

고주파수 근사해를 적용한 유체저장탱크에 작용하는 지진하중 산정

High Frequency Approximation for Earthquake-Induced Hydrodynamic Loads in Rigid Storage Tank

류 정 선* 양 우 식**
Ryu, Chung Son Yang, Woo Shik

국문요약

지진의 수평지반운동으로 인해 유체저장탱크에 작용하는 수평하중의 산정에 있어서 유체수심에 대한 탱크저면길이의 비율에 따라 유용하게 사용할 수 있는 근사해법에 대하여 연구하였다. 본 연구는 탱크벽체를 강체로 가정하고 구한 속도포텐셜이론을 적용하여 탱크의 지진하중을 산정한다. 유체저장탱크의 수평단면이 원직으로 일정하지만 그 형상은 원형, 직사각형, 불규칙형인 경우로 나누어 해석하였다. 우선 주기적 지반운동(조화가진)에 대한 해를 구하고 이를 바탕으로 랜덤지진에 대한 시간영역해를 구하도록 한다. 예제해석결과, 지진력은 적용하는 설계응답스펙트럼의 특성, 탱크단면형, 수심에 대한 저면길이의 비율 등에 따라 차이가 다소 있으나 주로 고주파수 유효질량의 관성력이 지배적인 것으로 나타났다. 대체적으로 수심에 대하여 탱크저면길이가 상당히 크거나 작은 경우는 고주파수근사해를 써서 지진력을 효율적으로 산정할 수 있었다.

주요어 : 유체저장탱크, 지진력, 고주파수 유효질량

ABSTRACT

The present paper describes an approximation for estimation of earthquake-induced hydrodynamic loads in rigid storage tank which accelerated in horizontal direction. The storage tank is vertically cylindrical, and the sectional shape may be circular, rectangular or irregular. The solution for harmonic excitation is studied based on velocity potential theory, and then the time domain solution for earthquake is obtained by using design response spectrum. As a result, earthquake load is influenced primarily by the inertia force of high frequency effective mass of the storage tank, responding to the characteristics of design response spectrum, tank sectional shape, and the ratio of tank base length to depth. Earthquake-induced hydrodynamic loads in rigid storage tank can be effectively obtained by using the high frequency approximation method in case of quite large, or small ratio of the tank base length to water depth.

Key words : storage tank, earthquake load, high frequency effective mass

1. 서 론

유체저장탱크의 지진력 산출은 이 구조물의 설계에 있어서 중요한 문제이다. 지진력 산출을 위해 널리 이용되는 고전적 방법으로는 Housner⁽¹⁾, API⁽²⁾, AWWA⁽³⁾의 방법등이 있다. 이 방법들

은 고주파수 유효질량(high frequency effective mass)과 유체의 공진운동으로 야기되는 유효 부가질량을 사용한다. 그 동안 많은 연구가 원형단면^{(4),(5)}, 직사각형 단면⁽⁶⁾, 불규칙단면⁽⁷⁾ 등을 대상으로 하여 수행되어 왔다. 탱크벽체의 탄성효과를 고려한 연구도 있었지만, 강체로 가정할 수 있는 경우에 있어서도 감쇠의 고려나 단면형, 지진기록등 많은 설계상의 문제가 있다.⁽⁸⁾

* 정회원 · 동신대학교 토목공학과 부교수

** 동신대학교 토목공학과 부교수

본 논문에 대한 토의를 9월 30일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.

국내의 연구는 벽면의 유연성을 고려한 동적해석⁽⁹⁾, 경계요소-유한요소 연계법에 의한 해석⁽¹⁰⁾, 유체-구조물 상호작용을 고려한 해석⁽¹¹⁾, 뉴질랜드 및 오스트리아지침에 대한 내진설계 기준의 비교연구⁽¹²⁾, 지진계측데이터에 의한 동적응답⁽¹³⁾ 등이 있다. 그러나 국내에서는 아직 육상용 유류저장탱크의 설계에 관한 명확한 기준이 마련되어 있지 않은 점을 감안하면 여러 분야의 다양한 관점에서 많은 연구가 발표되어야 할 것으로 보인다.

