역학의 극한원리(Extreme Principles)로부터 유도되었으며 간단한 하중조건과 구조형태에만 적용할 수 있는 한계를 갖고 있다. 관계식은 아래 식 (1)과 같이 표현될 수 있다.

$$\mathbf{x}^{k+1} = \phi(\mathbf{x}^k, \mathbf{u}^{k+1}) \quad (1)$$

식 (1)에서  $k$ 는 설계변수 벡터이고,  $\mathbf{u}^{k+1}$ 는 라그랜지안 승수의 평가 값이며,  $\phi$ 는 적절한 순환관계를 표현한다. 라그랜지안 승수의 평가는 유효한 구속(active constraints)을 사용하여 구성하며, 유효한 구속은 0에 가까운 부등식 구속이나 등식 구속으로 주어진다. 순환관계  $\phi$ 와 라그랜지안 승수는 'Kuhn-Tucker 조건'이라 알려진 '최적화 필요조건'을 준다.

한편으로 수학적 프로그래밍 (Mathematical Programming)은 조사하는 방향을 매번 갱신하는 반복방법으로, 구속방정식에 의해서 제한하는 다변수 방정식의 최대값 또는 최소값을 찾게 된다. 반복절차는 아래 식 (2)와 같다.

$$x^{k+1} = x^k + \alpha^k d^k \quad (2)$$

여기에서  $\alpha^k$  와  $d^k$ 는 각각 계산 폭과 조사 방향을 나타낸다. 조사방향은 최적화 문제를 해석 함으로써 구하고, 계산 폭은 경험에 따라 결정될 수 있다. 이 방법은 크게 2 분야로 나눌 수 있다. 먼저 변환방법(transformation methods)으로 이에는 penalty functions, barrier functions, method of multipliers 등이 있으며 다음으로 근본방법(Primal methods)에는 순차적 선형 또는 2차 프로그래밍 (sequential linear and quadratic programming), 기울기 투사방법 (gradient projection method), 일반화한 감소된 기울기 방법 (generalized reduced gradient) 과 가능성 있는 방향을 구하는 방법(method of feasible directions) 등이 있다.

### 3. 연구범위

#### 3.1 개요

본 연구에서 최적이론을 적용하여 더블티형 보를 설계하려 한다. 설계는 허용응력설계법<sup>1)</sup>을 적용하였다. 본 연구의 목적은 최적이론을 적용하여 휨 상태에서 단면의 크기와 초기 긴장력의 크기, 보의 중심과 단부에서의 강선의 편심을 결정하려 한다. 본 연구에서 전단이나 비틀림에 대한 고려는 포함되지 않았고, 상세한 철근의 배근이나 프리캐스트 보와 현장타설 토픽 콘크리트 사이의 전단 전달이나 보의 극한거동에 대한 검증은 포함되지 않았다. 설계에서 허용응력은 ACI 318-95 시방서<sup>1)</sup>의 기준에 따랐으며, 콘크리트의 압축강도,  $f_{ck}=490 \text{ kgf/cm}^2$  (7,000 psi)를 사용하였고, 긴장재는 극한강도,  $f_{pu}=18,900 \text{ kgf/cm}^2$  (270 ksi)인 7 연강선을 사용하였다. 긴장력이 도입될 때의 초기 콘크리트의 강도,  $f_{ci}=350 \text{ kgf/cm}^2$  (5,000 psi)를 사용하였다. 설계하중으로는 보와 5cm 또는 10cm의 현장타설 토픽 콘크리트의 자중을 더하여 추가고정하중 244  $\text{kgf/m}^2$  (50 psf)와 활하중 600  $\text{kgf/m}^2$  (122.8 psf)를 사용하였다. 단순 지지된 보의 길

이는 12.5 m (41 feet)이고, 프리스트레싱은 편심이 일정하게 직선형(straight)이거나 또는 한 점 절곡형(1-point depressed)으로 배치하였다. 긴장력의 손실은 양생이 공장생산으로 좋은 조건에서 되었다고 보아 16%로 간주하였다.

#### 3.2 프로토타입 더블티

##### 3.2.1 개요

더블티 보는 형상 때문에 구조적으로 효율적이다. 압축 플랜지의 두께가 비록 얇더라도, 넓은 상부 플랜지의 폭은 더블티 단면에 필요한 휨 강도를 제공한다. 복부의 두께는 강선에 적절한 피복을 제공한다는 의미로 결정되게 된다. 결과적으로 재료를 경제적으로 이용하면서 비교적 경량이고 구조적으로 효율적인 모델을 만들 수 있다. 더블티 단면은 스팬/두께 비가 크며 콘크리트의 단면계수가 크다. 얇은 복부와 플랜지 두께 그리고 콘크리트 단면을 가능한 한 상부 면에 가깝게 배치하고 철근을 가능한 한 하부 면에 가깝게 배치하는 형태적 효율성은 더블티 단면이 높은 단면계수를 갖도록 한다.

