

모드 중첩법을 이용한 전단보 모델의 비선형해석

Non-Linear Analysis of Shear Beam Model using Mode Superposition

김 원 중* 홍 성 목**
Kim, Won Jong Hong, Sung Mok

국문요약

시간영역에서의 구조물의 해석은 직접적분법과 모드중첩법에 의하여 구해질 수 있다. 그 중에서도 모드중첩법에 의한 해석방법은 몇 가지 저차 진동모드를 사용하여 비교적 정확한 해를 구할 수 있기 때문에 동적해석에 널리 사용되고 있다. 그러나, 비선형해석에서는 각 부재들의 상태에 따라 강성이 달라지므로 고유 진동모드를 정의할 수 없거나 변화되는 강성에 따라 고유진동 모드를 지속적으로 다시 구하여야 하는 불편이 있으므로, 모드중첩법을 이용한 비선형해석은 완전탄소성모델 등 극히 제한된 조건에서만 실행이 가능하였다. 본 논문에서는 강성행렬을 각 부재별로 분리시키고 비선형복원력과 초기선형복원력의 차이를 하중항에 반영시킴으로써 모드중첩법을 이용하여 비선형해석이 가능한 방법을 제시하고자 한다. 특히, 각 부재 강성을 각 부재의 상대변위의 함수로 나타냄으로써 연속적인 계산이 가능하게 하였다. 본 논문에서 제시된 방법은 전단보모델에 적용하였으며, 모드 개수를 변화시켜 지진하중에 의한 최대변위를 계산하여 이를 직접적분법에 의한 결과와 비교하였다.

주요어 : 모드중첩법, 전단보 모델, 비선형 해석

ABSTRACT

To analyze the dynamic behavior of structure, direct integration and mode superposition may be utilized in time domain analysis. As finite number of frequencies can give relatively exact solutions, mode superposition is preferable in analyzing structural behavior. In non-linear analysis, however, mode superposition is seldom used since time-varying element stiffness changes stiffness matrix, and the change of stiffness matrix leads to the change of essential constants - natural frequencies and mode shapes. In spite of these difficulties, there are some attempts to adopt mode superposition because of low cost compared to direct integration, but the result is not satisfactory. In this paper, a method using mode superposition in non-linear analysis is presented by separating local element stiffness from global stiffness matrix with the difference between linear and non-linear restoring forces to the external force vectors included. Moreover, the hysteresis model changing with the relative deformation in each floor makes it possible to analyze non-linear behavior of structure. The proposed algorithm is applied to shear beam model and the maximum displacement is compared with the result using direct integration method.

Key words : mode superposition, shear beam model, non-linear analysis

1. 서 론

시간영역에서의 동력학적 해석 방법에는 직접적분법과 모드중첩법이 있는데, 그 중에서

모드 중첩법은 몇 개의 고유진동수로써 비교적 정확한 응답을 구할 수 있어서 구조물의 선형거동해석에 많이 사용된다. 그러나, 구조체의 비선형해석에서는 고유진동수(natural frequency)와 모드형태(mode shape)가 매시간 구간(time step)마다 달라지게 되므로 비선형해석에 모드중첩법을 적용하기는 매우 어렵다.

* 정회원 · 대우 엔지니어링 부장

** 정회원 · 서울대학교 건축학과 정교수

본 논문에 대한 토의를 9월 30일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.

이는 구조물이 비선형거동을 하게 되면 매시 구간구간마다 강성행렬이 바뀌게 되며, 그 결과 각 구간마다 고유진동수가 변하게 되기 때문이다. 더구나, 구조체가 비선형거동을 하게 되면 모든 부재가 똑같이 비선형거동을 하는 것이 아니고 특정 부재만 비선형거동을 하게 되므로 전체 강성행렬 중에서 해당 부재의 강성이 포함되어 있는 항(項)만을 찾아서 전체 강성행렬을 다시 만드는 등 그 과정이 매우 복잡하게 되어 있다. 따라서, 모드 중첩법을 비선형 해석에 이용하는 방법은 거의 불가능하다고 여겨져 왔다.