본 연구는 지진하중을 받는 유류저장탱크의 지진력 산정에 대하여 연구하였다. 탱크의 벽체는 강체로 가정하였고, 단면형은 원형 및 직사각형을 주로 하였으나 이외에 삼각형 및 불규칙형상도 비교연구로 다루었다. 전체 지진력에 미치는 요소는 여러 가지가 있으나 고주파수 유효질량의 관성력이 차지하는 비중을 주로 검토하였다. 연구결과, 설계응답스펙트럼에 따라 차이가 있으나 고주파수유효질량의 관성력은 탱크단면 형상에 관계없이 지진력의 대부분을 차지하며, 수조 깊이에 대한 탱크저면 길이의 비율이 상당히 크거나 작은 경우에는 좋은 근사해를 갖는 것으로 나타났다.

2. 조화가진에 대한 유체하중

지반운동이 다음 식 (1)과 같이 주기함수일 때를 우선 고려한다.

$$u(t) = U \cdot \exp(-i\omega t) \quad (1)$$

여기서 $u(t)$ 는 주기적인 지반운동의 속도이고 U 는 진폭, ω 는 진동수 (rad/sec) 이다. 또한 $i = \sqrt{-1}$ 이고 t 는 시간을 나타낸다. Fig. 1에 보인 수심 d , 저면의 길이 $2a$ 인 유체저장탱크에 식 (1)로 나타낸 조화가진이 작용하면 유체는 지반운동의 진폭 및 진동수에 따라서 일정한 sloshing 모우드로 운동하게 된다. 유체경계의 경계조건들 (자유수면, 벽체면, 저면등)을 만족하는 속도포텐셜문제를 풀어 수면높이, 하중, 모멘트 등 탱크의 설계에 필요

한 물리적 수치를 산정할 수 있다. 이중 가장 대표적인 것으로서 탱크에 작용하는 전체수평력을 나타내면 다음과 같다.^{(1),(5),(7)}

$$F(t) = i\omega U \left\{ m_w - \sum_{n=1}^{\infty} m_n G_n(\omega) \right\} \cdot \exp(-i\omega t) \quad (2)$$

여기서 m_w 는 유체질량이고 m_n 은 n 번째 sloshing 모우드에 관련된 모우드질량을 나타내며, $G_n(\omega)$ 는 동적증폭계수로서 다음식으로 정의된다.

$$G_n(\omega) = \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_n^2} \quad (3)$$

여기서 ω_n 은 n 번째 sloshing 모우드에 해당하는 고유진동수이다. 문헌^{(1),(5),(7)}등에 기술된 바와 같이 m_n, ω_n 의 산정에 있어서 이 값들이 근본적으로 탱크단면의 길이, 형상 및 수심 값들의 함수이다. 이 값들은 원형 또는 직사각형 단면이면 해석적으로 구할 수 있으나 복잡한 비선형방정식을 풀어야 한다. 불규칙단면이라면 문헌⁽⁷⁾에서와 같이 수치적으로 구해야 하나 이는 현장기술자에게는 더욱 난해한 계산 과정을 요한다.

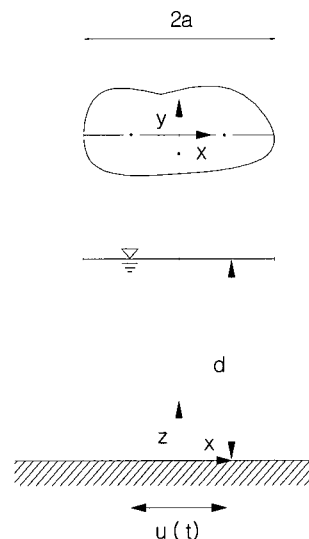


Fig. 1 Definition sketch

식 (2)로 나타낸 조화가진의 수평력을 유체의 유효질량 m_e 의 관성력으로써 나타낼 수 있다면 편리한 방법이 될 것이다. 즉,

$$F(t) = -m_e \frac{du}{dt} = i\omega U(m_w + m_a) \cdot \exp(-i\omega t) \quad (4)$$

