

## 초전도 벌크의 부상력 해석 프로그램 개발

### Development of the Program for Levitation Force Analysis in a Superconducting Bulk

한승용\*, 김우석\*\*, 차귀수\*\*\*, 한송엽#

Seung-Yong Hahn\*, Woo-Seok Kim\*\*, Gueesoo Cha\*\*\*, Song-Yop Hahn#

**Abstract:** The study of HTS(High Temperature Superconducting) bulk in magnetic levitation systems requires the calculation of forces acting on the bulk. Calculation of currents distribution in HTS bulk is very important to determine this forces. We have made computer program to find this current distribution and levitation force.

J-E relation in HTS bulk is extremely nonlinear, so iteration method must be used to determine the current distribution.

We developed the method to determine the current distribution in the uniform-field model and, using this method, calculated the levitation force in permanent-magnet-levitation model.

Finite Element Method is used for numerical calculation

**Key Words:** HTS bulk, current distribution, levitation force

### 1. 서 론

최근 고온 초전도체를 이용한 다양한 응용분야에 대하여 활발히 연구가 진행되고 있다. 그 중, 고온 초전도 벌크를 이용한 플라이 휠 에너지 저장장치와 관련된 연구에서 자장내의 벌크에서 발생하는 부상력을 구하는 것이 매우 중요하다. 이러한 힘을 구하기 위한 다양한 해석 방법들이 제시되고 있다[1-2]. 이러한 해석 방법에서 가장 기본이 되는 것이 벌크 내부의 차폐전류 분포를 구하는 것이다[3].

고온 초전도 벌크에서 발생하는 차폐전류 밀도  $J$ 와 전계  $E$ 의 관계 ( $J$ - $E$  관계)는 매우 비선형 적이다. 이러한 비선형을 해결하기 위한 해석 모델로 Bean 모델과 Kim 모델[1]이 널리 알려져 있다. 본 연구에서는 이러한  $J$ - $E$  모델과 반복계산을 통하여 차폐전류 분포의 비선형 특성을 고려하였다.

차폐전류 분포와 벌크 내부의 자장 분포가 결정되면

로렌츠 공식( $F = J \times B$ )을 이용하여 부상력을 계산할 수 있다.

본 연구에서는 균일한 외부자장이 가해지는 축대칭형상의 고온 초전도 벌크 내부에 발생하는 차폐전류를 구하기 위한 방법을 확립하고, 이를 바탕으로 영구자석과 고온 초전도 벌크를 이용한 간단한 자기 부상 모델을 수치적으로 해석하였다. 해석한 결과를 참고문헌 [4]에서 수행한 실험 결과와 비교 분석하였다.[4]

마지막으로, 간단한 자기 부상 모델에서 부상력을 높이기 위해 보조 철관을 사용한 경우에 대해 해석해 보았으며, 이를 통해 벌크를 사용한 각종 자기 부상 모델의 기초 해석을 위한 프로그램으로서 사용 가능성을 검토하였다.

### 2. 해석이론

#### 2.1 지배방정식

전자기 현상을 기술하는 위한 Maxwell 방정식이 초전도 벌크에서 발생하는 부상력을 계산하는 경우에도 적용될 수 있으며, 필요한 Maxwell 방정식들을 식 (1)에 나타내었다.

$$\begin{aligned} \nabla \times E &= -\frac{\partial B}{\partial t} \\ \nabla \times B &= \mu_0 J \\ \nabla \cdot B &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

초전도 벌크 내부에 흐르는 전류밀도는 아래 식 (2)와 같이 표현한다.

$$J = J_o + J_{sc} \tag{2}$$

식 (2)에서,  $J_{sc}$ 는 초전도 벌크 내부에 흐르는 차폐 전류밀도를,  $J_o$ 는 외부 전원에 의해 공급되는 전류밀도를 의미한다. 본 연구에서 초전도 벌크의 경우에는 외부 전원에 의해 벌크에 공급되는 전류가 없으므로  $J_o$ 값은 0이 된다.

축대칭 모델에서 자기 벡터 포텐셜을 이용하면 자속 밀도를 아래의 식(3)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} B &= \nabla \times A \\ A &= A_\theta \vec{a}_\theta \end{aligned} \tag{3}$$

식 (3)에 있는 자기 벡터 포텐셜은 아래의 식(4)와 같이 표현 할 수 있다.