더블티 단면의 플랜지는 일반적으로 240 cm, 300 cm, 360 cm의 폭을 가지며 두께는 약 30 cm에서 40 cm이다. 좀더 큰 450 cm폭 더블티 단면이 최근 소개되었으나 널리 생산되지는 않는다. 복부의 두께는 하부에서 9.5 cm에서 14.5 cm이며 상부에서 15 cm에서 23 cm이다. 복부의 두께가 작아지는 것은 프리캐스트 콘크리트 생산과정에서 거푸집으로부터의 탈형을 쉽게 해 준다.

일반적으로 더블티 단면은 공장에서 “톱드(topped)”라 불리는 5 cm~10 cm의 프리토핑으로 생산되거나, 토픽이 없이 공장에서 탈형되어 현장에서 토픽된다. 현장타설 토픽이 가장 효율적인 시공방법으로 생각된다.

프리스트레스트 부재로서, 필요한 프리스트레스 강선 수는 부재의 길이나 작용하중에 의하여 결정된다. 보 길이를 따라 변화는 프리스트레스트 강선의 편심은 자중이나 작용하중에 의하여 발생되는 휨이나 전단강도에 영향을 미친다. 강선은 일직선으로 놓여지거나, 한 점 또는 두 점에서 절

곡될 수 있다. 강선이 일직선으로 놓여진 프리스트레스트 보는 절곡강선 보에 비하여 시공이 편리하며 경제적이다. 절곡강선의 프리스트레스트 보는 구조적 효율이 높아지나 절곡점이 많을수록 비용이 증대된다.

본 연구에서 국내에서 매장시스템에 더블티 시스템의 실제 적용을 위하여 가장 경제적인 스팬과 사용하중에 대하여 각 연구원과 국내 실무자와의 회의결과 12.5 m 스팬이 국내법과 차량크기, 건설환경을 고려한 적정 스팬으로 결론되었다. 적용하중은 국내 건축법에 의거 고려되었고, 기타 재료 및 시공성은 국내 대형 PC업체인 S사의 생산성 및 국내 재료상황을 기준으로 책정되었다.

### 3.2.2 최소 두께 프로토 타입 더블티 보

국내생산과 시공의 경제성을 고려한 “최소 두께 더블티 단면”을 최적이론에 의하여 제시하려고 한다. 국내 철근콘크리트 설계 기준은 미국의 강도 설계기준에 그 근거를 두므로, 본 연구에서 제시한 단면은 강도설계의 모든 조건을 만족하면서, 국내환경에 적용성 있는 최소 두께 더블티를 제시하려 한다.

최적이론을 적용하여 최소 두께를 위한 단면, 강선과 철근의 배근, 콘크리트강도 등의 변수의 적정치를 구할 수 있다. 최적이론에 의하여 국내 적용 가능한 스팬 (10 m, 12.5 m, 15 m)에 대한 각 4개의 더블티에 대한 최적화 설계를 제시하려 한다. 이 설계로부터 4개의 스팬 12.5 m의 실물시험체 더블티를 제작하여 휨 강도 실험을 하여 설계가 현행 시방서의 강도규정을 만족함을 증명하고자 한다. 첫 번째 두 개의 더블티 단면은 매장건축에서 1.2 tonf/m<sup>2</sup>의 적재하중을

위한 직선형(straight)과 한점 절곡형(1-point depressed)의 강선배근과 관련된 것이고, 남은 두 개의 단면은 주차장에서 0.6 tonf/m<sup>2</sup>의 적재하중을 위한 직선형과 한점 절곡형의 강선배근과 관련된 것이다. 국내 여건을 고려한 주어진 하중 조건과 기타 설계조건은 Table 1, Table 2와 같다.

Table 2 Material properties for design input

항목	$f_{ck}$ for PC	$f_{ci}$	$f_y$ for mild bar & wire	$f_{pu}$ for Strand	$f_{ck}$ for CIP topping
설계 강도	490 kgf/cm <sup>2</sup>	350 kgf/cm <sup>2</sup>	4,000 kgf/cm <sup>2</sup>	18,900 kgf/cm <sup>2</sup>	280 kgf/cm <sup>2</sup>

## 4. 더블티형 보의 최적화

### 4.1 변수

프리캐스트 보의 두께는 건축적 활용을 고려하여 38 cm~66 cm(15 in.~26 in.)의 사이값을 적용하였고, 긴장재 편심은 ACI 318-95에서 제시하는 제한값을 사용하였다. 복부와 플랜지의 크기는 상한값과 하한값을 주어 제한하였다. 복부 폭은 플랜지와 만나는 점에서 19.5 cm (7.75 in.)로 고정하였고, 총 플랜지의 폭은 240 cm (94.5 in.)로 정하였다. 따라서, 본 연구에서 고려한 변수는 다음과 같다. (Fig. 1 참고)

X1- 긴장력 (3)