식 (4)에서 m_w 와 관련된 항은 유체의 sloshing이 일어나지 않는다고 가정했을 때의 탱크벽에 작용하는 관성력이며, 부가질량 m_a 를 포함하는 항은 sloshing으로 인한 음 또는 양의 추가하중을 나타낸다. 에너지감소가 없다고 가정하면 하중은 가속도와 위상이 같으므로 식 (4)는 정확한 표현이 된다. 이 경우 식 (4)와 식 (2)를 등치시켜

$$m_e = m_w + m_a = m_w - \sum_{n=1}^{\infty} m_n \cdot G_n(\omega) \quad (5)$$

를 얻을 수 있다. 식 (5)의 모우드질량(m_n)중에서 가장 지배적인 것은 m_1 이며 따라서 처음 몇개의 모우드질량에 관련된 항만 고려하는 것이 효과적이다. 식(3)에서 $\omega \rightarrow \infty$ 이면 $G_n(\omega) \rightarrow 1$ 이므로 유효질량의 고주파수에서의 한계값(high frequency effective mass)을 고주파수 유효질량 m_0 라 표현하면 식 (5)로부터

$$m_0 = \lim_{\omega \rightarrow \infty} m_e = m_w - \sum_{n=1}^M m_n \quad (6)$$

로 나타낸다. 여기서 M 은 고려하는 sloshing 모우드의 갯수이다.

3. 감쇠효과를 고려한 조화가진 응답

실제 유체의 운동은 감쇠작용을 수반하는데, 이는 탱크벽면에서의 점성효과, 자유수면효과, 흐름박리효과 등의 여러 요인과 관련된다. 본 연구에서는 문헌^{(5),(6)} 등의 모델에서와 같이 속도포텐셜의 해가 가능하도록 동력학적 자유수

면 경계조건의 수정을 통하여 감쇠효과가 고려되도록 하였다. 이 모델을 사용하면 재래의 감쇠가 있는 다자유도계의 동력학이론이 적용될 수 있다. 이 경우 통합된 자유수면 경계조건은

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t^2} + \mu \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} + g \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z=d \quad (7)$$

여기서 $\Phi(x, y, z, t)$ 는 탱크내 유체의 미지의 속도포텐셜이고 μ 는 감쇠계수를 나타낸다. 감쇠를 고려한 조화가진의 수평력은 식 (2)와 동일한 형태로 표현되는데, 여기서 사용하는 동적증폭계수, $G_n(\omega)$ 는 식 (3)대신에 다음과 같이 수정한 값을 사용하여야 한다.

$$G_n(i\omega) = \frac{\omega^2 + i\omega\mu}{\omega^2 + i\omega\mu - \omega_n^2} \quad (8)$$

4. 지진에 대한 유체하중

지진기록은 기간이 짧고 비정상 과정이므로 시간영역해석이 주로 사용된다. 유류저장탱크에 작용하는 지진하중의 시간이력은 Duhamel 적분을 써서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) h(t-\tau) d\tau \quad (9)$$

여기서 $\ddot{x}_g(t)$ 는 지반 가속도이고, $h(t)$ 는 충격응답함수(impulse response function)로서, 조화가진에 의한 응답식(식 (2))에서 결정된 주파수응답함수를 Laplace 변환하여 얻어진다. 10%이내의 소량의 감쇠율을 가정하면 식 (9)는 다음과 같이 나타내진다.

$$F(t) = -m_0 \ddot{x}_g(t) + \sum_{n=1}^{\infty} m_n [\omega_n \cdot \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\mu(t-\tau)/2} \cdot \sin \omega_n(t-\tau) d\tau] \quad (10)$$

윗식 우변의 적분항의 최대값($[\]_{\max}$)을 $S_A(\omega_n, \xi_n)$ 로 나타내면 식 (10)의 최대값은

보편적인 SRSS방법을 사용하여 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$F_{\max}^2 = [m_o | \ddot{x}_{g, \max} |]^2 + \sum_{n=1}^{\infty} [m_n S_A(\omega_n, \xi_n)]^2 \quad (11)$$

한편 고유진동수 ω_n 과 감쇠율 ξ_n 을 가진 단자유도계 구조물의 가속도 응답스펙트럼(pseudo spectral acceleration)을 식 (11)의 $S_A(\omega_n, \xi_n)$ 와 동일한 수식으로 놓으면 $\xi_n = \mu / 2\omega_n$ 으로 정의된다. 대표적인 응답스펙트럼으로는 NRC 나 API⁽²⁾ 등의 응답스펙트럼이 있고 국내에서는 도로교시방서 내진설계편⁽¹⁴⁾ 등에 설계응답스펙트럼이 제시되어 있으며, 유류저장탱크의 경우에는 그 사용목적에 따라 적절한 것을 선택할 필요가 있으나 본 연구에서는 API 및 한국도로교 시방서의 설계응답스펙트럼을 사용하기로 한다.