이러한 문제점에도 불구하고 모드중첩법이 가지는 장점 때문에 Bathe 등⁽¹⁾은 초기 강성행렬을 이용하여 기본 운동방정식의 형태를 갖추고, 하중항에서 외력뿐만 아니라 강성행렬의 차이에 의한 하중증가분을 포함하는 항을 추가함으로써 비선형 해석이 가능하게 하였다. 또한, Bathe 등⁽¹⁾은 초기강성행렬(initial stiffness matrix)을 이용하여 확정치에 근접할 때까지 반복하여 계산하게 하였으나, 해석에 이용된 비선형모델은 완전 탄소성모델을 채택함으로써 그 사용이 매우 제한적이라고 할 수 있다.

본 논문에서는 모드 중첩법이 가능하기 위하여 운동방정식을 비선형해석에 적합하게 수정하여 이를 전단보(shear beam model)의 비선형해석에 적용하기로 한다. 특히, 전단보모델에서 강성을 각 층의 상대변위의 함수로 나타냄으로써 외부하중에 대하여 반복계산이 가능하게 하고자 한다.

2. 운동방정식의 정립

일반적으로 널리 알려진 바와 같이 선형해석에 사용되는 운동방정식은 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{P\} \quad (1)$$

단, 여기서 $[M]$, $[C]$, $[K]$ 은 각각 질량행렬,

감쇠행렬, 강성행렬이고 $\{\ddot{X}\}$, $\{\dot{X}\}$, $\{X\}$ 은 각각 가속도, 속도 및 변위를 나타내며, $\{P\}$ 는 하중벡터를 나타낸다. 그러나, 위의 운동방정식은 전체좌표계에 대하여 나타낸 운동방정식이며, 이를 각각의 질량을 중심으로 운동방정식을 나타내면 다음 (2)식과 같다(그림 1참조).

$$m_i \left(\sum_{j=1}^i \ddot{u}_j \right) + f_i - f_{i+1} = p_i \quad (2)$$

여기서, m_i 는 i 번째 질량을 나타내고 f_i 와 f_{i+1} 는 i 와 $i+1$ 번째 부재의 복원력을 나타내며, p_i 는 i 번째 질량에 작용하는 외력을 나타낸다. 감쇠가 없는 요소에서는 i 번째 요소의 복원력은 다음과 같다.

$$f_i = k_i u_i \quad (3)$$

여기서의 k_i 는 i 번째 부재의 강성을 나타내고 u_i 는 i 번째 부재의 상대변위를 나타내게 되므로 \ddot{u}_i 는 i 번째 부재의 상대 가속도를 나타내게 된다. 여기서, k_i 는 선형 강성 뿐만 아니라 비선형강성도 포함하고 있다. 또한, 전단보 모델(shear beam model)에서의 상대변위와 절대변위는 다음 (4)식과 같다.

$$\begin{aligned} u_i &= x_i - x_{i-1} \quad (i \geq 2) \\ u_1 &= x_1 \quad (i = 1) \end{aligned} \quad (4)$$

이를 행렬로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\{U\} = [T_1]\{X\} \quad (5)$$

또는

$$\{X\} = [T]\{U\} \quad (6)$$

$$\text{단, } [T_1] = \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 & \dots \\ -1.0 & 1.0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & -1.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 & \dots \\ 1.0 & 1.0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1.0 & \dots & 1.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

비선형 해석을 위하여는 각 부재의 상대변위에 의하여 계산한 복원력을 대입하여 만든 식 (2)를 사용하여야 하나, 식 (2)는 각 부재별로 운동방정식이 만들어져 있어 모드 중첩법을 식 (2)에 적용하기는 어렵다. 따라서, 식 (2)를 식 (1)과 같은 형태로 만드는 과정이 필요하다.

따라서, 식 (2)를 감쇠가 없는 경우의 운동방정식으로 나타내면 다음 (7)식과 같다.

$$[M]\{\ddot{X}\} + \{f_i - f_{i+1}\} = \{P\} \quad (7)$$

$$[M]\{\ddot{X}\} + [T_2]\{f_i\} = \{P\} \quad (8)$$

단, $[T_2] = \begin{bmatrix} 1.0 & -1.0 & 0 & \dots \\ 0 & 1.0 & -1.0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1.0 \end{bmatrix}$

$[T_2] = [T_1]^T$ 의 관계가 성립한다. 식 (8)에 식 (5)을 대입하면 다음 (9)식과 같다.

$$[M]\{\ddot{X}\} + [T_2][K_{el}][T_1]\{X\} = \{P\} \quad (9)$$

여기서, $[K_{el}]$ 은 각 부재의 강성을 다음과 같이 정리한 식이 된다.

$$[K_{el}] = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & k_2 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & k_n \end{bmatrix}$$

또한, 식 (1)과 식(9)은 결국 같은 식이므로 다음과 같은 식이 성립하며, 이는 행렬 연산으로도 확인된다.