\* 학생회원 : 서울대학교 전기공학부 석사과정  
 \*\* 학생회원 : 서울대학교 전기공학부 박사과정  
 \*\*\* 정 회 원 : 순천향대학교 전기공학과 교수  
 # 정 회 원 : 서울대학교 전기공학부 교수  
 원고접수 : 1999년 3월 30일  
 심사완료 : 1999년 6월 18일

$$A_{\theta} = A_{sc} + A_o \quad (4)$$

식 (4)에서  $A_{sc}$ 는 차폐전류에 의해 발생하는 자기 벡터 포텐셜 값이며,  $A_o$ 는 외부에서 가해주는 자장에 의해 발생하는 자기 벡터 포텐셜 값이다.

이상의 식들을 종합하여 정자장 유한요소법 해석을 위한 지배 방정식을 축대칭 모델  $(r, \theta, z)$ 에서 구하면 아래의 식 (5)와 같다.

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2}\right)A_{sc} = -\mu_0 J_{sc} \quad (5)$$

벌크에 발생하는 차폐전류 값을 결정하는데 필요한 전계의 세기는 아래의 식 (6)에 의해서 결정된다.

$$E = -\left(\frac{\partial A_{sc}}{\partial t} + \frac{\partial A_o}{\partial t}\right) \quad (6)$$

### 2.2 J-E 관계식

초전도체 내부에 전류가 흐르는 경우 일반도체에서와는 달리  $J-E$  관계가 매우 비선형적이다. 이와 같은 비선형 관계를 표현하기 위해 임계상태 모델을 사용해서,  $J-E$  관계를 아래의 식 (7)과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial t} &= 0 & \text{if } |E| &= 0 \\ J &= J_c(|B|) \frac{E}{|E|} & \text{if } |E| &\neq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

위 식에서  $J_c(|B|)$ 를 결정하기 위해 일반적으로 Bean 모델과 Kim 모델 [1]이 많이 쓰인다.

본 논문에서는 일반적으로 많이 사용되는 Bean 모델에 기초하여 프로그램을 구성하였다. 이 경우에 자속밀도 값에 관계없이 임계전류 값은 일정하다.

$$J_c(|B|) = J_c \quad (8)$$

### 2.3 반복계산

초전도 벌크에 외부자장이 인가된 경우에, 앞서 제시한 지배방정식과  $J-E$  관계식을 기본으로 반복계산 과정을 거쳐 전류 분포를 구하게 된다.

반복계산 순서는 우선, 주어진 전류 분포로부터 지배방정식을 이용하여 자기 벡터 포텐셜 ( $A$ )을 구하고, 이로부터 전기장의 세기 ( $E$ )를 구한다. 전기장의 세기가 구해지면 다음 단계의 전류분포를 구할 수 있으며 이후 같은 과정이 반복된다.

각 단계의 반복계산에서 다음 단계의 전류 분포를 결정하는 과정은 아래 식 (9)와 같다.

$$\begin{aligned} J_n &= J_{n-1} + \delta J \cdot \text{sign}(E_n) & \text{단, } J_n \leq J_c, |E_n| > \epsilon \\ J_n &= J_{n-1} & \text{단, } |E_n| < \epsilon \end{aligned} \quad (9)$$

위 식에서  $J_n$ 은 n 번째 반복계산에서 요소별로 발생하는 전류밀도 값을 의미한다. 따라서, 각 반복계산의 단계마다 요소별로 전장의 세기 ( $|E_n|$ )를 계산하고 이 값이 충분히 작은 양수  $\epsilon$ 보다 작다면 다음 반복계산에서 그 요소의 전류밀도 값은 전 단계의 값을 유지하며, 그렇지 않을 경우 식 (9)에 따라 전류 밀도 값

을  $\delta J$  만큼 증가 혹은 감소 시킨다.

다음 단계로 진행하면서 해석영역 전체에서 전류 분포의 변화가 없다면 반복계산을 중단하고 이때의 전류 분포가 구하고자 하는 해가 된다.