API의 설계응답스펙트럼은

$$S_A / G = 1.8 / T \quad \text{at } T > 0.72s \quad (12)$$

여기서 G 는 최대 유효지진가속도이며, T 는 고유진동 주기를 나타낸다. 식 (12)는 5%의 감쇠율을 고려한 것이며 모래나 점성토 지반에 해당한 것이다. 한국도로교 시방서의 설계응답스펙트럼은(지반계수 $S=1.0-2.0$ 을 적용)

$$S_A / G = \begin{cases} 1.2S/T^{2/3} \leq 2.5 & \text{at } T \leq 4s \\ S/T^{4/3} & \text{at } T > 4s \end{cases} \quad (13)$$

이다. 이 값은 API응답스펙트럼에 비하여 1~2 배로 크다. 식 (11)에서 고차 sloshing모우드의 영향은 무시할 수 있는 것으로 알려져 있으며 이에 따라 대개의 유류저장탱크의 설계관련 Code^{(2),(3),(12)} 에서도 최초 1개의 sloshing모우드만 사용하는 간편식을 제안하고 있다. 따라서,

$$C_f = \frac{F_{\max}}{m_w G} \cong \sqrt{\left(\frac{m_o}{m_w}\right)^2 + \left(\frac{m_1}{m_w} \frac{S_A}{G}\right)^2} \quad (14)$$

로 정의하면 이는 최대 지진력의 무차원수를 나타낸다.

지진 가속도의 주파수가 주요 sloshing 모우드의 고유진동수(ω_n)에 비하여 매우 큰 값이면 식 (12) 또는 (13)에서 $S_A / G \ll 1$ 이므로 식 (14)의 최대지진력계수 C_f 는

$$C_f \cong C_{fo} \equiv \frac{m_o}{m_w} \quad (15)$$

로 나타낼 수 있다. 현실적으로 일반구조물과는 달리 sloshing문제에 있어서는 지진은 상대적으로 고주파수인 점을 고려하면 식 (15)는 초기설계와 같은 경우에 유류저장탱크의 수심에 대한 저면길이의 비율에 따라 유용한 근사식이 될 수도 있다. 식 (15)의 의미는 지진력을 고주파수유효질량의 관성력으로 근사화한다는 것이다. 본 연구는 이와 같이 고주파수 근사해의 유용성에 대하여 패러미터 연구로 검토한다.

5. 예제해석 및 결과검토

본 연구의 예제해석을 위하여 원형, 직사각형, 삼각형단면의 유류저장탱크에 대하여 수심(d)에 대한 탱크저면길이($2a$)의 비율을 최대 20까지 변화시켜 연구하였다. 단면형상이 주어지면 유체고유진동수(ω_n)는 $2a/d$ 에 따라 결정되므로 이 비율의 여러값에 대한 수평지진력을 산정하여 비교하였다.

Fig. 2는 원형단면 탱크에 있어서 $2a/d$ 의 비율에 따라 고주파수유효질량(m_0)과 제1모우드질량(m_1) 및 제2모우드질량(m_2)를 무차원으로 나타내 보인 것이다.^{(5),(12)} 여기서 보면 탱크저면길이가 수심에 비해 상대적으로 길어질수록 m_0 는 감소하고 m_1 은 증가한다. m_2 는 m_0 또는 m_1 에 비해 현저히 작으므로 식 (11)과 같이 SRSS방법으로 지진력을 산정하는 경우에도 이의 영향은 무시할 수 있을 것으로 판단된다.