즉,

$$[K] = [T_2][K_{el}][T_1] = [T_1]^T[K_{el}][T_1] \quad (10)$$

따라서, 운동방정식 (1)을 식 (10)과 같이 나타내다면, $[K_{el}]$ 에 포함된 강성은 비선형을 포함할 수 있으므로 비선형 해석을 보다 쉽게 할 수 있다고 생각할 수 있다.

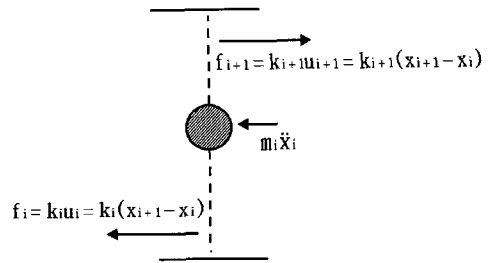


그림 1 전단보 모델(shear beam model)에서 i 층에 작용하는 힘

3. 비선형모델과 강성

비선형 해석시에는 선형 해석과 달리 비선형 해석에 사용되는 모델에 따라 강성은 계속 변화하게 된다. 비선형모델은 콘크리트 시험체의 1자유도계 거동을 중심으로 Takeda⁽⁷⁾가 비선형모델을 제시한 후로 여러 가지 비선형 모델이 각각의 목적에 따라 여러 가지 형태의 비선형모델이 사용되고 있다(표 1 및 그림 2 참조).

표 1 비선형모델에 대한 비교·분석

종류	모델	조절 가능 변수				복잡성
		강성 저하	pinching	응력 저하	소산 에너지	
Clough	직선	불가능	불가능	불가능	불가능	단순
Fukuda	직선	가능	불가능	불가능	불가능	단순
Aoyama	직선	불가능	가능	가능	가능	복잡
Kustu	직선	불가능	가능	불가능	불가능	복잡
Tani	직선	가능	불가능	불가능	가능	보통
Takeda	직선	가능	불가능	불가능	불가능	보통
Park	곡선(연속)	가능	불가능	가능	가능	복잡
Iwan	직선	불가능	가능	불가능	가능	보통
Takayanagi	직선	가능	가능	가능	불가능	보통
Muto	직선	가능	불가능	불가능	불가능	단순
Atalay	곡선(연속)	가능	가능	불가능	불가능	복잡
Nakata	곡선(연속)	가능	가능	가능	가능	복잡

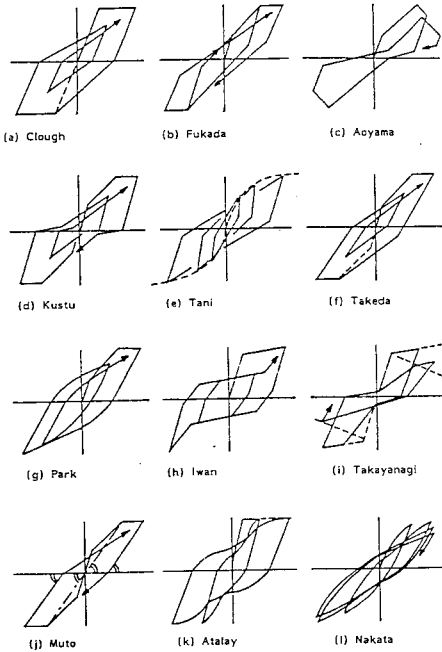


그림 2 비선형 모델에 대한 비교⁽⁶⁾

본 논문에서는 여러 가지의 비선형 모델 중에서 그림 2에 나타난 Park이 제시한 모델과 비슷한 Baber와 Wen⁽²⁾의 모델을 사용하기로 한다. 이 비선형 모델은 Illinois대학에서 제안된 것으로 Park의 모델은 Baber와 Wen의 모델을 손상 평가(damage estimation)를 위한 목적으로 다소 변경한 모델이므로, 그 근본은 Baber와 Wen의 모델과 비슷하다고 할 수 있다. 또한, 이 비선형모델은 단자유도 및 다자유도계의 콘크리트 실험결과와 비교적 잘 일치하는 것으로 되어 있다(그림 3참조). 아울러, 이 모델은 강성이 각 부재의 상대변위에 따라 변하기 때문에 연속적인 계산이 가능하다. 이를 단 자유도계의 모델에 적용하면 다음과 같다.