위 반복계산 과정의 순서도를 그림 1에 나타 내었다.

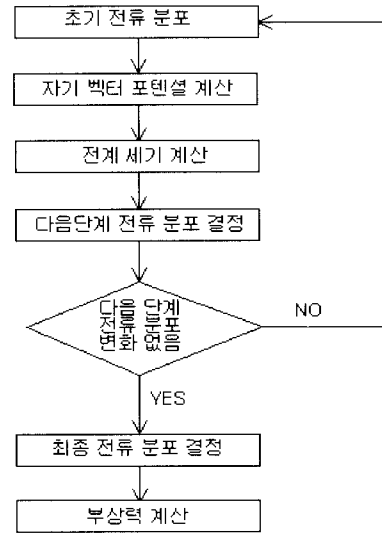


그림 1. 부상력 계산 순서

Fig. 1. Flow chart for force calculation

## 3. 전류 분포 해석

### 3.1 해석모델

위에서 제시된 알고리즘을 이용해 지름 20mm, 두께 10mm,  $J_c = 2.4272 \times 10^8 (A/m^2)$  인 고온 초전도 벌크에 균일한 외부자장이 축방향으로 가해지는 경우의 전류분포를 해석하였다.

해석 모델이 축대칭인 동시에 위, 아래로도 대칭형을 가지므로, 벌크 단면의 1/4 부분만을 선택하였다. 해석 방법으로 유한요소법(FEM)을 사용하였다.

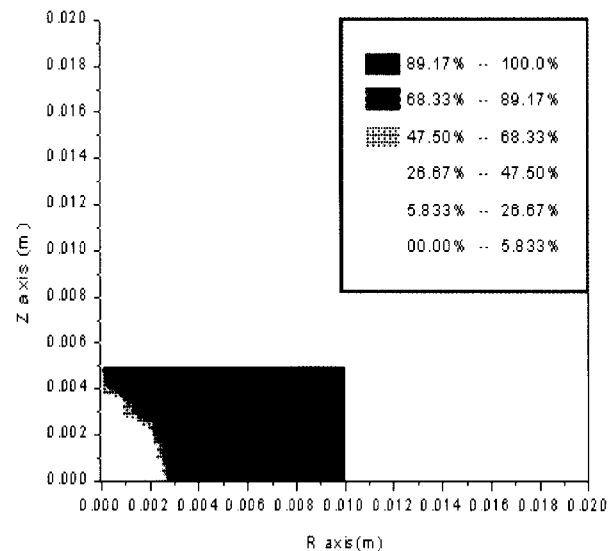


그림 2. 1.5T의 균등자장이 인가되는 경우의 차폐전류 분포  
Fig. 2. Current distribution at uniform field(1.5T)

### 3.2 외부자장 인가

외부 자장이 가해지지 않은 초전도 상태의 벌크에 1.5T의 균일 자장이 축방향으로 가해지는 경우 전류 분포와 자력선을 그림 2와 그림 3에 각각 나타내었다. 그림 4에서는 자속밀도의 분포를 나타내었다.

그림 2에서 전류밀도 분포값을 백분율(%)로 나타내었다. 100%로 표시된 영역의 경우 전류밀도가 임계 전류밀도  $2.4272 \times 10^8 (A/m^2)$ 가 되어 전류가 흐르는 영역임을 나타내며, 0%로 표시된 영역의 경우 전류가 흐르지 않는 영역임을 나타낸다.

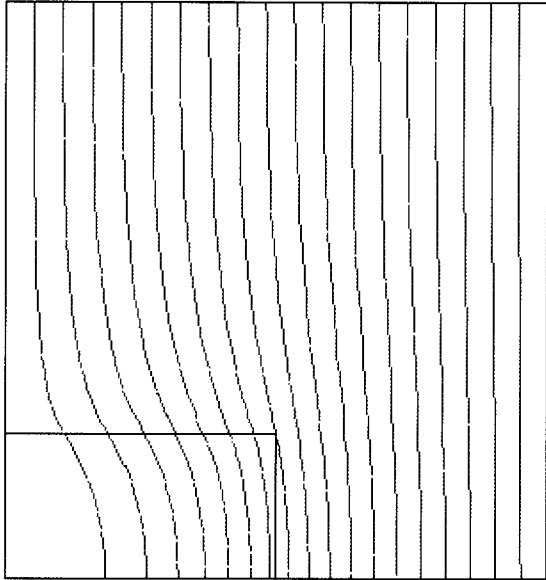


그림 3. 1.5T의 균등자장이 인가되는 경우의 등자속선 분포  
**Fig. 3.** Equipotential line at uniform field(1.5T)