X2- 긴장재 편심

X3- 보의 두께

X4- 플랜지 두께

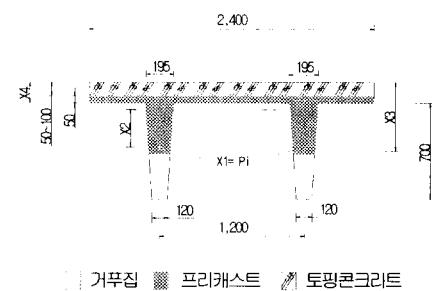


Fig. 1 Section of double tee

Table 1 Loading condition

Beam No.	사용 목적	Span (m)	강선보양	Superimposed Dead Load (tonf/m <sup>2</sup> )	Superimposed Live Load (tonf/m <sup>2</sup> )
DT-1S	주 차장	12.5	Straight	0.244	0.6
DT-1D			1-Point Depressed		
DT-2S	매장		Straight	1.2	
DT-2D			1-Point Depressed		

본 연구의 목적은 각각 다른 설계를 평가하여 더블티형 보의 두께를 최소로 만드는 최적해를 찾는데 있다. 설계에서는 사전에 프리캐스트 요소에 대한 설계와 다음 단계인 현장타설 콘크리트를 단계적으로 포함하고 있다. 끝으로 최적화 문제는 시방서의 기준과 단면이 주는 제한으로 구성되는 구속에 따라 목적함수를 최소화하는 것이다.

## 4.2 수학적 모델

본 최적화 문제에는 6개의 단면치수 구속을 갖고 있으며, 이는 ACI 시방서에서 제시하는 허용응력과 단면의 기하학적 정의에 의해서 구성된다. ACI 시방서에 의해서 단면의 상면과 바닥 면에서의 압축응력과 인장응력이 허용값을 초과하지 않도록 하며, 다음 각각의 시공 단계에서 응력을 보의 중앙과 단부에서 검증된다.

- (a) 프리캐스트 보에 긴장력이 도입 될 때
- (b) 합성단면에 추가 고정하중이 재하 될 때
- (c) 합성단면에 추가 고정하중과 활하중이 재하 될 때

12개의 허용응력에 대한 규정은 앞에서 언급한 6개의 단면치수 구속에 더하여 추가적인 구속을 제공한다. 수학적 모델은 아래 식(4)와 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } F(X) \\ & \text{subject to} \\ & g_i(X) \leq \text{limit} \end{aligned} \quad (4)$$

목적함수는

$$F(X) = X_3 \text{의 최소화} \quad (5)$$

처음의 6가지 구속(단면치수 구속)은 아래 식(6)과 같다.

$$\begin{aligned} g1(X) &= X_2 \geq 0 \text{ cm} \\ g2(X) &= X_2 \leq X_3 - 11.4 \text{ cm} (=4.5 \text{ in.}) \\ g3(X) &= X_3 \geq 38 \text{ cm} (=15 \text{ in.}) \quad (6) \\ g4(X) &= X_3 \leq 66 \text{ cm} (=26 \text{ in.}) \\ g5(X) &= X_4 \leq 10 \text{ cm} (=4 \text{ in.}) \end{aligned}$$

$$g6(X) = X_4 \geq 5 \text{ cm} (=2 \text{ in.})$$

시공단계에서 보의 중앙과 보의 끝에서의 각각의 압축응력과 인장응력에 대한 제한은 다음과 같다.

### 4.2.1 긴장력이 도입시

프리캐스트 콘크리트 보에 긴장력이 도입될 때, 상 하부 면에서 응력제한은 다음과 같다.

#### 보 단부

$$\begin{aligned} g7(X) &= -\frac{P}{A} + \frac{Pe}{w_t} \\ &\leq 1.6\sqrt{f_{ci}} = 30 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{상부}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} g8(X) &= -\frac{P}{A} - \frac{Pe}{w_b} \\ &\geq 0.6f_{ci} = -210 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{하부}) \end{aligned} \quad (8)$$

#### 보 중앙

$$\begin{aligned} g9(X) &= -\frac{M_b}{w_t} - \frac{P}{A} + \frac{Pe}{w_t} \\ &\leq 0.8\sqrt{f_{ci}} = 15 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{상부}) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} g10(X) &= \frac{M_b}{w_b} - \frac{P}{A} - \frac{Pe}{w_b} \\ &\geq 0.6f_{ci} = -210 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{하부}) \end{aligned} \quad (10)$$

### 4.2.2 합성단면에 추가 고정하중이 재하 될 때

#### 보의 단부

$$\begin{aligned} g11(X) &= -\frac{RP}{A} + \frac{RPe}{w_t} \\ &\leq 1.6\sqrt{f_{ck}} = 35.4 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{상부}) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} g12(X) &= -\frac{RP}{A} - \frac{RPe}{w_b} \\ &\geq 0.45f_{ck} = -220.5 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{하부}) \end{aligned} \quad (12)$$