$$m \ddot{u} + f(u) = p(t) \quad (11)$$

식 (11)에서 $f(u) = ku$ 로 $k = {}^0k$ 이면 $t=0$ 인 경우의 각 부재의 강성을 나타낸 것으로, 탄성거동을 하는 경우의 강성으로 생각할 수 있다. 그러나, 비선형거동을 포함하는 경우에

는 복원력 $f(u)$ 를 다음과 같이 나타낸다.

$$f(u) = a^0 ku + (1-a)^0 kz \quad (12)$$

또는

$$f(u) = {}^0 ku - (1-a)^0 k(u-z) \quad (13)$$

$$\text{단, } \dot{z} = \frac{A \dot{u} - \nu \{ \beta | \dot{u} | z |^{n-1} z + \gamma \dot{u} | z |^{n-1} \}}{\eta} \quad (14)$$

$$A(t) = 1.0 - \delta_A \epsilon(t)$$

$$\nu(t) = 1.0 + \delta_\nu \epsilon(t)$$

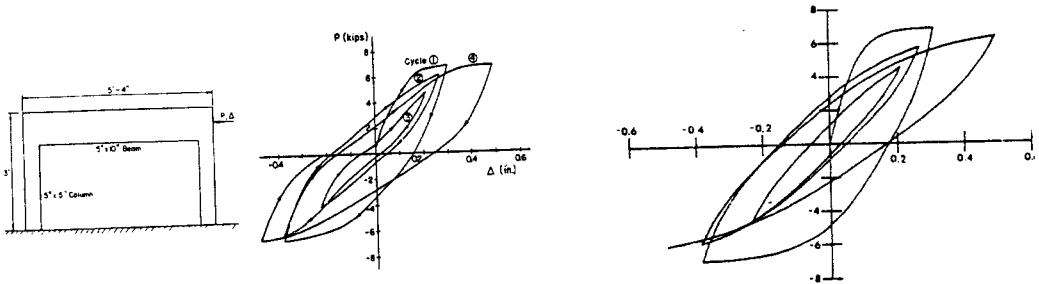
$$\eta(t) = 1.0 - \delta_\eta \epsilon(t),$$

$$\epsilon(t) = (1-a)^0 k \dot{u} z$$

여기서, a 는 선형정도를 나타내는 상수인데, a 가 1이면 완전 탄성을 나타내고, 0인 경우에는 완전 탄소성거동을 나타낸다. 또한, δ_A , δ_ν , δ_η 는 에너지를 발산함에 따라 저하되는 부재의 성능과 관련 있는 변수이며, $\epsilon(t)$ 는 이력에너지를 나타내고, β 와 γ 는 항복변위와 관련된 상수인데, 이러한 변수에 대한 분석은 Baber and Wen⁽²⁾에 나타나 있다. 식 (14)를 이용하면 강성 k 는 다음과 같다.

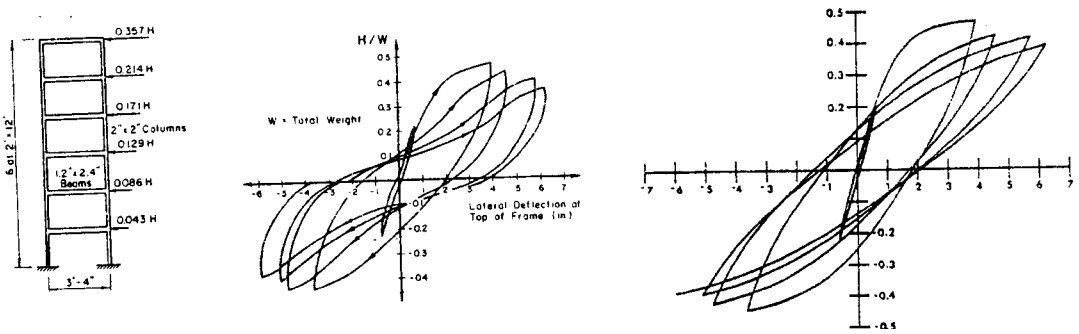
$$k = \frac{\partial f}{\partial u} = a^0 k + (1-a)^0 k \frac{\partial z}{\partial u}$$

감쇠가 없는 경우의 비선형 모델을 선형모델과 비교하면 그림 4와 같이 나타나는데, 그림 4(a)에서 보는 바와 같이 부재 i 의 복원력은 선형 복원력 $a^0 ku$ 에 이력복원력 z 를 포함하는 식이 되며, $a^0 ku$ 는 변위와 관계없이 항상 일정하게 나타나므로 항복 이후의 강성에 대한 기울기는 $a^0 k$ 가 된다. 또한, 식 (13)에서 나타나는 바와 같이 비선형거동은 선형 복원력 ${}^0 ku$ 에서 $(1-a)^0 k(u-z)$ 만큼 줄인 결과로 볼 수도 있다.