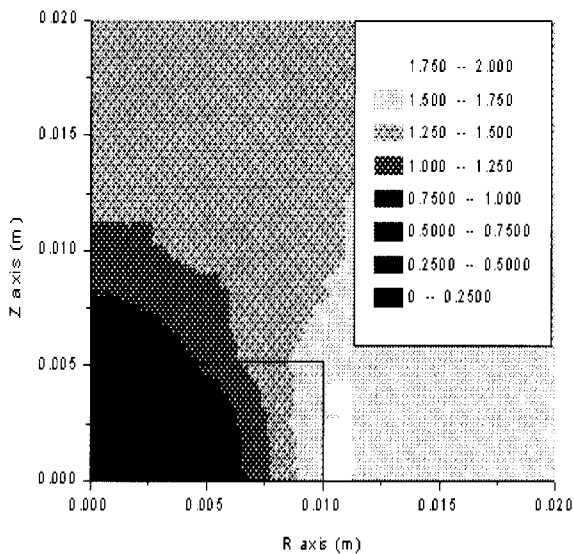


그림 4. 1.5T의 균등자장이 인가되는 경우의 자속분포  
**Fig. 4.** Flux distribution at uniform field(1.5T)

그림 3과 그림 4를 보면 벌크의 중심부에서 자장이 차폐되는 모습을 확인할 수 있다. 차폐전류가 흐르는 상황에서 중심부 자속밀도 값은 0.02T 미만으로, 외부자장 1.5T에 비해 무시할 수 있는 수준이다.

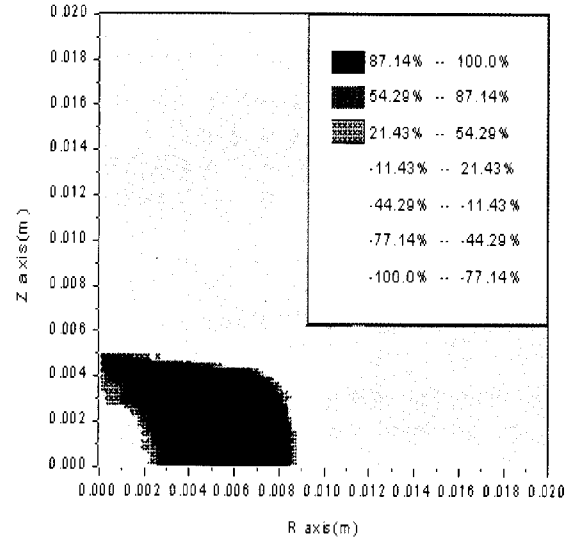


그림 5. 자장이 1.5T에서 1.0T로 감소되는 경우의 차폐전류 분포  
**Fig. 5.** Current distribution at reduced uniform field from 1.5T to 1.0T

### 3.3 외부자장 감소

그림 5는 외부자장이 1.5T로 가해진 상황에서 1.0T로 감소한 경우의 전류 분포를 나타낸다. 임계상태 모델에 따르면, 외부 자장의 세기가 변화할 때 벌크의 바깥 부분에서부터 전류의 방향이 바뀐다. 그림 5에서 벌크에 인가되는 외부자장이 감소할 때, 벌크의 외각 모서리 부분부터 차폐전류의 방향이 역전되는 것을 확인할 수 있다.

벌크의 중심부에 전류가 흐르지 않는 영역은 그림 2와 비교하여 볼 때 거의 변하지 않았다.