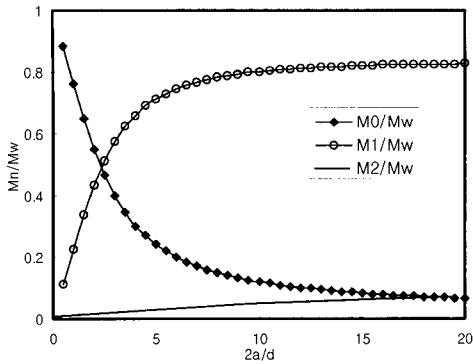


Fig. 2 Modal masses and high frequency effective mass^{(5),(12)}

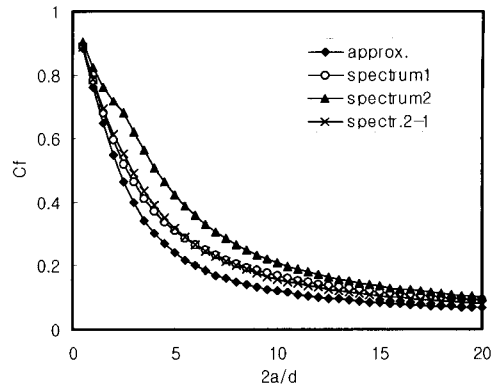


Fig. 3 Earthquake forces on circular tank

Fig. 3은 두 개의 다른 지진응답스펙트럼을 사용하여 구한 지진력을 고주파수유효질량의 관성력과 비교한 것으로서, 고주파수 근사해(approx.)는 API응답스펙트럼에 의한 값(spectrum1)의 약 80%이상을 차지하며 특히 $2a/d$ 가 1이하, 또는 15이상이면 두 값은 거의 차이가 없다. 이것은 $2a/d$ 가 커짐에 따라 모우드질량의 비중이 지배적이 되더라도 유체공진 주기의 증가로 응답스펙트럼이 상당히 작아져 결국 이를 포함한 항의 영향이 현저히 작아지기 때문이다. 한국도로교시방서의 지진응답스펙트럼으로써 지진력을 산출한 결과는(spectrum2; 최대지반계수 $S=2.0$ 사용) 고주파수근사해와 최대 40%까지 차이가 나지만 $2a/d$ 가 1이하이거나 15이상이면 또한 근접한다. 두 값의 차이의 증폭은 도로교시방서의 응답스펙트럼이 API스펙트럼에 비하여 약 2배정도로 크기 때문이다. 도로교시방서응답스펙트럼을 적용할 때 점토나 실트의 연약지반이 아닌 경우에 대한 결과는(spectr. 2-1; 지반계수 $S=1.2$ 사용) API스펙트럼을 적용한 결과와 유사하게 약 20%의 차이를 보였다.

Fig. 4는 직사각형단면의 유류저장탱크에 작용하는 지진력을 SRSS방법과 고주파수근사해로 산정하여 보인 것이다. 여기서도 원형단면의 경우와 유사한 경향으로 $2a/d$ 가 1이하이거나 15이상에서는 사용한 응답스펙트럼에 관계없이 고주파수근사해가 SRSS방법의 값과 좋은

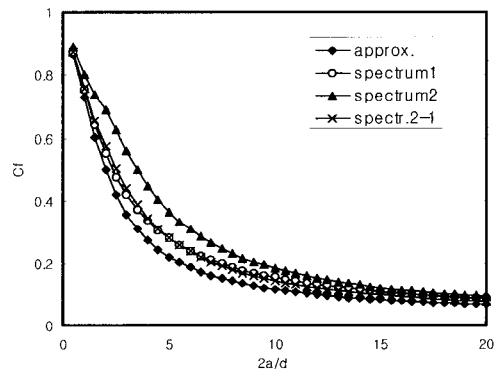


Fig. 4 Earthquake forces on rectangular tank

일치를 보이거나, $1 < 2a/d < 15$ 인 경우는 사용응답스펙트럼에 따라 최대 20% 또는 40%의 차이를 나타내고 있다. Fig. 3과 Fig. 4에 공통적으로 지진하중은 $2a/d$ 의 비율에 따라 Fig. 2에 나타난 m_0 와 m_1 의 합성작용으로 구해지지만, $2a/d$ 의 증가에 따른 Fig. 2의 m_0 의 감소경향과 Fig. 3 및 Fig. 4의 지진력의 감소경향은 대체적으로 유사하게 나타난다. 즉, 지진하중은 전반적으로 고주파수 유효질량의 관성력이 지배적이라는 점을 나타낸다.