(a) 철근 콘크리트 모델의 하중-변위곡선 (Gulkan 과 Sozen의 실험결과)

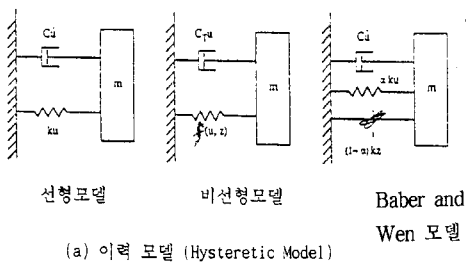
(b) Baber와 Wen의 해석 모델을 이용한 하중-변위곡선



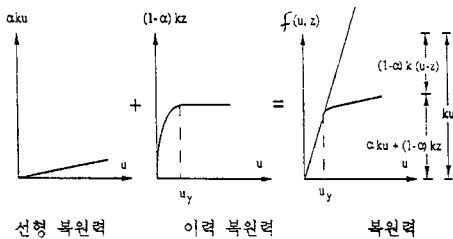
(c) 철근콘크리트 모델의 하중-변위곡선 (Park와 Paulay의 실험결과)

(d) Baber와 Wen의 해석모델을 이용한 하중-변위곡선

그림 3 콘크리트 실험결과와 비선형 해석모델과의 비교⁶⁾



(a) 이력 모델 (Hysteretic Model)



(b) 복원력

그림 4 비선형 모델의 복원력

4. 모드 중첩법의 이용

식 (9)과 식 (13)를 이용하여, 비선형거동을 하는 전단보 모델에 대한 운동방정식은 다음과 같이 정리할 수 있다(그림 5 참조).

$$[M]\{\ddot{X}\} + [T_2][{}^0K_{el}][T_1]\{X\} = \{P\} + (1-a)[T_2][{}^0K_{el}](\{U\} - \{Z\}) \quad (15)$$

단 $[{}^0K_{el}]$ 은 시간 $t=0$ 인 경우의 강성행렬로 다음과 같다.

$$[{}^0K_{el}] = \begin{bmatrix} {}^0k_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & {}^0k_2 & 0 & \dots \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & {}^0k_n \end{bmatrix}$$

여기서, 식 (10)과 절점의 절대변위 $\{X\}$ 를

모드 형태 행렬 $[\Phi]$ 와 모드 변위 $\{W\}$ 의 관계식 $\{X\} = [\Phi]\{W\}$ 를 이용하면

$$[M][\Phi]\{\ddot{W}\} + [K][\Phi]\{W\} = \{P\} + (1-\alpha)[T_2][{}^0K_{el}](\{U\} - \{Z\}) \quad (16)$$

가 된다. 여기에 모드 형태 행렬의 이항 행렬 (transpose matrix)인 $[\Phi]^T$ 를 곱한 뒤 시간 t 에서의 모드를 이용한 운동방정식으로 정리하면,

$$\begin{aligned} \{ {}^t \ddot{W} \} + [\Omega^2]\{ {}^t W \} \\ = \frac{[\Phi]^T}{[\Phi]^T[M][\Phi]} \{ {}^t P + (1-\alpha)[T_2][{}^0K_{el}](\{ {}^t U \} - \{ {}^t Z \}) \} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{단, } \Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \omega_n^2 & \dots \end{bmatrix}$$

의 관계가 성립하며, 이러한 조건에서는 좌변은 항상 일정하고, 우변은 시간에 따라 변화하므로 모드 중첩법의 사용이 가능하다.