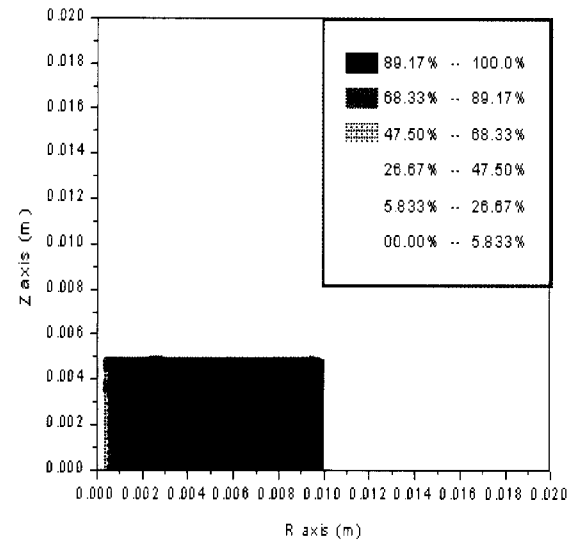


그림 6. 자장이 1.5T에서 2T로 증가되는 경우의 차폐전류 분포  
**Fig. 6.** Current distribution at increased uniform field from 1.5T to 2.0T

### 3.4 외부자장 증가

그림 6은 외부 자장이 1.5T에서 2.0T로 증가한 경우 전류 분포를 나타낸다. 외부자장이 증가하였기 때문에 차폐 전류가 전 영역에 걸쳐 흐르는 것을 알 수

있다. 이 경우에도 중심부 자속밀도 값은 0.01T 이하로 외부 인가 자장의 1% 미만이다.

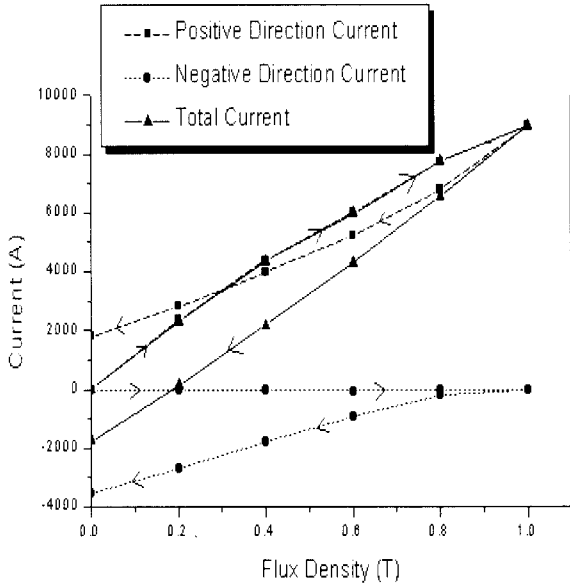


그림 7. 자장이 변화할 때의 차폐전류  
Fig. 7. Screening currents under field variation

3.5 자장 변화에 따른 전류

그림 7은 자장을 0에서 1T 까지 0.2T 간격으로 증가 시켰다가 다시 0T로 감소시키면서 발생하는 차폐전류의 총량을 계산한 결과이다. 정방향(Positive Direction)은 증가하는 자속을 차폐하기 위해 흐르는 전류방향을 의미하며, 자장의 세기가 감소하여 전류가 역전되는 경우 전류의 방향이 부방향(Negative Direction)이다. 전체전류(Total Current)는 두 전류의 합이다. 자장이 0이 되어도 차폐전류가 남아있는 히스테리시스 특성이 나타난다.

4. 부상력 계산

지금까지 살펴본 프로그램을 이용하여 영구자석과 고온 초전도 벌크 사이에 작용하는 부상력을 계산하였다. 계산 결과를 참고문헌[4]에 실려있는 실험결과와 비교 분석하였다.

3장에서 살펴본 방법을 영구자석이 들어간 자기 부상 모델에 적용하면 고온 초전도 벌크 내부의 차폐전류 분포와 자장 분포를 얻을 수 있다. 차폐 전류 분포와 자장 분포가 구해지면 로렌츠 공식을 사용하여 부상력을 계산할 수 있다.

$$F = J \times B \tag{10}$$

4.1 해석 모델 : 보조철판이 없는 경우

지름 18mm, 두께 10mm, 인 초전도 벌크와 지름 25mm, 두께 21mm, 자속밀도 1.12T인 영구자석을 해석모델(Fig. 8)로 잡았다.