#### 보의 중앙 (근사값)

$$\begin{aligned} g13(X) &= -\frac{M_d}{w_{tc}} - \frac{RP}{A} + \frac{RPe}{w_t} \\ &\geq 0.45f_{ck} = -220.5 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{상부}) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} g14(X) &= \frac{M_d}{w_{bc}} - \frac{RP}{A} - \frac{RPe}{w_b} \\ &\leq 1.6\sqrt{f_{ck}} = 35.4 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{하부}) \end{aligned} \quad (14)$$

### 4.2.3 합성단면에 추가 고정하중과 활하중이 재하 될 때

보의 단부

$$g15(X) = -\frac{RP}{A} + \frac{RPe}{w_t} \leq 1.6\sqrt{f_{ck}} = 35.4 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{상부}) \quad (15)$$

$$g16(X) = -\frac{RP}{A} - \frac{RPe}{w_b} \geq 0.6f_{ck} = -294 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{하부}) \quad (16)$$

보의 중앙 (근사값)

$$g17(X) = -\frac{M_{dl}}{w_{tc}} - \frac{RP}{A} + \frac{RPe}{w_t} \geq 0.6f_{ck} = -294 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{상부}) \quad (17)$$

$$g18(X) = \frac{M_{dl}}{w_{bc}} - \frac{RP}{A} - \frac{RPe}{w_b} \leq 1.6\sqrt{f_{ck}} = 35.4 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{하부}) \quad (18)$$

여기에서

$M_{dl}$  - 보와 현장타설 고정하중 및 활하중에 의한 보 중앙에서의 힘 모멘트( $X_3$ 와  $X_4$ 의 함수);

$M_d$  - 보와 현장타설 고정하중 및 활하중에 의한 보 지점에서의 힘 모멘트( $X_3$ 와  $X_4$ 의 함수);

$M_b$  - 보의 자중에 의한 보 중앙에서의 힘 모멘트( $X_3$ 와  $X_4$ 의 함수);

$w_t$  - 상연에 대한 단면계수( $X_3$ 와  $X_4$ 의 함수);

$w_{tc}$  - 복합단면에서 상연에 대한 단면계수 ( $X_3$ 와  $X_4$ 의 함수);

$w_b$  - 하연에 대한 단면계수( $X_3$ 와  $X_4$ 의 함수);

$w_{bc}$  - 복합단면에서 하연에 대한 단면계수 ( $X_3$ 와  $X_4$ 의 함수);

$P$  - 긴장력( $X_1$ );

$R$  - 프리스트레스 손실량 16%;

$A$  - 콘크리트 단면적( $X_3$ 와  $X_4$ 의 함수);

$e$  - 강선그룹의 편심;

$f_{ck}$  - 콘크리트의 압축강도 = 490 kgf/cm<sup>2</sup> (= 7,000 psi);

$f_{ci}$  - 초기 콘크리트 압축강도 = 350 kgf/cm<sup>2</sup> (= 5,000 psi);

### 4.3 최적화방법 및 해

본 최적화문제는 18개의 구속과 목적함수를 갖는 비선형문제이다. 본 문제를 풀기 위해서 순차적 2차 프로그래밍 (Sequential Quadratic Programming) 방법<sup>5)</sup>을 사용하였다. 문제를 쉽고 작은 문제들로 변환하여 풀 수 있도록 하고 또한 이를 반복계산의 기초로 사용할 수 있다.

본 방법은 매번의 반복계산에서 quasi Newton 방법<sup>12)</sup>을 사용하여 Hessian의 Lagrangian 함수로 근사값을 구할 수 있도록 한다. 그렇게 때문에 함수값은 설계값의 부근에 2차 함수의 근사값으로 표현된다. 전체적인 개요는 Powell의 "Variable Metric Methods for Constrained Optimization", Springer Verlag, 1983에 제시되어 있다. 사용한 프로그램은 MATLAB의 최적화 toolbox를 이용하였다.

수학적 모델에 의한 모델 DT-1D의 최적화 해는 아래와 같다.

$X_1$  = 도입시 140.6 tonf (310 kips)

$X_2$  = 35.3 cm (13.91 in.) (철근 도심으로부터 복합단면의 도심까지의 거리)

$X_3$  = 60.5 cm (23.8 in.) (프리캐스트 보의 높이)

$X_4$  = 5.1 cm (2 in.)