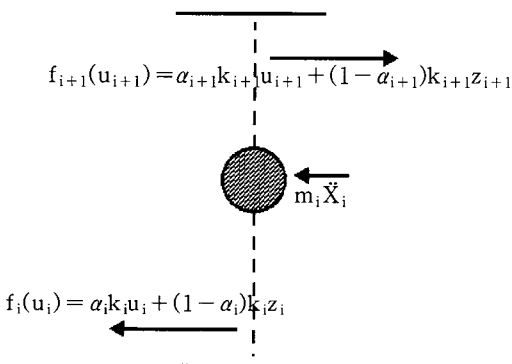


그림 5 비선형 거동을 하는 경우에 i 층에 작용하는 힘

5. 해석 방법

본 논문에서 제시된 운동방정식과 비선형 모델을 이용할 경우의 운동방정식은 상태 변수 벡터(state vector)를 이용하여 다음과 같은

상태에서 해석하기로 한다.

$$\{ \dot{Y} \} = f(Y, P; t) \quad (18)$$

즉,

$$\begin{aligned} \{ Y \} = \{ y_1, y_2, \dots, y_m, y_{m+1}, \dots, y_{2m}, y_{2m+1}, \\ \dots, y_{2m+n}, y_{2m+n+1}, \dots, y_{2m+2n} \} \\ = \{ w_1, w_2, \dots, w_m, \dot{w}_1, \dot{w}_2, \dots, \\ \dot{w}_m, z_1, z_2, \dots, z_n, \epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n \} \end{aligned} \quad (19)$$

여기서, m 은 모드 수를 나타내고, n 은 부재의 수를 나타내는데, $m \leq n$ 의 관계가 성립한다.

6. 예제해석

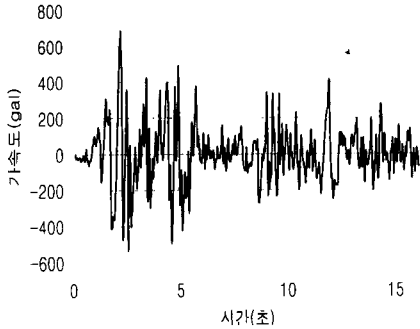
본 논문에서 제시된 방법을 검증하기 위하여 Fortran으로 만든 프로그램은 pentium computer에서 계산하였으며, Bathe 등⁽¹⁾의 논문에서 나타나는 34층 진단보모델(shear beam model)을 해석하여 모드 개수를 달리하여 최대변위를 구한 뒤 그 결과를 비교하기로 한다(그림 6 참조). 하중은 El Centro 지진의 남북방향 성분을 2배로 증폭시켜 처음 4초간의 각 층별 최대 변위를 중점적으로 구하였으며, 본 건물의 1차 고유주파수는 0.264Hz(고유주기는 3.78초)로 나타났다. 또한, 직접적분법과의 결과를 비교하기 위하여 식 (15)를 변경하여 다음과 같은 식을 만들어 동일한 프로그램으로 해석하였다.

$$\begin{aligned} \{ \ddot{X} \} + [M]^{-1}([T_2][{}^0K_{el}][T_1])\{X\} = [M]^{-1}\{P\} \\ + (1-\alpha)[M]^{-1}[T_2][{}^0K_{el}](\{U\} - \{Z\}) \end{aligned} \quad (20)$$

식 (20)에서는 $[M]$ 이 대각선 행렬이므로, $[M]^{-1}$ 도 대각선행렬로 나타나게 되어 행렬의 연산이 가능하였으며, 제시한 방법을 사용하여 선형 및 비선형해석에서 모드수를 1개, 3개, 5개, 10개 및 34개인 경우에 대하여 해석한

SCHEMATIC OF SHEAR BUILDING		MASS (ton·sec ² /cm)	YIELD FORCE (ton)	STIFFNESS (ton/cm)
34		2.37	2740	1308
33		3.38	2740	1308
		2.02	2740	1308
28		2.02	4367	1867
		2.02	4853	2613
22		2.02	5670	3000
13		2.02	6237	4000
5		2.02	6237	4000
1				

(a) 34층 전단보 건물모델⁽¹⁾

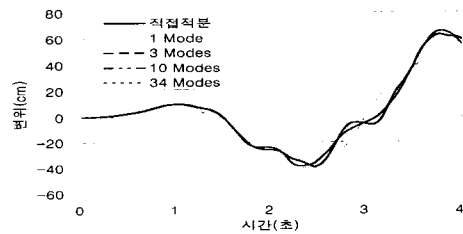


(b) 지반거동(EI Centro 지진의 남북방향성분을 2배로 증폭)