Fig. 5는 원형, 사각형, 삼각형의 3개의 단면형에 대하여 각각의 고주파수 유효질량을 산정하여 비교한 것이다. 여기서 삼각형단면은 밀변과 높이가 같은 이등변삼각형이 고려되었으며 지진은 밀변에 직각방향이다. $2a/d$ 의 비율이 작을수록 고주파수 유효질량은 커지게

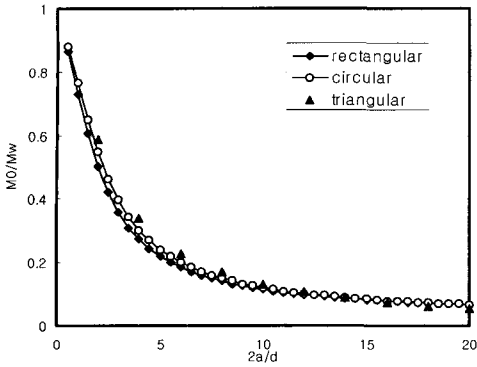


Fig. 5 High frequency effective masses

되므로 저면길이가 변화하는 원형 및 삼각형 단면은 직사각형 단면에 비하여 다소 크게 나타나는 것으로 판단된다. 여기서 원형단면의 고주파수 유효질량을 다음의 식 (16)과 같이 해석적으로 나타내고 사각형 및 삼각형 단면에 대해서도 근사값으로 한다면 효율적인 계산이 될 것으로 보인다.

$$\frac{m_o}{m_w} = \begin{cases} 1 - 0.2r & \dots r \leq 2 \\ 1.2/r & \dots 2 < r \leq 15 \\ 0.08 & \dots r > 15 \end{cases} \quad (16)$$

여기서 $r=2a/d$ 이다.

Fig. 6은 문헌⁽⁷⁾에서 인용한 상수용 저수조의 단면을 보인 것으로 저면길이는 100m, 깊이는 5m이다. 여기서는 Newmark and Rosenblueth의 응답스펙트럼⁽¹⁵⁾을 사용하였고 가속도는 0.35g인 경우다. 처음 5개의 모우드를 사용한 SRSS방법의 결과는 $F_{max}=6.8MN$ 으로 보고되었다.⁽⁷⁾ 본 연구의 방법으로 고주파수 근사해를 이용하면 $r=20$ 에 대하여 식 (16)으로부터 $F_{max} \approx 0.08m_w \cdot \ddot{x}_g \max = 0.08 \times 26.5 \times 10^6 \times 0.35g = 7.3MN$ 으로 산정되며 SRSS방법의 결과와 비교하여 약 7%의 차이가 난다. 한편 단면형을 유지한 채, 단면길이를 1/10로 축소된 모형을 고려하면 (수심은 동일) SRSS방법으로 $F_{max}=510.3kN$ 으로 보고되었는데⁽⁷⁾ 이경우는 $r=2$ 이므로 식 (16)을 이용하여 $F_{max} \approx 545.9kN$ 으로 산정 되어 약

7%의 차이로 역시 근사한 결과를 얻을 수 있다.

결론적으로, 고주파수근사해법은 어떤 설계 조건에서는 오차가 그리 크지 않고, 설계지진 가속도와 식 (16)의 근사적 유효질량계수만 가지고 지진력을 산출하는 간편성 때문에 적은 시간과 노력이 소요되는 초기설계단계에서 잘 적용될 수 있을 것으로 판단되며, 특히 불규칙 단면형의 유류저장탱크라면 매우 유용한 대안이 될 것으로 보인다.