응력구속 값은

$g7 = 30.1 \text{ kgf/cm}^2$  (428 psi)

$g8 = -214.9 \text{ kgf/cm}^2$  (-3,056 psi)

$g9 = 2.6 \text{ kgf/cm}^2$  (37 psi)

$g10 = -155.3 \text{ kgf/cm}^2$  (-2,209 psi)

$g11 = 24.9 \text{ kgf/cm}^2$  (354 psi)

$g12 = -170.7 \text{ kgf/cm}^2$  (-2,428 psi)

$g13 = -15.5 \text{ kgf/cm}^2$  (-221 psi)

$g14 = -62.4 \text{ kgf/cm}^2$  (-887 psi)

$g15 = 24.9 \text{ kgf/cm}^2$  (354 psi)

$g16 = -170.7 \text{ kgf/cm}^2$  (-2,428 psi)

$g17 = -50.9 \text{ kgf/cm}^2$  (-724 psi)

$g18 = 31.4 \text{ kgf/cm}^2$  (446 psi)

## 5. 해석결과 및 분석

### 5.1 적정이론에 의한 설계비교

해당 스팬과 하중에 대한 최소 두께 더블티 단면을 위하여, 최적이론을 적용하여 두께를 상수로 하였을 때 단면, 강선과 철근의 배근, 콘크리트강도 등의 변수의 적정치를 구할 수 있었다.

모든 구속값들은 1% 미만의 범위에 수렴하고 있음이 확인되었다. 사례연구에서 보는 바와 같이 프리캐스트 단면에 대한 각각의 설계단계를 고려한 구속값들을 이용하여 본 연구에서 개발된 프로그램을 이용하여 최적화 해를 얻을 수 있다. 전체 설계에 필요한 시간에 비하면 본 연구에서 개발한 최적화 프로그램을 돌리는데 걸리는 시간은 미비하다고 볼 수 있다. PS 설계자의 최적화 방법이나 이 방법을 사용함으로써 얻는 이점에 대한 이해가 아직은 부족하며, 이를 극복하기 위해서 PS 분야에서 지속적으로 최적화에 대한 연구가 이루어져야 할 것이다. 최적화는 특히 구조물

의 단면이 매우 크거나 중요 한 구조물을 설계할 때는 그 중요성이 더욱더 심화될 것이다.

주어진 하중조건에 대하여 PCI Design Handbook<sup>9)</sup>에 의한 설계와 적정이론으로의 설계 두께를 비교하여 보면 다음의 Table 3과 같다. DT-1D의 설계를 위하여 Table 1의 Superimposed 적재하중과 고정하중을 더해보면  $0.844 \text{ tonf/m}^2$  ( $173 \text{ psf}$ )이며, 스팬  $12.5 \text{ m}$  ( $41 \text{ ft}$ )에 해당하는 더블티는  $2.44 \text{ m}$  ( $8 \text{ ft}$ ) 플랜지 폭 더블티에서는 해당사항을 초과하며,  $3.05 \text{ m}$  ( $10 \text{ ft}$ ) 플랜지 폭의 10DT32+2보의 강선타입 108-D1을 적용하였을 때,  $12.8 \text{ m}$  ( $42 \text{ ft}$ ) 스팬에  $0.874 \text{ tonf/m}^2$  ( $179 \text{ psf}$ ) 하중 합까지 가능하다. 이 경우, 국내 제설제 타설을 고려한  $7.5 \text{ cm}$  ( $3 \text{ in.}$ ) 최소 토펑 두께를 고려하면 보의 전체 두께는  $2.5 \text{ cm}$  ( $1 \text{ in.}$ ) 높아진  $89 \text{ cm}$  ( $35 \text{ in.}$ )가 되므로, 본 연구에서 제안한  $7.5 \text{ cm}$  ( $3 \text{ in.}$ ) 토펑 콘크리트, DT-1D의 전체 춤  $60 \text{ cm}$  보다  $29 \text{ cm}$  크게 설계한 것으로 생각할 수 있다 (PCI Design Handbook, pp. 2-23 참고). DT-1S, DT-2S, 그리고 DT-2D는 국내의 과도한 적재하중 규준으로 PCI Design Handbook 도표로는 설계할 수 없다.

### 5.2 설계 결과

더블티 단면의 선택 및 분석은 Spreadsheet program의 사용을 통하여 도움을 받을 수 있다. Mathcad 7.0 Pro Spreadsheet는 휨, 전단, 처짐에 대한 모든 강도설계의 요구사항을 검증할

Table 3 Comparison of the results of PCI design handbook and optimum design process

Beam No.	PCI Handbook 총설계 두께 (cm)	최적이론으로 제안된 총설계 두께 (cm)
DT-1D	89	60
DT-1S	N/C	67.5
DT-2D		75
DT-2S		82.5

Table 4 Input values for optimum design process

Name of Beam	Use	Span (m)	강선모양	S. Live Load ( $\text{tonf/m}^2$ )	S. Dead Load ( $\text{tonf/m}^2$ )	
DT-1S	주차장	12.5	Straight	0.6	0.244	
DT-1D			1-p. Depressed			
DT-2S		10	Straight	1.2		
DT-2D			1-p. Depressed			
DT-3S	주차장	10	Straight	0.6	0.244	
DT-3D			1-p. Depressed			
DT-4S		15	Straight	1.2		
DT-4D			1-p. Depressed			
DT-5S	주차장	15	Straight	0.6	0.244	
DT-5D			1-p. Depressed			
DT-6S		15	Straight	1.2		
DT-6D			1-p. Depressed			