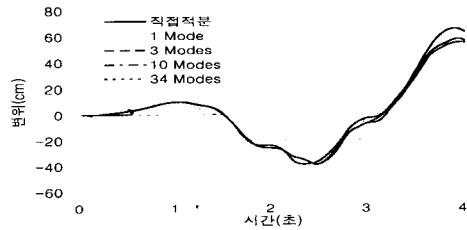
그림 6 34층 해석 모델 건물

결과를 직접적분법에 의한 해석결과와 비교하였다. 선형해석과 마찬가지로 비선형해석에서도 모드수가 증가시키면 최대치는 수렴하는 것으로 나타났다(그림 7, 8 참조). 또한, 34개 모드형태를 전부 이용하여 해석하면, 직접적분법에 의한 결과와 같이 나타나 본 논문에 제시된 해석방법에 의하여 비선형해석이 가능한 것으로 판단된다. 그러나, 선형해석에서는 처음 3개의 모드형태로도 거의 정확한 해를 얻

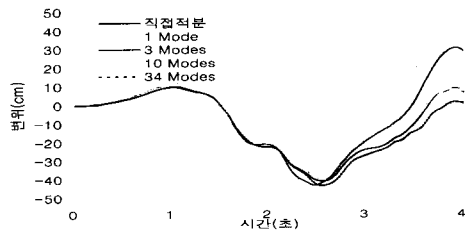
을 수 있었으나, 본 예제에서의 비선형해석에서는 10개 정도의 모드형태가 포함되어야만 직접적분법에 의한 결과와 비교적 일치하는 것으로 나타났다. 또한, 비선형 거동을 하는 구간에서는 비선형모델에 따라 변위가 상당히 다른 값을 나타내었는데, 이는 비선형모델에 따라 부재력 및 변위가 달라지게 됨을 의미하며, 그 차이가 상당히 심하다는 것을 알 수 있었다. 즉, 완전 탄소성모델의 경우에는 선형거동과 거의 비슷한 부분이 많으나, Baber and Wen model의 모델을 이용한 경우에는 완전 탄소성모델에 비하여 변위가 많이 줄어들음을 알 수 있었다.



(a) 선형거동



(b) 탄소성 거동



(c) Baber and Wen Model

그림 7 시간에 따른 최상층의 변위

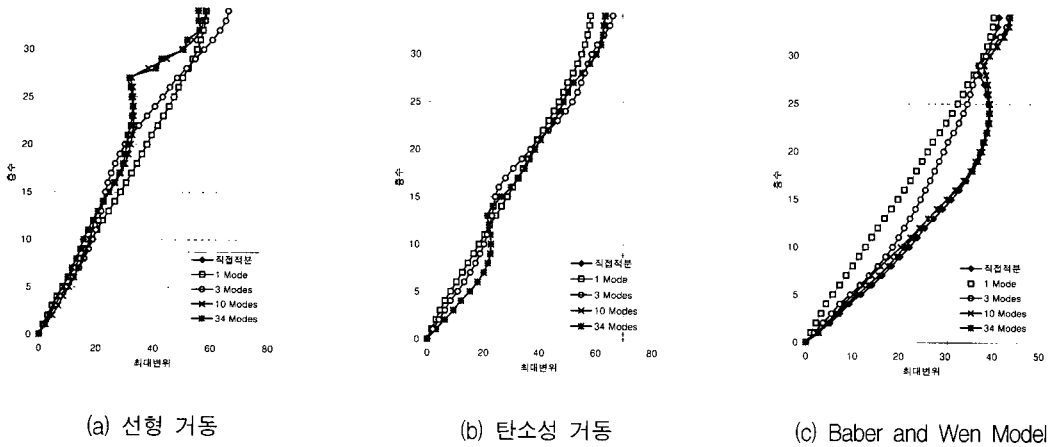


그림 8 각 층별 최대변위

본 예제해석에서 사용한 탄소성모델 및 비선형 모델에 대한 이력곡선은 그림 9에 나타나 있는데, 최대 상대변위는 하중과 변위의 관계에 따라 달라지나, 대략 28층에서 30층 사이에 상대변위가 발생하였으며, 그 구간 사이의 최대 상대변위의 차이는 미미하였다. 따라서, 최대상대변위가 발생하는 구간을 중심으로 29층에 대한 이력곡선을 그림에 나타내었으며, 상대변위와 부재력의 관계에서 본 예제해석에 사용된 비선형 모델의 거동이 잘 나타난다고 할 수 있다. 아울러, 본 논문에서 제시한 방법에 의하여 해석을 하더라도 각 시간 구간마다 사용된 값들의 허용치에 따라 해석결과가 다르게 나타났으며, 본 예제 해석에 많은 시간이 소요되어 해석시간을 단축시키면서 보다 정확한 해석을 할 수 있는 방법도 아울러 검토되어야 할 것으로 보인다.