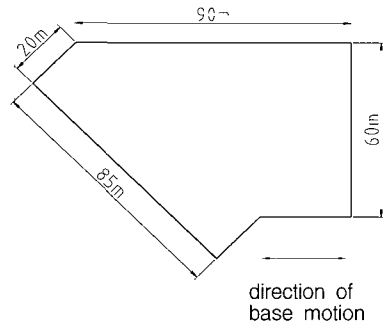


Fig. 6 Cross section of example reservoir⁽⁷⁾

6. 결 론

본 연구는 유류저장탱크의 수평지진력을 산정하는 방법에 대하여 연구하였다. 탱크벽체는 강체로 가정하였고 지진 응답스펙트럼을 사용한 시간영역해석을 하였다. 탱크단면은 원형, 직사각형, 불규칙형 등으로 구분하여 비교하였다. 연구결과 지진력의 대부분을 고주파수의 유효질량의 관성력이 차지하는 것으로 나타났으며 적용하는 설계응답스펙트럼의 특성과 탱크단면형, 수심에 대한 탱크저면길이의 비율에 따라 차이의 정도가 달라지는 경향이 있다. 탱크저면길이의 수심에 대한 비율이 $1 < 2a/d < 15$ 인 경우는 고주파수 근사해가 SRSS방법과 비교하여 20%~40% 정도 작게 나타났다. 탱크 저면 길이의 수심에 대한 비율이 상당히 크거나 또는 작으면 탱크단면의 형상이나 적용하는 설계응답스펙트럼의 영향은 거의 무시할 정도며, 이 경우는 고주파수 유효질량을 사용한 근사해로써 효율적으로 지진력을 산정할 수 있을 것으로 보인다.

감사의 글

이 논문은 1999년도 동신대학교 학술연구비에 의하여 연구되었으며, 이 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Housner, G. W., "Dynamic pressures on accelerated fluid containers," *Bull. Seismological Soc. Am.*, Vol. 47, 1957, pp. 15-35.
2. American Petroleum Institute, "Welded steel tanks for oil storage," *API Standard 650, 7th Ed.*, Am. Petr. Inst., Washington D.C., 1980.
3. American Water Works Assaciation, "AWWA standard for welded steel tanks for water storage," No. ANSI/AWWA D100-84, Am. Water works Assn. , Denver, Colo., 1985.
4. Jacobsen, L. S., "Impulsive hydrodynamics of fluid inside a cylindrical tanks subjected to transient motions," *Bull. Seismological Soc. Am.*, Vol. 39, 1949, pp. 189-204.
5. Isaacson, M. and Subbiah, K., "Earthquake-induced sloshing in a rigid circular tank," *Canadian J. Civil Eng.* , Vol. 18, 1991, pp. 904-915.
6. Keulegan, G. H., "Energy dissipation in standing waves in rectangular basins," *J. Fluid Mech.*, Vol. 6, 1959, pp. 33-50.
7. Isaacson, M. and Ryu, C. S., "Earthquake-induced sloshing in vertical container of arbitrary section," *J. Eng. Mech.*, ASCE, Vol. 124, No. 2, 1998, pp. 158-166.
8. Haroun, M. A., "Vibration studies and tests of liquid storage tank," *Earthquake Eng. Structural Dynamics*, Vol. 11, No. 2, 1983, pp. 179-206.
9. 윤정방, 이창근, "벽면의 유연성을 고려한 액체 저장탱크의 동적해석", 대한토목학회논문집, 제7권 제4호, 1987, pp. 21-29.
10. 고희무, 박장호, 김재관, "경계요소-유한요소 연계법에 의한 구형 수조구조물의 동적 거동특성해석", 대한토목학회논문집, 제14권 제5호, 1994, pp. 1033-1042.
11. Kim, J. K., Koh, H. M., and Kwak, I. J., "Dynamic response of rectangular flexible fluid containers," *J. Eng. Mech.*, ASCE, Vol. 122, No. 9, 1996, pp. 807-817.
12. 국승규, "원통형 액체저장 탱크 내진설계 기준의 비교연구", 한국지진공학학회논문집, 제 2권 제2호, 1998, pp. 69-76.
13. 허택영, 이종림, 연관희, 조의경, "지진계측 데이터에 근거한 유체저장탱크의 동적응답 평가", 한국지진공학회 1997년도 춘계학술대회논문집, 1권 1호, 1997, pp. 115-128.
14. 대한토목학회, "도로교표준시방서-설계편", 건설부, 1996, pp. 777-778.
15. Clough, R. W. and Penzien, J., *Dynamics of structures*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1975, pp. 539-543.