Table 5 Result of the least depth double tee section for domestic loading and span condition

Name of Beam	보 깊이 h (cm)	웨브하단폭 $b_w$ (cm)	강선 수 (개)	C1 (cm)	C2 (cm)	편심 $e_{end}$ (cm)	편심 $e_{mid}$ (cm)	캠버 $\Delta_{tr}$ (cm)	전체처짐 $\Delta_{tot}$ (cm)
DT-1S	60	13.6	12	19.98	41.02	25.77	25.77	1.93	1.68
DT-1D	52.5	14.4		17.18	36.19	15.86	26.03	2.34	1.25
DT-2S	75	12.0	16	25.44	50.81	27.96	27.96	1.73	1.8
DT-2D	67.5	12.8		22.72	45.9	17.94	28.11	1.96	1.7
DT-3S	47.5	14.9	8	14.61	33.68	25.42	25.42	1.75	1.52
DT-3D	42.5	15.5		12.71	30.5	17.79	26.05	2.19	1.7
DT-4S	57.5	13.9	10	18.55	39.9	29.23	29.23	1.58	1.65
DT-4D	55	14.1		17.54	38.38	21.6	31.77	1.73	1.75
DT-5S	75	12.0	12	25.79	50.45	39.39	39.39	2.29	1.65
DT-5D	67.5	12.8		22.65	45.98	25.42	43.21	2.92	1.98
DT-6S	90	10.4	16	32.23	59.27	43.21	43.21	2.21	2.19
DT-6D	85	10.9		30.07	56.35	25.42	45.75	2.29	1.91

주: C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub> - 중립축에서 압축 및 인장연단까지 거리

Cend, e<sub>mid</sub> - 단부와 중앙부에서 콘크리트 무게중심까지 강선편심

△<sub>tr</sub>, △<sub>tot</sub> - 강선질단시와 캠버와 사용하중하의 처짐

수 있도록 되어있다. 최적화 과정에 의하여 결정된 단면은 실용적인 목적을 위하여 개량되었다. 사용자는 단면의 치수, 재료물성, 하중, 손실, 기타 분석에 필요한 정보를 입력하여야 한다.

강도설계에 규정된 콘크리트의 응력 제한치가 검증될 수 있다. 필요한 수와 크기의 강선을 정할 수 있다. 수평강선의 적용이 가능한지 혹은 절곡강선이 사용되어야 하는지, 단면에서 강선의 위치를 그래픽으로 체크할 수 있다. 또한, 이 프로그램을 이용하여 초기 최적 프리스트레스트 힘과 필요한 편심을 결정할 수 있다. 제시된 보 Table 4에 대한 결과는 Table 5에 제시되어 있다.

### 5.3 설계 단면

최적화에 의해서 수행된 더블티형 보 설계가 현행 시방서의 강도규정을 만족하는지를 규명하기 위해서 더블티의 반쪽인 싱글티 보를 실제 크기로 제작하여 실험하였다. 한쪽 싱글티로부터 더블티에 대한 충분한 정보를 얻을 수 있으므로 더블티를 제작할 필요는 없을 것이다. 적정이론으로 설계된 시험체의 규격은 다음의 Table 6과 같다. 계획된 시험체의 단면과 평면의 상세도는 Fig. 2와 Fig. 3에 제시되어 있다.

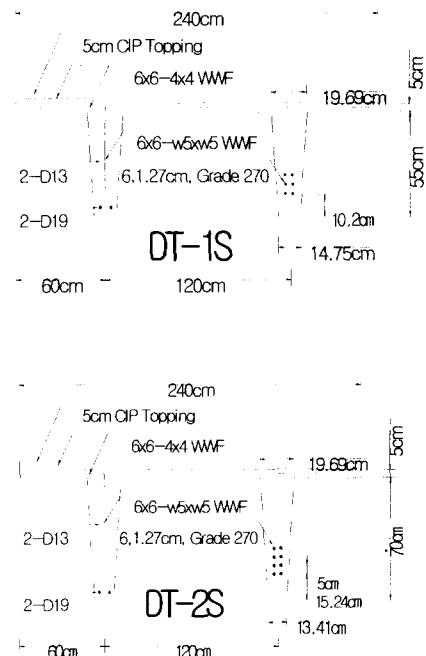


Fig. 2 Results of optimum process(cont.)