4.2 해석 결과 : 보조 철판이 없는 경우

그림 8은 자석과 벌크사이의 공극을 변화해 가며 그에 따른 부상력의 변화를 나타낸 것으로, 참고문헌[4]

에 실려있는 실험결과와 본 논문에서 해석한 결과를 비교하여 그래프로 나타내었다. 공극이 24mm인 상황에서 2mm까지 줄인 다음 다시 24mm로 늘렸으며, 부상력의 히스테리시스 특성을 볼 수 있다. 특히, 공극이 5mm에서 그 이상으로 늘어나는 경우 자석과 벌크 사이에 인력이 작용하는 효과가 잘 나타난다.

공극이 작아져서 부상력이 커지는 경우, 실험치와 해석치의 오차가 커지는 것을 확인할 수 있다. 오차의 원인으로서는 측정상의 부정확성, 임계 전류 밀도의 부정확성 및 자장변화에 따라 임계 전류 밀도 값에 변화가 없는 Bean 모델을 사용한 것 등을 들 수 있다.

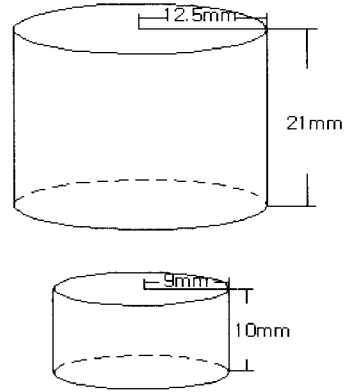


그림 8. 부상력 계산에 사용된 모델  
Fig. 8. Analysis model for calculating levitation force

4.3 해석 모델 : 보조 철판을 사용한 경우

지름 60mm, 두께 20mm,  $J_c = 3.1 \times 10^7 (A/m^2)$ 인 초전도 벌크와 지름 20mm, 두께 10mm, 자속밀도 1.12T인 영구자석, 5mm 두께의 보조철판을 해석 모델 (Fig. 9)로 잡았다. 보조 철판을 사용한 이유는 부상력을 높일수 있기 때문이다. 즉, 축대칭 형상 벌크의 부상력은 벌크 내부의 r 방향 자속과  $\theta$  방향의

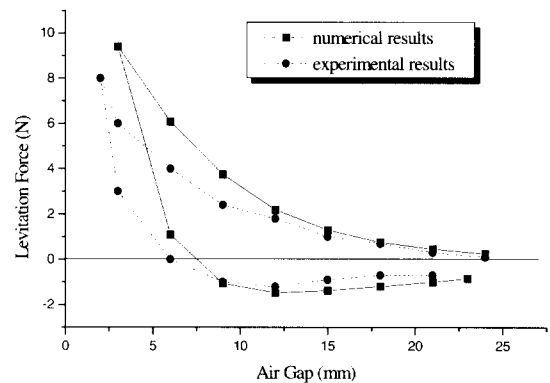


그림 9. 공극변화에 따른 부상력  
Fig. 9. Levitation force against air gap

전류 밀도값에 의해 결정 되는데, 그림 9와 같이 보조 철판을 사용하게 될 경우 벌크 내부를 통과하는 자속의 r 방향 성분을 보다 크게 할 수 있다. 따라서, 부상력이 증가하는 효과를 기대할 수 있게 된다.

**4.4 해석 결과 : 보조 철판을 사용하지 않은 경우**

보조 철판을 사용하지 않고 부상력을 계산한 결과 부상력은 13.6N으로 계산되었고, 보조 철판을 사용한 경우 부상력은 16.4N으로 계산되었다. 보조 철판을 사용한 경우 부상력이 약 2.8N 증가하는 것을 알 수 있다. 이와 같이 부상력을 높이기 위해 여러 가지를 고려해야 하는 상황에서, 직접 실험을 수행하지 않고 수치적으로 해석하여 그 결과를 예측하는 경우, 본 연구에서 사용된 프로그램이 유용하게 쓰일 수 있다.

**5. 결 론**

본 연구에서는 수치해석방법을 이용해서 임계상태 모델에 기초하여 반복계산을 통해 외부 자장이 인가된 고온 초전도 벌크 내부에 흐르는 차폐전류를 계산하고 이를 통해 부상력을 계산하였다.