7. 결 론

본 논문에서는 모드 중첩법을 이용하여 비선형해석이 가능한 방법을 제시하였으며, 이를 진단보 모델에 적용하여 모드 수를 증가시킴으로 인하여 나타나는 결과를 상호 비교하였다. 진단보모델에서 비선형 해석방법을 적용할 때의 문제점은 운동방정식이 각 절점에서의 절대변위로 나타나는데 비하여 각 부재의 부재력은 각 요소의 상대 변위로 나타나고, 이 상대변위가 부재의 강성을 결정하기 때문에 이러한 사항들이 해석에 반영되어야 한다. 본 논문에서는 진단보 모델에서 운동방정식에서 필요한 각 절점의 절대변위와 부재력 산정을 위해 필요한 각 요소의 상대변위의 관계는 상관행렬(transposition matrix)를 이용하여 나타

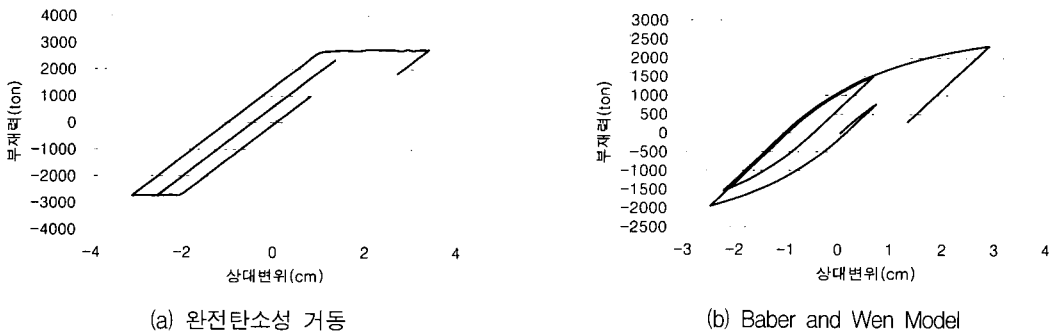


그림 9 이력 곡선

내었고, 비선형 모델은 각 요소의 상대변위에 의한 함수로 나타낼 수 있는 Baber와 Wen의 모델을 이용하였다. 또한, 각 부재의 강성을 분리하여 운동방정식을 비선형해석에 적합하게 변화시켰으므로, 초기의 강성을 계산과정에 포함시켜 계속 사용이 가능하게 하였다. 그러나, 해석과정에서는 시간증분과 허용치를 매우 작게 하지 않으면 해석결과가 수렴하지 않아 수렴조건, 시간 구간 및 허용 오차 등에 대한 검토는 추후 필요하다고 보여진다.

참 고 문 헌

1. Bathe, K. J. and Gracewski, S., "On nonlinear dynamic analysis using substructuring and mode superposition," *Computers and Structures*, Vol. 13, 1981, pp. 699-707.
2. Baber, T. T. and Wen, Y. K., "Stochastic equivalent linearization for hysteretic, degrading, multistory structures," *Civil Engineering Studies*, SRS, No. 471, University of Illinois, Urbana, Illinois, Dec., 1979.
3. Clough, R. W. and Penzien, J., *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill Kogskusha, Ltd. 1975.
4. Bathe, K. J., *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1982.
5. Park, Y. J., Ang, A. H. S., and Wen, Y. K., "Seismic damage analysis and damage limiting design of reinforced concrete buildings," *Civil Engineering Studies*, SRS, No. 516, University of Illinois, 1984.
6. Sues, R., Wen, Y. K., and Ang, A. H. S., "Stochastic seismic performance evaluation of buildings," *Civil Engineering Studies*, SRS, No. 506, University of Illinois, 1983.
7. Takeda, T., Sozen, M. A., and Nielson, N. N., "Reinforced concrete response to simulated earthquakes," *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 96, No. 12, December, 1970, pp. 2557~2573.
8. Park, Y. J., Reinhorn, A. M., and Kunath, S. K., "Inelastic damage analysis of reinforced concrete frame-shear-wall structures," *Technical Report NCEER-87-0008*, National Center for Earthquake Engineering Research, 1987. 7. 20.