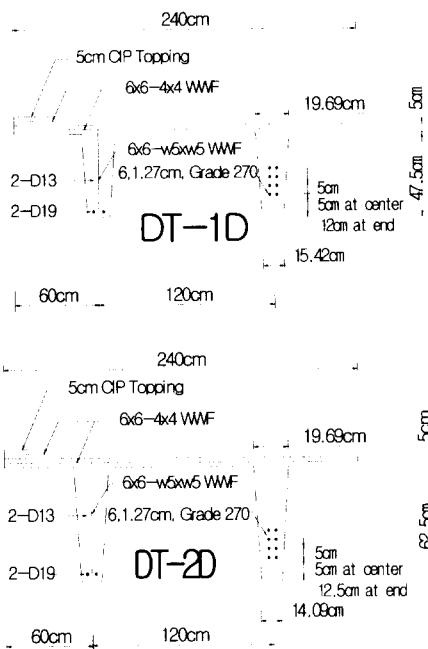


Fig. 2 Results of optimum process

Table 6 Dimesion of precast specimens

시험체 No.	전체길이(mm)	플랜지 폭(mm)	두께 (mm)
DT-1D	12,500	1,200	525
DT-1S			600
DT-2D			675
DT-2S			750

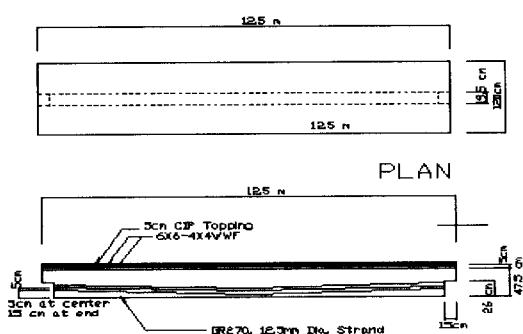


Fig. 3 Plan and elevation of single tee with the least depth (DT-1D)

#### 5.4 제시된 프로토타입 더블티 휨 실험

국내 시공에서 그대로 적용 가능한 12개의 최소두께 더블티 단면이 되었다(Table 5 참고). 제시한 보 단면은 철근콘크리트구조설계기준<sup>31</sup>의 권장설계방법인 강도설계를 만족하는 한도에서, 이 단면보다 축소된 두께의 실용적인 보는 더 이상 제시할 수 없을 것으로 생각된다.

PCI Handbook으로 설계한 보 보다 최소 29cm의 두께 축소는 기업에 상당한 경쟁력과 경제성을 가져다 줄 것으로 생각하며, 기존의 철골 위주의 대안에서 탈피한 대안을 제시함으로써 막대한 시공비와 철골조로 인한 자원의 낭비를 막을 수 있을 것을 기대한다.

본 연구에서 국내규준의 적재하중을 적용하였을 때, 강도설계의 모든 규준을 만족하면서, 국내에서 구입 가능한 재료를 사용하여, 생산과 시공의 경제성을 고려한 “최소 두께 더블티 단면”을 최적이론에 의하여 제시한 단면에 대한 휨 실험을 실행하였다<sup>13,14)</sup>. 이 연구에서의 결론을 요약하면 다음과 같다.

Table 7 Comparison on calculation of nominal strength and experimental test result

시험체 NO.	제산된 극한 강도		파괴시 시험체 강도		비율
	예상강도 (tonf·m)	예상하중 (tonf)	실험강도* (tonf·m)	실험하중 (tonf)	
DT-1D	55.81	20.2	-	-	-
DT-1S	60.33	22.08	72.07	26.09	1.20
DT-2D	87.06	31.51	94.59	34.24	1.09
DT-2S	90.14	32.62	109.88	39.76	1.22
평균	73.33	26.60	92.18	33.36	1.17

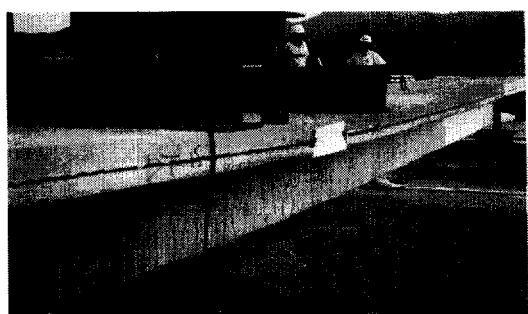


Fig. 4 Flexural test (DT-1S)

본 연구에 적용된 단면은 전체 사용하중 하에 균열발생이 없었고, 휨 공칭강도를 평균 약 17%를 상회하여 최종파괴가 되었으므로 강도 설계규준에 합당한 휨 거동을 보여주었다 (표 7 참고). DT-1D 실험체는 실험실수로 인하여 결과가 제시되지 않았다<sup>13)</sup>.

모든 보는 지점까지 확산된 새로운 휨 균열을 수십 개 만들어낸 후 평균 13.2cm의 최대 처짐에 상부 토픽콘크리트 분리로 인한 압축파괴 또는 하부 철근 이음불량에 의한 인장파괴를 초래하였다.<sup>13,14)</sup>

## 6. 결 론

최적이론을 적용하여 국내시공에 직접 적용 가능한 12개의 프리캐스트 프리스트레스트 더블티형 보를 설계하였다. 본 최적화 문제에는 총 18 개의 단면치수 구속과 허용응력에 대한 구속을 갖고 있으며, 이는 ACI 시방서에서 제시하는 허용응력과 단면의 기하학적 정의에 의해서 구성된다. ACI 시방서에 의해서 단면의 상면과 바닥면에서의 압축응력과 인장응력이 허용값을 초과하지 않도록 하며, 각각의 시공 단계에서 응력은 보의 중앙과 단부에서 검증되었다.