축방향으로 균일한 외부자장이 가해진 경우에 대해 전류 분포를 결정하는 방법을 적용하였다. 계산결과에 의하면 자장이 증가함에 따라 벌크의 외곽 부분에서부터 차폐전류가 흐르기 시작하여 벌크 내부로 전류가 흐르는 영역이 넓어진다. 외부자장이 감소하는 경우 차폐전류의 방향이 벌크의 모서리 부분부터 역전되는 것을 알 수 있었다.

계산된 전류분포와 자장분포를 이용하여 부상력을 구할 수 있었으며, 그 결과가 실험치와 유사한 것을 확인 할 수 있었다. 이를 통해, 본 프로그램에서 전류 분포를 구하는 방식이 자기 부상 모델을 해석하는데 적용할 수 있음을 확인하였다. 특히, 보조 철판을 사용한 모델을 해석하여 보조 철판을 사용할 경우 부상력이 증가하는 것을 계산하였다.

본 연구에서 제시한 프로그램은, 향후 벌크의 부상력을 이용한 각종 시스템의 기초해석에 유용하게 사용될 수 있다.

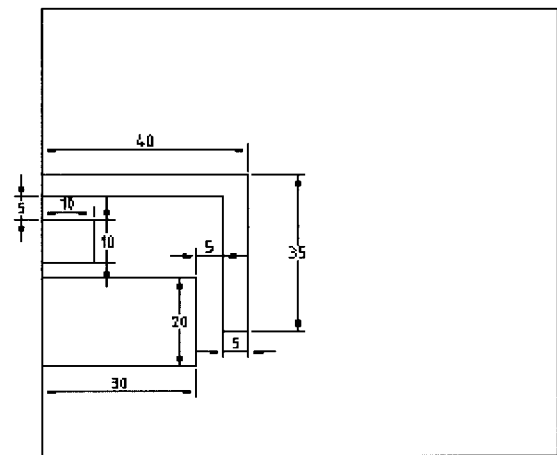


그림 10. 보조 철판이 있는 해석 모델  
Fig. 10. Analysis model for calculating levitation force with auxiliary steel plate

**감사의 글**

본 연구는 한국전력 공사의 지원에 의해 기초 전력공학 공동연구소의 주관으로 수행되었음

**참 고 문 헌**

- [1] Masanori Tsuchimoto and Toshihisa Honma, "Numerical Evaluation of Levitation Force of HTSC Flywheel," IEEE Trans. On Applied Superconductivity, Vol.4, No.4, pp. 211-215,1994
- [2] Larry R. Turner and Matthew W. Foster, "Modeling Forces in High Temperature Superconductors," IEEE Trans. On Applied Superconductivity, Vol.34, No.5, pp.3024-3027, 1998
- [3] X.H.Jiang and A.M. Campbell, "Numerical Calculation of Magnetic Fields in Melt Processed YBCO Magnets," IEEE Trans. On Applied Superconductivity, Vol.7, No.2, pp. 1213-1215, 1997
- [4] MTsuchimoto, T.Kojima and T.Honma, "Numerical analysis of frozen field model for levitation force of HTSC," Cryogenics, Vol.34, No.10, pp 821-823, 1994

**저 자 소개**



**한승용(韓昇龍)**  
1975년 7월 1일생. 1998년 서울대 공대 전기공학부 졸업, 현재 동 대학원 전기공학부 석사과정



**김우석(金佑錫)**  
1970년 6월12일생. 1996년 서울대 공대 전기공학부 졸업, 1998년 동 대학원 전기공학부 졸업(공학 석사), 현재 동대학원 전기공학부 박사과정.



**차귀수(車貴守)**  
1956년 7월18일생. 1978년 서울대 공대 공업교육학과 졸업, 1982년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학 석사), 1987년 동 대학원 전기 공학과 졸업(공학박사), 현재 순천향대 전기공학과 교수.



**한송엽(韓松喲)**  
1939년 3월14일생. 1963년 서울대 공대 전기공학과 졸업, 1967년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학석사), 1976년~1979년 불란서 로렌공과 대학원 졸업(공학박사), 현재 서울대 전기공학부 교수, 현재 당학회 회장