최적화의 목적함수로는 더블티 단면의 두께로 설정하여 PCI Design Handbook 설계와 비교했을 때 최소 29 cm 두께의 감소 효과를 얻었다. 이러한 더블티형 보의 두께감소는 매장이나 주차장 건물 공간의 경제적인 활용을 도모할 수 있을 것이다.

설계된 더블티형 보의 스팬 12.5 m의 프로토 타입을 제작하여 휨 실험을 실행하였다. 실험한 결과 모든 보에서 설계하중의 9%에서 22%를 초과하는 하중에서 파괴가 일어나서 본 연구에서 제시한 설계가 안전함이 증명되었다.

본 연구에서 제시된 최적화 기법은 아직은 일 반화되지 않은 프리캐스트 프리스트레스트 보의 최적화 설계에 앞으로 보다 광범위하게 적용할 수 있을 것이다.

## 감사의 글

본 연구는 1999년도 동국대학교 논문제재 연

구비 지원으로 이루어졌습니다.

## 참고문헌

- ACI 318-95, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary (ACI 318-95)", Detroit, Michigan.
- Brandt, A. M., Criteria and Methods of Structural Optimization, Warszawa/Martinus Nijhoff Publishers, The Hague, 1984.
- 한국콘크리트학회·대한건축학회, 철근콘크리트 구조설계기준, 건설교통부제정, 1999.
- Fleury, C., and Geradin, M., Optimality Criteria and Mathematical Programming in Structural Weight Design, Computers and Structures, Vol. 8, no. 1, 1978, pp. 7-18.
- Haftka, R. T., and Kamat, M. P., Elements of Structural Optimization, Martinus Nijhoff, Amsterdam, 1985.
- Kirsch, U., Optimum Structural Design, McGraw-Hill, New York, 1981.
- Magnel, G., Prestressed Concrete, McGraw-Hill, New York, 1954.
- Morris, A. J., Foundations of Structural Optimization: a Unified Approach, John Wiley and Sons, New York, 1982.
- PCI Design Handbook, 4th ed., Prestressed Concrete Institute, Chicago.
- Schmit, L. A., Structural Design by Systematic Approach, Proceedings of the Second National Conference on Electronic Computation, Structural Division of ASCE, Pittsburgh, 1960.
- Spillers, W. R., Iterative Structural Design, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1975, Appendix A.
- Vanderplaats, G.N., Numerical Optimization Techniques for Engineering Design, McGraw-Hill, New York, 1984.
- 유승룡, 김대훈, 유재천, "최적이론에 의하여 설계된 최소 깊이 더블티 슬래브의 휨거동 평가", 콘크리트학회논문집, 제11권 3호, 1999년 6월, pp.141-152.
- 유승룡, 김대훈, "최적이론에 의하여 설계된 최소 깊이 더블티 립단부 전단거동 평가", 콘크리트학회논문집, 제11권 4호, 1999년 8월.

## 요 약

최적이론을 적용하여 국내시공에 직접 적용 가능한 12개의 프리캐스트 프리스트레스트 더블티형 보를 설계하였다. 최적화 문제에는 총 18개의 단면치수 구속과 허용응력에 대한 구속을 갖고 있으며, 이는 ACI 시방서에서 제시하는 허용응력과 단면의 기하학적 정의에 의해서 구성된다. ACI 시방서에 의해서 단면의 상면과 바닥면에서의 압축응력과 인장응력이 허용값을 초과하지 않도록 하며, 각각의 시공단계에서 응력은 보의 중앙과 단부에서 검증되었다. 최적화의 목적함수로는 더블티 단면의 두께로 설정하여 PCI Design Handbook 설계와 비교했을 때 최소 29 cm 두께의 감소 효과를 얻었다. 이러한 더블티형 보의 두께감소는 매장이나 주차장 건물 공간의 경제적인 활용을 도모할 수 있을 것이다.

최적화 과정에 의하여 결정된 단면은 실용적인 목적을 위하여 개량되었다. 제시된 보는 mathcad 7.0 Pro Spreadsheet 프로그램으로 휨, 전단, 처짐에 대한 모든 강도설계의 요구사항을 검증하였다.

설계된 더블티형 보의 스펜 12.5 m의 프로토타입을 제작하여 휨 실험을 실행하였다. 실험한 결과 모든 보에서 설계하중의 9%에서 22%를 초과하는 하중에서 파괴가 일어나서 본 연구에서 제시한 설계가 안전함이 증명되었다. 본 연구에서 제시된 최적화 기법은 아직은 일반화되지 않은 프리캐스트 프리스트레스트 보의 최적화 설계에 앞으로 보다 광범위하게 적용될 수 있을 것이다.

(접수일자 : 1999. 8. 30)